

## ارائه یک مدل مرتبه بالای توابع آیرودینامیکی یک هواپیما به کمک تبدیل موجک

سید جواد محمدی<sup>۱</sup>      مهدی سبزه‌پرور<sup>۲</sup>      مهدی کراری<sup>۳</sup>  
دانشکده فنی و مهندسی      دانشکده مهندسی هوافضا      دانشکده مهندسی برق  
دانشگاه آزاد اسلامی، واحد دامغان      دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
( تاریخ دریافت: ۸۸/۸/۱۱؛ تاریخ پذیرش: ۸۹/۵/۱۸ )

### چکیده

در این مقاله مدل مرتبه بالای سری تیلور توابع آیرودینامیک و مدل برگرفته از توابع موجک برای تابع آیرودینامیک یک هواپیمای خاص، در مقایسه با مدل متعارف ضرایب و مشتقات آیرودینامیکی، معرفی شده است. در این راستا، مدل‌های متعددی از تابع آیرودینامیک بر پایه انواع موجک‌های مادر ساخته و ارزیابی شده‌اند. نتایج شناسایی نشان می‌دهند که هر دو روش مدل‌سازی به کمک توابع ساختاری موجک و مرتبه بالای آیرودینامیک قادر به شناسایی رفتار هواپیما با دقت و کارایی بسیار بالاتری نسبت به روش‌های متعارف هستند و استفاده از مدل ساختاری برگرفته از توابع موجک مناسب‌ترین رویکرد برای شناسایی و شبیه‌سازی رفتار هواپیما است.

**واژه‌های کلیدی:** مدل‌سازی آیرودینامیکی، مشتقات مرتبه بالا، مدل‌سازی موجک، شناسایی پارامتر

### A High Order Model of an Aircraft Aerodynamic Functions, Using Wavelet Transform

S.J. Mohammadi      M. Sabze parvar      M. Karrari  
Mech. Eng. Dep't.      Aerospace Eng. Dep't.      Elec. Eng. Dep't.  
Damghan Branch, Islamic Azad Univ.      Amirkabir Univ. of Tech.

(Received: 2 Nov. 2009; Accepted: 9 Aug. 2010)

### Abstract

In contrast to the conventional aerodynamic models, the model of wavelet transform and high order Taylor series of aerodynamic functions are proposed. Using different mother wavelet transforms, different aerodynamic functions are constructed. Results show that wavelet aerodynamic model and also high order aerodynamic model of aircraft have more accuracy than the conventional aerodynamic models. The suitable wavelet aerodynamics for identification and simulation of the aircraft response is proposed.

**Keywords:** Aerodynamic Modeling, High Order Derivatives, Wavelet Modeling, Parameter Identification

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): mohammadi.s.j@gmail.com

۲- دانشیار: sabzeh@aut.ac.ir

۳- استاد: karrari@aut.ac.ir

## فهرست علائم

۱- مقدمه	$a, b$	پارامترهای داخلی موجک
شناسایی توابع آیرودینامیکی و ارائه مدل های مختلف	$\hat{a}$	بردار تخمین
آیرودینامیکی یکی از مهمترین مسائل مطرح در علم	$b$	دهانه بال
مهندسی هوافضا است که از ابتدا تا کنون مورد توجه قرار	$\bar{c}$	وتر آیرودینامیکی
گرفته است. توابع آیرودینامیک برای به دست آوردن نیروها و	$C_x, C_y, C_z$	ضرایب بدون بعد نیروهای آیرودینامیکی
ممان های آیرودینامیکی وارده بر هواپیما مورد استفاده قرار	$C_l, C_m, C_n$	ضرایب بدون بعد ممان های آیرودینامیکی
می گیرند. در این راستا چگونگی انتخاب فرم عبارات برای	$g$	شتاب جاذبه
توابع آیرودینامیکی، مدل آیرودینامیک را تعریف می کند.	$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$	ممان های اینرسی
مقاله حاضر به بررسی نقش توابع آیرودینامیک و ارائه مدل	$I_{xy}, I_{xz}, I_{zy}$	ممان های اینرسی
جدیدی از توابع آیرودینامیک پرداخته است.	$j$	پارامتر داخلی موجک
	$J$	تابع هزینه مطلوب
	$k$	پارامتر داخلی موجک
	$L, M, N$	سه گشتاور آیرودینامیکی
	$p, q, r$	مؤلفه های سرعت زاویه ای
	$\bar{q}$	فشار دینامیکی
	$S$	مساحت بال
	$u, v, w$	مؤلفه های سرعت هواپیما
	$V_t$	سرعت کل
	$x$	بردار حالت
	$\hat{x}$	تخمینی از $x$
	$x_0, u_0$	نقاط نامی
	$y$	بردار خروجی
	$Z$	بردار مشاهده
	$\alpha$	زاویه حمله
	$\alpha_{i,j}, \beta_{i,j}$	ضرایب موجک ها
	$\beta$	زاویه سرش جانبی
	$\delta e, \delta \alpha, \delta r$	ورودی های کنترلی هواپیما
	$\varphi, \theta, \psi$	زوایای آویلر
	$\Phi$	تابع موجک پدر
	$\sigma^2$	واریانس خطا
	$\Psi$	تابع موجک مادر

### ۱-۱- تاریخچه شناسایی سیستم

گوس در سال ۱۹۵۷ در ادامه یک سری مشاهدات ستاره شناسی، روش حداقل مربعات خطا<sup>۱</sup> را برای محاسبه مدار یک قمر به کار برد. برای این منظور گوس قوانین بایاس و روش حداکثر شباهت<sup>۲</sup> را به همان صورتی که امروزه نامیده می شوند برای استخراج اصول حداقل مربعات خطا به کار برد. در این راستا، عقیده استفاده از توابع تشابه توسط برنولی و گوس [۱] در قرن ۱۸ میلادی تعریف شد، اما با این وجود روش حداکثر شباهت برای اولین بار در سال ۱۹۱۲ توسط فیشر [۲] به عنوان یک روش تخمین پارامتر آماری ارائه شد. در ادامه فعالیت های انجام شده توسط دانشمندان مختلف، در سال ۱۹۶۰ کالمن [۳] روش حل بازگشتی خود را برای حل مسائل مختلف ارائه داد و در سال ۱۹۶۵ آستروم و بوهلین [۴] برای اولین بار روش حداکثر شباهت را بر روی رایانه های دیجیتال به کار بستند و آن را برای تخمین پارامترهای یک ماهواره صنعتی مورد استفاده قرار دادند. این مقوله سرآغاز دوران جدید روش های شناسایی سیستم گردید و در نهایت زاده [۵] تعریف کلاسیک از آن را در سال ۱۹۶۲ ارائه کرد.

## ۲-۱- تاریخچه شناسایی پارامترهای پروازی

انواع نیروها و ممان‌های وارده بر هواپیما را عموماً می‌توان به نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی، اینرسی، جاذبه و جلوبرنده تقسیم‌بندی کرد. تشخیص نیروهای آیرودینامیکی مسأله‌ای است که در اوایل قرن بیستم مورد توجه قرار گرفت و تاکنون مهم‌ترین مسأله در دینامیک پرواز محسوب می‌شود.

مدل‌سازی آیرودینامیکی که ابزاری را برای ارائه یک رابطه بین سه نیروی  $X$  و  $Y$  و  $Z$  در راستای محورهای دکارتی و ممان‌های  $L$  و  $M$  و  $N$  حول سه محور به عنوان تابعی از متغیرهای حرکت انتقالی خطی  $u$  و  $v$  و  $w$  و نرخ‌های چرخشی  $p$  و  $q$  و  $r$  ارائه می‌کند، توسط برایان [۶] در اوایل قرن بیستم عنوان شد. این مقوله سرآغاز تکامل شناسایی پارامترهای پروازی گردید.

سال‌های کمی پس از معرفی پایداری کلاسیک توسط برایان، تحقیقات گلارت [۷] در سال ۱۹۱۹ بر روی تحلیل حرکت فوگوبید<sup>۱</sup> و همچنین فعالیت‌های نورتون [۸] در سال‌های ۱۹۱۹ تا ۱۹۲۳ بر روی تخمین تعدادی از مشتقات نظیر  $N_v$ ,  $L_v$ ,  $Y_v$ ,  $L_p$  و  $M_w$  سرآغاز تحقیقات عملی و تجربی بر دینامیک و پایداری در حین پرواز گردید. تمایل به بررسی رفتارهای دینامیکی هواپیما رشد نموده تا اینکه در اواخر دهه چهل و اوایل دهه پنجاه روش‌های متعددی در این راستا توسط میلیکان، سیمنز، شینبرد و دوتسچو دیگران به انجام رسید. گزارش کاملی از این فعالیت‌ها در مرجع [۹] جمع‌آوری شده است.

شگردهای تحلیل خودکار اطلاعات<sup>۲</sup> که توسط رایانه‌های دیجیتال امکان‌پذیر شده بود، تمرکز تحلیل اطلاعات پروازی از روش‌های تحلیل در حوزه فرکانس را به‌طور ناگهانی به روش‌های تحلیل در حوزه زمان مبدل کرد.

اولین برنامه رایانه‌ای برای تخمین مشتقات پایداری و کنترل در سال ۱۹۷۲ توسط گروو [۱۰] در ناسا لارک<sup>۳</sup> توسعه یافت و به تدریج بر روی اطلاعات پروازی انواع مختلف هواپیماها به‌کار گرفته شد. تیلور و ایلین [۱۱] نیز یک برنامه رایانه‌ای برای تخمین پارامترهای پروازی به‌کمک روش خطای

خروجی<sup>۴</sup> و الگوریتم حداکثر شباهت نوشتند که تا سال‌های متمادی در ناسا لارک مورد استفاده قرار می‌گرفت.

## ۳-۱- تاریخچه توابع تبدیل موجک

اولین نسبت شناخته شده به تاریخچه موجک‌های مدرن به جوزف فوریه برمی‌گردد. در سال ۱۸۰۷، تحقیقات فوریه در مورد تحلیل‌های فرکانس منجر به ارائه روشی شد که اکنون آن را تحلیل‌های فوریه<sup>۵</sup> می‌نامند. کار او بر این تئوری بنیان نهاده شده است که توابع مختلف می‌توانند به‌صورت مجموعی از توابع سینوسی و کسینوسی بسط داده شوند. پس از آن اولین اشارات در مورد موجک در پیوست رساله دکتری آلفرد هار [۱۲] در سال ۱۹۰۹ دیده شده است. آلفرد هار اولین شخصی بود که یک مجموعه کامل متعامد برای فضای هیلبرت  $L_2(R)$  با حسی از ساختار تئوری موجک ایجاد کرد. پس از هار دوباره یک وقفه در تحقیقات بر روی موجک‌ها به وجود آمد اما در نهایت جهش لازم در مورد موجک‌ها در اوایل دهه ۸۰ با تحقیقات مورلت در سال ۱۹۸۲ آغاز شد. نتایج به‌دست آمده توسط او با وجود اینکه مشوق و دلگرم‌کننده بود اما چندان مورد تایید کمیته ریاضیات قرار نگرفت. پس از او گروسمن در سال ۱۹۸۴ یک اساس استوار برای تئوری موجک پایه‌گذاری کرد. کارهای او، گذشته از آنکه ارزش ریاضی بالایی داشت، باعث ایجاد اشتیاق و سرآغازی برای شروع تحقیقات درباره موجک‌ها گردید. مهم‌ترین حرکت درباره موجک‌ها در اواخر دهه ۸۰ با ارائه تحلیل‌های چند بعدی توسط مالت و مییر در سال ۱۹۸۶ و ارائه موجک‌های ساختاری متعامد با قابلیت فشردگی توسط اینگرید دابنچی در سال ۱۹۸۷ رخ داد [۱۳]. باید دانست که به‌دلیل تلاش‌های این محققین و دانشمندان متعدد دیگر است که تئوری موجک‌ها امروزه به‌عنوان یک روش در کنار علوم محاسباتی سهم‌گذاری می‌کند.

## ۴-۱- مدل‌سازی‌های مرتبه بالای آیرودینامیک

اخیراً دو روش مدل‌سازی کلی آیرودینامیک با عنوان مدل‌سازی غیرخطی-پارامتری کلی آیرودینامیک<sup>۶</sup> و مدل

4- Output Error

5- Fourier Analysis

6- Global Nonlinear Parametric Modeling

1- Phugoid

2- Automatic Data Processing

3- NASA Larc

محور X و در راستای مرکز ثقل عمل می‌کند. اتمسفر به صورت ایستا<sup>۲</sup> منظور شده و از انحناء زمین صرف نظر شده و فرض شده که زمین در فضای اینرسی ثابت است. بنابراین محورهای مختصات زمین به صورت محورهای اینرسی در نظر گرفته شده است. میدان جاذبه، یکنواخت فرض شده و در نتیجه مرکز جرم و مرکز ثقل هواپیما بر هم منطبق شده و هیچ گونه گشتاور ناشی از جاذبه در هواپیما وجود ندارد. مدل کامل شش درجه آزادی حرکت انتقالی و چرخشی هواپیمای صلب ایجاد شده و از حرکت‌های نسبی در اجزاء هواپیما مانند تلاطم‌های سوخت در مخزن و جریان هیدرولیک در لوله‌ها در این مدل صرف نظر شده است. همچنین، اثرات جابجایی در ایجاد شده توسط توربین‌های چرخان نیز حذف شده است. در مدل‌سازی صورت گرفته قانون چرخش بر اساس قانون دست راست استوار است [۲۱-۱۹ و ۳۲].

## ۲-۲- معادلات حرکت

شش معادله غیرخطی حرکت برای مدل‌سازی غیرخطی دینامیک هواپیما مورد استفاده قرار می‌گیرد. این معادلات در مراجع [۲۱-۲۲] ارائه شده‌اند و از ذکر مجدد آن‌ها خودداری می‌شود.

در این راستا، بردار حالت برای یک هواپیمای نمونه به صورت:

$$x = [V, \alpha, \beta, \phi, \theta, \psi, p, q, r, x_E, y_E, h]^T, \quad (1)$$

و بردار کنترل، به صورت زیر می‌باشد:

$$u = [\delta_{\delta}, \delta_e, \delta_a, \delta_r]^T. \quad (2)$$

در این فرآیند یک دسته معادلات غیرخطی مرتبه اول به هم کوپل شده که بتواند مدل شبیه‌سازی را ایجاد کند، به صورت بردار معادلات دیفرانسیل زیر ارائه می‌شود:

$$\dot{x} = f(x, u). \quad (3)$$

معادلات خروجی نیز با بردار معادلات زیر ارائه می‌شود:

$$y = h(x, u). \quad (4)$$

## ۲-۳- مدل متعارف آیرودینامیک

توابع آیرودینامیک که هدف این مطالعه می‌باشند به متغیرهای زیاد و همچنین تاریخچه زمانی بستگی دارند. این

آیرودینامیک چند نقطه‌ای<sup>۱</sup> ارائه شده‌اند. مدل‌سازی غیرخطی با استفاده از توابع متعامد [۱۴] که با استفاده از اطلاعات اندازه‌گیری به دست می‌آید به عنوان یک راه کار جدید برای به دست آوردن مدل‌های کلی از آیرودینامیک هواپیما بیان شده است [۱۵]. هدف از روش مدل‌سازی غیرخطی پارامتری، شناسایی یک مدل ساختاری چند جمله‌ای بر مبنای مدل‌سازی پارامترهای متعامد است [۱۶ و ۱۷]. در حالی که روش مدل‌سازی چند نقطه‌ای [۱۸]، بر این مبنای بنا نهاده شده که سرعت زاویه‌ای و فشار دینامیکی در هر نقطه از هواپیما، تابعی از موقعیت سطح آن نقطه در هواپیماست.

در این روش‌ها با کمی ساده‌سازی و با صرف نظر کردن از ضرایب، ضرایب زیادی نیز برای شناسایی یک مدل کلی ارائه می‌گردد.

هدف تحقیق حاضر ارائه یک مدل مفهومی جدید بر اساس مدل‌سازی‌های غیرپارامتری بر پایه توابع تبدیل موجک می‌باشد. در این راستا، توابع موجک مختلف برای تحقیق بر روی مدل جدید تابع آیرودینامیک مورد استفاده قرار گرفته و یک مدل تابع آیرودینامیک کارا به کمک موجک‌های مورلت ارائه شده است. در این مقاله، اطلاعات تست پرواز یک هواپیمای خاص در شناسایی مدل‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. در این راستا نتایج شناسایی مدل به دست آمده با نتایج شناسایی مدل متعارف و مدل مرتبه بالای تابع آیرودینامیک و مدل‌های موجک این هواپیما مقایسه و در نهایت شبیه‌سازی گردیده است.

## ۲-۲- معادلات حرکت هواپیما

معادلات حرکت هواپیما در واقع همان معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار هواپیماست که از قوانین نیوتون استخراج می‌شود.

## ۲-۱- فرضیات

مدل هواپیما به صورت صلب و متقارن حول محور X-Z در مختصات بدنی فرض شده است. نیروها و گشتاورهای هواپیما از آیرودینامیک و پیشرانش و جاذبه آن ناشی می‌شوند. در این راستا، فرض شده است که نیروی جلوبرنده در جهت

مشتقات  $C_{Y\alpha}, C_{L\alpha}, C_{lq}, C_{m\beta}, C_{mp}, C_{mr}, C_{n\alpha}, C_{nq}$  مشتقات کولپینگ عرضی<sup>۳</sup> و مشتقات  $C_{L\dot{\alpha}}, C_{D\dot{\alpha}}, C_{m\dot{\alpha}}, C_{y\dot{\beta}}, C_{l\dot{\beta}}, C_{n\dot{\beta}}$  مشتقات شتابی<sup>۴</sup> و مشتقات  $C_{Du}, C_{Lu}, C_{mu}$  مشتقات سرعتی<sup>۵</sup> می‌باشند. سایر مشتقاتی که به دست می‌آیند مشتقات مرتبه بالای آیرودینامیکی محسوب خواهند شد.

باید دانست که متغیرهای فوق، متغیرهای مستقل نامیده می‌شوند که نسبت به پارامترهای بردار حالت، مشتق‌گیری شده‌اند. توابع نهایی به دست آمده بر حسب این متغیرها، متغیرهای وابسته هستند که در مدل‌سازی‌های آیرودینامیک مورد استفاده قرار می‌گیرند.

### ۳- شناسایی بر اساس روش خطای خروجی

روش خطای خروجی، یک روش بهینه‌سازی غیرخطی است که از اوایل دهه ۷۰ میلادی به‌طور گسترده در تخمین پارامترهای پروازی مورد استفاده قرار گرفته است. پروسه تخمین بدین صورت است که ابتدا مقادیر اولیه‌ای برای بردار پارامترهای مجهول در نظر گرفته شده و متغیرهای حالت و خروجی مدل به کمک انتگرال‌گیری عددی به دست می‌آیند. در این روش، با مقایسه خروجی مدل و خروجی واقعی که در تست پرواز ثبت شده و به کمک الگوریتم‌های شناسایی، پارامترهای مجهول در طی یک پروسه تکرارپذیر متناوباً تا زمانی که خطای نسبی مطلوبی حاصل شود، تخمین زده می‌شوند. در این پروسه عموماً ضرایب آیرودینامیک هواپیما به کمک الگوریتم حداکثر شباهت تخمین زده می‌شوند. هسته اصلی روش حداکثر شباهت را روش نیوتن رافسون تشکیل می‌دهد. این روش جزء روش‌های گرادیانی مرتبه دوم بوده و این الگوریتم‌ها چنانچه در نواحی مطلوبی نزدیک جواب قرار گرفته باشند به خوبی هم‌گرا می‌شوند. روش حداکثر شباهت [۲۰] مبتنی بر روش بازگشتی بوده که مشتقات و ضرائب مجهول را با توجه به گرادیان‌های تابع هزینه و نیز یکسری روابط محاسباتی دیگر که در ادامه خواهد آمد، محاسبه می‌کند.

توابع برای به دست آوردن نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی وارده بر هواپیما مورد استفاده قرار می‌گیرند. چگونگی انتخاب فرم عبارات برای توابع آیرودینامیکی، مدل آیرودینامیک را تعریف می‌کند [۲۳]. در مدل متعارف نیروها و ممان‌های آیرودینامیک تحلیلی در نظر گرفته شده که در نتیجه می‌توان بسط تیلور آنها را حول نقطه نامی نوشت [۲۴]:

$$x = [V, \alpha, \beta, P, Q, R]^T, \quad (۵)$$

$$u = [\delta_A, \delta_E, \delta_R, \delta_T]^T.$$

روابط توابع فوق پیچیده می‌باشد. به عنوان مثال، ممان رول به صورت تابعی مطابق زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$L = L(\beta, P, R, \delta_A, \delta_R). \quad (۶)$$

با توجه به این که در مدل متعارف این رابطه تحلیلی بوده و می‌تواند به صورت یک سری تیلور حول بعضی نقاط پایدار یا شرایط نامی  $x_0$  و  $u_0$  بسط داده شود و با مرتبه مناسب انتخاب شود، داریم:

$$L(x, u) = L(x_0, u_0) + \frac{\partial L}{\partial \beta} \Delta \beta + \frac{\partial L}{\partial P} \Delta P + \frac{\partial L}{\partial R} \Delta R \quad (۷)$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{\partial L}{\partial \delta_A} \Delta \delta_A + \frac{\partial L}{\partial \delta_R} \Delta \delta_R + \frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial \beta^2} (\Delta \beta)^2 \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial P^2} (\Delta P)^2 + \dots \end{aligned}$$

بسط سری تیلور توابع آیرودینامیکی شامل مشتقات مرتبه اول و مشتقات مرتبه بالاتر می‌باشد که هر چه مرتبه بالاتری در نظر گرفته شود، پیچیدگی این توابع و تعداد پارامترهای آنها نیز افزایش خواهد یافت. به عنوان مثال تعداد این ضرایب در بسط مرتبه سوم سری تیلور به بالای ۱۷۹۴ ضریب می‌رسد [۲۵].

روش مدل‌سازی غیرپارامتری-غیرخطی که اخیراً با استفاده از توابع متعامد ارائه شده، نمونه‌ای از این مدل‌ها می‌باشد که تعداد پارامترهای آن به شدت افزایش می‌یابد.

در مشتقات مرتبه اول، مشتقات آیرودینامیکی  $C_{Y\beta}, C_{l\beta}, C_{lp}, C_{n\beta}, C_{nr}$  و  $C_{L\alpha}, C_{Lq}, C_{D\alpha}, C_{Dq}, C_{M\alpha}, C_{Mq}$  را مشتقات مستقیم آیرودینامیکی ۱ و مشتقات  $C_{Yp}, C_{Yr}, C_{lr}, C_{np}$  را مشتقات عرضی ۲ می‌نامند.

که در آن،  $GG^T$  ماتریس کواریانس نویز اندازه‌گیری و  $\tilde{z}_\xi(t_i)$  مقدار پاسخ محاسبه شده توسط شبیه‌ساز در لحظه  $t_i$  برای مقادیر نامشخص بردار  $\xi$  می‌باشد.

برای تخمین تابع هزینه  $J(\xi)$  می‌توان الگوریتم نیوتون-رافسون را به کار برد که باعث انتخاب مناسب بردار ضرایب نامشخص  $\xi$  می‌شود. اگر فرآیند تخمین در مرحله  $L$  ام تکرار باشد آنگاه تخمین  $L+1$  ام از  $\xi$  از رابطه (۱۱) به دست می‌آید:

$$\xi_{L+1} = \xi_L - [\nabla_{\xi}^2 J(\xi_L)]^{-1} [\nabla_{\xi}^T J(\xi_L)] \quad (11)$$

در این رابطه، گرادیان‌های اول و دوم نیوتون به صورت رابطه (۱۲) به دست می‌آید. توضیحات کامل درباره این روش در مرجع [۳۰] قرار دارد.

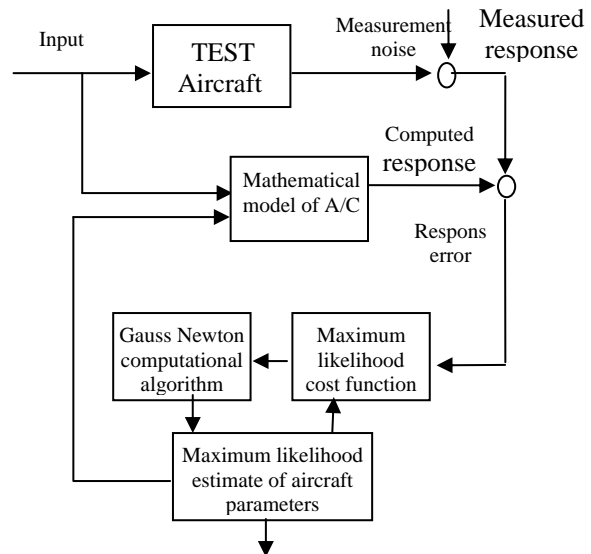
$$\nabla_{\xi}^2 J(\xi) = -\sum_{i=1}^N [\nabla_{\xi} \tilde{z}_{\xi}(t_i)]^T (GG^T)^{-1} [\nabla_{\xi} \tilde{z}_{\xi}(t_i)] \quad (12)$$

$$\nabla_{\xi} J(\xi) = -\sum_{i=1}^N [[z(t_i) - \tilde{z}_{\xi}(t_i)]^T (GG^T)^{-1} [\nabla_{\xi} \tilde{z}_{\xi}(t_i)]]$$

در راستای تخمین ضرایب آیرودینامیک، از اطلاعات تست پرواز یک هواپیمای خاص بهره‌برداری شده است (شکل ۴). این هواپیما، توسط کنترل‌های تراست و الویتور و الوران و رادار هدایت شده و در فرآیند تست پرواز نیروی جلوبرنده ثابت در نظر گرفته شده است. فرامین کنترل طوری به هواپیما صادر شده تا تهیج لازم را برای شناسایی ایجاد کند.

در ابتدا، شناسایی به کمک مدل متعارف آیرودینامیک به انجام رسیده است. مدل متعارف مشتمل بر ۳۷ ضریب کنترل و پایداری است. نتایج حاصل از شناسایی این مدل نمی‌تواند پوشش جامعی بر آیرودینامیک حاکم داشته باشد و لازم است مشتقات مرتبه بالای آیرودینامیکی حاصل از بسط سری تیلور ضرایب را بکار برد. با این وجود، نتایج شناسایی به کمک مدل متعارف به عنوان حدس اولیه برای شناسایی مدل مرتبه بالا به کار برده می‌شود. این روش باعث می‌شود تا سرعت الگوریتم شناسایی بالاتر رفته و همگرایی الگوریتم با حدس مناسب تضمین شود. در ابتدا، ۹۸ ضریب مرتبه بالای آیرودینامیک که در آیرودینامیک مؤثر تشخیص داده شدند در نظر گرفته شد. آنگاه مشتقاتی که در پایان فرآیند شناسایی دارای ضریب بسیار کوچکی بودند از مدل آیرودینامیک حذف شده و

شکل ۱ نمای کلی روش خطای خروجی را که در آن از تخمین‌گر حداکثر شباهت برای تخمین پارامترهای پروازی استفاده شده است نشان می‌دهد.



شکل (۱): نمای کلی روش خطای خروجی.

در فرآیند تخمین حداکثر شباهت، تابع هزینه‌ای تعریف می‌شود که به تابع حداکثر شباهت معروف است. مقدار این تابع، بستگی به میزان شباهت (نزدیکی) پاسخ خروجی مدل محاسباتی (پاسخ شبیه‌سازی رفتار هواپیما) با پاسخ واقعی تست پرواز هواپیما دارد. در این روش معادلات پروازی به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$x(t_0) = x_0, \quad (8)$$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

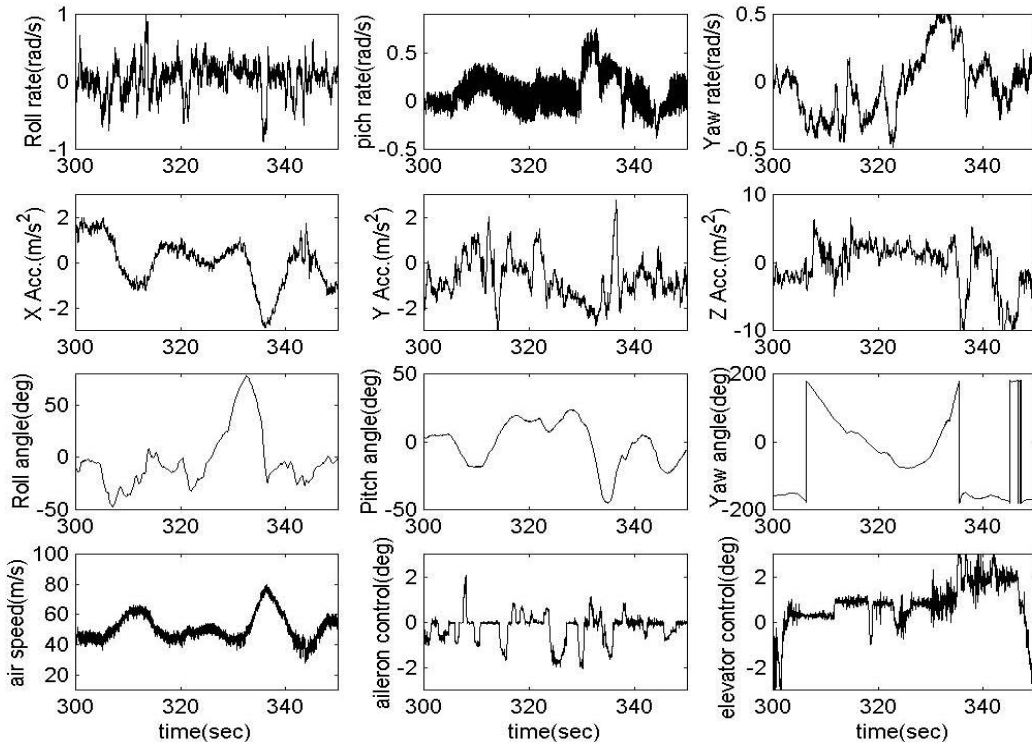
$$z(t_i) = cx(t_i) + Du(t_i) + G\eta_i,$$

که در آن،  $x$  بردار حالت،  $z$  بردار خروجی،  $u$  بردار کنترل و  $G$  نویز حالت بوده و مشتقات پایداری و کنترل در ماتریس‌های  $A$  و  $B$  منظور می‌شود. برای نمونه، در این روش یک مدل اولیه را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$\dot{P}I_x = \bar{q}sb(c_{lp} \frac{pb}{2V} + c_{l\delta}\delta). \quad (9)$$

فرم کلی تابع هزینه حداکثر شباهت به صورت زیر می‌باشد:

$$J(\xi) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [z(t_i) - \tilde{z}_{\xi}(t_i)]^T (GG^T)^{-1} [z(t_i) - \tilde{z}_{\xi}(t_i)], \quad (10)$$



شکل (۲): تعدادی از پارامترهای پروازی و ورودی‌های کنترلی در تست پرواز انجام شده در نیروی هوایی.

#### ۴- مبانی تئوری موجک

کلمه موجک<sup>۱</sup> همان‌گونه که از نامش برمی‌آید به معنی موج کوچک می‌باشد. این موج کوچک باید دارای حداقل یک نوسان و میراشوندگی سریع به سمت صفر در هر دو جهت مثبت و منفی از دامنه خود باشد. طی دهه گذشته، تئوری موجک در ریاضیات گسترش وسیعی یافته است. در این تئوری‌ها، موجک یک تابع ریاضی با پارامترهای داخلی مناسب است که در تقریب و تخمین توابع بسیار مفید عمل می‌کند [۲۶-۲۷].

موجک‌های ریاضی، چهارچوب و روشی را برای تحلیل سیگنال‌ها و هر آرایه‌ای از داده‌ها و اطلاعات فراهم می‌کنند. در این راستا برای کاربردهای عملی و نیز افزایش کارایی، توابع مشتق‌پذیر و فشرده را به عنوان موجک مادر انتخاب کرده برای ارضاء نیازمندی‌های تحلیلی و به عبارتی مفاهیم تئوری، توابع موجک را از زیرفضای  $L(R) \cap L^2(R)$  انتخاب می‌کنند [۲۸].

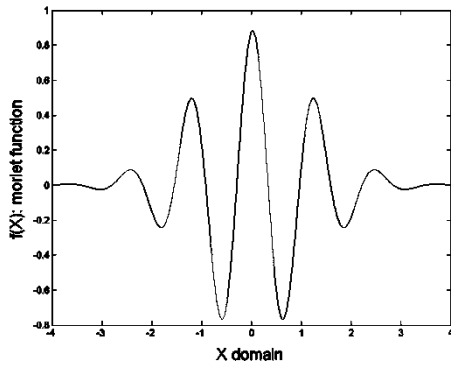
شناسایی مجدد برای تأیید نتایج به انجام رسید. در نهایت مدل نهایی مرتبه بالای آیرودینامیک هواپیما به صورت زیر جمع‌بندی شد:

(۱۳)

$$\begin{aligned}
 C_x &= a_0 + a_1\alpha + a_2\alpha^2 + a_3\alpha^3 + a_4\delta_h + a_5\alpha\delta_h \\
 &\quad + a_6\alpha^2\delta_h + a_7\tilde{q} + a_8\tilde{q}\alpha, \\
 C_y &= b_0 + b_1\beta + b_2\delta_a + b_3\delta_r + b_4\tilde{p} + b_5\alpha\tilde{p} + b_6\alpha^2\tilde{p} \\
 &\quad + b_7\tilde{r} + b_8\alpha\tilde{r} + b_9\alpha^2\tilde{r}, \\
 C_z &= e_0 + e_1\alpha + e_2\alpha^2 + e_3\alpha^3 + e_4\alpha^4 + e_5\alpha\beta + e_6\alpha\beta^2 \\
 &\quad + e_7\alpha^2\beta + e_8\alpha^2\beta^2 + e_9\delta_h + e_{10}\alpha\delta_h + e_{11}\tilde{q} + e_{12}\alpha\tilde{q}, \\
 C_l &= f_0 + f_1\beta + f_2\beta^2 + f_3\alpha\beta + f_4\alpha^2\beta + f_5\tilde{p} \\
 &\quad + f_6\alpha\tilde{p} + f_7\alpha^2\tilde{p} + f_8\tilde{r} + f_9\alpha\tilde{r} + f_{10}\alpha^2\tilde{r} + f_{11}\delta_a \\
 &\quad + f_{12}\alpha\delta_a + f_{13}\alpha^2\delta_a + f_{14}\beta\delta_a + f_{15}\delta_r + f_{16}\alpha\delta_r + f_{17}\beta\delta_r \\
 &\quad + f_{18}\beta\alpha\delta_r \\
 C_m &= g_0 + g_1\alpha + g_2\alpha^2 + g_3\alpha^3 + g_4\delta_h + g_5\alpha\delta_h + g_6\alpha^2\delta_h \\
 &\quad + g_7\tilde{q} + g_8\alpha\tilde{q}r
 \end{aligned}$$

که در این روابط،  $\tilde{p} = pb/2V$   $\tilde{q} = q\bar{c}/2V$   $\tilde{r} = rb/2V$  نتایج

شناسایی هر یک از ضرایب تابع آیرودینامیک فوق در جدول ۵ ارائه شده است.



شکل (۳): موجک مورلت.

در این قسمت روش کلی فرآیند شناسایی با استفاده از توابع تبدیل موجک توضیح داده شده است. در این راستا، تابع تبدیل موجک مورلت به عنوان نمونه مورد استفاده قرار گرفته است. معادله ۱۷ بیانگر تابع تبدیل یک موجک مورلت نمونه است که می‌تواند در پروسه شناسایی مورد استفاده قرار گیرد.

$$\Psi_{j,k} = 2^{j/2} \Phi(2^j x - k) \quad j, k \in Z \quad (17)$$

$$\Phi(x) = \cos(x) \cdot \exp(-0.5 * x^2),$$

که در این رابطه،  $a = 2^{-j}$  بیانگر فاکتور فشردگی و  $b = a.k$  فاکتور انتقال است. از آنجا که اندازه‌گیری‌ها در زمان‌های گسسته صورت می‌پذیرد، دینامیک یک سیستم پیوسته می‌تواند توسط یک مدل گسسته بیان شود [۱۲].

اگر  $x(L+1) = f(x_L, u_L)$  بیانگر دینامیک سیستم باشد [۲۹-۳۰] به عبارتی:

$$u_L = [u_{1L} \quad u_{2L} \quad \dots \quad u_{pL}] \in R^p, \quad (18)$$

$$x_L = [x_{1L} \quad x_{2L} \quad \dots \quad x_{nL}] \in R^n,$$

$$x_{i,L} = f_i(x_{L-1}, u_{L-1}) \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

که در این رابطه،  $L$  بیانگر بازه‌های زمانی گسسته و  $i$  بیانگر شماره نمونه است. بردار حالت سیستم و  $u_L$  بردار کنترل را تعریف می‌کند. با استفاده از مقادیر اندازه‌گیری شده  $X_L$  و  $U_L$  می‌توان به تخمین مقادیر  $x$  در معادله ۱۹ پرداخت. با در نظر گرفتن  $g$  به عنوان تخمینی از  $f_i$  می‌توان نتیجه گرفت:

$$\hat{x}_{i,L} = g_i(x_{L-1}, u_{L-1}, \theta), \quad (19)$$

$$X = [x_{L-1}, u_{L-1}],$$

که در آن،  $\hat{x}_{i,L}$  حالت تخمین زده شده و  $\theta$  ضرایبی هستند که باید در طول فرآیند شناسایی تخمین زده شوند. در نتیجه بردار رگرسیون را می‌توان به صورت زیر انتخاب کرد:

موجک‌ها توسط تابع موجک  $\psi(t)$  که موجک مادر و تابع مقیاس  $\varphi(t)$  که موجک پدر نامیده می‌شوند تعریف می‌شوند. اگر  $\psi(t)$  یک تابع فشرده باشد که بتواند شرایط زیر را ارضا کند، در این صورت تابع  $\psi(t)$  به عنوان موجک مادر مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)| dt < \infty \quad \text{and} \quad \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty. \quad (14)$$

در این فضا، می‌توان شرایط مقدار متوسط صفر و نرم مربعی را فرمول‌بندی کرد که به صورت زیر می‌باشد:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0, \quad (15)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt = 1.$$

موجک مادر توسط فاکتور  $a$  مقیاس‌بندی شده و توسط فاکتور  $b$  حرکت می‌کند و موجک‌های دختر را به صورت زیر تشکیل می‌دهد:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right). \quad (16)$$

در توابع تبدیل موجک‌های پیوسته جفت  $(a,b)$ ، در کل نیم‌صفحه  $R_+ \times R$  تغییر می‌کنند.

#### ۴-۱- شناسایی بر اساس روش خطی‌سازی در پارامتر

در فرآیند تخمین ضرایب آیرودینامیک که در این مقاله می‌آید، هدف آن است که از مدل‌های موجک ارائه شده به عنوان توابع آیرودینامیک بهره‌برداری شود. مدل به دست آمده توسط موجک‌ها، در مقایسه با مدل‌های متعارف آیرودینامیک، یک مدل جعبه سیاه از آیرودینامیک است که هیچ‌گونه مفهوم فیزیکی را نمی‌توان از آن استخراج نمود اما نسبت به مدل‌های متعارف دارای دقت بسیار بالاتری می‌باشد. در مقایسه با مدل‌های متعارف که مدل‌های محلی محسوب می‌شوند، این مدل‌ها می‌توانند به عنوان یک مدل کلی از آیرودینامیک با دقت بسیار بالا مورد استفاده قرار گیرند.

متغیرهای ورودی در مدل موجک تابع آیرودینامیک، متغیرهای زاویه حمله، سرش جانبی، نرخ‌های زاویه‌ای و ورودی‌های کنترلی مهیج هواپیما بوده و متغیرهای خروجی، ضرایب نیروها و ممان‌های آیرودینامیک می‌باشد. در شکل ۳ موجک یک بعدی مورلت به عنوان نمونه نشان داده شده است.



شناسایی ایجاد کنند. این مدل ساختاری جدید به عنوان یک تابع آیرودینامیک و به صورت جایگزینی برای تابع ضرایب کنترل و پایداری هواپیمای تست، مورد استفاده قرار می‌گیرد. یکی از توانایی‌های بسیار مفید موجک‌ها، سهولت در به‌کارگیری و انتخاب آن‌ها و نیز تعیین ضرایب مدل موجک به‌کارگرفته شده برای سیستم موردنظر می‌باشد. مدل‌های تابع موجک به‌کار رفته برای ایجاد تابع آیرودینامیک، توسط موجک‌های مادر مختلف ساخته شده‌اند که موجک‌های مادر نیز شامل موجک‌هایی<sup>۱</sup> می‌باشند. توابع تبدیل این موجک‌ها در جدول ۱ فهرست شده‌اند. گروه‌هایی از این موجک‌ها، برای تخمین توابع آیرودینامیک به‌کار گرفته شده‌اند. هدف، یافتن گروهی از موجک‌های دختر است که توسط فاکتورهای فشردگی و انتقال با استفاده از موجک اصلی یا مادر تشکیل شده و توانایی بهترین ارائه مدل آیرودینامیک را دارند. در این تحقیق، گروه‌های مختلفی از موجک‌های دختر تشکیل و مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این گروه‌های موجک، با استفاده از موجک‌های مادر ارائه شده در جدول ۱ تشکیل شده‌اند.

جدول (۱): تابع تبدیل موجک‌های مادر.

نام	تابع تبدیل موجک
Morlet	$\cos(x)\exp(0.5x^2)$
RASP3	$x\cos(x)/(x^2+1)$
Slog1	$1/(1+\exp(-x+1))-1/(1+\exp(-x+3))$
Polywog	$x\exp(-x^2/2)$
Shannon	$(\sin 2\pi x - \sin \pi x)/\pi x$

شکل ۴ دیاگرام مورد استفاده برای تشکیل موجک‌های دختر برگرفته از تابع تبدیل موجک مورلت برای تعریف مدل ساختاری ضریب لیفت را نشان می‌دهد. در این دیاگرام، اطلاعات ورودی مقادیر حالت و ورودی‌های کنترل بوده و پارامترهای داخلی  $z$  و  $k$  موجک مادر را بسط داده و موجک‌های دختر را ایجاد می‌کنند.

$$X_{L-1} = [X_{1,L-1} \quad X_{2,L-1} \quad \dots \quad X_{d,L-1}]^T, \quad (20)$$

$$d = n + p,$$

که در آن:

$$\varphi = [x_{k-1}, u_{k-1}].$$

تمام توابع ریاضی و پدیده‌های فیزیکی می‌توانند به کمک توابع موجک مدل شوند جهت این مدل‌سازی یکی از بهترین روش‌ها استفاده از روش خطی‌سازی در پارامتر می‌باشد. لذا با در نظر گرفتن مدل‌سازی با توابع موجک و نیز استفاده از روش خطی‌سازی در پارامتر داریم:

$$\hat{x}_{i,L} = g_i(X_{L-1}, \theta) = \sum_{j,k} \alpha_{j,k} \Psi(X_{L-1}, j, k) \quad (21)$$

$$= \alpha_{11}\Psi_{11} + \alpha_{12}\Psi_{12} + \dots + \alpha_{mh}\Psi_{mh} + \varepsilon$$

به‌عنوان مثال می‌توان در روش فوق از تابع موجک مورلت استفاده نمود. با در نظر گرفتن این تابع به صورت نمونه داریم:

$$\Psi_{j,k} = 2^{j/2} \Phi(2^j X - k), \quad j, k \in Z$$

$$\hat{x}_{i,k} = \sum_{j,k} \alpha_{j,k} 2^{j/2} \Phi(2^j X_{L-1} - k)$$

$$= \sum_{j,k} \beta_{j,k} \Phi(a_j(X_{L-1} - t_{j,k})), \quad (22)$$

$$a_j = 2^j,$$

$$t_{j,k} = k/2^j.$$

در این روابط،  $\beta$ ها مقادیری هستند که بایستی بهینه گردند. تابع هزینه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(x_{i,L} - \sum_{j,k=-m}^m \beta_{j,k} \Phi(a_j(X_{L-1} - t_{j,k})))^2 = 0. \quad (23)$$

در موجک‌های چندبعدی نیز تابع هزینه زیر جهت بهینه‌سازی تعریف می‌شود:

$$J = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_{i,L} - \sum_{j,k=-m}^m \beta_{j,k} \Phi(a_j(X_{L-1} - t_{j,k})))^2, \quad (24)$$

که  $\beta$  می‌تواند با بهینه‌سازی تابع فوق به دست می‌آید.

#### ۴-۲- مدل جدید تابع موجک آیرودینامیک

در فرآیند ایجاد مدل ساختاری جدیدی از تابع آیرودینامیک هواپیما، اطلاعات تست پرواز یک هواپیمای خاص در فرآیند شناسایی مورد استفاده قرار گرفته است (شکل ۴). این اطلاعات برای شناسایی مدل جدید ساختاری از تابع آیرودینامیک به کار گرفته شده است. همان‌گونه که ذکر شد ورودی‌های کنترلی طوری انتخاب شده که تهیج کافی را برای

1- RASP3 Wavelet, POLYWOG Wavelet, SLOG1 Wavelet, Shanon Wavelet and Morlet wavelet

مدل‌های ریاضی ساخته شده توسط موجک‌های مادر دیگر)، برای شناسایی تابع آیرودینامیک حاکم بر هواپیما مورد استفاده قرار گرفته و پارامترهای داخلی موجک و ضرایب موجک‌ها در هر یک از مدل‌ها، شناسایی و بهینه شده است.

### ۵- نتایج

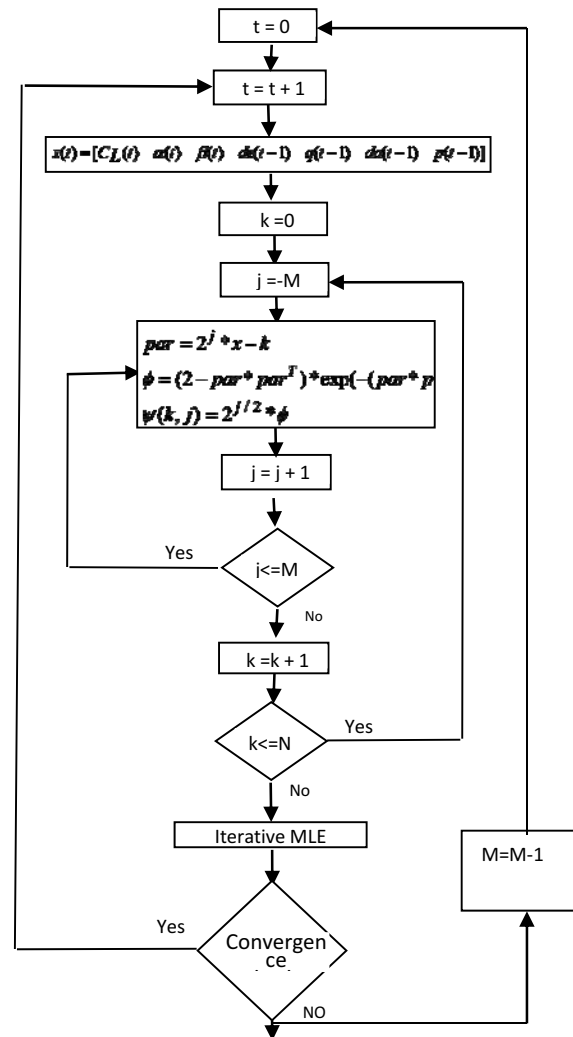
در ادامه مدل‌های مختلف تابع موجک آیرودینامیک با استفاده از انواع موجک‌های مادر برای هواپیمای نمونه ساخته شده است. در ابتدا اولین شناسایی بر اساس مدل متعارف با استفاده از ۳۷ مشتق تابع متعارف پایداری و کنترل از بسط مرتبه اول سری تیلور نیروها و ممان‌های آیرودینامیکو با استفاده از روش خطای خروجی و الگوریتم حداکثر شباهت صورت گرفت. تعدادی از این مشتقات و نتایج شناسایی آنها در جدول ۲ آورده شده است.

جدول (۲): ضرایب مدل متعارف.

$C_{L\alpha}$	3.942	$C_{D\alpha}$	.340	$C_{M\alpha}$	-980
$C_{Lq}$	24.21	$C_{Dq}$	1.498	$C_{Mq}$	-27.1
$C_{l\beta}$	.5662	$C_{Y\beta}$	6.392	$C_{n\beta}$	3.524
$C_{lp}$	-.576	$C_{Yp}$	-3.324	$C_{np}$	-1.81
$C_{lr}$	7.023	$C_{Yr}$	8.9149	$C_{nr}$	4.865

پس از آن مدلی با استفاده از ضرایب مرتبه بالای سری تیلور آیرودینامیک ارائه شده که نتایج ضرایب به دست آمده برای این مدل در جدول ۵ ذکر شده است. سپس با استفاده از الگوریتم ارائه شده در دیاگرام شکل ۴ تعداد ۶\*۱۰۵ موجک دختر از هر مدل تابع موجک برای ایجاد مدل ساختاری از تابع آیرودینامیک ایجاد شده است (که در این راستا پارامتر داخلی از ۷- الی ۷ k و از ۰ تا ۶ در نظر گرفته شده است). پس از هر بار شناسایی به کمک روش خطای خروجی و الگوریتم حداکثر شباهت که در دیاگرام شکل ۱

آمده است و با در نظر گرفتن میزان مجموع مربعات خطا و نیز کواریانس خطا، تعداد موجک‌های دختر مورد استفاده در هر مدل با استنباط طراح بهینه شده و شناسایی مجدداً انجام گرفته است. نتایج نهایی در جدول ۳ نشان داده شده است.



شکل (۴): دیاگرام ساختار تشکیل موجک‌های دختر،  
 $x(t)=[C_L(t) \alpha(t) \beta(t) d_\alpha(t-1) q(t-1) d_\alpha(t-1) p(t-1)]$ .

موجک‌های دختر که توسط مقادیر مختلف پارامترهای داخلی  $k$  و  $j$  ایجاد شده‌اند به صورت جداگانه در فرآیند شناسایی به کمک روش خطای خروجی و الگوریتم حداکثر شباهت مورد استفاده قرار گرفته شده است و ضرایب هر یک از موجک‌های دختر به دست آمده است. روش شناسایی در دیاگرام شکل ۴ نشان داده شده است. همان‌گونه که ذکر شد، نتایج این شناسایی منجر به ارائه یک مدل جعبه سیاه از آیرودینامیک هواپیما می‌گردد که هیچ‌گونه مفهوم فیزیکی از آن نمی‌توان استنتاج کرد.

در این راستا، تمام مدل‌های ایجاد شده (مدل ریاضی ساخته شده توسط تابع تبدیل موجک مورلت و سایر

مدل‌های متعارف که ضرایب مرتبه اول بسط تیلور تابع آیرودینامیک را مورد استفاده قرار می‌دهند، یک مدل پارامتری از تابع آیرودینامیک را بیان می‌کنند و نیازمند ضرایب مرتبه بالای آیرودینامیک برای پیش‌بینی دقیق‌تر رفتار هواپیما می‌باشند. در این حالت تعداد پارامترها و پیچیدگی مدل، با انتخاب جمله‌های مرتبه بالای سری تیلور افزایش می‌یابد که روش‌های مدل‌سازی متعامد و مدل‌سازی چند نقطه‌ای از زمره این روش‌هاست. این روش‌ها نیازمند تلاش زیاد و تجربه بالای تحلیل‌گر برای به‌کارگیری به‌روزی هواپیما می‌باشند. در حالیکه مدل موجک به‌کار گرفته شده، یک مدل غیرخطی و غیرپارامتری بوده و در این مدل تنها یک تابع تبدیل، فضای آیرودینامیک را تولید می‌کند و در مقایسه با روش‌های پارامتری و غیرخطی تعداد کمتری از پارامترهای داخلی قادر به شناسایی رفتار هواپیما می‌باشد.

در مقایسه با مدل‌های متعارف که محلی محسوب می‌شوند این مدل می‌تواند به عنوان یک مدل کلی آیرودینامیک مورد استفاده قرار بگیرد. مدل‌های محلی فقط در محدوده کوچکی از فضا صحیح بوده در حالیکه مدل‌های کلی می‌توانند محدوده وسیعی از فضای آیرودینامیک را پوشش دهند.

#### ۶- صحنه‌گذاری بر اساس شبیه‌سازی

برای صحنه‌گذاری بر مدل جدید آیرودینامیک ارائه شده به-کمک توابع موجک مورلت برای هواپیما، پروفایل پروازی هواپیمای تست، به‌کمک داده‌های شناسایی، شبیه‌سازی شده است [۳۱ و ۱۹]. در این راستا مدل متعارف تابع آیرودینامیک به‌کمک اطلاعات مدل متعارف که قبلاً شناسایی شده و مدل جدید تابع موجک مورلت آیرودینامیک به‌کمک داده‌های مدل مورلت که آن هم نیز قبلاً شناسایی شده، شبیه‌سازی شده‌اند (شکل ۵). در این فرآیند، فرض شده که هواپیما در یک نقطه نامی از اطلاعات پروازی قرار دارد. این نقطه نامی در شرایط لحظه‌ای پرواز در ثانیه ۳۰۰ فرض شده و تمام شرایط پرواز در آن لحظه به عنوان شرایط اولیه برای شبیه‌سازی فرض شده است. فرامین کنترلی نیز به‌صورت یکسان از اطلاعات تست پرواز در هر لحظه در حین فرآیند شبیه‌سازی به برنامه شبیه‌سازی اعمال می‌شود.

جدول (۳): مقایسه انواع مدل‌های موجک آیرودینامیک.

مدل	تعداد پارامتر	مجموع مربعات خطا	نرم کوراریانس خطا
مدل متعارف	37	17.6496	3.4399
مدل مرتبه بالا	78	6.0215	0.6814
RASP wavelet	6*36	21.5657	4.2562
POLYWOG wavelet	6*36	18.9287	3.6785
SLOG wavelet	6*28	15.65	3.3215
Shannon wavelet	6*28	5.7582	0.5726
Morlet wavelet	6*20	1.2110	0.1081

برای نمونه، نتایج نهایی برای ضرایب و پارامترهای داخلی ضریب لیفت در برنامه شناسایی، برای مدل موجک تابع آیرودینامیک برگرفته از موجک مورلت به‌صورت ماتریسیدر جدول ۴ بیان شده است (پارامترهای داخلی و ضرایب موجک قابل تفکیک است).

جدول (۴): ماتریس ضرایب موجک دختر مورلت برای

ضریب لیفت مدل آیرودینامیک.

K \ J	0	1	2	3	4
1	0.6026	-0.6415	0.6418	0.1883	3.8436
2	4.2854	0.9230	1.1128	0.5539	0.3709
3	0.2306	-9.2358	5.9240	2.4527	0.4764
4	0.0044	5.8047	0.1106	4.2001	3.215

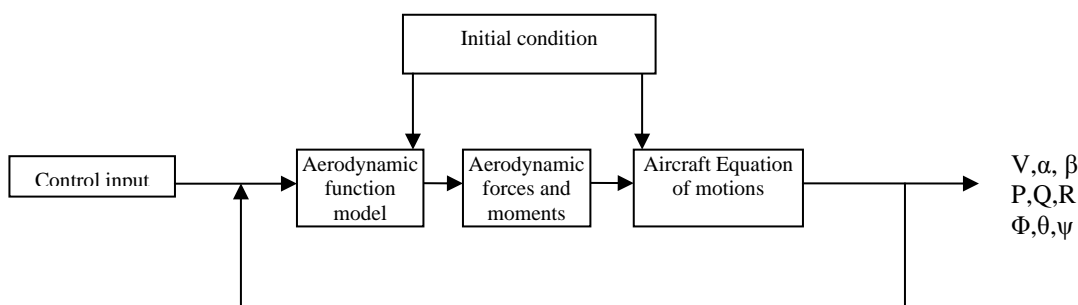
ماتریس‌های مشابهی برای سایر ضرایب آیرودینامیک بدست می‌آید. این ماتریس‌ها معرف یک جعبه سیاه از مدل تابع آیرودینامیک است که فقط با یک تابع ریاضی موجک (مثلاً مورلت) بیان شده است که توانایی پوشش فضای آیرودینامیک را دارد. به عبارت دیگر این مدل (جدول ۴) که بر اساس تابع تبدیل موجک مورلت ساخته شده است فضای آیرودینامیک حاکم را با دقت بالا پوشش داده و می‌توان نتیجه گرفت که فضای آیرودینامیک می‌تواند فقط با یک تابع که تابع موجک مورلت است مدل شود.

مدل موجک مورلت به دلیل دقت بالاتر مورد استفاده قرار گرفته است.

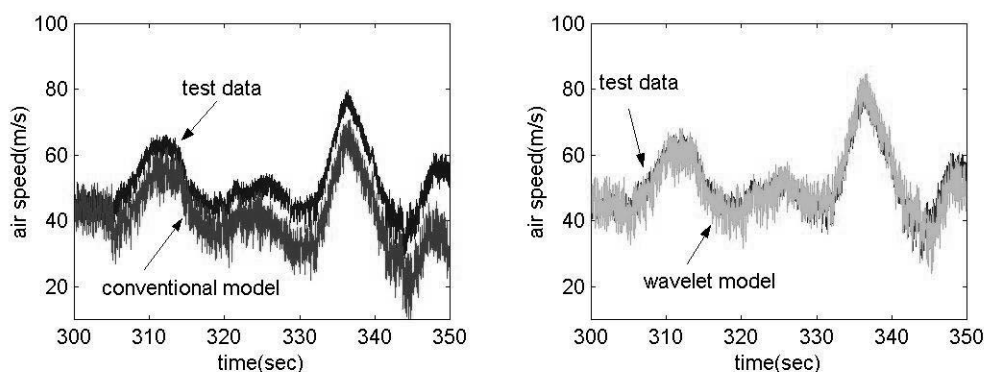
شکل‌های ۶-۷ مقایسه پروفایل سرعت پروازی و پروفایل زاویه پیچ در تست پرواز را با نتایج شبیه‌سازی شده دو مدل یکی با تابع متعارف آیرودینامیک و دیگری با تابع موجک مورلت نشان می‌دهند. شکل‌های ۸-۹ مقایسه پروفایل زاویه رول و ارتفاع را نشان می‌دهند. نتایج نشان می‌دهد که مدل ایجاد شده توسط تابع آیرودینامیک موجک مورلت قادر به تعقیب پروفایل پروازی با دقت بسیار بالاتری نسبت به مدل متعارف می‌باشد.

برای شبیه‌سازی رفتار هواپیما به کمک مدل متعارف تابع آیرودینامیک، اطلاعات جدول ۲ مورد استفاده قرار گرفته است. شرایط نامی، همان شرایط پروازی در ثانیه ۳۰۰ و فرامین کنترلی از اطلاعات تست پروازی در هر لحظه به مدل وارد می‌شود. با حل معادلات حرکت هواپیما (معادلات ۱-۴) به کمک الگوریتم رانجکوتا با شرایط اولیه و ورودی‌های ذکر شده، رفتار هواپیما شبیه‌سازی شده است.

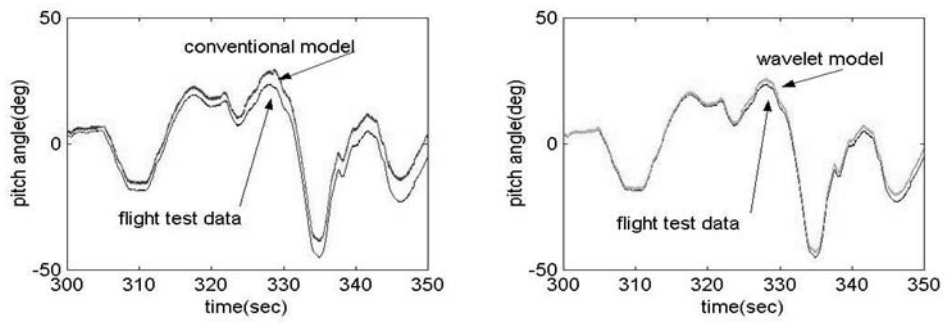
به طریق مشابه رفتار هواپیما توسط مدل جدید تابع آیرودینامیک موجک مورلت با استفاده از اطلاعات جدول ۴ نیز شبیه‌سازی شرایط اولیه یکسان و فرامین کنترلی یکسان نیز برای آن در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که



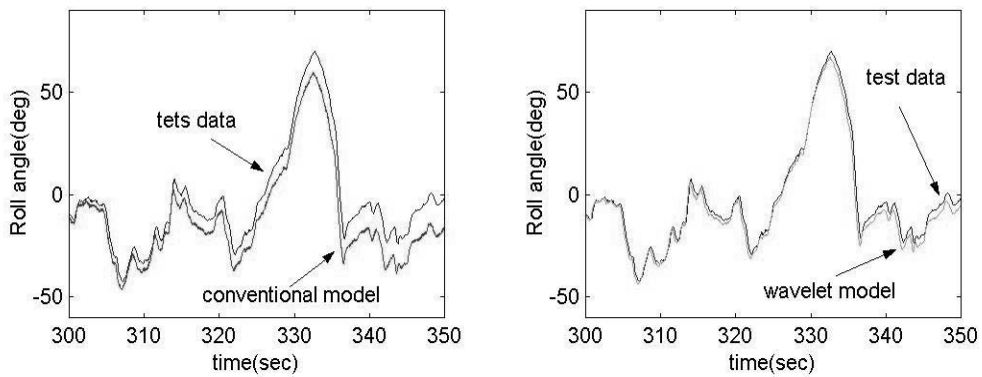
شکل (۵): فرآیند شبیه‌سازی رفتار هواپیما.



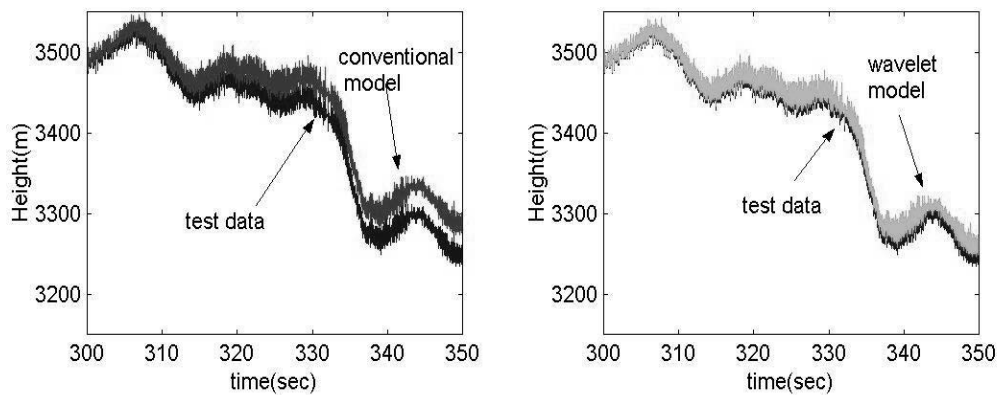
شکل (۶): مقایسه پروفایل سرعت پروازی و شبیه‌سازی نتایج با استفاده از دو مدل متعارف و مدل تابع.



شکل (۷): مقایسه پروفایل زاویه پیچ و شبیه‌سازی نتایج با استفاده از دو مدل متعارف و مدل تابع.



شکل (۸): مقایسه پروفایل زاویه رول و شبیه‌سازی نتایج با استفاده از دو مدل متعارف و مدل تابع موجک.



شکل (۹): مقایسه پروفایل ارتفاع پروازی و شبیه‌سازی نتایج با استفاده از دو مدل متعارف و مدل تابع.

جدول (۵): مقادیر پارامترهای مدل مرتبه بالای تابع آیرودینامیک.

a0	-1.8251e-2	e2	2.3258e-1	f9	5.04825e-1	h1	2.8745e-1
a1	3.0081e-1	e3	4.4058e-1	f10	-1.00102	h2	-3.6854e-2
a2	1.8458e-1	e4	-1.2549	f11	-1.86240e-1	h3	-4.2154e-2
a3	-2.8701e-2	e5	3.5842e-3	f12	-4.09317e-2	h4	1.8741e-2
a4	-5.3548e-3	e6	8.4829e-2	f13	4.58172e-1	h5	-2.4850e-1
a5	-7.1452e-2	e7	2.0874e-3	f14	-3.70634e-1	h6	-0.4632
a6	4.2507e-3	e8	3.5843e-2	f15	2.63928e-2	h7	2.0018e-2
a7	9.21525e-1	e9	2.8547e-2	f16	-2.92158e-2	h8	3.98774
a8	2.8742e-2	e10	1.7153e-1	f17	-3.20110e-3	h9	-2.1211e-1
b0	0	e11	2.5011e+1	f18	-5.71805e-2	h10	-7.2431e-2
b1	-4.2642	e12	3.8954e-1	g0	-2.02937e-2	h11	-1.2583e-1
b3	5.6840e-3	f0	0	g1	5.8954e-1	h12	3.4213e-1
b4	-2.9584	f1	-4.25458e-1	g2	5.01853e-3	h13	0.0018
b5	-2.542e-1	f2	-2.8967e-2	g3	6.37886e-3	h14	9.4658e-2
b6	1.3254e-2	f3	-3.2541e-1	g4	-4.013501e-1	h15	-8.1122e-3
b7	4.3254	f4	4.5843e-2	g5	-8.09277e-2	h16	-2.4622e-1
b8	5.2548e-1	f5	-4.5445e-1	g6	+8.32094e-2	h17	1.6872e-3
b9	0.2894e-1	f6	3.7824e-2	g7	-28.5482	h18	1.2154e-2
e0	0.4587	f7	1.2548e-2	g8	-3.47156		
e1	3.20125	f8	7.54381e-2	h0	0		

## ۷- نتیجه گیری

• مدل متعارف تابع آیرودینامیک اصطلاحاً یک مدل جعبه سفید است؛ در حالی که مدل تابع موجک آیرودینامیک، یک مدل جعبه سیاه محسوب شده که هیچ‌گونه معنای فیزیکی از ضرایب آن نمی‌توان استنتاج نمود.

• مدل متعارف تابع آیرودینامیک یک مدل محلی است و فقط برای محدوده کوچکی از فضای آیرودینامیک معتبر است، در حالی که مدل موجک تابع آیرودینامیک به‌دست آمده می‌تواند به عنوان یک مدل کلی به کار رفته و محدوده وسیعی از فضای آیرودینامیک را پوشش دهد و

• در مدل‌های ساختاری ایجاد شده توسط توابع تبدیل موجک‌های مختلف، مدل ساختاری آیرودینامیک ایجاد شده توسط موجک‌های مورلت کارایی بالاتری را در ارائه آیرودینامیک حاکم بر هواپیما و شناسایی رفتار آن از خود نشان می‌دهد. به‌نحوی که با در نظر گرفتن فقط یک تابع ریاضی از موجک مادر و تعداد پارامترهای کمتر نسبت به سایر توابع تبدیل موجک‌ها، مجموع مربعات خطا در مدل تابع موجک مورلت در پیش‌بینی رفتار کنترل و پایداری هواپیما پایین‌تر از سایر مدل‌ها بوده و نرم‌کواریانس خطای آن نیز نسبت به سایر مدل‌ها کمتر است.

نتایج بدست آمده از تحقیق حاضر به‌صورت زیر است:

- مدل متعارف که از بسط مرتبه اول سری تیلور ضرایب آیرودینامیک تشکیل شده است، یک مدل محلی بوده و فقط در محدوده کوچکی از فضای آیرودینامیک و رژیم پروازی صادق است. بنابراین برای پوشش غیرخطی‌های حاکم بر فضای آیرودینامیک، مدل‌های مرتبه بالای آیرودینامیک استخراج می‌شوند. این مدل‌ها، کلی بوده و از بسط مرتبه بالای سری تیلور ضرایب آیرودینامیک به‌دست می‌آیند.
- مدل‌های مرتبه بالا نیازمند تعداد پارامترهای مرتبه بالای بسیار زیاد و همچنین تلاش زیاد و تجربه تحلیل‌گر برای پیش‌بینی رفتار کنترل و پایداری هواپیماست.
- در مقایسه با مدل‌های متعارف، مدل ایجاد شده توسط توابع تبدیل موجک یک مدل غیرپارامتری محسوب می‌شود و فقط با یک تابع تبدیل مشخص فضای آیرودینامیک را پوشش داده و در مقایسه با تعداد پارامترهای یک مدل مرتبه بالا تعداد محدودی پارامتر به‌سادگی قادر به شناسایی و پیش‌بینی مطلوب رفتار هواپیماست.

## ۸-مراجع

15. Morelli, E.A. "Global Nonlinear Parametric Modeling with Application to F-16 Aerodynamic", American Control Conf., Philadelphia, Pennsylvania, ACC Paper WP04-2, June 1998.
  16. Morelli, E.A. and DeLoach, R. "Wind Tunnel Database Development, Using Modern Experiment Design and Multivariate Orthogonal Functions", The 41<sup>st</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, AIAA2003-0653, 2003.
  17. Midya, P. "Orthogonal Estimation Algorithm". the IEEE Circuits and Systems, The 42nd Midwest Symp., Vol. 2, No.5, pp. 583-586, 1999
  18. Jaramillo, P.T. and Nagati, M.G. "Multipoint Approach for Aerodynamic Modeling in Complex Flow Filed", J. Aircraft, Vol. 32, No. 6, pp 1335-1341, 1995.
  19. Ozdemir, U., Jafarov, E.M., and Kavsaoglu, M.S. "Calculation of the Longitudinal Stability Derivatives of a Transport Aircraft and Analysis of Longitudinal Modes", The 9<sup>th</sup> WSEAS Int. Conf. on Automatic Control, Modeling, and Simulation (ACMOS 07), Istanbul, pp.106-111, 2007.
  20. AGARD "Flight Test Techniques"-AG300, Vol. 3, Part1, 1986.
  21. Stevens, B.L. "Aircraft Control and Simulation", John Wiley & Sons, New York, 1992.
  22. Roskam, J. "Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Control", Lawrence, Kansas, 1979.
  23. Jointo, K. "Flight Simulation- General Definition", Politecnico di Torino, Torino, Italy, 1995.
  24. Robert, F.S. and Berry, P.W. "Stability and Control of Maneuvering High Performance Aircraft", NASA Contractor Report, 1977.
  25. Callahan, J.B. "Maximum Likelihood Estimation of Aircraft Stability and Control Coefficients for Low to Near Stall/Spin Angle of Attach", M.Sc. Thesis, Air Force Inst. of Tech., 1973.
  26. Nievegelet, Y. "Wavelets Made Easy", R.R. Donnelly and Sons, Harrisonburg, 1999.
  27. Luk, R.W. and Damper, R.I. "Non-parametric Linear Time Invariant System Identification by Discrete Wavelet Transforms", Digital Signal Processing, 2004.
  28. Hutchcraft, W.E. and Gordon, R.K. "Two-dimensional High Order Wavelet-Like Basis Function in the Finite Element Method", The 34<sup>th</sup> Southeastern Symp. On System Theory (SSST), Huntsville, Alabama, Vol. 34, No.2, pp. 138-141, 2002.
  29. Ying, C.M. and Joseph, B. "Process Identification Using Polynomial Models", American Control Conference, Philadelphia, PA, pp. 1245-1249, June 1998.
  30. Yuguang, H. "An Algorithm for Non-parametric Model Identification and Curve Fitting", Systems,
1. Bernoulli, D. "The Most Probable Choice Between Several Discrepant Observation and the Formulation Therefrom of the Most Likely Induction", Acta Acad., Petrop, 1777, pp. 3-33; English Translation by M.G. Kendall, Daniel Bernoulli on Maximum Likelihood, Biometrika, Vol. 48, No. 1, pp. 1-18, 1961.
  2. Fisher, R.A. "On an Absolute Criterion for Fitting Frequency Curves", Messenger of Mathematics, Vol. 41, No. 3, pp. 155-160, London, 1912.
  3. Kalman, R.E. "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems", Transactions of the Am. Soc. of Mech. Eng., Series D, J. Basic Eng., Vol. 82, No. 4, pp. 35-45, 1960.
  4. Astrom, K.J. and Bohlin, T. "Numerical Identification of Dynamic Systems from Normal Operating Records", The 2nd IFAC Symp. on Theory of Self-Adaptive Control Systems (England, UK), Edited by P.H. Hammond, Plenum, New York, pp. 96-111, 1965.
  5. Zadeh, L.A. "From Circuit Theory to System Theory", IRE, Vol. 50, No. 5, pp. 856-865, 1962.
  6. Bryen, G.H. "Stability in Aviation", McMillan, London, 1911.
  7. Glauert, H. "Analysis of Phugoids Obtained by Recording Airspeed Indicator", Aeronautical Research Council, R&M 576, 1919.
  8. Norton, F.H. "The Measurement of the Damping in Roll on a JN4h in Flight", NACA Rept. 170, 1923.
  9. Milliken, W.F. "Dynamic Stability and Control Research", The 3rd Anglo-American Aeronautical Conf., UK, pp. 447-524, 1951.
  10. Grove, R.D., Bowles, R.L., and Mayhew, S.C. "A Procedure for Estimating Stability and Control Parameters From Flight Test Data, Using Maximum Likelihood Method Employing a Real Time Digital System", NASA TN D-6735, 1972.
  11. Taylor, L.W., Jr. and Iliff, K.W. "System Identification, Using a Modified Newton Raphson Method- A FORTRAN Program", NASA TN D-6734, 1972.
  12. Naidoo, A. "Demystifying Wavelets with Application to Power Engineering", Ph.D. Dissertations, Dep't. of Eng. and the Built Environment, Univ. of Capetown, South Africa, 2005.
  13. Press, W., Teukolsky, S.A. and Vetterling, W.T., and Flannery, B.P. "Numerical Recipes in FORTRAN", Cambridge Univ. Press, New York, 1992.
  14. Morelli, E.A. "Global Non-linear Modeling, Using Multivariate Orthogonal Functions", J. Aircraft, Vol. 32, No. 2, pp. 270-277, 1995.

- Man, and Cybernetics, IEEE Int. Conf., Vol. 5, pp. 4353-4356.1998.
31. Ozdemir, U. and Kavsoglu, M.S. "Linear and Non-linear Simulation of Aircraft Dynamics, Using Body Axis System", Int. J. Aircraft Eng. and Aerospace Tech., 2008.
۳۲. قربانی، ا. و ملانک، م.ب. "طراحی مفهومی هواپیما بر اساس الگوریتم ژنتیک"، نشریه علمی-پژوهشی مکانیک هوافضا، دانشگاه امام حسین(ع)، جلد ۱، شماره ۱، صص. ۱۰۱-۱۱۴، مرداد ۸۴.