



پایدارسازی مقاوم رباتهای سیار فرمانش لغزشی با در نظر گرفتن اثرات لغزش چرخها

در این مقاله پایدارسازی رباتهای سیار چرخدار فرمانش لغزشی حول وضعیت ثابت مورد بررسی قرار گرفته است. کنترل گشتاور ارائه شده نسبت به لغزش طولی تایرهای ربات، اغتشاشات خارجی و نامعینیهای پارامتری سیستم دینامیکی مقاوم می‌باشد. این کنترلر براساس نوسانگر دینامیک میرا شونده با فرکانس نوسان قابل تنظیم طراحی شده و همگرایی نمایی خطای ردیابی به یک همسایگی کوچک دلخواه از مبدأ اثبات می‌شود. همچنین پایداری دینامیک داخلی توسط یک کنترلر ناظر فازی تضمین می‌گردد. برای نشان دادن عملکرد کنترلر پیشنهادی، نتایج شبیه سازی برای ربات فرمانش لغزشی ارائه شده است.

اسلام محمدپور^۱

دانشجوی دکترا

مهیار نراقی^۲

استادیار

واژه‌های راهنما: ربات فرمانش لغزشی، کنترل مقاوم، پایدارسازی حول وضعیت ثابت، کنترل ناظر

۱- مقدمه

امروزه رباتهای سیار در بسیاری از کاربردهای صنعتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. تاکنون کنترل رباتهای سیار با فرض برقراری قید سینماتیکی عدم لغزش جانبی چرخهای ربات، مطالعات گسترده‌ای را به خود اختصاص داده است. لیکن در رباتهای واقعی به خصوص وقتی که با سرعت بالا در یک پیچ تند حرکت می‌کنند، نیروهای گوشه‌ای^۳ تایرهای ربات آنقدر بزرگ نیستند که بتوانند مانع از لغزش جانبی چرخها شوند و به همین دلیل قید غیرهولونومیک عدم لغزش جانبی ارضا نمی‌گردد. بعلاوه لغزش طولی چرخهای ربات با تایرهای بادی به علت تغییر شکل تایرها اجتناب ناپذیر است.

اخیراً بسیاری از محققین به بررسی اثرات لغزش جانبی و طولی چرخهای ربات جهت ردیابی مسیر مرجع^۴ متغیر با زمان و تعقیب مسیر هندسی^۵ پرداختند. به همین منظور در [۱] و [۲] مساله ردیابی مسیر مرجع رباتهای سیار در سطح دینامیکی بر اساس معلوم بودن مقادیر دقیق پارامترهای سیستم مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. ژانگ^۶ و همکارانش [۳] با استفاده از مود لغزش، کنترل مقاومی ارائه دادند که قادر به

^۱ دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

^۲ نویسنده مسئول، استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر naraghi@aut.ac.ir

^۳ Cornering force

^۴ Trajectory tracking

^۵ Path following

^۶ Zhang

ردیابی مسیر مرجع ربات سیار رانش تفاضلی با لحاظ کردن اثرات تایر الاستیک بود. وانگ^۱ و همکارانش [۴] یک کنترلر مقاوم تطبیقی برای ردیابی مسیر مرجع با استفاده از تکنیک بازگشت به عقب^۲ ارائه دادند. لاو^۳ و وانگ^۴ [۵-۶] به توسعه کنترلرهای سینماتیکی بر پایه GPS برای رباتهای شبه خودرو^۵ با در نظر گرفتن اثرات لغزش طولی و جانبی پرداختند. همچنین آنها مدلسازی و تحلیل لغزش طولی و جانبی را برای پیکربندیهای مختلف رباتهای سیار مورد بررسی قرار دادند [۷]. در [۸] یک کنترلر غیرخطی برای ردیابی مسیر مرجع ربات فوق تحریک^۶ چهارچرخ با لحاظ نمودن اثر تایرهای الاستیک و لغزش چرخها ارائه شد. در رباتهای فرمانش لغزشی، فرماندهی با ایجاد اختلاف سرعت بین چرخهای داخلی و خارجی بوجود آمده و بنابراین لغزش جانبی چرخها در رباتهای فرمانش لغزشی در هر مانور دورانی رخ می‌دهد. گروهی از محققین مساله ردیابی مسیر مرجع را برای این نوع از رباتها مورد بررسی قرار دادند. کاراکسیلو^۷ و همکارانش [۹] با استفاده از تکنیک خطی سازی فیدبک، یک کنترلر مقاوم گشتاور برای رباتهای فرمانش لغزشی پیشنهاد دادند. مالوف^۸ و همکارانش [۱۰] از یک کنترلر فازی برای ردیابی مسیر ربات فرمانش لغزشی بهره جستند. یی^۹ و همکارانش [۱۱] به بررسی اثرات لغزش طولی در رباتهای فرمانش لغزشی پرداخته و یک کنترلر تطبیقی برای ردیابی مسیر مرجع ربات ارائه دادند. اما نکته حائز اهمیت در این تحقیقات این است که مولفه طولی مرکز آنی دوران^{۱۰} در طی حرکت ثابت فرض شده بود که در حالت واقعی قابل اعمال نمی‌باشد. مشاهدات واقعی نشان می‌دهد که در سرعت‌های کم مولفه طولی مرکز آنی دوران تقریباً برابر صفر است ($x_{icr} \approx 0$) لیکن در مانورهای دورانی با سرعت‌های بالاتر، این مقدار بزرگتر شده و ممکن است از چهارچوب چرخهای ربات خارج شود که منجر به کاهش پایداری حرکتی ربات می‌گردد. مساله دیگری که توجه بسیاری از محققین را در سالهای اخیر جلب کرده است، مساله پایداری حول وضعیت ثابت است^{۱۱}. بر اساس قضیه براکت [۱۲] هیچ فیدبک هموار استاتیکی از متغیرهای حالت وجود ندارد که بتواند یک سیستم غیرهولونومیک با پویایی محدود^{۱۲} را حول یک وضعیت ثابت پایدار کند [۱۳]. اگرچه روش‌های گوناگونی برای پایداری رباتهای سیار وجود دارد [۱۴-۱۸]، مطالعات کمی در خصوص بررسی اثرات لغزش طولی و جانبی در پایداری رباتهای سیار انجام شده است. کورادینی^{۱۳} و همکارانش [۱۹] از یک کنترلر سینماتیکی برای پایداری ربات با استفاده از کنترلر مود لغزشی گسسته با زمان استفاده کردند. دیکسون^{۱۴} و همکارانش [۲۰] یک کنترلر سینماتیکی با استفاده از نوسانگر دینامیکی ارائه

¹ Wang

² Backstepping

³ Low

⁴ Wang

⁵ Car-like

⁶ Overactuated

⁷ Caracciolo

⁸ Maalouf

⁹ Yi

¹⁰ Instantaneous Center of Rotation (ICR)

¹¹ Posture Stabilization

¹² Restricted mobility

¹³ Corradini

¹⁴ Dixon

دادند که قادر به انجام هم زمان ردیابی مسیر مرجع و پایدارسازی حول وضعیت بود. آنها لغزش طولی و جانبی ربات را بعنوان یک اغتشاش سینماتیکی در نظر گرفتند که باعث عدم برقراری قید غیرهولونومیک ربات می‌گردید.

اخیرا پایدارسازی ربات‌های فرمانش لغزشی توسط کازلوفسکی^۱ و پازدرسکی^۲ توسعه داده شد [۲۱]. آنها آنها بر اساس نوسانگر دینامیکی دیکسون [۲۲] قانون کنترلی ارائه دادند که قادر به انجام هم زمان ردیابی مسیر مرجع و پایدارسازی حول وضعیت بود. اگرچه آنها مساله پایدارسازی ربات‌های فرمانش لغزشی را توسعه دادند اما x_{icr} یک مقدار ثابت مخالف صفر فرض شده بود. آنها در ادامه تحقیقاتشان بر پایدارسازی ربات‌های فرمانش لغزشی، کنترلرهای سینماتیکی ارائه دادند که در آنها فرض غیرکاربردی مرکز آنی دوران ثابت حذف شده بود [۲۳-۲۴]. در واقع آنها قانون کنترل را به نحوی طراحی نمودند که مرکز آنی دوران در طی حرکت در چهارچوب ربات باقی بماند. لیکن اثرات لغزش طولی چرخ‌های ربات در نظر گرفته نشده بود. همچنین کنترلر پیشنهادی آنها در سطح سینماتیکی طراحی شده بود. در کنترلرهای سینماتیکی فرض می‌شود که یک کنترلر دینامیکی وجود دارد به نحوی که بتواند سرعتهای مورد نیاز کنترلر سینماتیکی را به طور کامل در هر لحظه فراهم نماید. اما در عمل مدلسازی ربات در سطح دینامیکی که در آن گشتاورها و نیروها به عنوان ورودی کنترلی هستند، رویکرد واقع بینانه‌تری است. از سوی دیگر تعیین مقادیر دقیق پارامترهای یک ربات سیار واقعی تقریبا غیر ممکن است. بنابراین برای غلبه بر نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی در سیستم‌های دینامیکی کنترلرهای مقاوم توسعه پیدا کردند.

در این مقاله یک کنترلر پایدارساز مقاوم برای ربات‌های فرمانش لغزشی ارائه شده است. اثرات لغزش طولی و دینامیک چرخ‌ها در نظر گرفته شده است. یک کنترلر ناظر فازی به نحوی طراحی شده است که مرکز آنی دوران در طی حرکت در چهارچوب ربات باقی مانده و پایداری دینامیک داخلی ربات حفظ شود. همچنین همگرایی نمایی خطای ردیابی به یک همسایگی کوچک دلخواه از مبدأ اثبات می‌شود. بخشهای مختلف این مقاله به صورت زیر هستند. در بخش ۲ به مدلسازی سینماتیکی و دینامیکی ربات فرمانش لغزشی چهارچرخ و انتقال معادلات به یک شکل مناسب جهت اهداف کنترلی خواهیم پرداخت. بخش ۳ مربوط به طراحی قانون کنترلی است. در بخش ۴ نتایج شبیه‌سازی نشان داده شده است. نهایتا نتایج در بخش ۵ آورده شده است.

۲- مدلسازی ربات

در این بخش ابتدا مدل سینماتیکی و دینامیکی ربات فرمانش لغزشی ارائه می‌شود. سپس با انتقال مختصات مدل سیستم را به یک شکل مناسب برای اهداف کنترلی تبدیل می‌کنیم.

¹ Kozlowski

² Pazderski

۲-۱- مدل سینماتیکی و دینامیکی ربات

مدل سینماتیکی یک چرخ تنهای^۱ غیرهولونومیک که برای مدلسازی بسیاری از رباتهای سیار بکار می‌رود، به صورت زیر است:

$$\dot{q} = S(q)v \quad (۱)$$

که در آن $q = [x_c \quad y_c \quad \theta]^T$ موقعیت و جهت مرکز جرم ربات در دستگاه مختصات ثابت، بردار سرعت‌های خطی و دورانی ربات و $S(q)$ به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$S(q) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

در سیستم (۱) رابطه زیر که به قید عدم لغزش معروف است برقرار است:

$$\dot{x}_c \sin \theta - \dot{y}_c \cos \theta = 0 \quad (۳)$$

لیکن در رباتهای فرمانش لغزشی به دلیل وجود لغزش جانبی چرخ‌های ربات در مانورهای دورانی، این قید برقرار نمی‌باشد. مدل سینماتیکی این ربات‌ها به صورت زیر می‌باشد.

$$\dot{q} = S(q)v + A(q)v_y \quad (۴)$$

که در آن $A(q) = [-\sin \theta \quad \cos \theta \quad 0]^T$ برداری است که بر ستون‌های $S(q)$ متعامد است و v_y سرعت جانبی مرکز جرم ربات در دستگاه متصل به ربات می‌باشد. به منظور دستیابی به یک مدل دینامیک مناسب جهت اهداف کنترلی فرضیات زیر لحاظ شده است.

(۱) تعلیق ربات صرفنظر شده است.

(۲) ربات بر روی یک سطح افقی حرکت می‌کند.

دیگرام آزاد نیروهای ربات در شکل (۱) نشان داده شده است. معادلات حرکت در دستگاه متصل به مرکز جرم ربات به صورت زیر می‌باشند.

$$\begin{aligned} m(\dot{v}_x - v_y \Omega) &= F_{xl} + F_{xr} \\ m(\dot{v}_y + v_x \Omega) &= F_{yf} + F_{yb} \\ I_z \dot{\Omega} &= t(F_{xr} - F_{xl}) + aF_{yf} - bF_{yb} \\ I_w \dot{\omega}_l &= n\tau_l - rF_{xl} + d_l \\ I_w \dot{\omega}_r &= n\tau_r - rF_{xr} + d_r \end{aligned} \quad (۵)$$

که در آن m جرم ربات، I_z ممان اینرسی ربات حول مرکز جرم، I_w ممان اینرسی چرخ‌های ربات حول مرکز جرم چرخ، r شعاع چرخ‌ها، n نسبت چرخ دنده‌ها، t نصف طول محور بین چرخ‌های ربات، a و b به ترتیب فاصله مرکز جرم ربات از محورهای عقب و جلو، Ω سرعت دورانی ربات، ω_l و ω_r به ترتیب سرعت دورانی چرخ‌های سمت چپ و راست ربات، d_l و d_r به ترتیب گشتاورهای اغتشاشی خارجی چپ و

^۱Unicycle

راست ربات، F_{xl} و F_{xr} به ترتیب مجموع نیروهای طولی تایرهای چپ و راست ربات و F_{yf} و F_{yb} به ترتیب مجموع نیروهای اصطکاکی جانبی تایرهای جلو و عقب ربات هستند.

اگر قید غلتش ناب برقرار باشد، سرعت خطی چرخ‌های چپ و راست ربات از رابطه $v_{xl} = r\omega_l$, $v_{xr} = r\omega_r$ بدست می‌آیند، اما در حالت کلی این قید در طول حرکت برقرار نیست. بعنوان مثال وقتی که یک ربات بر روی سطح لغزنده‌ای در حال حرکت است، چرخ‌های ربات حتی در سرعت‌های کم نیز ممکن است بلغزند. از سوی دیگر تایرهای ربات معمولاً صلب نبوده و لذا تغییر شکل تایرهای بادی منجر به لغزش ربات خواهد شد. رابطه بین نیروی طولی تایر و نسبت لغزش^۱ در شکل (۲) نشان داده شده است. بر اساس این شکل نیروی رانشی طولی ربات هرگاه لغزش مخالف صفر باشد وجود دارد. این بدان معنی است که در حالت تایرهای بادی و با وجود گشتاور خارجی، قید غلتش ناب فقط زمانی که ربات ساکن است برقرار می‌باشد. بنابراین برای یک ربات با تایرهای بادی در هنگام حرکت، همواره مقداری از لغزش بین تایر و سطح زمین وجود دارد. لذا:

$$v_{xl} = r\omega_l - v_l^s, \quad v_{xr} = r\omega_r - v_r^s \quad (۶)$$

که در آن v_{xl} و v_{xr} به ترتیب سرعت‌های لغزش سمت چپ و راست ربات هستند. **تذکره ۱:** لازم به ذکر است که اثرات لغزش جانبی و طولی چرخ‌های ربات به ترتیب در معادلات (۴) و (۶) در نظر گرفته شده‌اند. با استفاده از (۶) سرعت‌های خطی و دورانی ربات به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{I}{2}(v_{xr} + v_{xl}) = \frac{r}{2}(\omega_r + \omega_l) - \frac{I}{2}(v_r^s + v_l^s) \\ \Omega &= \frac{I}{2t}(v_{xr} - v_{xl}) = \frac{r}{2t}(\omega_r - \omega_l) - \frac{I}{2t}(v_r^s - v_l^s) \end{aligned} \quad (۷)$$

با مشتق‌گیری از (۷) و استفاده از (۵) می‌توان F_{xl} , F_{xr} را حذف و معادلات حرکت را به شکل زیر بیان نمود:

$$\begin{aligned} m_e \dot{v}_x &= 2nr\tau_1 + mr^2\Omega v_y - \delta_1 \\ I_e \dot{\Omega} &= 2tnr\tau_2 + r^2(aF_{yf} - bF_{yb}) - \delta_2 \end{aligned} \quad (۸)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} m_e &= 2I_w + mr^2, \quad I_e = 2t^2 I_w + r^2 I_z \\ \delta_1 &= I_w(\dot{v}_r^s + \dot{v}_l^s) - r(d_r + d_l), \quad \delta_2 = tI_w(\dot{v}_r^s - \dot{v}_l^s) + tr(d_r - d_l) \\ \tau_1 &= \frac{\tau_r + \tau_l}{2}, \quad \tau_2 = \frac{\tau_r - \tau_l}{2} \end{aligned} \quad (۹)$$

^۱ Slip ratio

بنابراین معادلات دینامیکی سیستم در فرم ماتریسی به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$M\dot{v} + E(v, v_y) + \tau_\delta = B\tau \quad (10)$$

$$\dot{v}_y = \frac{I}{m}(F_{yf} + F_{yb}) - v_x\Omega$$

که در آن:

$$M = \begin{bmatrix} m_e & 0 \\ 0 & I_e \end{bmatrix}, B = 2nr \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & t \end{bmatrix}, E(v, v_y) = r^2 \begin{bmatrix} -m\Omega v_y \\ bF_{yb} - aF_{yf} \end{bmatrix}, \tau_\delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

برای مدل سازی نیروهای جانبی، فرضیات زیر را در نظر می‌گیریم:

(۱) F_{yb} متناسب با نیروی عمودی چرخ‌های جلو (عقب) ربات می‌باشند.

(۲) $\text{sgn}(F_{yf}) = -\text{sgn}(v_{yf})$ و $\text{sgn}(F_{yb}) = -\text{sgn}(v_{yb})$ که در آن $v_{yf} = v_y + a\Omega$ و $v_{yb} = v_y - b\Omega$.

اولین مدلی که به ذهن خطور می‌کند، مدل اصطکاک کولمب است که در آن:

$$F_{yf} = -\frac{b}{2L} \mu mg \text{sgn}(v_{yf}) \quad (12)$$

$$F_{yb} = -\frac{a}{2L} \mu mg \text{sgn}(v_{yb})$$

که در آن $L = a + b$ است. اگرچه مدل اصطکاک (۱۲) ساده است، اما ناپیوستگی تابع علامت با رفتار فیزیکی ربات واقعی در تناقض است. بنابراین به جای تابع علامت از تابع هموار زیر که بر اساس ایده ارائه شده در [۲۶] برای مدل سازی نیروهای تایلر استخراج شده است، استفاده می‌کنیم:

$$\hat{\text{sgn}}(u) = \text{sgn}(u)(1 - \exp(-k_v|u|)) \quad (13)$$

که در آن k_v ثابت مثبتی است.

۲-۲- انتقال مختصات مدل

بدون کاستن از کلیت مساله فرض می‌کنیم که وضعیت مطلوب نهایی ربات $q = [0 \ 0 \ 0]^T$ باشد. با استفاده از انتقال مختصات معکوس پذیر زیر:

$$x = P(\theta)q \quad (14)$$

که در آن $x = [x^* \ x_3]^T = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ و

$$P(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I \\ \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\theta \cos \theta + 2 \sin \theta & -\theta \sin \theta - 2 \cos \theta & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

به معادلات انتقال یافته زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned} \dot{x}^* &= u \\ \dot{x}_3 &= x^{*T} J u + \rho \end{aligned} \quad (16)$$

که در آن $\rho = -2v_y$ که فرض می‌شود به صورت $|\rho| \leq \rho_0$ کراندار بوده و $J \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ یک ماتریس شبه متقارن به شکل زیر است:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

و ورودی کمکی u به شکل زیر با v ارتباط پیدا می‌کنند:

$$u = T^{-1} v \rightarrow v = T u \quad (18)$$

که در آن:

$$T = \begin{bmatrix} x_c \sin \theta - y_c \cos \theta & I \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

با ضرب دو طرف (۱۰) در T^T و استفاده از (۱۸) معادلات دینامیک سیستم در دستگاه جدید به شکل

زیر بدست می‌آید:

$$\bar{M} \dot{u} + \bar{V}_m u + \bar{N} + \bar{\tau}_\delta = \bar{B} \tau \quad (20)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \bar{M} &= T^T M T, \quad \bar{V}_m = T^T M \dot{T}, \quad \bar{N} = T^T E(Tu) \\ \bar{\tau}_\delta &= T^T \tau_\delta, \quad \bar{B} = T^T B \end{aligned} \quad (21)$$

همچنین ویژگی‌های زیر را که در طراحی کنترلرها مورد استفاده قرار خواهند گرفت، در مدل دینامیکی

سیستم در نظر می‌گیریم [۲۷].

ویژگی ۱. ماتریس اینرسی انتقال یافته \bar{M} ، حقیقی، متقارن و مثبت معین است و بنابراین طبق قضیه ریلی

ریتز داریم:

$$\forall \zeta \in \mathbb{R}^2 \quad m_1 \|\zeta\|^2 \leq \zeta^T \bar{M} \zeta \leq m_2(x) \|\zeta\|^2 \quad (22)$$

که در آن m_1 یک ثابت حقیقی مثبت معلوم و $m_2(x)$ تابع مثبت معلومی است که اگر آرگومان آن کراندار

باشد، کراندار خواهد بود. همچنین می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\forall \zeta \in \mathbb{R}^2 \quad \frac{1}{m_2(x)} \|\zeta\|^2 \leq \zeta^T \bar{M}^{-1} \zeta \leq \frac{1}{m_1} \|\zeta\|^2 \quad (23)$$

ویژگی ۲. ماتریس $\bar{M} - 2\bar{V}_m$ شبه متقارن است.

ویژگی ۳. دینامیک ربات (۲۰) بدون وجود اغتشاشات خارجی و دینامیکهای مدل نشده به فرم زیر قابل خطی سازی است:

$$\bar{M}\dot{u} + \bar{V}_m u + \bar{N} = Yg \quad (24)$$

۳- کنترل ربات

در این بخش یک قانون کنترل سینماتیکی بر اساس نوسانگر دینامیک [۲۲] جهت پایدارسازی ربات بدست می آید. سپس با استفاده از روش استاندارد بازگشت به عقب، یک کنترلر مقاوم در حضور نامعینیهای پارامتری و اغتشاشات خارجی و دینامیکهای مدل نشده طراحی می شود.

تعریف مساله: بردار ورودیهای کنترلی (ν یا τ) را طوری پیدا کنید که به ازای هر مقدار اولیه $q(0)$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|q(t)\| < \varepsilon \quad (25)$$

که در آن $\varepsilon > 0$ یک مقدار کوچک دلخواه است.

۳-۱- کنترل سینماتیکی ربات

بردار متغیرهای حالت جدید را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$z = \begin{bmatrix} z^*T & z_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x^*T - x_d^*T & x_3 + x_d^*T Jx^* \end{bmatrix}^T \quad (26)$$

که در آن x_d^* یک سیگنال کمکی است که توسط نوسانگر خطی زیر تولید می شود:

$$x_d^* = \Psi \xi \quad (27)$$

که $\Psi = \text{diag}\{\psi_1, \psi_2\}$ یک ماتریس مثبت معین است که در آن ψ_1, ψ_2 به شکل زیر فرض می شوند:

$$\psi_i = a_i \exp(-\alpha_i t) + \varepsilon_i \quad i = 1, 2 \quad (28)$$

که در آن $\alpha_i, a_i, \varepsilon_i$ ها مقادیر ثابت مثبتی هستند. همچنین ξ از حل معادله زیر بدست می آید:

$$\dot{\xi} = u_w J \xi, \quad \|\xi(0)\| = 1 \quad (29)$$

می توان به سادگی نشان داد که:

$$\frac{d}{dt} (\xi^T \xi) = 0 \Rightarrow \forall t \geq 0 \quad \|\xi(t)\| = \|\xi(0)\| = 1 \quad (30)$$

حال با مشتق گیری از رابطه (۲۶) معادلات دینامیکی سیستم به شکل زیر بدست می آیند:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}^* \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u - \dot{x}_d^* \\ (z^*T + 2x_d^*T)Ju + \dot{x}_d^*T J(z^* + x_d^*) + \rho \end{bmatrix} \quad (31)$$

قضیه ۱. ورودی کنترلی:

$$u = \dot{x}_d^* - k_1 z^* \quad (32)$$

و فرکانس لحظه‌ای نوسانگر:

$$u_w = \frac{1}{\psi_1 \psi_2} \left\{ k_2 z_3 + \xi^T \Psi^T J \dot{\Psi} \xi + 2k_1 z^*{}^T J x_d^* + h_z \right\} \quad (33)$$

که در آن $h_z = \frac{\rho_0^2}{\rho_0 |z_3| + \varepsilon_z} z_3$ است، پایداری GUUB^۱ سیستم معادلات (۳۱) را به صورت زیر

تضمین می‌کند:

$$z^*(t) = z^*(0) \exp(-k_1 t) \quad (34\text{-الف})$$

$$|z_3(t)| \leq \sqrt{z_3^2(t) \exp(-2k_2 t) + \frac{\varepsilon_z}{k_2} (1 - \exp(-2k_2 t))} \quad (34\text{-ب})$$

اثبات:

با توجه به روابط (۳۱)، (۳۲) و (۳۳) دینامیک حلقه بسته سیستم به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{z}^* = -k_1 z^* \quad (35\text{-الف})$$

$$\dot{z}_3 = -k_2 z_3 + (\rho - h_z) \quad (35\text{-ب})$$

(۳۵-الف) به سادگی رابطه (۳۴-الف) را اثبات می‌کند. حال تابع لیاپانوف شعاعی بی‌کران^۲ مثبت معین زیر را در نظر می‌گیریم:

$$V_1 = \frac{1}{2} z_3^2 \quad (36)$$

با مشتق‌گیری از تابع (۳۶) و استفاده از معادله (۳۵-ب) رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\dot{V}_1 = -k_2 z_3^2 + z_3(\rho - h_z) \leq -k_2 z_3^2 + \frac{\rho_0 |z_3|}{\rho_0 |z_3| + \varepsilon_z} \varepsilon_z \leq -2k_2 V_1 + \varepsilon_z \quad (37)$$

حال با استفاده از (۳۷) و لم ۱ پیوسته‌ها رابطه (۳۴-ب) اثبات می‌گردد.

تذکره ۲: با استفاده از (۳۴) می‌توان نتیجه گرفت که $z(t) \in \ell_\infty$ با کمک (۲۷) و با توجه به اینکه

$\xi(t) \in \ell_\infty$ ، $\Psi(t) \in \ell_\infty$ می‌توان نتیجه گرفت که $x_d^*(t) \in \ell_\infty$. لذا با استفاده از (۲۶) $x(t) \in \ell_\infty$ با توجه به

(۲۸)، $\dot{\Psi}(t) \in \ell_\infty$ و لذا با استفاده از (۳۳) می‌توان نتیجه گرفت که $u_w(t) \in \ell_\infty$. بنابراین $\dot{x}_d^* \in \ell_\infty$ و لذا

با توجه به (۳۲) می‌توان نتیجه گرفت که $u(t) \in \ell_\infty$.

تذکره ۳: از (۳۴) می‌توان به سادگی نشان داد که :

^۱ Globally Uniformly Ultimately Bounded

^۲ Radially Unbounded

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x^*\| \leq \varepsilon_m = e_1 \quad (38)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_3| \leq \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{k_2} + \varepsilon_m^2} = e_2$$

که در آن $\varepsilon_m = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}$ بنابراین:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_c|, |y_c| \leq \frac{1}{2} \left(e_1 \sqrt{e_1^2 + 4} + e_2 \right) \quad (39)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\theta| \leq e_1$$

۳-۲- کنترل مقاوم ربات

سیگنال خطای بازگشت به عقب را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\eta = u_k - u \quad (40)$$

که در آن u_k کنترلر سینماتیکی (۳۲) و u ورودی انتقال یافته (۱۸) است. لذا معادلات دینامیکی (۲۰) به شکل زیر تبدیل می‌شوند:

$$[\bar{M}\dot{u}_k + \bar{V}_m u + \bar{N}] + \bar{\tau}_\delta - \bar{M}\dot{\eta} = \bar{B}\tau \quad (41)$$

با توجه به ویژگی ۳ می‌توان عبارت داخل براکت را به شکل زیر برحسب پارامترهای سیستم خطی‌سازی کرد:

$$\bar{M}\dot{u}_k + \bar{V}_m u + \bar{N} = Y\vartheta \quad (42)$$

بردار κ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\kappa = \bar{M}\dot{u}_k + \bar{V}_m u + \bar{N} + \bar{\tau}_\delta = Y\vartheta + \bar{\tau}_\delta \quad (43)$$

در نتیجه دینامیک خطای $\eta(t)$ به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\dot{\eta} = (\bar{M})^{-1}(\kappa - \bar{B}\tau) \quad (44)$$

قضیه ۲. گشتاور کنترلی بیان شده در (۳۲)، (۳۳) و

$$\tau = (\bar{B})^{-1}[\hat{\kappa} + k_\eta m_2(x)\eta + m_2(x)h_\eta] \quad (45)$$

که در آن $\hat{\kappa} = Y\hat{\vartheta}$ بهترین تخمین κ ، k_η گین مثبت کنترلی و $h_\eta = \frac{\Lambda^2}{\Lambda\|\eta\| + \varepsilon_\eta}$ است که در آن Λ

مقدار معلومی است که در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$\|(\bar{M})^{-1}[Y\hat{\vartheta} + \bar{\tau}_\delta + \bar{M}(z_3 J(z^* + 2x_d^*) - z^*)]\| \leq \Lambda \quad (46)$$

پایداری GUUB سیستم معادلات دینامیکی (۲۰) و (۳۱) را به صورت زیر تضمین می‌کند:

$$\|Z(t)\| \leq \sqrt{\|Z(0)\|^2 \exp(-2k_{min}t) + \frac{\varepsilon_0}{k_{min}}(1 - \exp(-2k_{min}t))} \quad (47)$$

که در آن $\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{z}^T(t) & \boldsymbol{\eta}^T(t) \end{bmatrix}^T$ و $k_{min} = \min\{k_1, k_2, k_\eta\}$ ، $\varepsilon_0 = \varepsilon_z + \varepsilon_\eta$ اثبات:

تابع لیاپانوف شعاعی بی کران مثبت معین زیر را در نظر بگیرید:

$$V_2 = \frac{1}{2} \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} = \frac{1}{2} \mathbf{z}^{*T} \mathbf{z}^* + \frac{1}{2} z_3^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} \quad (48)$$

با مشتق گیری از (۴۸) و استفاده از ویژگی ۲ و قانون کنترل (۴۵):

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 \mathbf{z}^{*T} \mathbf{z}^* - k_2 z_3^2 + z_3(\rho - h_z) + \boldsymbol{\eta}^T (\bar{\mathbf{M}})^{-1} [\mathbf{Y} \tilde{\mathbf{g}} + \bar{\boldsymbol{\tau}}_\delta] \\ & + \left(z_3 \mathbf{J} (\mathbf{z}^* + 2\mathbf{x}_d^*) - \mathbf{z}^* \right) - k_\eta m_2(\mathbf{x}) \boldsymbol{\eta} - m_2(\mathbf{x}) \mathbf{h}_\eta \end{aligned} \quad (49)$$

بنابراین با استفاده از ویژگی ۱ و با انجام محاسبات ساده داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -k_1 \|\mathbf{z}^*\|^2 - k_2 z_3^2 + \varepsilon_z + \Lambda \|\boldsymbol{\eta}\| \\ & - k_\eta m_2(\mathbf{x}) \boldsymbol{\eta}^T (\bar{\mathbf{M}})^{-1} \boldsymbol{\eta} - m_2(\mathbf{x}) \frac{\boldsymbol{\eta}^T (\bar{\mathbf{M}})^{-1} \boldsymbol{\eta} \Lambda^2}{\Lambda \|\boldsymbol{\eta}\| + \varepsilon_\eta} \\ \leq & -k_1 \|\mathbf{z}^*\|^2 - k_2 z_3^2 - k_\eta \|\boldsymbol{\eta}\|^2 + \varepsilon_z + \varepsilon_\eta \\ \leq & -2k_{min} V_2 + \varepsilon_0 \end{aligned} \quad (50)$$

لذا با توجه به (۵۰) و لم ۱ پیوستها می توان رابطه زیر را بدست آورد:

$$V_2(t) \leq V_2(0) \exp(-2k_{min}t) + \frac{\varepsilon_0}{2k_{min}} (1 - \exp(-2k_{min}t)) \quad (51)$$

نهایتا با کمک (۴۸) و (۵۱) رابطه (۴۷) اثبات می شود.

تذکره ۴: با استفاده از (۴۸) و (۵۱) می توان نتیجه گرفت که $V_2(t) \in \ell_\infty$. بنابراین $\mathbf{z}(t), \boldsymbol{\eta}(t) \in \ell_\infty$. در نتیجه با توجه به (۱۰) و اینکه $\mathbf{x}_d^*(t) \in \ell_\infty$ داریم $\mathbf{x}(t) \in \ell_\infty$. از آنجایی که $\boldsymbol{\xi}(t), \boldsymbol{\Psi}(t), \dot{\boldsymbol{\Psi}}(t) \in \ell_\infty$ استفاده از (۳۳) $u_w(t) \in \ell_\infty$ در نتیجه $\dot{\mathbf{x}}_d^* \in \ell_\infty$ لذا با توجه به (۳۲) می توان نتیجه گرفت که $u_k(t) \in \ell_\infty$. بنابراین از (۴۰) $\mathbf{u}(t) \in \ell_\infty$. با کمک (۳۱) $\dot{\mathbf{z}}(t) \in \ell_\infty$ و لذا از آنجایی که $h_z(t), \dot{h}_z(t), \mathbf{h}_\eta(t), \dot{\mathbf{h}}_\eta(t) \in \ell_\infty$ داریم $u_w(t) \in \ell_\infty$ و در نتیجه $\dot{\mathbf{u}}_k(t) \in \ell_\infty$. لذا از (۴۳) $\boldsymbol{\kappa} \in \ell_\infty$. بنابراین $\mathbf{Y} \in \ell_\infty$ از (۴۶) $\tilde{\mathbf{q}} \in \ell_\infty$ و با کمک تعریف $\tilde{\mathbf{q}}$ می توان نتیجه گرفت که $\tilde{\mathbf{q}} \in \ell_\infty$. در نتیجه $\hat{\boldsymbol{\kappa}} \in \ell_\infty$. نهایتا از آنجایی که ماتریس $\bar{\mathbf{B}}$ معکوس پذیر است، با توجه به (۴۵) $\boldsymbol{\tau} \in \ell_\infty$.

تذکره ۵: از (۴۷) به سادگی می توان نشان داد که:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \| \mathbf{x}^* \| \leq \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{k_{min}}} + \varepsilon_m = e'_1 \quad (52)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_3| \leq \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{k_{min}}} + \varepsilon_m e'_1 = e'_2$$

بنابراین:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_c|, |y_c| \leq \frac{1}{2} \left(e'_1 \sqrt{e'^2_1 + 4} + e'_2 \right) \quad (53)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\theta| \leq e'_1$$

۳-۳- کنترل ناظر فازی

معادله دوم (۱۰) بیانگر دینامیک حرکت جانبی ربات است. از آنجایی که سرعت جانبی ربات توسط گشتاور ورودی τ قابل کنترل نمی‌باشد، این معادله بعنوان دینامیک داخلی ربات شناخته می‌شود. لذا بررسی پایداری دینامیک داخلی در طول حرکت ضروری است. همچنین در حالتی که تمام چرخ‌های ربات در جهت یکسان دارای لغزش جانبی باشند، پایداری حرکت ربات کاهش می‌یابد. بنابراین جهت حرکت مناسب ربات یک کنترلر ناظر فازی تحت شرایط زیر ارائه می‌گردد:

(۱) دینامیک داخلی ربات پایدار باشد.

(۲) مولفه طولی مرکز آنی دوران در چهارچوب ربات قرار گیرد. به عبارت دیگر $-b < x_{icr} < a$.

ابتدا تابع لیپانوف $V_3 = \frac{1}{2} v_y^2$ را در نظر بگیرید. به وضوح مشخص است که اگر شرط $v_y \dot{v}_y \leq 0$ برقرار باشد، براساس قضیه لیپانوف دینامیک حرکت جانبی ربات پایدار خواهد بود. همچنین مولفه طولی مرکز آنی دوران را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$x_{icr} = -\frac{v_y}{\Omega} \quad (54)$$

بنابراین اگر شرط $c|\Omega| - |v_y| > 0$ برقرار باشد که در آن $c = \min\{a, b\}$ است، آنگاه $-b < x_{icr} < a$. شکل (۳) یک کنترلر فازی را نشان می‌دهد که ورودی‌های آن $-v_y \dot{v}_y$ و $c|\Omega| - |v_y|$ و خروجی آن K است که برای گین‌های کنترلی k_1, k_2 و k_η مورد استفاده قرار می‌گیرد.

براساس تحلیل فوق اگر ورودی‌های کنترل فازی مثبت باشند، پایداری جانبی ربات برقرار می‌گردد. توابع عضویت ورودی و خروجی در شکل (۴) و قوانین پایه در جدول (۱) نمایش داده شده‌اند. ایده‌ای که برای طراحی کنترل فازی استفاده شده است، بر پایه پایداری حرکت جانبی ربات بدست آمده است. در واقع هرگاه پایداری حرکت جانبی ربات در منطقه امن باشد، گین کنترلی (خروجی کنترل فازی) بزرگ‌تر می‌شود تا سرعت همگرایی را افزایش دهد و هنگامی که این پایداری به منطقه ناامن نزدیک می‌شود، گین کنترلی کوچک می‌شود تا مانع از لغزش جانبی ربات و ورود به منطقه ناامن گردد. لازم به ذکر است که منظور از منطقه امن در اینجا بخشی از فضای حالت است که دو شرط مذکور در طراحی کنترل فازی برقرار هستند.

لازم به ذکر است که کنترل فازی صرفاً برای تعیین گین‌های کنترلی مورد استفاده در کنترل مقاوم بکار می‌رود و لذا خدشه‌ای بر عملکرد کنترل مقاوم و پایداری آن وارد نخواهد ساخت.

۴- نتایج شبیه سازی

به منظور اعتبارسنجی تحلیل‌های تئوری، نتایج شبیه سازی کنترلر مقاوم طراحی شده را مورد بررسی قرار می‌دهیم. وضعیت اولیه ربات $q(0) = [0 \ 1 \ 0]^T$ و وضعیت نهایی $q_f = [0 \ 0 \ 0]^T$ در نظر گرفته شده است. به منظور بررسی تاثیر کنترلر ناظر فازی شبیه‌سازی‌ها برای دو حالت نشان داده شده است: (الف) زمانیکه کنترلر ناظر فازی مورد استفاده قرار گرفته است و (ب) بدون استفاده از کنترلر ناظر فازی. پارامترهای ربات بر اساس پارامترهای ربات فرمانش لغزشی P3AT ساخت شرکت اکتیوم‌دیا رباتیکز^۱ انتخاب شده است [۲۸].

$$m = 40 \text{ kg}, \quad I_z = 0.413 \text{ kg.m}^2, \quad I_w = 0.01 \text{ kg.m}^2, \quad \mu = 0.5 \quad (55)$$

$$a = 0.138 \text{ m}, \quad b = 0.122 \text{ m}, \quad r = 0.1075 \text{ m}, \quad 2t = 0.395 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}, \quad n = 49.8$$

همچنین فرض می‌کنیم که مؤلفه‌های بردار اغتشاش خارجی d نویز سفید با حداکثر دامنه 0.2 باشند. پارامترهای کنترلر مقاوم ارائه شده را به شکل زیر در نظر می‌گیریم.

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_z = \varepsilon_\eta = \varepsilon = 0.02, \quad \rho_0 = 1, \quad k_v = 10$$

$$a_1 = a_2 = 2, \quad \alpha_1 = \alpha_1 = 0.4, \quad \Gamma = \text{diag}\{0.1, 0.005, 200, 200\}$$

$$k_1 = k_2 = K, \quad k_\eta = K + 2 \quad \text{حالت (الف)} \quad (56)$$

$$k_1 = k_2 = 1, \quad k_\eta = 3 \quad \text{حالت (ب)}$$

با فرض 30% خطا برای مقادیر جرم، ضریب اصطکاک، ممان اینرسی ربات و ممان اینرسی چرخ‌های ربات، نتایج شبیه سازی برای دو حالت (الف) و (ب) به صورت شکل‌های (۵) و (۶) خواهد بود. با توجه به شکل‌های a-۵ و a-۶ کنترلر مقاوم ارائه شده به خوبی قادر به پایدارسازی ربات به یک همسایگی مبدا است. با توجه به شکل‌های c-۵ و c-۶ مشاهده می‌شود که گشتاور اعمالی توسط موتورهای ربات در هر دو حالت تقریباً شبیه به هم است اما از آنجاییکه مقدار ورودی‌ها در شروع حرکت (طی ۲ ثانیه اول) در حالت (ب) کمی بیشتر از حالت (الف) است، لذا در حالت (ب) ربات فاصله بیشتری تا مبدا کسب کرده است (به شکل‌های b-۵ و b-۶ دقت شود). همچنین اگرچه شرط $|\rho| \leq \rho_0$ در طول حرکت برای هر دو حالت برقرار است (شکل‌های d-۵ و d-۶)، لیکن در آغاز حرکت مقدار سرعت جانبی ربات در حالت (ب) بزرگتر از حالت (الف) بوده و به همین دلیل مولفه افقی مرکز آنی دوران از چهارچوب ربات (که با خط چین نمایش داده شده است) خارج شده است (به تصویر بزرگنمایی شده توجه شود)، حال آنکه در حالت (الف) با وجود یک کنترلر ناظر فازی مولفه افقی مرکز آنی دوران در داخل چهارچوب ربات تغییر کرده است.

¹ActiveMedia Robotics

نتیجه‌گیری

در این مقاله قانون کنترل مقاوم دینامیکی ربات فرمانش لغزشی ارائه شد. تاثیر لغزش طولی و دینامیک چرخ‌ها بررسی و همگرایی نمایی خطای ردیابی به یک همسایگی کوچک دلخواه از مبدأ با وجود اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های پارامتری با استفاده از قضیه لیاپانوف اثبات شد. به منظور حفظ مرکز آنی دوران در چهارچوب ربات و پایداری دینامیک داخلی یک کنترلر ناظر فازی طراحی گردید. نتایج شبیه‌سازی نشان دهنده امکان‌پذیری و عملکرد مناسب کنترلر پیشنهادی بود. در کارهای آتی کنترلرهای طراحی شده بر روی ربات واقعی پیاده‌سازی خواهد شد.

مراجع

- [1] Leroquais, W., and d'Andrea-Novel, B., "Modeling and Control of Wheeled Mobile Robots not Satisfying Ideal Velocity Constraints: The Unicycle Case", Proceedings of 35th Conference on Decision and Control, Kobe, Japan, pp. 1437-1442, (1996).
- [2] Motte, I., and Campion, G., "A Slow Manifold Approach for the Control of Mobile Robots not Satisfying the Kinematic Constraints", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 16, No. 6, pp. 875-880, (2000).
- [3] Zhang, Y., Chung, J.H., and Velinsky, S.A., "Variable Structure Control of a Differentially Steered Wheeled Mobile Robot", Journal of Intelligent and Robotic Systems, Vol. 36, No. 3, pp. 301-314, (2003).
- [4] Wang, Z.P., Su, C.Y., Lee, T.H., and Ge, S.S., "Robust Adaptive Control of a Wheeled Mobile Robot Violating the Pure Nonholonomic Constraint", 8th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, Kuming, China, pp. 987-992, (2004).
- [5] Low, C.B., and Wang, D., "GPS-Based Tracking Control for a Car-like Wheeled Mobile Robot with Skidding and Slipping", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 13, No. 4, pp. 480-484, (2008).
- [6] Low, C.B., and Wang, D., "GPS-Based Path Following Control for a Car-like Wheeled Mobile Robot with Skidding and Slipping", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 16, No. 2, pp. 340-347, (2008).
- [7] Wang, D., and Low, C.B., "Modeling and Analysis of Skidding and Slipping in Wheeled Mobile Robots: Control Design Perspective", IEEE Transactions on Robotics, Vol. 24, No. 3, pp. 676-687, (2008).
- [8] Ploeg, J., Schouten, H.E., and Nijmeijer, H., "Control Design for a Mobile Robot Including Tire Behavior", IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Eindhoven, The Netherlands, pp. 240-245, (2008).
- [9] Caracciolo, L., Luca, A.D., and Iannitti, S., "Trajectory Tracking Control of a Four Wheeled Differentially Driven Mobile Robot", Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation, Detroit, MI, USA, pp. 2632-2638, (1999).

- [10] Maaloufa, E., Saada, M., and Saliab, H., "A Higher Level Path Tracking Controller for a Four-wheel Differentially Steered Mobile Robot", *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 54, No. 1, pp. 23-33, (2006).
- [11] Yi, J., Song, D., Zhang, J., and Goodwin, Z., "Adaptive Trajectory Tracking Control of Skid-steered Mobile Robots", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Roma, Italy, pp. 2605-2610, (2007).
- [12] Brockett, R.W., "Asymptotic Stability and Feedback Stabilization", *Differential Geometric Control Theory*, Birkhauser, Boston, USA, pp. 181-191, (1983).
- [13] Bloch, A.M., Reyhanoglu, M., and McClamroch, N.H., "Control and Stabilization of Nonholonomic Dynamic Systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 37, No.11, pp. 1746-1757, (1992).
- [14] Samson, C., "Control of Chained Systems Application to Path Following and Time-varying Point-stabilization of Mobile Robots", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 40, No. 1, pp. 64-77, (1995).
- [15] Canudas de Wit, C., and Sørđalen, O.J., "Exponential Stabilization of Mobile Robots with Nonholonomic Constraints", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 37, No. 11, pp. 1791-1797, (1992).
- [16] Ge, S.S., Wang, J., Lee, T.H., and Zhou, G.Y., "Adaptive Robust Stabilization of Dynamic Nonholonomic Chained Systems", *Journal of Robotic Systems*, Vol. 18, No. 3, pp. 119-133, (2000).
- [17] Dixon, W.E., de Queiroz, M.S., Dawson, D.M., and Flynn, T.J., "Adaptive Tracking and Regulation of a Wheeled Mobile Robot with Controller/Update Law Modularity", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 12, No. 1, pp. 138-147, (2004).
- [18] Ma, B.L., and Tso, S.K., "Robust Discontinuous Exponential Regulation of Dynamic Nonholonomic Wheeled Mobile Robots with Parameter Uncertainties", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 18, No. 9, pp. 960-974, (2007).
- [19] Corradini, M.L., Leo, T., and Orlando, G., "Robust Stabilization of Mobile Robot Violating the Nonholonomic Constraint Via Quasi-sliding Modes", *Proceedings of American Control Conference*, San Diego, California, USA, pp. 3935-3939, (1999).
- [20] Dixon, W.E., Dawson, D.M., and Zergeroglu, E., "Robust Control of a Mobile Robot System with Kinematic Disturbances", *Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications*, Anchorage, AK, USA, pp. 437-442, (2000).
- [21] Kozłowski, K., and Pazderski, D., "Modeling and Control of a 4-Wheel Skid-steering Mobile Robot", *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, Vol. 14, No. 4, pp. 477-496, (2004).
- [22] Dixon, W.E., Dawson, D.M., Zergeroglu, E., and Behal, A. "*Nonlinear Control of Wheeled Mobile Robots*", 1st Edition, Springer-Verlag, London, (2001).

- [23] Kozłowski, K., and Pazderski, D., "Practical Stabilization of a Skid-steering Mobile Robot- A Kinematic-based Approach", IEEE 3rd International Conference on Mechatronics, Budapest, Hungary, pp. 519-524, (2006).
- [24] Pazderski, D., and Kozłowski, K., "Trajectory Tracking of Underactuated Skid-steering Robot", American Control Conference, Washington, USA, pp. 3506-3511, (2008).
- [25] Rajamani, R. "*Vehicle Dynamics and Control*", 1st Edition, Springer Science + Business Media, New York, (2005).
- [26] Ward, C.C., and Iagnemma, K., "A Dynamic-model-based Wheel Slip Detector for Mobile Robots on Outdoor Terrain", IEEE Transactions on Robotics, Vol. 24, No. 4, pp. 821-831, (2008).
- [27] Lewis, F., Abdallah, C., and Dawson, D. "*Control of Robot Manipulators*", 1st Edition, MacMillan, New York, (1993).
- [28] Krishnamurthy, D.A., "Modeling and Simulation of Skid Steered Robot Pioneer P3AT", M.Sc. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Florida State University, USA, (2008).
- [29] Dawson, D.M., Hu, J., and Burg, T.C. "*Nonlinear Control of Electric Machinery*", 1st Edition, Marcel Dekker, New York, (1998).

فهرست نمادهای انگلیسی

- a : فاصله مرکز جرم ربات از محور چرخ‌های جلو
- a_1, a_2 : گین‌های کنترلی سیگنال کمکی x_d^*
- b : فاصله مرکز جرم ربات از محور چرخ‌های عقب
- d_l : گشتاور اغتشاشی خارجی وارده به سمت چپ ربات
- d_r : گشتاور اغتشاشی خارجی وارده به سمت راست ربات
- F_x : نیروی طولی ربات
- F_y : نیروی جانبی وارد بر ربات
- g : شتاب ثقل
- I_w : ممان اینرسی چرخ‌های ربات حول مرکز جرم چرخ‌ها
- I_z : ممان اینرسی ربات حول مرکز جرم
- k_1, k_2 : گین‌های کنترلر سینماتیکی و مقاوم
- k_η : گین کنترلر مقاوم
- L : فاصله بین محور چرخ‌های جلو و عقب ربات
- m : جرم ربات

n : نسبت تبدیل گیربکس موتورهای ربات

q : بردار موقعیت و جهت ربات در دستگاه مختصات ثابت دکارتی

r : شعاع چرخهای ربات

sgn : تابع علامت

t : نصف فاصله بین محور چرخهای چپ و راست ربات

u_w : فرکانس لحظه‌ای نوسانگر دینامیک میرا شونده

v : بردار سرعت طولی و دورانی ربات در دستگاه چسبیده به مرکز جرم ربات

v_x : سرعت طولی ربات در دستگاه مختصات چسبیده به مرکز جرم ربات

v_y : سرعت جانبی ربات در دستگاه مختصات چسبیده به مرکز جرم ربات

x_c : موقعیت طولی ربات در دستگاه مختصات ثابت دکارتی

x_{icr} : مولفه طولی مرکز آنی دوران در دستگاه مختصات چسبیده به مرکز جرم ربات

y_c : موقعیت عرضی ربات در دستگاه مختصات ثابت دکارتی

فهرست نمادهای یونانی

θ : جهت ربات نسبت به محور طولی دستگاه مختصات ثابت دکارتی

μ : ضریب اصطکاک بین سطح زمین و چرخهای ربات

τ : گشتاور موتورهای ربات

Ω : سرعت دورانی ربات

ω : سرعت دورانی چرخهای ربات

x_d^* : سیگنال کمکی میرا شونده

α_1, α_2 : گین های کنترلی سیگنال کمکی x_d^*

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$: گین های کنترلی سیگنال کمکی x_d^*

بالانویس‌ها

(\cdot): نمایانگر مشتق نسبت به زمان

($\hat{\cdot}$): نمایانگر تخمین یک پارامتر

($\tilde{\cdot}$): نمایانگر خطای تخمین یک پارامتر

($\overset{*}{\cdot}$): نمایانگر بردار دو مولفه اول یک بردار سه مولفه‌ای

($\overset{s}{\cdot}$): نمایانگر لغزش ربات

($\overset{T}{\cdot}$): نمایانگر علامت ترانهاده یک ماتریس

پایین نویس‌ها

- (c) : نمایانگر مرکز جرم ربات
- (x) : نمایانگر مولفه طولی در دستگاه مختصات چسبیده به مرکز جرم ربات
- (y) : نمایانگر مولفه عرضی در دستگاه مختصات چسبیده به مرکز جرم ربات
- (l) : نمایانگر سمت چپ ربات
- (r) : نمایانگر سمت راست ربات
- (f) : نمایانگر قسمت جلو ربات
- (b) : نمایانگر قسمت عقب ربات
- (min) : نمایانگر مقدار کمینه
- (max) : نمایانگر مقدار بیشینه

پیوست‌ها

لم ۱ [۲۹]: فرض کنید که $V(t)$ یک تابع اسکالر نامنفی از زمان باشد که برای آن نامساوی دیفرانسیلی:

$$\dot{V} \leq -\gamma V + \varepsilon$$

برقرار باشد که در آن γ و ε ثابتهای مثبتی هستند. در این صورت:

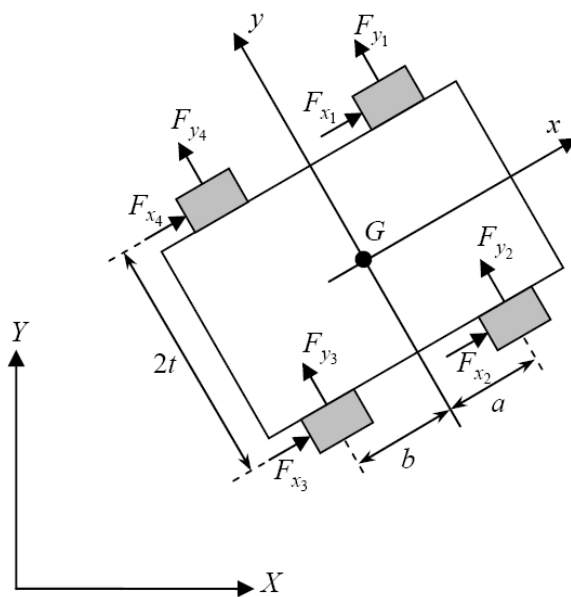
$$\forall t \geq 0 \quad V(t) \leq V(0) \exp(-\gamma t) + \frac{\varepsilon}{\gamma} (1 - \exp(-\gamma t))$$

جدولها

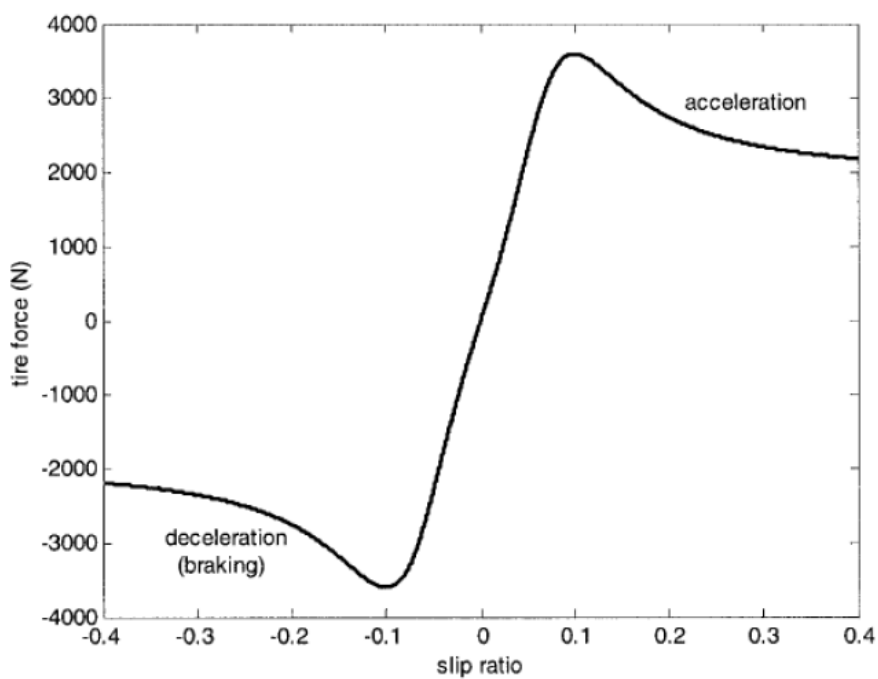
جدول ۱- قوانین پایه کنترل فازی

X_1	X_2	Y
P	P	P5
P	Z	P4
P	N	P3
Z	P	P4
Z	Z	P3
Z	N	P2
N	P	P3
N	Z	P2
N	N	P1

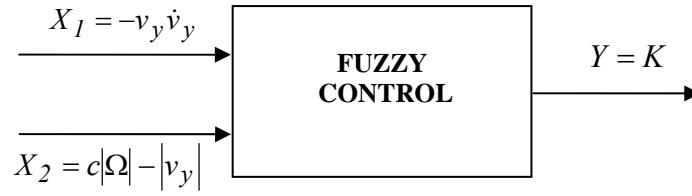
شکلها



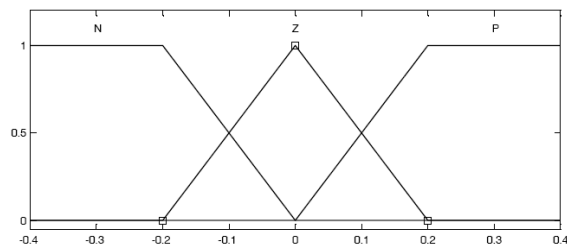
شکل ۱- دیاگرام آزاد نیروهای ربات



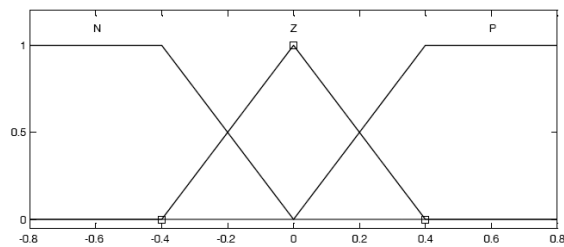
شکل ۲- نمودار نیروی طولی تایر بر حسب نسبت لغزش [۲۵]



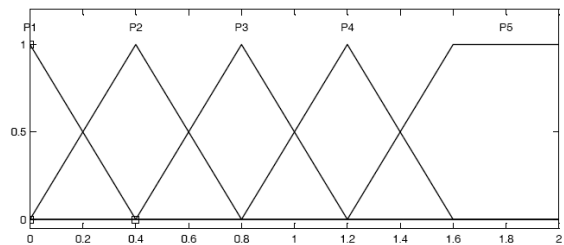
شکل ۳- ساختار کنترلر فازی



(a) X_1

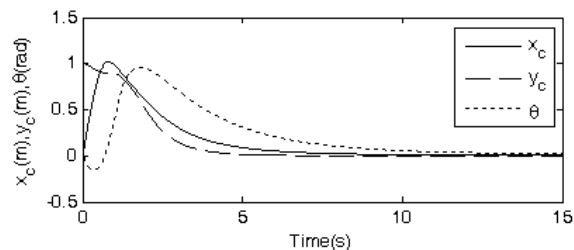


(b) X_2

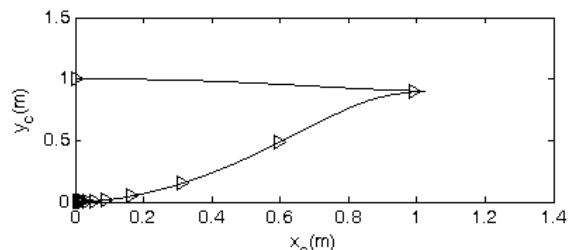


(c) Y

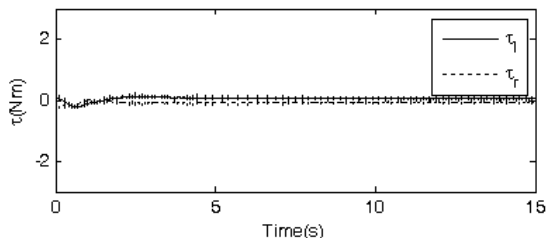
شکل ۴- توابع عضویت ورودی و خروجی



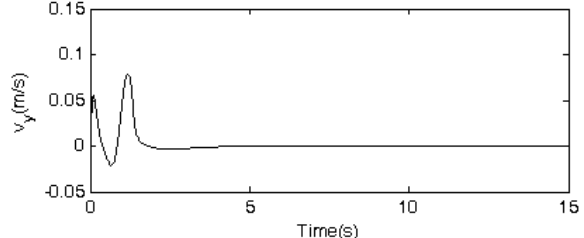
(a) Time response of the state variables



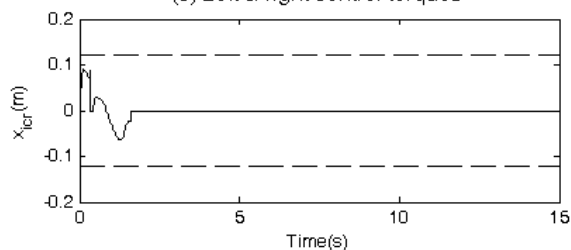
(b) Robot's path in task space marked with time step 1s



(c) Left & right control torques

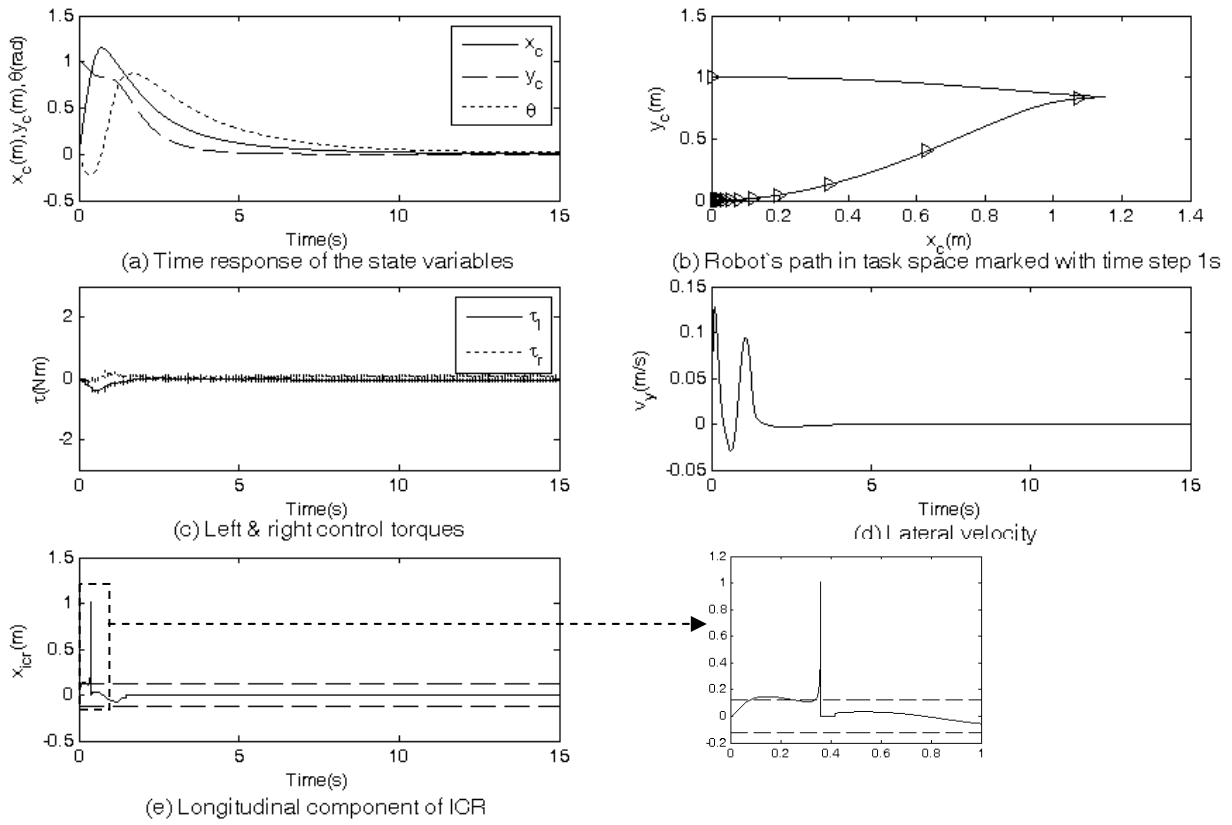


(d) Lateral velocity



(e) Longitudinal component of ICR

شکل ۵- نتایج شبیه‌سازی برای حالت (الف) (a) پاسخ زمانی متغیرهای حالت (b) مسیر طی شده در صفحه مختصات (c) گشتاورهای اعمالی به ربات (d) سرعت جانبی ربات (e) مولفه افقی مرکز آنی دوران



شکل ۶- نتایج شبیه‌سازی برای حالت (ب) (a) پاسخ زمانی متغیرهای حالت (b) مسیر طی شده در صفحه مختصات (c) گشتاورهای اعمالی به ربات (d) سرعت جانبی ربات (e) مولفه افقی مرکز آنی دوران

Abstract

This paper represents the posture stabilization of Skid Steer Wheeled Mobile Robots (SSWMRs). The presented torque controller is robust with respect to the tires longitudinal slippage, external disturbances, and parametric uncertainties of dynamical system. This controller developed based on the tunable damped dynamic oscillator and exponential convergence of the tracking error to an arbitrarily small neighborhood of the origin proved. In addition, the internal dynamics stability of the system guaranteed employing a supervisory fuzzy logic based controller. To show the performance of the proposed controller, simulation results presented for a SSWMR.