

## بررسی پایداری مرز یک ابرکاواک در اثر تحریک دینامیکی

نوروز محمد نوری<sup>۱</sup>، سید امین حسینی<sup>۲</sup> و مهدی مقیمی<sup>۳</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه علم و صنعت ایران

( تاریخ دریافت: ۸۸/۴/۸؛ تاریخ پذیرش: ۸۹/۱/۳۱ )

### چکیده

پدیده ابرکاواک‌زایی به دلیل نقش به‌سزایی که در کاهش نیروی پسا ایفاء می‌کند همواره مورد توجه بوده است. یکی از مباحثی که در رخداد این پدیده اهمیت دارد، بررسی پایداری بودن حفره تولید شده می‌باشد، زیرا ناپایداری شدن و به عبارتی شکستن ابرکاواک در محلی غیر از انتهای جسم، علاوه بر از بین رفتن نقش مثبت کاواک، می‌تواند اختلال جدی در پایداری دینامیکی وسایل متحرکی که کاواک اطراف آن‌ها را گرفته، وارد کند. در نتیجه، باید بررسی کاملی روی پایداری کاواک انجام شود که هدف این مقاله است. برای این منظور، لازم بود که از مدل‌سازی پویا و گذرا استفاده شود. مدلی که امکان این مطالعه را میسر می‌کرد، مدل چشمه و چاه است که برای شبیه‌سازی عددی ابرکاواک به کار گرفته شده است. برای بررسی ناپایداری مرز کاواک از یک اغتشاش ضربه‌ای ناشی از تولید و حرکت ورتکسی شبیه ورتکس هیل استفاده می‌شود. این اغتشاش به کمک یک عبارت نیروی غیر پایستار در معادلات ناویر- استوکس اضافه می‌شود. در ادامه، ضمن بررسی روش‌هایی برای تحلیل نتایج، با استفاده از روش پردازش تصویر، وقوع ناپایداری جابه‌جا شونده در سطح ابرکاواک مشاهده شد. همچنین، اثر اغتشاش روی چند طول مختلف کاواک مورد مطالعه قرار گرفت و مشاهده شد که هرچه طول کاواک بلندتر باشد، حساسیت به اغتشاش خارجی بیشتر است. در نهایت، در ابرکاواک‌های بسیار بلند، اغتشاشات کوچک طبیعی موجود در جریان می‌توانند سبب از هم پاشیده شدن آن‌ها شوند. بر این اساس، شکل‌گیری ابرکاواک با طول بسیار زیاد در شرایط محیطی همراه با اغتشاش میسر نمی‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** ابرکاواک، پایداری، ناپایداری جابه‌جایی، تحریک دینامیکی

## Effects of Perturbed Flow on the Stability of a Cavity's Boundaries

N.M. Nouri, S.A. Hosseini, and M. Moghimi

Mech. Eng. Dep't.

Iran Univ. of Sci. and Tech.

(Received: 24 May 2009; Accepted: 20 Apr. 2010)

### ABSTRACT

Drag reduction has made supercavitation very popular. One of the most important issues in supercavitation is its stability and control. It would be unsuitable if cavity closure occurs on a body resulting in some instability. Current work focuses on the nature of cavity instability and thus it was required to apply a dynamical model for such flow simulation. Using source and sink model attributes implemented in this study had some modifications. Semi-Hill vortex, as an impulse disturbance, was inserted into the Navier-Stokes equations to investigate the cavity instability. Finally, image processing technique was used to study the instability effects on cavity boundary and was found that a convective instability exists on the boundary of the cavity. Instability analysis on cavities of different lengths revealed that longer cavities are more sensitive to the disturbances. Hence, existing natural disturbances in a cavitating flow makes a long cavity boundary to fluctuate and finally collapse. This is the main reason that long cavities are not seen in nature.

**Keywords:** Supercavitation, Stability, Convective Instability, Dynamical Perturbation

۱- دانشیار (نویسنده پاسخگو): [mnouri@iust.ac.ir](mailto:mnouri@iust.ac.ir)

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد: [a\\_hosseini@mecheng.iust.ac.ir](mailto:a_hosseini@mecheng.iust.ac.ir)

۳- دانشجوی دکتری: [moghimi@iust.ac.ir](mailto:moghimi@iust.ac.ir)

## ۱- مقدمه

بحث در مورد پایداری ابرکاواک<sup>۱</sup> یکی از نکات مهم در کاربرد این پدیده می‌باشد، زیرا تا زمانی که نتوان یک ابرکاواک پایدار داشت، نمی‌توان استفاده مفیدی از این پدیده در کاهش نیروی پسا نمود. هدف این مقاله، شناخت بیشتر مفاهیم مربوط به ناپایداری کاواک‌ها است.

تاکنون مطالعات زیادی در مورد بررسی نوسانات و به‌خصوص نوسانات انتهایی ابرکاواک که ناشی از پدیده جت بازگشتی می‌باشد، انجام شده، اما مطالعه بنیادین بحث پایداری در کاواک هنوز در آغاز راه بوده و تاکنون تحقیقی مشابه دیدگاه این مقاله، برای بررسی پایداری مرز ابرکاواک انجام نشده است.

با توجه به فیزیک نسبتاً نوسانی ابرکاواک و سرعت بالای این جریان‌ها، بدیهی است یکی از مشکلاتی که در پدیده ابرکاواک و در واقع اجسامی که با این فن‌آوری در حرکت می‌باشند، بحث ناپایداری آنها است. به‌همین دلیل آشنایی بیشتر با عمق این پدیده ضروری به نظر می‌رسد.

با جمع‌بندی توضیحات فوق، این مقاله در واقع دو هدف را دنبال می‌کند؛ نخست به شرح و مدل‌سازی پایداری در ابرکاواک پرداخته و سپس از دیدگاه بررسی پایداری، سعی در توضیح علت عدم وجود کاواک با طول بی‌نهایت دارد. برای تحقق این امر ابتدا سعی شد تا با مطالعه مباحث بنیادین ناپایداری‌ها مانند کلونین- هلمهولتز<sup>۲</sup> و ناپایداری مطلق<sup>۳</sup> و جابه‌جا شونده<sup>۴</sup>، بررسی کاملی از این دیدگاه بر روی کاواک انجام شود و سپس با استفاده از این نتایج اقدام به بحث در مورد محدودیت طول کاواک شود. برای شروع این بررسی، نیاز به چند کار زیر بنایی بود. اول این‌که باید یک مدل مناسب برای شبیه‌سازی عددی کاواک انتخاب و پیشرفت داده شود، از طرفی دیگر باید برای این مدل‌سازی امکان تحریک سطح ابرکاواک فراهم شود. در نتیجه تمام این موارد، استفاده از مدل چشمه و چاه برای شبیه‌سازی ابرکاواک و وارد نمودن اغتشاشی با ماهیت ورتکسی<sup>۵</sup> پیشنهاد شد.

## ۲- روش بررسی پایداری

روش بررسی پایداری در چند بخش ارائه خواهد شد. در مبحث اول به معادلات کلی که مربوط به مدل‌سازی ابرکاواک می‌باشند، پرداخته می‌شود. در بخش بعد، نوع اغتشاش اعمالی معرفی شده و در بخش سوم، روش تحلیل پایداری بررسی می‌شود و در انتها، مروری گذرا بر روش شبیه‌سازی عددی استفاده شده انجام می‌گیرد. لازم به ذکر است که امکان رخداد ناپایداری در سطح ابرکاواک در مقاله دیگری از همین نویسندگان بررسی شده است [۱].

### ۲-۱- معادلات مدل‌سازی ابرکاواک

در این قسمت مروری بر معادلات حاکم بر جریان سیال انجام می‌شود. معادلات اصلی حاکم شامل معادلات پیوستگی، ناویر- استوکس و انتقال کسر حجمی می‌باشند [۲]. معادله بقای جرم به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho U = 0. \quad (1)$$

در این رابطه،  $\rho$  چگالی سیال و  $U(x, y, z)$  میدان سرعت جریان می‌باشند. البته در این مقاله، هندسه دو بعدی انتخاب شده و مقدار  $z$  به عنوان عمق واحد در نظر گرفته شده است. برای سیال تراکم‌ناپذیر، معادله پیوستگی به‌صورت  $\nabla \cdot U = 0$  نوشته می‌شود. معادله بقای ممنتوم نیز به‌صورت رابطه (۲) نوشته شده است.

$$\frac{\partial (\rho U)}{\partial t} + (U \cdot \nabla)(\rho U) = \nabla \cdot T + f_{st}, \quad (2)$$

در رابطه (۲)،  $f_{st}$  نیروی کشش سطحی و  $T$  تانسور کلی تنش برای سیال نیوتنی است که در شرایط تعادل ترمودینامیکی به‌صورت زیر مشخص می‌شود:

$$T = -\left(p + \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot U\right)I + 2\mu D, \quad (3)$$

که در آن، پارامترهای  $D$ ,  $I$ ,  $\mu$ ,  $p$  به ترتیب نشان‌دهنده فشار، لزجت دینامیکی، تانسور یکه و نرخ تانسور کرنش می‌باشند. با در نظر گرفتن شرایط تراکم‌ناپذیری معادله (۳) به شکل زیر ساده می‌شود:

$$\nabla T = -\text{grad } p + 2\nabla \cdot (\mu D). \quad (4)$$

معادلات تانسور نرخ کرنش و ساده شده آن برای شرایط تراکم‌ناپذیر به‌صورت زیر می‌باشند:

- 1-Supercavity
- 2- Kelvin-Helmholtz Instability
- 3-Absolute Instability
- 4- Convective Instability
- 5- Vortex

## ۲-۲- ورتکس هیل

در معادلات بخش قبل که مربوط به مدل سازی ابرکاوک می باشند، برای اعمال اغتشاش به مسأله، از گردابه ای به نام ورتکس هیل<sup>۱</sup> به شکل معادله (۱۳) استفاده شده است:

$$F = RE \exp(-REE (x^2 + y^2 + z^2)), \quad (13)$$

که در آن، پارامترهای  $Z, Y, X$  مشخص کننده فاصله هر نقطه میدان تا هسته ورتکس، و پارامترهای  $RE, REE$  نیز به ترتیب تعیین کننده محدوده اثر و شدت ورتکس می باشند. رابطه (۱۱) به سمت راست معادله ناویر-استوکس در رابطه (۱۲) اضافه می شود و با توجه به ضریبی که در الگوریتم حل به آن اختصاص داده شده است، فقط در یک لحظه مقدار غیر صفر دارد و به میدان سرعت مسأله، اعمال می شود [۴].

## ۲-۳- معرفی ناپایداری جابه جا شونده

امکان رخداد ناپایداری در سطح ابرکاوک در مقاله دیگری از همین نویسنده بررسی شده است [۵]. روش بررسی ناپایداری جابه جا شونده در مرجع [۶] به طور کامل شرح داده شده است. در این بخش هدف، ارائه مفهوم ناپایداری جابه جا شونده است. به طور معمول، ناپایداری به دو شکل مطلق و جابه جا شونده در طبیعت وجود دارد. بنا بر پاسخی که هر سیستم به یک اغتشاش وارد شده از خود نشان می دهد، این دو رژیم تفکیک می شوند. اگر اغتشاش وارد شده به یک نقطه از سیستم با گذر زمان رشد کند و به عبارتی اغتشاش بدون توجه به جهت جریان در سیستم پخش شود، این نوع ناپایداری، مطلق نامیده می شود (همان طور که در رابطه (۱۴) نشان داده شده در یک نقطه مشخص با گذر زمان دامنه اغتشاش رشد می کند). اما اگر اغتشاش با گذر زمان در یک نقطه مورد نظر از بین برود، (رابطه ۱۵) و از طرفی اگر اغتشاش همراه با جریان دنبال شده و دامنه آن در حال افزایش باشد (رابطه ۱۶) و در نهایت هم در سیستم از بین برود، ناپایداری جابه جا شونده نامیده می شود. ناپایداری جابه جا شونده معادل با جاروب شدن یک اغتشاش توسط جریان زمینه می باشد. سیستم پایدار نیز سیستمی است که هیچ یک از دو حالت فوق در آن رخ ندهد. بیان ریاضی تعاریف فوق به صورت روابط زیر می باشد [۷]:

$$D = \frac{1}{2}(\nabla U + (\nabla U)^T), \quad (5)$$

$$2\nabla \cdot (\mu D) = \nabla \cdot (\mu \nabla U) + (\nabla U) \nabla \mu. \quad (6)$$

معادلات ترکیبی چگالی و لزجت نیز به صورت رابطه (۷) می باشند.

$$\begin{aligned} \rho &= \alpha \rho_1 + (1 - \alpha) \rho_2 \\ \mu &= \alpha \mu_1 + (1 - \alpha) \mu_2 \end{aligned} \quad (7)$$

در رابطه (۷) زیرنویس های ۱ و ۲ مشخص کننده نوع سیال بوده و  $\alpha$  بیانگر نسبت حجمی بر اساس حجم سیال ۱ به حجم سیال ۲ در یک سلول محاسباتی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\alpha(x, t) = \begin{cases} 1 & \text{نقطه مورد نظر در سیال ۱} \\ 0 & \text{نقطه مورد نظر در سیال ۲} \\ 0 < \alpha < 1 & \text{نقطه مورد نظر بین سیال ۱ و ۲} \end{cases} \quad (8)$$

با استفاده از شرط تراکم ناپذیری و اعمال آن بر معادله (۷)، نتیجه زیر بدست می آید:

$$\frac{D\alpha}{Dt} = \frac{\partial \alpha}{\partial t} + U \cdot \nabla \alpha = 0. \quad (9)$$

مجموع روابط (۹-۱)، معادلات حاکم بر جریان آرام دو فاز می باشند که در آن از نیروی گرانش صرف نظر شده است. با فرض تراکم ناپذیری جریان، معادله پیوستگی به صورت رابطه (۱۰) بیان می شود:

$$\begin{aligned} \nabla U &= \frac{-1}{\rho} \frac{D}{Dt} (\alpha(\rho_1 - \rho_2) + \rho_2) \\ &= \frac{-(\rho_1 - \rho_2)}{\rho} \left( \frac{D\alpha}{Dt} \right) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

با استفاده از معادله فوق، می توان معادلات مربوط به چگالی دوفازی (معادله ۷) و معادله ممنتوم (معادله ۲) را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot \alpha U = 0, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho U}{\partial t} + (U \cdot \nabla)(\rho U) = \\ -\nabla p + \nabla \cdot (\mu \nabla U) + (\nabla U) \cdot (\nabla \mu) + f_{st}. \end{aligned} \quad (12)$$

در پایان، با استفاده از روش های حل عددی به حل هم زمان روابط (۱۰-۱۲) و (۷) پرداخته می شود که به ترتیب نمایان گر شکل نهایی معادله انتقال، معادله پیوستگی برای سیال تراکم ناپذیر، معادله ممنتوم و شکل ترکیبی چگالی و لزجت دینامیکی می باشند [۳].

حل عددی نیز روش حجم کنترل، گسسته‌سازی مکانی به صورت اختلاف مرکزی [۱۱]، شبکه کلوکیتد [۱۲]، گسسته‌سازی زمانی به روش کرنک<sup>۲</sup> و نیکلسون<sup>۳</sup>، الگوریتم حل پیزو [۱۳]<sup>۴</sup> و روش حجم سیال به کار گرفته شده است.

### ۳- نتایج مدل‌سازی عددی

در این قسمت به نتایج شبیه‌سازی عددی اشاره خواهد شد.

#### ۳-۱- نتایج مدل‌سازی ابرکاواک به روش چشمه و چاه

الگوهای مختلفی برای مدل‌سازی ابرکاواک وجود دارد، مانند مدل کانز<sup>۵</sup> [۱۴]، سینگهال<sup>۶</sup> [۱۵]، استفاده از روش‌های المان مرزی [۱۶] و غیره. همان‌طور که اشاره شد، مدل انتخابی در این مقاله، برای بررسی پایداری ابرکاواک، مدل چشمه و چاه می‌باشد. از دلایل انتخاب این مدل می‌توان به گذرا بودن حل، شبیه‌سازی مناسب‌تر ناحیه بسته شدن کاواک، عدم استفاده از ضرایب تجربی، سرعت هم‌گرایی بالاتر به خصوص با استفاده از روش لزجت مصنوعی<sup>۷</sup> [۱۷]، امکان شبیه‌سازی جت بازگشتی، امکان پیش‌بینی خطوط جریان چرخشی داخل کاواک و غیره را اشاره نمود. ناگفته نماند روش چشمه و چاه روش جدیدی برای مدل‌سازی ابرکاواک است که در آزمایشگاه تحقیقاتی هیدرودینامیک کاربردی دانشگاه علم و صنعت ایجاد و پیشرفت داده شده است.

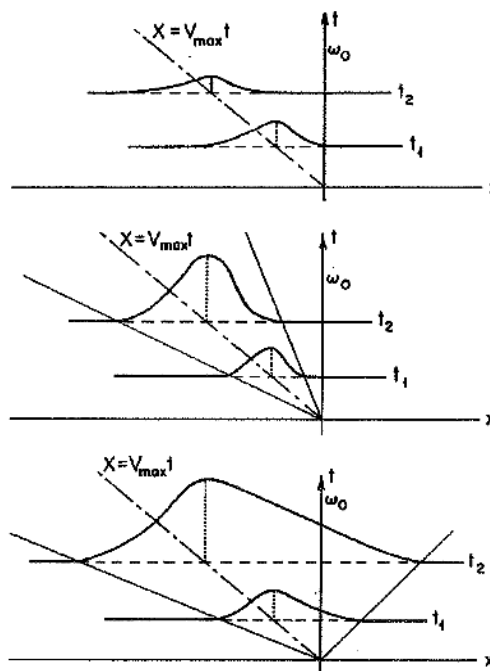
هندسه میدان محاسباتی از یک گوه با زاویه رأس ۹۰ درجه و وتری به طول  $l$  تشکیل شده است. هم‌چنین یک مرز فیزیکی مربعی شکل به طول ضلع  $0.11$  برای مدل‌سازی چاه در نظر گرفته شده است. میدان محاسباتی دوبعدی دارای طول  $231$  و عرض  $101$  بوده و فاصله مرکز گوه تا سطوح بالایی و پایینی میدان محاسباتی  $51$  است. فاصله مرز بالادست (مرز ورودی جریان) از نوک گوه برابر  $31$  و فاصله مرز پایین دست (مرز خروجی جریان) از وتر گوه برابر  $191$  می‌باشد. فاصله میان وتر گوه و چاه به عدد کاواک‌زایی موردنظر مربوط می‌شود و در تحلیل آغازین برابر  $7/51$  در نظر

$$|a'(x,t)| \rightarrow \infty \text{ as } t \rightarrow \infty, \quad (14)$$

$$|a'(x,t)| \rightarrow 0 \text{ as } t \rightarrow \infty, \quad (15)$$

$$|a'(x+Vt,t)| \rightarrow \infty \text{ as } t \rightarrow \infty, \quad (16)$$

که در این روابط،  $a'$  نشان‌دهنده دامنه موج اغتشاش می‌باشد. شکل ۱ نمای شماتیکی از انواع ناپایداری در یک سیستم را نشان می‌دهد.



شکل (۱): معرفی انواع ناپایداری.

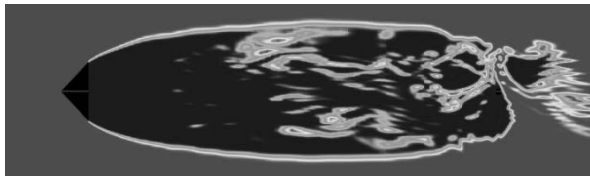
در شکل ۱، نمودار بالایی سیستم پایدار، نمودار وسط، سیستم با ناپایداری جابه‌جاشونده و نمودار پایین سیستم با ناپایداری مطلق را نشان می‌دهد [۹]. لازم به ذکر است که بررسی ناپایداری جریان از روش‌های دیگری مانند داده‌برداری آزمایشگاهی، روش‌های عددی انرژی سیال و غیره نیز امکان‌پذیر است؛ اما از دیدگاه مورد بحث این مقاله، برای بررسی ناپایداری ابرکاواک، تاکنون تحقیقی انجام نشده است [۸].

#### ۲-۴- روش شبیه‌سازی عددی

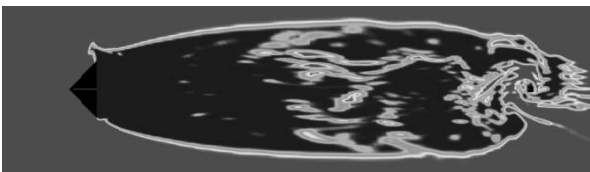
شبیه‌سازی عددی در این مقاله، با استفاده از زبان برنامه‌نویسی C++ شیء‌گرا انجام شده است [۱۰]. در الگوریتم

1-Collocated Grids  
2-Crank  
3-Nicolson  
4-PISO  
5- Kunz  
6-Singhal  
7-Artificial Viscosity

گرفته شده است. میدان جریان با استفاده از شبکه‌بندی  $179 \times 270$  به ترتیب در جهت جریان و عمود بر جریان حل شده است. تعداد شبکه نیز  $48,330$  است. با اندازه‌گیری فشار بالادست و فشار داخل ابرکاواک عدد کاواک‌زایی برابر  $0.62$  است. برای شرط مرزی دیواره‌های هندسه مسأله، از شرط تقارن استفاده شده و ورودی هندسه دارای شرط سرعت ثابت  $10 \text{ m/s}$  است. فشار پایین‌دست نیز در عدد  $18/200 \text{ Kpa}$  ثابت نگه داشته است [۳].



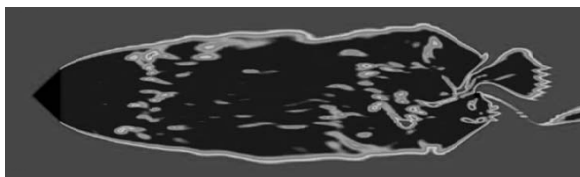
شکل (۴): اغتشاش کوچک توان تحریک سطح ابرکاواک را ندارد (زمان  $0.3$  ثانیه از شروع حل).



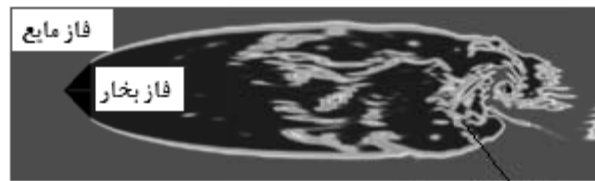
شکل (۵): اغتشاش شدید، سطح ابرکاواک را در ثانیه‌های اولیه حل به هم می‌ریزد (زمان  $0.1$  ثانیه از شروع حل).

### ۳-۳- انتخاب بازه زمانی

همان‌طور که اشاره شد، روش چشمه و چاه، یک مدل گذرا از ابرکاواک را شبیه‌سازی می‌کند. به همین دلیل سطح کاواک همیشه در شرایط آرام و صاف نخواهد بود. بنابراین برای اعمال اغتشاش سعی شد ثانیه‌هایی از حل انتخاب شود که در بازه زمانی موردنظر، شرایط نسبتاً آرامی بر سطح ابرکاواک حاکم باشد تا کار بررسی اثر اغتشاش و پردازش تصویر، با دقت بیشتری انجام‌پذیر باشد. برای این امر حل ابرکاواک فوق، در زمان حدود  $110$  ثانیه انجام شد تا سرانجام زمان‌های مناسب برای اعمال اغتشاش مشخص شود. در شکل ۶ یکی از لحظاتی که سطح ابرکاواک ناآرام است، نشان داده شده است.

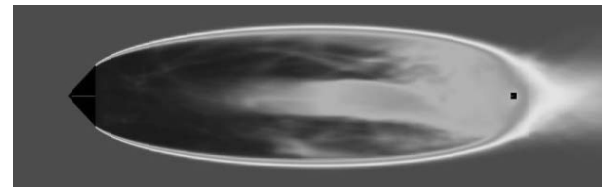


شکل (۶): ثانیه  $47$  حل ابرکاواک (سطح کاواک شرایط به هم‌ریخته‌ای دارد).



مخلوط مایع و بخار

شکل (۲): نسبت حجمی مایع در ثانیه آغازین حل.

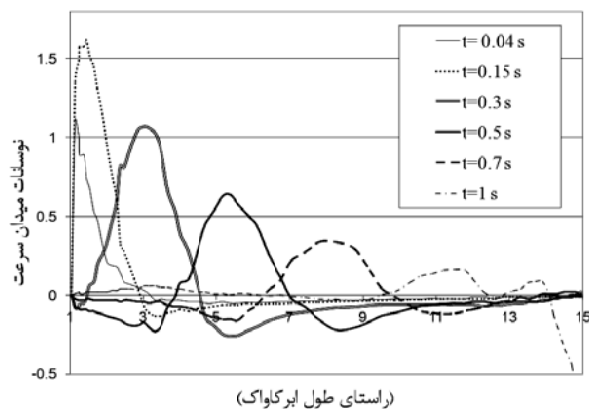


شکل (۳): متوسط نسبت حجمی مایع.

در این مقاله، بررسی رشد اغتشاش با استفاده از روش پردازش تصویر انجام شده، لذا تصاویر نسبت حجمی مایع در ثانیه آغازین حل در شکل ۲ و متوسط نسبت حجمی مایع در شکل ۳ ارائه شده است. (متوسط نسبت حجمی مایع مربوط به  $110$  ثانیه حل کاواک قبل از اعمال اغتشاش است).

### ۳-۲- تعیین شدت و محل اغتشاش

در قسمت قبل اشاره شد که اغتشاش ورتکسی انتخاب شده، چهار پارامتر دارد که تعیین‌کننده شدت اغتشاش می‌باشند. اگر اغتشاش ناچیز باشد، با توجه به سرعت بالای جریان، اغتشاش توانایی تحریک سطح ابرکاواک را نخواهد داشت. نتیجه تحریک ابرکاواک با چنین اغتشاش ضعیف در شکل ۴ مشاهده می‌شود ( $L_x=0, L_y=2, REE=75, RE=1e8$ ) و اگر اغتشاش شدید باشد، با تحریک غیرمعمولانه سطح ابرکاواک امکان بررسی اثر اغتشاش از بین می‌رود. نتیجه تحریک با اغتشاش شدید در شکل ۵ مشاهده می‌شود



شکل (۸): مؤلفه نوسانات سرعت در راستای قائم در زمان‌های مشخص در طول ابرکاوک.

### ۳-۵- بررسی دامنه موج اغتشاش بر روی مرز ابرکاوک

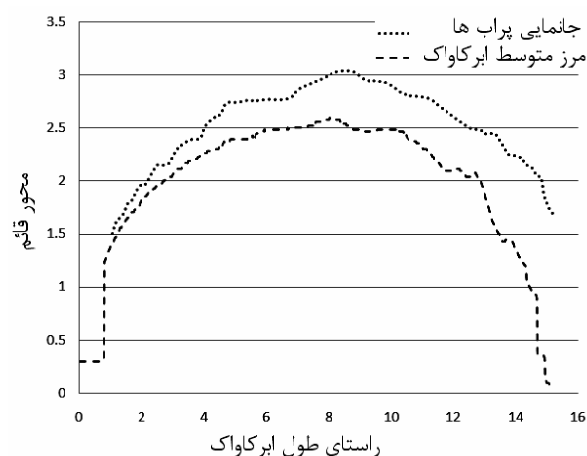
در شکل ۹ تصاویر مربوط به  $1/31$  ثانیه حل ابرکاوک پس از اعمال اغتشاش نشان داده شده است. شرایط اغتشاش اعمال شده به مسأله نیز در بخش ۳-۲ ارائه شده است. در این شکل تا حدودی حرکت موج اغتشاش بر روی مرز کاواک مشاهده می‌شود. برای بهتر دیده شدن میزان رشد اغتشاش با استفاده از پردازش تصویر در بازه زمانی  $(0-1/5)$  ثانیه، دامنه بیشینه از حدود ۳۰۰ تصویر با گام زمانی  $0.005$  از ابرکاوک تهیه شده که نتیجه آن در شکل ۱۰ دیده می‌شود. (مبنای رسم شکل‌های ۹ و ۱۰ یکسان است. در شکل ۹ برای اینکه بتوان تصاویر را در اندازه بزرگ‌تری مشاهده نمود، فقط به ۸ تصویر متوالی تا زمان  $1/31$  ثانیه بسنده شده است).

مانند آن چه در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود در ادامه مقاله نیز حالت‌های مختلفی از رشد و حرکت اغتشاش بر روی کاواک‌های مختلف بررسی خواهد شد. بنابراین برای اینکه بتوان مقایسه‌ای کمی بین نتایج حاصل از پردازش تصاویر داشت، باید یک معیار کمی مشترک نیز بین تصاویر وجود داشته باشد. برای تحقق این امر تمام ابعاد مورد نیاز در بحث بر روی نتایج، نسبت به یک مقدار یکسان (یعنی طول وتر پشت گوه) بی‌بعد شده‌اند و از این پس به جای دامنه اغتشاش و طول ابرکاوک به ترتیب دامنه بدون بعد اغتشاش و طول بی‌بعد ابرکاوک استفاده خواهند شد. با انجام این بی‌بعدسازی، می‌توان مقایسه‌ای بین دامنه اغتشاش‌های مختلف بر روی کاواک‌های مختلف انجام داد.

### ۳-۴- بررسی نوسانات میدان سرعت

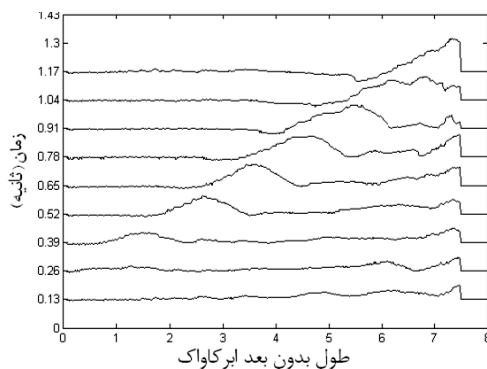
برای مطالعه شدت تأثیر اغتشاش بر جریان، ابتدا نوسانات میدان سرعت مورد بررسی قرار گرفت. به همین منظور تعداد ۸۵ نقطه در فاز مایع و در نزدیکی سطح ابرکاوک در نظر گرفته شد تا میدان سرعت در طول زمان ثبت شود. این نقاط از طرفی باید در فاز مایع قرارگیرند تا از نوسانات جریان داخلی کاواک دور باشند و از طرف دیگر در نزدیک‌ترین نقطه نسبت به مرز کاواک باشند. شکل ۷ نشان‌دهنده نقاط انتخابی و مرز ابرکاوک در لحظه آغازین حل می‌باشد. (اندازه‌های موجود بر روی شکل ۷ بر اساس طول واحد است. به عنوان مثال طول وتر گوه معادل ۲ واحد طول در نظر گرفته شده است).

نتایج بررسی میدان سرعت ناشی از اغتشاش در شکل ۸ نشان داده شده است. همان‌طور که اشاره شد این تحلیل در جریان آرام انجام شده بنابراین برای نشان دادن نوسانات سرعت (با واحد متر بر ثانیه)، ابتدا متوسط زمانی میدان سرعت در این ۱۱۰ ثانیه به دست آورده شده است. حاصل تفاضل سرعت لحظه‌ای در هر نقطه ( $V$ ) و سرعت متوسط زمانی در آن نقطه ( $V_{ave}$ )، نوسانات سرعت ( $V'$ ) نامیده می‌شود. با استفاده از نمودار شکل ۸ شدت میدان با توجه به سرعت ناشی از وجود اغتشاش مشخص می‌شود. در ادامه با استفاده از پردازش تصویر دامنه موج اغتشاش به دست می‌آید.



شکل (۷): مقایسه نقاط پراب و مرز ابرکاوک در لحظه آغازین حل.

در شکل ۱۰ رشد دامنه اغتشاش در زمان و مکان مشاهده می‌شود. اگر تصاویر چند زمان به صورت شکل ۱۱ رسم شود، رشد ناپایداری به صورت جابه‌جا شونده به خوبی مشاهده می‌شود. در این شکل، هر منحنی نشان‌دهنده لحظه خاصی از مرز است. با توجه به شکل ۱۱ به خوبی مشاهده می‌شود که اگر در یک مکان مشخص و همراه با گذر زمان، دامنه موج اغتشاش دنبال شود، دامنه کاهش یافته و از بین می‌رود. با رسم هر خط قائم بر روی نمودار شکل ۱۱ این نتیجه به وضوح اثبات می‌شود. رشد اغتشاش همراه با گذر زمان و مکان نیز در شکل ۱۰ به خوبی قابل مشاهده است. هر دو مفهومی که اخیراً توضیح داده شد به معنای وقوع ناپایداری جابه‌جاشونده در سطح ابرکاواک است که با روابط (۱۶-۱۵) نیز به طور کامل تطابق دارد.



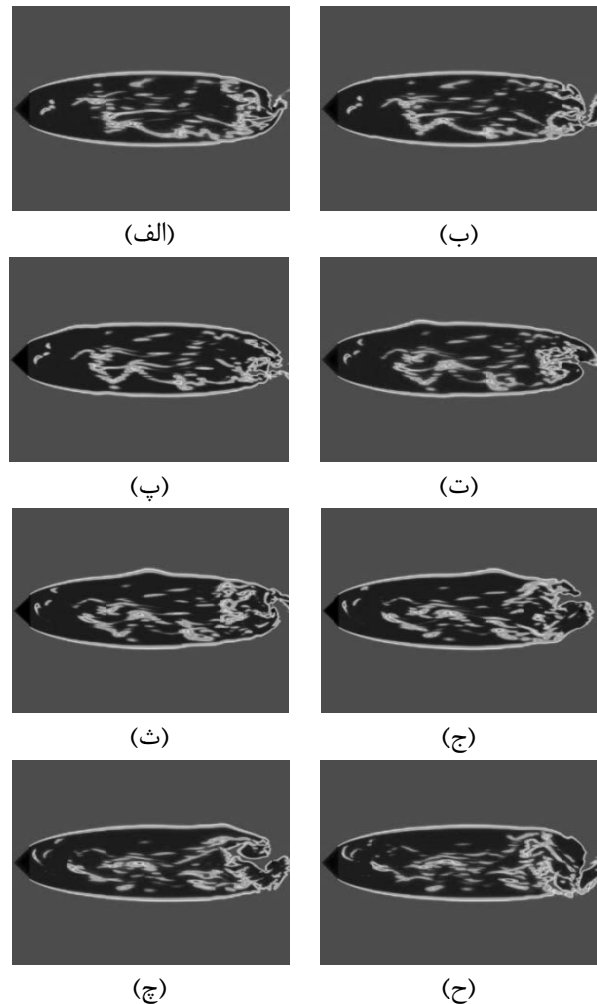
شکل (۱۱): نمودار پله‌ای رشد اغتشاش بر روی مرز ابرکاواک.

### ۳-۶- بررسی چند ابرکاواک با طول مختلف

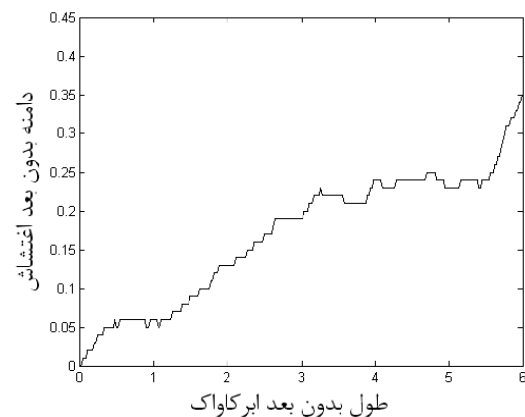
در این قسمت، به بررسی نقش طول ابرکاواک بر میزان رشد اغتشاش پرداخته شده و سه ابرکاواک با شرایطی که در جدول ۱ آمده است، انتخاب می‌شوند.

جدول (۱): مشخصات کاواک‌های انتخاب شده.

ردیف	طول بدون بعد کاواک	عدد کاواک‌زایی
۱	۷/۵	۰/۶۲
۲	۱۱	۰/۵۵
۳	۱۶	۰/۵۱



شکل (۹): حرکت اغتشاش از زمان صفر تا ثانیه ۱/۳۱ حل بر روی مرز ابرکاواک به خوبی مشاهده می‌شود.



شکل (۱۰): دامنه اغتشاش بر روی مرز ابرکاواک

با عدد کاواک‌زایی ۰/۶۲.

با مقایسه این سه مقدار دامنه بدون بعد بیشینه  $a_{max}$ ، نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$a_{max(\sigma=0.51)} > a_{max(\sigma=0.55)} > a_{max(\sigma=0.62)}$$

رابطه بین طول‌های این سه ابرکاواک به شرح زیر می‌باشند:

$$L_{(\sigma=0.51)} > L_{(\sigma=0.55)} > L_{(\sigma=0.62)}$$

با بررسی روابط فوق، مشاهده می‌شود که هر چه طول ابرکاواک بلندتر باشد، بیشینه دامنه‌ای که در اثر اغتشاش یکسان در کاواک به وجود می‌آید، مقدار بزرگتری خواهد بود.

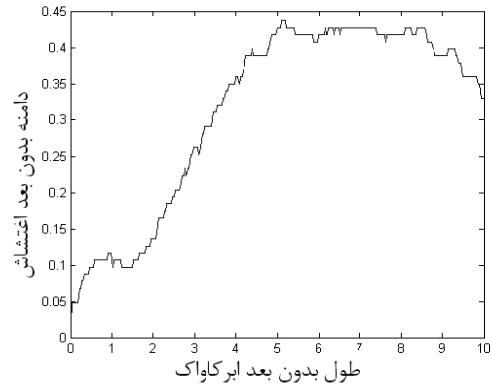
### ۳-۷- بررسی آستانه تحریک

با نتیجه‌ای که در قسمت قبل به دست آمد، راه برای بررسی میزان رشد اغتشاش از دیدگاه دیگری نیز فراهم می‌شود. در این قسمت، بررسی برای دو ابرکاواک با طول بی‌بعد ۷/۵ و ۱۶ انجام می‌شود (ردیف ۱ و ۳ از جدول ۱).

آستانه تحریک، حدی از اغتشاش نامیده می‌شود که اگر اغتشاش از این مقدار کمتر باشد، نمی‌تواند باعث تحریک سطح ابرکاواک شود. با کاهش شدت اغتشاش، این شرایط برای ابرکاواک ۱ به دست آمد که در شکل ۱۲ نتایج پردازش تصویر برای آن مشاهده می‌شود. در ضمن مشخصات اغتشاش اعمالی به صورت  $(L_x=0, L_y=2, REE=75, RE=3e8)$  می‌باشد.

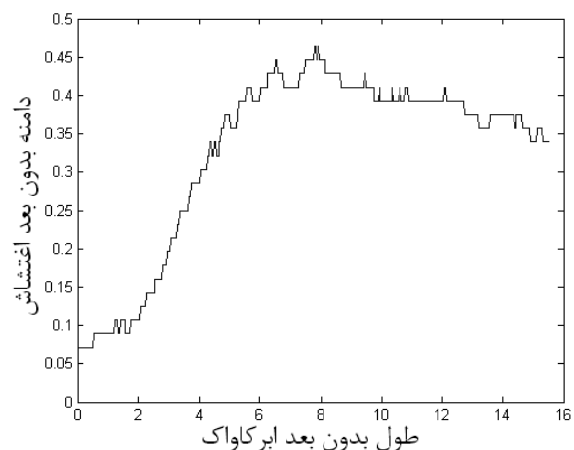
در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود که اغتشاش اعمالی فوق بر این ابرکاواک (ردیف یک از جدول ۱)، تحریکی روی مرز ایجاد نمی‌کند. از اعمال چنین اغتشاشی بر ابرکاواک ردیف سه از جدول ۱، نتایج شکل ۱۵ به دست می‌آید. همان‌طور که از دو شکل (۱۴-۱۵) نتیجه می‌شود، اغتشاشی که تحریکی بر روی ابرکاواک کوتاه‌تر ایجاد نکرده، در زمان مشابه، دامنه اغتشاشی به بزرگی ۰/۰۶ بر روی ابرکاواک بلندتر ایجاد کرده است.

در انتها نیز همان‌طور که در شکل ۱۶ مشاهده می‌شود، اغتشاش بزرگ باعث از هم پاشیده شدن ابرکاواک می‌شود. همان‌طور که از توضیحات فوق نتیجه می‌شود، این حد بالای اغتشاش هم مقداری نسبی دارد. هرچه ابرکاواک بلندتر باشد، شدت اغتشاشی که می‌تواند باعث فروپاشی ابرکاواک شود، مقدار کوچک‌تری دارد و در نهایت در جریان ابرکاواک بسیار بلند، اغتشاشات طبیعی موجود در جریان در حد اغتشاش حد بالای تحریک قرار گرفته، باعث از هم پاشیده شدن ابرکاواک



شکل (۱۲): دامنه بدون بعد اغتشاش بر روی مرز ابرکاواک با عدد کاواک‌زایی ۰/۵۵.

برای مقایسه رشد اغتشاش بین سه ابرکاواک به رسم نموداری همانند شکل ۱۰ برای دو ابرکاواک دیگر اکتفا می‌شود. نمودار مربوط به ابرکاواک ردیف یک از جدول ۱ در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، مقدار دامنه بیشینه بی‌بعد در این نمودار عدد ۰/۳۵ است. با مدل‌سازی ابرکاواک با عدد کاواک‌زایی ۰/۵۵ و اعمال اغتشاش مشابه حالت قبل، نموداری مطابق شکل ۱۲ به دست می‌آید. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، مقدار بیشینه دامنه بدون بعد اغتشاش برابر ۰/۴۳۶ است. نتایج برای عدد کاواک‌زایی ۰/۵۱ نیز به صورت شکل ۱۳ است. در این‌جا نیز مقدار بیشینه دامنه بدون بعد اغتشاش ۰/۴۶ است.



شکل (۱۳): دامنه اغتشاش بر روی مرز ابرکاواک با عدد کاواک‌زایی ۰/۵۱.



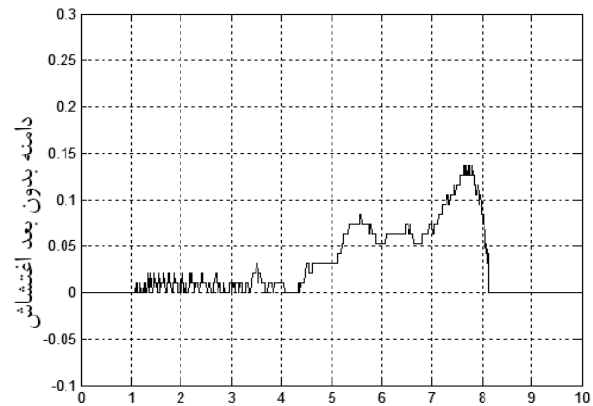
#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، با شبیه‌سازی یک گردابه و وارد نمودن آن به ابرکاواک به‌عنوان یک اغتشاش ضربه‌ای، مدلی کامل و جدید برای بررسی پایداری ابرکاواک فراهم گردیده است. در شروع کار بررسی نوسان‌های سرعت مورد توجه قرار گرفت که نتیجه آن مشخص شدن شدت نوسانات سرعت در اثر اغتشاش اعمالی و همچنین میرا شدن این نوسانات در طول جریان است. در ادامه آنچه که در تصاویر کسر حجمی مایع مشاهده شد، گویای وجود و رشد دامنه اغتشاش بر روی مرز بود. با پردازش تصویر، مرز تفکیک شد و در نهایت وجود ناپایداری جابه‌جا شونده نیز در مرز ابرکاواک به اثبات رسید. در ادامه همان‌طور که در نتایج مربوط به پردازش تصویر نیز مشاهده شد با بزرگ‌تر شدن طول ابرکاواک، میزان رشد اغتشاش افزایش یافت که از این پدیده چنین استنباط می‌شود که کاواک‌های بلندتر، حساسیت بیشتری نسبت به یک اغتشاش یکسان از خود نشان می‌دهند. تحلیلی که در مورد آستانه تحریک انجام شده است بار دیگر حساس‌تر بودن ابرکاواک‌های بلندتر را تأیید می‌کند. هرچه ابرکاواک بلندتر باشد، اغتشاش کوچک‌تری می‌تواند سطح آن را تحریک کند. با رشد بیشتر طول ابرکاواک در نهایت شرایطی به دست می‌آید که اغتشاشات طبیعی موجود در جریان باعث برهم خوردن و شکستن طول بزرگ ابرکاواک می‌شوند به طوری که در عمل ابرکاواکی با طول بی‌نهایت (بسیار بزرگ) نمی‌توان داشت.

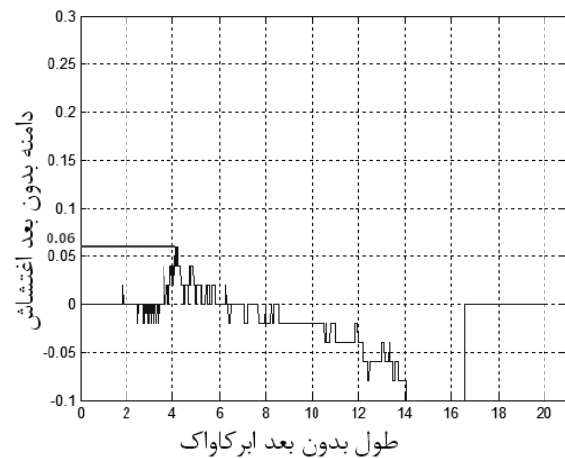
#### مراجع

۱. نوری، ن.م. و حسینی، س.ا. "بررسی رخداد ناپایداری کلونین - هلمهولتز در سطح سوپر کاویتی"، هفتمین همایش سالانه (بین‌المللی) هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران، ۱۳۸۶.
2. Ubbink, O. "Numerical Prediction of Two-fluid Systems with Sharp Interfaces", Ph.D. Dissertation, Imperial College of Sci., Tech. and Med., London, 1997.
3. Nouri, N.M., Moghimi, M., and Mirsaedi, S.M. "Unsteady Modeling of Cavitating Flow with Artificial Viscosity", J. Mech. Eng., Part C, Vol. 224, No. 1, pp. 123-132, 2010.
۴. زینعلی، م. "تحلیل جریان‌های همراه با میکرو حباب به روش LES"، پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد، آزمایشگاه هیدرودینامیک

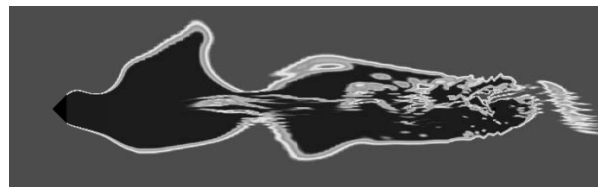
می‌شوند. به‌همین دلیل در طبیعت نمی‌توان ابرکاواکی با طول بسیار بلند (بی‌نهایت) داشت. مشخصات اغتشاش اعمالی در مسأله مربوط به شکل ۱۶ عبارتند از  $L_x=0$ ،  $L_y=2$ ،  $RE=75$  و  $RE=6e10$ .



شکل (۱۴): ثانیه ۰/۵ بعد از اعمال اغتشاش برای ابرکاواک با عدد کاواک‌زایی ۰/۶۲.



شکل (۱۵): ثانیه ۰/۵ بعد از اعمال اغتشاش برای ابرکاواک با عدد کاواک‌زایی ۰/۵۱.



شکل (۱۶): ثانیه ۱/۵ پس از اعمال اغتشاشی با شدت زیاد بر روی ابرکاواک با عدد کاواک‌زایی ۰/۵۱.

کاربردی دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت  
ایران، ۱۳۸۷.

5. Chauhana, A., Maldarellib, C., Rumschitzkib, D.S., and Papageorgiouc, D.T. "An Experimental Investigation of the Convective Instability of a Jet", Chem. Eng. Sci., Vol. 58, No. 58, pp. 2421-2432, 2003.
  6. Huerre, P. and Monkewit, E.A. "Local and Global Instabilities in Spatially Developing Flows", Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 22, pp. 473-537, 1990.
  7. Drazin, P.G. "Introduction to Hydrodynamic Instability", Cambridge Univ. Press, UK, Cambridge, 2002.
  8. Blackburn, H.M., Barkley, D., and Sherwin, S.J. "Convective Instability and Transient Growth in Flow over a Backward-Facing Step", J. Fluid Mech., Vol. 603, pp. 271-304, 2008.
  9. Chomaz, J.M., Huerre P., and Redekopp L.G. "A Frequency Selection Criterion in Spatially Developing Flows", Massachusetts Ins. of Tech., 1991.
  10. OPENFOAM User Guide, The Open Source CFD Toolbox, Version 1.4, 11th Apr. 2007.
  11. Jasak, H. "Error Analysis and Estimation for Finite Volume Method with Applications to Fluid Flow", Ph.D. Dissertation, Imperial College, Univ. of London, 1996.
  12. Harlow, F.H. and Welch, J.E. "Numerical Calculation of Time Dependant Viscous Incompressible Flow with a Free Surface", Phys. Fluids, Vol. 8, No. 12, pp. 2182-2189, 1965.
  13. Issa, R.I. "Solution of the Implicitly Discretized Fluid Flow Equations by Operator-Splitting", J. Comp. Physics, Vol. 62, pp. 40-65, 1986.
  14. Kunz, R.F., Boger, D.A., Stinebring, D.R., Chyczewski, T.S., and Gibeling, H.J. "A Preconditioned Navier-Stokes Method for Two-phase Flows with Application to Cavitation Prediction", J. Comput. and Fluids, Vol. 29, No. 8, pp. 849-875, 2000.
  15. Singhal, A.K., Atahavale, M.M., Li, H., and Jiang, Y. "Mathematical Basis and Validation of the Full Cavitation Model", J. Fluids Eng., Vol. 124, No. 3, pp. 617-624, 2002.
۱۶. پسندیده فرد، م.، رشیدی طرقی، ا.، و تولمی، م. "شبییه-سازی عددی جریان کاویتاسیون گسترده و جزئی دوبعدی با استفاده از روش المان مرزی"، نشریه مکانیک هوافضا، جلد ۴، شماره ۲، ص.ص ۲۸-۱۵، تابستان ۱۳۸۷.
17. Atanov, G. and Rusanova, O. "Unsteady Cavitation in the Impulse and Wave Processes", The Fifth Int. Symp. on Cavitation, Cav03-OS-7-002, Osaka, Japan, Nov. 2003.