

شبیه‌سازی عددی اندرکنش یک حباب بزرگ با یک لایه مرزی

فرشید احمدزاده^۲

دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا
دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

محمد طیبی رهنی^۱

دانشکده مهندسی هوافضا
دانشگاه صنعتی شریف
و دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا
دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

(تاریخ دریافت: ۸۷/۸/۲۲؛ تاریخ پذیرش: ۸۹/۱۱/۱۱)

چکیده

در تحقیق حاضر اندرکنش یک حباب بزرگ با یک لایه مرزی و تأثیرات پارامترهای مختلف در اعداد رینولدز نسبتاً پایین به صورت عددی و با استفاده از روش ردیابی مرز متحرک و در نظر گرفتن معادلات تک سیالی ناویر-استوکس کامل، مطالعه می‌شود. این تحقیق می‌تواند شروع کارهای پیچیده‌تر با اعداد رینولدز بالاتر باشد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که تنش‌های برشی دیواره در حضور حباب، دارای تغییراتی وابسته به محل حباب بوده و وقتی حباب در لایه مرزی اضافه می‌شود، تنش‌های برشی و اصطکاک پوسته‌ای افزایش می‌یابند.

واژه‌های کلیدی: حباب، لایه مرزی، شبیه‌سازی عددی مستقیم، روش ردیابی مرز متحرک

Numerical Simulation of the Interaction between a Large Bubble and a Boundary Layer

M. Taeibi-Rahni

Aerospace Eng. Dep't.
Sharif Univ. of Tech.

and Mech. & Aerospace Eng. Dep't.
Science and Research Branch
Islamic Azad Univ.

F. Ahmadzadeh

Mech. & Aerospace Eng. Dep't.
Science and Research Branch
Islamic Azad Univ.

(Received: 13 Oct. 2008; Accepted: 31 Jan. 2011)

ABSTRACT

In this research, numerical simulation of the interaction between a large bubble and a boundary layer, considering various parameters in a low Reynolds number flow, have been studied. This work can be a start for more complicated tasks with higher Reynolds numbers. The considered flow has been solved using the well-known front tracking method. The results indicate that the wall shear stresses considerably depend on the bubble location. Also, when bubbles are inside the boundary layer, the overall shear stresses and the skin friction drag increase.

Keywords: Bubble, Boundary Layer, Direct Numerical Simulation (DNS), Front Tracking Method, Two-Phase Flow.

۱- استاد: taeibi@sharif.edu

۲- کارشناس ارشد (نویسنده پاسخگو): ahmadzadeh_farshid@yahoo.com

به‌وسیله راه‌کارهای مختلف، می‌توان این فاز دوم را ایجاد نمود. فاز دوم می‌تواند هوا، بخار آب، گازهای مختلف و سیالی متفاوت با سیال اول باشد.

مطالعات اندرکنش حباب‌ها با جریان غیریکنواخت مختلف‌الجهت توسط طیبی رهنی در سال ۱۹۹۴ ارائه شد [۱۱]. حرکت حباب‌هایی که تعدادشان کمتر و حدود از ۱۰۰ بوده است توسط اسماعیلی و ترگوسن شبیه‌سازی شده‌اند. آن‌ها آبشار انرژی معکوس^۱ که مشابه جریان دوبعدی مغشوش بود را مشاهده و بیان نمودند [۴]. اسماعیلی و ترگوسن در سال ۱۹۹۸ و ۱۹۹۹ حرکت حباب‌های بزرگ در دو و سه‌بعد را در جریان غیریکنواخت شبیه‌سازی کردند و چگونگی بالا رفتن سرعت حباب و اندرکنش آنها در اعداد رینولدز مختلف را تخمین زده و نشان دادند که این پدیده‌ها وابستگی زیادی به عدد رینولدز دارند [۵-۶]. بنر^۲ و ترگوسن^۳ در سال ۱۹۹۹ یک نسخه موازی از این روش را برای مطالعه بر روی حدود ۲۰۰ حباب در حال حرکت به‌صورت سه‌بعدی به‌کار بردند. مطالعات و شبیه‌سازی‌هایی از سوسپانسیون‌ها یا مواد معلق توسط مرتضوی و ترگوسن در سال ۲۰۰۰ مورد بررسی و شبیه‌سازی قرار گرفته است. آنها حرکت تناوبی یک ردیف از حباب‌ها را در یک کانال جریان تحت فشار شبیه‌سازی کردند [۱۰].

مهم‌ترین روشی که در حال حاضر برای شبیه‌سازی مرزها در جریان‌های چندفازی و چندجزئی انجام می‌شود، روش ردیابی مرز متحرک^۴ است که بهبود روش گفته شده و به‌کارگیری این روش به‌صورت گسترده توسط ترگوسن انجام گرفته است. بر پایه ارتقاء این روش، مسائل متعددی در زمینه مسائل چندفازی و چندجزئی حل شده و با بسط کد مربوطه قابلیت حل سه‌بعدی به مسائل موردنظر اضافه شده است و سپس با اضافه کردن جمله‌های انتقال حرارت به بررسی انتقال حرارت در این‌گونه مسائل پرداخته شده است.

کار اصلی پیرامون تغییر شکل یک حباب در جریان‌های خزشی و جریان‌های مختلف‌الجهت توسط طیبی رهنی انجام گرفته است [۱۵]. وی در سال ۱۹۹۴ این موضوع را با عنوان

فهرست علائم

D	قطر حباب
g	شتاب ثقل
h	ارتفاع رهاسازی حباب
$I_{(x)}$	تابع نشانگر
k	انحناء مرز متحرک
\bar{n}	بردار عمود
P	فشار
t	زمان
T	تانسور تنش
\vec{V}	بردار سرعت
γ	عرض میدان مطالعاتی موردنظر

علائم یونانی

ρ	چگالی
δ	تابع دلتا و ضخامت لایه مرزی
τ	تنش برشی بر روی سطح
σ	ضریب کشش سطحی
η	لزجت سیال
C_D	ضریب درگ
δ	ضخامت لایه مرزی
$()_L$	نمایش‌دهنده فاز مایع
$()_B$	نمایش‌دهنده حباب

۱- مقدمه

بررسی و تحلیل جریان‌های دوفازی، دوجزئی و چندجزئی یکی از مباحث روز بوده و با توجه به گستردگی و ارتباط با علوم مختلف، اهمیت و جایگاه ویژه‌ای دارد. گسترش این مبحث به دلیل روش‌های مورد استفاده و کاربردهای جریان‌های دو فازی در مباحث مختلف علمی می‌باشد. به عنوان مثال یکی از موارد مهم در صنایع زیر آبی، کاهش تنش‌های سطحی و به دنبال آن سرعت بالاتر و صرف نیرو و انرژی کمتر می‌باشد. یکی از راه‌های پیشنهادی، استفاده از فاز دوم می‌باشد. بدین صورت که سازه زیر آبی موردنظر-که می‌تواند زیردریایی و یا اژدر باشد- به‌وسیله ایجاد حباب در لایه مرزی بر روی بالشتکی از هوا به حرکت درآید که

1- Inverse Energy Cascade
2- Bunner
3- Tryggvason
4- Front Tracking Method

معادلات ناویر-استوکس بایستی تحلیل شود. در صورتی که در روش‌های دوسیالی، ابتدا باید دو شبکه‌بندی مجزا به کار رفته و سپس معادلات کامل ناویر-استوکس را برای هر جزء به دست آورده و محاسبه نمود. در روش تک‌سیالی، پارامتری با عنوان تنش‌های سطحی اضافه شده که برای محاسبه تنش‌های سطحی در محل سطح مشترک می‌باشد. این نیرو به وسیله یک روش ردیابی مرز متحرک به گونه‌ای عمل می‌کند که تغییرات چگالی و لزجت در مرز متحرک بین دو فاز سیال به نرمی صورت گیرد و گسسته‌سازی معادلات، بر روی مجموعه‌ای از شبکه‌های روی هم^۳ صورت می‌گیرد که شامل دو شبکه به صورت زیر می‌باشد:

الف) شبکه ثابت که یک شبکه دوبعدی با سازمان، جابه‌جا شده و غیر تطبیقی می‌باشد که در شکل ۱ مشاهده می‌شود و ب) شبکه مرز متحرک که بی‌سازمان، تطبیقی و یک‌بعدی است.

۲-۱- معادلات ناویر-استوکس

در این مطالعات روش شبیه‌سازی عددی مستقیم برای محاسبه جریان‌های چندفازی غیرقابل تراکم، با مرز مشخص، لزج و مخلوط نشدنی برای معادلات کامل ناویر-استوکس در دو و سه بعد به کار می‌روند (مدل تک‌سیالی).

تکامل تدریجی در جریان‌های لایه‌ای^۴ آزاد و حرکت حباب در آن‌ها و تکامل در معادلاتشان، منتهی به معادلات نهایی با عنوان ناویر-استوکس شد که برای جریان‌های دوفازی، چندفازی و چندجزئی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{D(\rho \vec{V})}{Dt} = -\nabla P + \rho \vec{g} + \nabla \cdot (2\mu \vec{T}) + \sigma k \vec{n} \delta(\vec{X} - \vec{X}^f) \quad (1)$$

که در این رابطه، \vec{T} نرخ تانسور تغییر شکل است یعنی:

$$\vec{T}_{ij} = (V_{ij} + V_{ji}) / 2 \quad (2)$$

\vec{V} بردار سرعت فاز دوم و سیال اطرافش، σ ضریب کشش سطحی، k انحناء، \vec{g} شتاب گرانش و \vec{n} بردار عمود بر سطح فاز دوم می‌باشد.

چگالی و لزجت به گونه‌ای تغییر می‌کنند که این معادلات برای کل میدان سیال صادق باشد. نیروهای تنش سطحی نیز

شبیه‌سازی عددی مستقیم حباب‌های بزرگ در جریان برشی آزاد، معادلات ناویر-استوکس کامل را همراه با مدل تک سیالی و الگوریتم جبهه‌یابی برای مطالعه قطره‌های استوانه‌ای، کروی و بیضوی در جریان برشی آزاد پیرامون آنها به کار برد. در این تحقیق، شبیه‌سازی مستقیم این جریان دوفازی به صورت شبیه‌سازی عددی مستقیم ساختارهای چرخشی سیال و نقش حباب‌های بزرگ در تغییر ساختارهای جریان برشی با عدد رینولدز محدود، مخصوصاً در مورد حباب‌هایی که قطر آنها نزدیک بزرگ‌ترین ادی‌های^۱ سیال می‌باشد، مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج دو و سه‌بعدی نشان می‌دهند که تداوم برخورد ادی‌ها با فاز دوم، اصلی‌ترین شیوه اثرگذاری بر فاز اول است که معمولاً با کاهش اندازه و چسبندگی گردابه‌ها، تغییر نظم آماری نوسان‌های جریان و تغییرات قابل توجه در پدیده چسبیدن (جفت شدن)^۲ مشخص می‌شود. همچنین می‌توان گفت افزایش تغییر شکل حباب، اثر جزئی روی تغییرات کل سیال دارد. در این تحقیق، با قرار دادن حباب در یک لایه مرزی توسعه یافته، تغییرات شکل حباب تحلیل و اثرات این تغییر شکل و فاصله از جداره بر روی تنش‌های سطحی بحث و بررسی شده است. کارهای انجام گرفته در این زمینه یا در مورد سیال ساکن بوده و یا در مورد جریان‌هایی با پروفیل سرعت یکنواخت بحث شده است. در اکثر این موارد می‌توان از قضیه متقارن محوری استفاده نمود و تغییر شکل در نصف حباب را به نیمه دیگر آن تعمیم داد. در برخی مقالات، حباب در پروفیل سرعت غیریکنواخت بوده است. نوآوری مقاله مزبور در تحلیل این حباب و تأثیرات آن در یک پروفیل سرعت غیریکنواخت (لایه مرزی) و تأثیرات آن بر تنش‌های جداره می‌باشد.

۲- معادلات حاکم و روش حل

روش حلی که در این تحقیق از آن استفاده شده، روش تک‌سیالی می‌باشد. بدین صورت که یک شبکه‌بندی واحد برای جریان سیال و حباب به کار برده و به وسیله نقاطی، مرزها یا سطح مشترک مشخص می‌شود. مزیت این روش نسبت به روش‌های دیگر آن است که در این روش، فقط یک سری

$$\frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} = -\nabla P + \vec{E}(\vec{V}), \quad (۶)$$

که در آن، $\vec{E}(\vec{V})$ بدین صورت تعریف می‌شود:

$$\vec{E}(\vec{V}) = -(\nabla \cdot \rho \vec{V}) \vec{V} + \rho \vec{g} + \nabla \cdot (2\mu \vec{T}) + \sigma k \vec{n} \delta(\vec{X} - \vec{X}'). \quad (۷)$$

باید توجه داشت در معادله (۷) به‌طور مستقیم از لزجت مشتق‌گیری نمی‌شود اما تغییرات در تنش‌های ناشی از لزجت که گرا دیان لزجت را تولید می‌کند با استفاده از بسط جمله‌های مربوطه قابل محاسبه می‌باشند.

راه دیگر بررسی جملات تنش‌های ناشی از لزجت، فرمول‌بندی روش حجم محدود می‌باشد که تنش‌های لزج بر روی یک طرف مرز، در سطح مشترک، از مقادیر آن طرف مرز کم می‌شود. اکنون اگر معادله (۷) نسبت به زمان مجزاسازی شود، معادله‌ای به صورت زیر به‌دست خواهد آمد:

$$\frac{\rho^{n+1} V^{n+1} - \rho^n V^n}{\Delta t} = -\nabla P + \vec{E}(\vec{V}). \quad (۸)$$

در روش تصویری به‌کار رفته، سمت راست معادله (۸) به دو معادله زیر شکسته می‌شود:

$$\frac{\rho^{n+1} V^* - \rho^n V^n}{\Delta t} = \vec{E}(\vec{V}), \quad (۹)$$

$$\frac{\rho^{n+1} \vec{V}^{n+1} - \rho^n \vec{V}^*}{\Delta t} = -\nabla P. \quad (۱۰)$$

اگر معادلات (۹-۱۰) با یکدیگر جمع و در معادله (۸) جایگذاری شوند، در این حالت معادلات مجزاسازی شده به روش صریح برای معادله (۷) به‌دست خواهند آمد.

\vec{V}^* سرعت تصویری^۶ نامیده می‌شود و شرط تراکم‌ناپذیری یا پیوستگی معادله (۳) به صورت رابطه (۱۱) نیز نوشته می‌شود.

$$\nabla \cdot \vec{V}^{n+1} = 0 \quad (۱۱)$$

با تقسیم معادله (۱۰) بر ρ^{n+1} و گرفتن دیورژانس از آن، معادله پواسون برای فشار به‌صورت زیر به‌دست خواهد آمد:

$$\frac{\nabla \cdot V^{n+1} - \nabla \cdot V^*}{\Delta t} = -\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho^{n+1}} \nabla P^{n+1} \right). \quad (۱۲)$$

جمله اول معادله (۱۲) از شرط تراکم‌ناپذیری برابر صفر می‌باشد. بنابراین، معادله (۱۲) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\nabla \cdot \vec{V}^{n+1} = 0. \quad (۱۳)$$

به‌صورت جمله‌ای که با تابع دلتا^۱ مشخص شده بیان می‌شود. مقدار این جمله تنها روی مرز متحرک، جایی که $\vec{X} = \vec{X}'$ می‌باشد، صفر نیست. این معادلات به‌وسیله شرط تراکم‌ناپذیری و پیوستگی، به‌صورت زیر کامل می‌شود:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0. \quad (۳)$$

معادله (۲) در ترکیب با معادلات ناویر-استوکس، منجر به یک معادله بیضوی^۲ برای فشار می‌شود.

معادلات حالت برای چگالی و لزجت، به‌صورت زیر ارائه می‌شوند:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \rho = 0, \quad (۴)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \mu = 0. \quad (۵)$$

۲-۲- روش تفاضل محدود

در این تحقیق، حل عددی معادلات کامل ناویر-استوکس به‌وسیله یک روش استاندارد تفاضل محدود به نام روش تصویری صورت می‌گیرد. این روش توسط پیرت و تیلور^۳ (۱۹۸۶) با یک شبکه جابه‌جا شده کارترین ارائه شده است.

تمام مشتق‌گیری‌های مکانی از مرتبه دو و انتگرال‌گیری‌های زمانی با استفاده از روش پیش‌بینی و تصحیح^۴ مرتبه دو انجام می‌شود. از آنجا که چگالی کمیتی متغیر است، معادله فشار، از سایر معادلات جدا ناشدنی است. این معادله از روش تکراری^۵ S.O.R حل می‌شود. جزئیات گسسته‌سازی در زیر ارائه می‌شود.

روش تصویری، روشی صریح می‌باشد که عموماً برای حل مسائل جریان‌های غیر قابل تراکم به‌کار می‌رود. این روش، در اصل در جمله ناپایا از مرتبه یک می‌باشد اما مشابه کاری که در این تحقیق به‌واسطه استفاده از روش پیش‌بینی و تصحیح انجام شده، روش تصویری قابل تبدیل به روشی از مراتب بالاتر نیز هست.

معادلات ناویر-استوکس کامل را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی نمود:

- 1- Delta Function
- 2- Elliptic Equation
- 3- Peyret and Taylor
- 4- Predictor-Corrector Method
- 5- Successive over Relaxation Method (SOR)

دقیق مکان مرز هم کمک می‌کند اگر این ضخامت کمتر از اندازه بین نقاط شبکه باشد، تعیین مکان مرز متحرک امری ناممکن بود. از طرفی بر اساس قانون عدم قطعیت^۶، وقتی تغییر یا پرشی روی نقاط یک شبکه صورت می‌گیرد، غیرممکن است که مکان دقیق تغییرات و ضخامت، کمتر از اندازه فاصله نقاط شبکه باشد.

در روش ردیابی مرز متحرک، یک تابع نشانگر^۷ $\bar{I}_{(x)}$ که برای فاز دوم برابر با یک و برای یک سیال بیرونی برابر صفر می‌باشد، تعریف می‌شود. این تابع با استفاده از مکان معلوم نقاط سطح فاز دوم تولید می‌شود تا ناپیوستگی ایجاد شده توسط مرز متحرک بین فاز دوم و سیال را مدل کند. توجه شود که:

(۱) تغییرات تابع نشانگر به نزدیک‌ترین نقاط به سطح فاز دوم توزیع می‌شود. این توزیع به ایجاد یک میدان تغییرات روی شبکه می‌انجامد که همه جا غیر از نقاط نزدیک به سطح برابر با صفر است که در عین حال، پهنایی ثابت نیز دارد.

اکنون یک تابع توزیع^۸ بنام D که مشخص می‌کند چند تابع تابع از کمیت‌های روی مرز باید در شبکه توزیع شوند، در نظر گرفته می‌شود. می‌توان گرادیان تابع نشانگر $\bar{G}_{(x)}$ را بدین صورت نوشت:

$$\bar{G}(\bar{X}) = \sum_k D(\bar{X} - \bar{X}^{(k)}) \bar{n}^{(k)} \Delta S^{(k)}, \quad (16)$$

که در آن، $\bar{n}^{(k)}$ بردار واحد عمود بر المان سطحی با مساحت $\Delta S^{(k)}$ می‌باشد. مرکز این المان نیز در $\bar{X}^{(k)}$ واقع است،

(۲) با استفاده از تخمین تفاضل مرکزی مرتبه دو، دیورژانس میدان گرادیان $(\bar{V} \cdot \bar{G})$ یا لاپلاسیان تابع نشانگر به دست می‌آید،

(۳) در آخر، با اعمال شرایط مرزی و حل معادله پواسون زیر می‌توان تابع نشانگر را به صورت زیر به دست آورد:

$$\nabla^2 \bar{I} = \nabla \cdot \bar{G}. \quad (17)$$

در اینجا طرف راست در مراحل ۱ و ۲ محاسبه شده است. اکنون پس از یافتن $\bar{I}_{(x)}$ ، میدان‌های چگالی و لزجت را می‌توان بدین صورت بر اساس این تابع نوشت:

معادله (۱۳) معادله پواسون^۱ برای فشار است. بنابراین، ابتدا معادله (۹) را می‌توان برای یافتن \bar{V}^* حل نموده (با فرض اینکه ρ^{n+1} قبلاً با استفاده از روش ردیابی مرز متحرک به دست آمده است) سپس معادله (۱۳) را برای فشار و معادله (۱۴) را برای یافتن \bar{V}^{n+1} حل نمود:

$$\bar{V}^{n+1} = \bar{V}^* - \Delta t \frac{\nabla P^{n+1}}{\rho^{n+1}}. \quad (14)$$

شرط مرزی نیومن^۲ برای فشار به وسیله تصویر کردن بردار سرعت در معادله (۱۰) بر مرز Γ طبق رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial N} \right)_{\Gamma}^{n+1} = \frac{-1}{\Delta t} (\rho^{n+1} \bar{V}_{\Gamma}^{n+1} - \rho^{n+1} \bar{V}_{\Gamma}^*) \cdot \bar{N}. \quad (15)$$

که در آن، \bar{N} بردار واحد عمود بر مرز و \bar{V}_r^* مقدار V^* روی Γ است.

۲-۳- روش ردیابی مرز متحرک

برای ردیابی میدان‌های ناپیوسته چگالی، لزجت و محاسبه نیروهای کشش سطحی، سطح فاز دوم به وسیله المان‌های عددی متصل به هم مدل می‌شوند. شبکه مرز متحرک با یک بعد پایین‌تر و سپس به وسیله سرعت سیال که از درون‌یابی شبکه ثابت به دست می‌آید، حرکت می‌کند. برای اعمال نیروهای تنش سطحی بر شبکه ثابت از روشی به نام روش مرز غوطه‌ور^۳ که توسط پسکین^۴ (۱۹۷۷) ارائه شد استفاده می‌شود. در این روش، یک مرز بسیار نازک به وسیله یک تابع توزیع، تخمین زده می‌شود. برای توزیع نیروهای سطحی روی نقاط شبکه، نزدیک به سطح به گونه‌ای توزیع می‌شود که کل نیروها ثابت باقی بماند. بنابراین مرز متحرک دارای ضخامتی محدود در حدود سه یا چهار فاصله بین نقاط شبکه است. از آنجا که این ضخامت همیشه ثابت می‌ماند، هیچ‌گونه پخش خطای عددی^۵ در کل میدان، صورت نمی‌گیرد. در این ناحیه انتقالی، خواص سیال به نرمی از مقادیر یک طرف مرز به مقادیر طرف دیگر می‌رسد. این ضخامت محدود به تعیین

1- Poisson Equation

2- Neumann Boundary Condition

3- Immersed Boundary Method

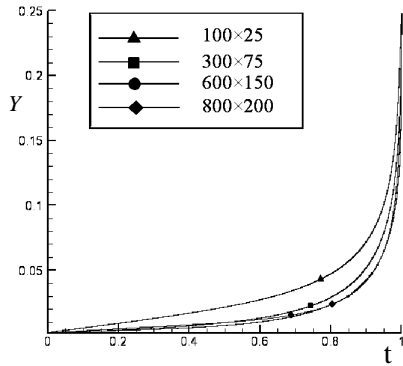
4- Peskin, C.S.

5- Numerical Diffusion

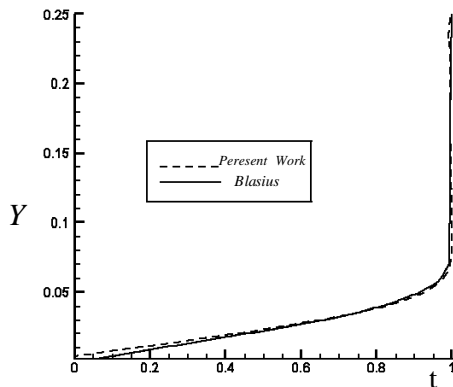
6- Uncertainty Principle

7- Indicator Function

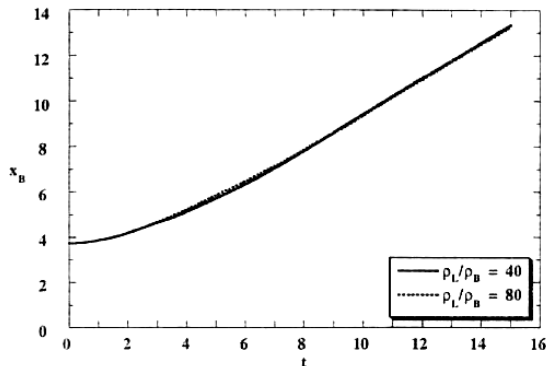
8- Distributaion Function



شکل (۲): پروفیل سرعت لایه مرزی برای چهار شبکه ۱۰۰×۲۵، ۳۰۰×۷۵، ۶۰۰×۱۵۰ و ۸۰۰×۲۰۰ بدون حضور حباب.



شکل (۳): مقایسه پروفیل سرعت لایه مرزی، با حل بلازیوس برای بررسی صحت کار انجام شده (لایه مرزی بر روی نصف میدان مورد مطالعه شکل گرفته است).



شکل (۴): منحنی مکان بر حسب زمان برای یک حباب بالارونده برای نسبت لزجت ۳/۲۲ [۱۳].

$$\rho_{(\bar{x})} = \rho_o + (\rho_D - \rho_o)\bar{I}_{(x)}, \quad (18)$$

$$\mu_{(\bar{x})} = \mu_o + (\mu_D - \mu_o)\bar{I}_{(x)}. \quad (19)$$

در این رابطه، O نشان دهنده سیال بیرونی و D نشان دهنده فاز دوم می باشد.

در محاسبات انجام شده در این تحقیق، از تابع توزیع پسکین (۱۹۷۷) که به صورت زیر می باشد استفاده شده است:

$$D(\bar{X} - \bar{X}_{(k)}) = \begin{cases} \frac{1}{4h^2} \prod_{\gamma=1}^{\Omega} [1 + \cos \frac{\pi}{2h} (\bar{X}_{\gamma} - \bar{X}_{\gamma}^{(k)})] & |X - \bar{X}| < 2h \text{ if } \gamma=1, \Omega, \\ \text{Then,} \\ 0. \end{cases} \quad (20)$$

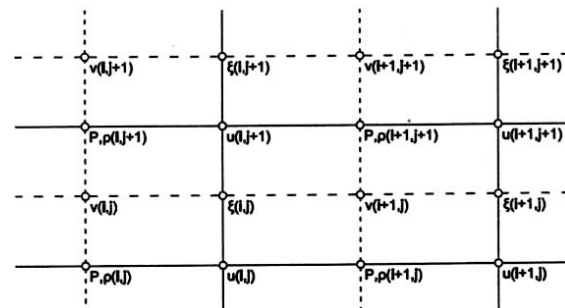
در این رابطه، h عرضی اویلر شبکه^۱ است که برای حالت دوبعدی مورد بحث می باشد. مقدار نیروی تنش سطحی نیز با استفاده از انحناء مرز متحرک به صورت زیر به دست می آید:

$$\vec{f}^{(k)} = \sigma k^{(k)} \vec{n}^{(k)} \Delta S^{(k)}. \quad (21)$$

در این رابطه، σ ضریب تنش سطحی و k^(k) انحناء مرز متحرک در مرکز المان k ام می باشد. این نیرو با آهنگ گرادیان میدان، روی شبکه پخش می شود.

شکل ۱ نمایش دهنده شبکه مورد استفاده در شبیه سازی می باشد که از یک شبکه برای کل جریان و حباب استفاده شده است و برای حباب از یک شبکه دیگر استفاده می شود. شبکه استفاده شده اولی که به شبکه استگرد^۲ معروف است یک شبکه غیر تطبیقی و معین و ثابت می باشد.

در شکل ۲ عدم وابستگی حل به شبکه، نمایش داده شده است که با زیاد شدن تعداد شبکه ها از یک حد خاص، دیگر تغییری در حل به وجود نمی آید. با تعداد کم شبکه نیز خطا بسیار کم و حدوداً ۰.۱٪ می باشد.



شکل (۱): شبکه جابه جا شده مورد استفاده.

1- Eulerian Mesh Width
2- Staggered

۳- نتایج و بحث

در شکل‌های ۸-۷ کانتورهای ورتیسیتی و سرعت برای لایه مرزی بدون حباب ارائه شده که نمایش‌دهنده پروفیل سرعت مماسی لایه مرزی است. در این مرحله، لایه مرزی فقط بر روی نصف صفحه میدان مورد مطالعه تشکیل می‌گردد. زیرا هدف آن است که زمان لازم برای تطبیق یافتن جریان با میدان وجود داشته باشد تا لایه مرزی به درستی تشکیل شده و پس از توسعه جریان حباب در لایه مرزی رها گردد.



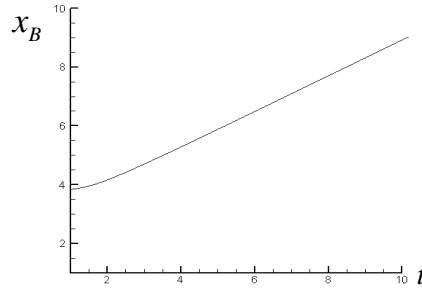
شکل (۷): کانتور ورتیسیتی لایه مرزی (لایه مرزی بر روی نصف طول صفحه زیرین میدان محاسباتی تشکیل می‌شود).



شکل (۸): لایه مرزی تشکیل شده بر روی نصف صفحه زیرین میدان محاسباتی.

در مرحله‌ای که جریان کاملاً توسعه یافته شده و لایه مرزی کامل شود، حبابی در ابتدای لایه مرزی رها شده و زمان بر حسب زمان بیشینه بی‌بعد می‌شود. همان‌گونه که در شکل ۹ نمایش داده شده است، بخشی از حباب که به جداره نزدیکتر است دارای تغییر شکل بیشتری می‌باشد. طبق شکل فوق می‌توان دریافت که هر چه حباب به جداره نزدیکتر باشد، با نیروی بیشتری به خارج رانده می‌شود که این نیرو، پروفیل سرعت لایه مرزی و عدم تقارن در گردابه‌های تشکیل شده در پشت حباب و نیروهای فشاری از طرف جریان بر حباب در لایه مرزی، باعث تغییر شکل حباب می‌گردد.

در شکل‌های ۱۰-۱۵ عموماً یک کاهش در تنش‌های اصطکاکی سطحی در پشت حباب و بعد از آن یک افزایش ناگهانی مشاهده می‌گردد که با دور شدن حباب از ابتدای لایه مرزی و یکنواخت‌تر شدن پروفیل سرعت لایه مرزی و دور

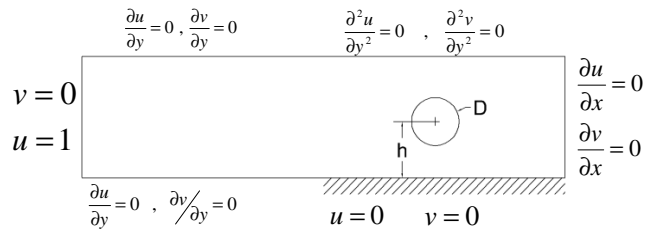


شکل (۵): منحنی زمان بر حسب مکان برای یک حباب بالارونده با نسبت چگالی ۴۰ و نسبت لزجت ۳/۲۲.

در شکل ۳ برای نمایش درستی برنامه رایانه‌ای در قسمت لایه مرزی، از مقایسه حل بلازیوس با جواب برنامه استفاده شده که خطا، بسیار کم و قابل چشم‌پوشی می‌باشد. برای صحت‌سنجی تشکیل و حرکت و بررسی حباب در شکل‌های ۴-۵ از مقایسه حرکت حباب در یک جریان ثابت و یک حباب بالا رونده استفاده شده است که با حل عددی طبیعی-رهنی [۱۳] مقایسه شده است. جواب‌ها، نشان‌دهنده صحت مطلوب و عدم خطای تأثیرگذار است.

در این مرحله پس از بررسی درستی برنامه رایانه‌ای برای حرکت حباب و لایه مرزی به اندرکنش این دو زمینه (حباب و لایه مرزی) پرداخته می‌شود.

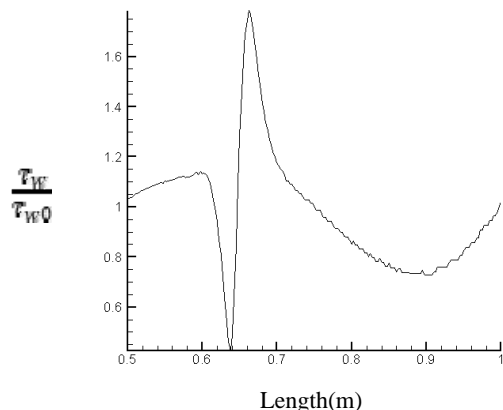
در شکل ۶ حالت مورد مطالعه و شرایط اولیه و مرزی و جریان نشان داده شده است. در جدول ۱ حالت مورد مطالعه برای سیستم و شبه‌سازی عددی جریان و حباب مربوطه نمایش داده شده است.



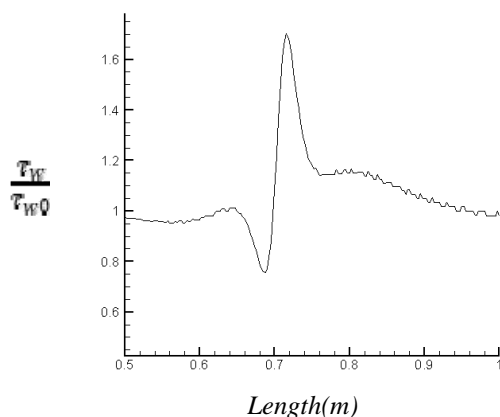
شکل (۶): میدان مورد مطالعه لایه مرزی تشکیل شده.

جدول (۱): حالت مورد مطالعه.

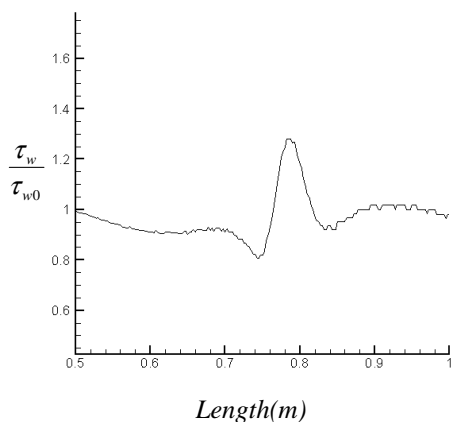
D/y	h/δ	ρ_L/ρ_B	μ_L/μ_B	Surface tension	g_y	g_x	
۰/۲	۰/۴	۱۰	۴/۰	۱/۰	۰/۰	۰/۰	F



شکل (۱۰): تنش سطحی بی‌بعد در حضور حباب برای حالت AI در $t = 0$ بر حسب طول.

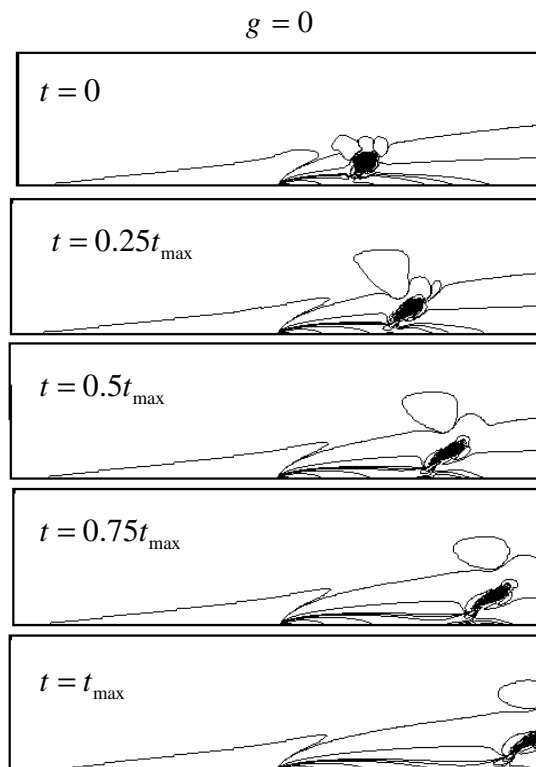


شکل (۱۱): تنش سطحی بی‌بعد در حضور حباب برای حالت AI در زمان $t = 0.25t_{max}$ بر حسب طول.



شکل (۱۲): تنش سطحی بی‌بعد در حضور حباب برای حالت AI در زمان $t = 0.5t_{max}$ بر حسب طول.

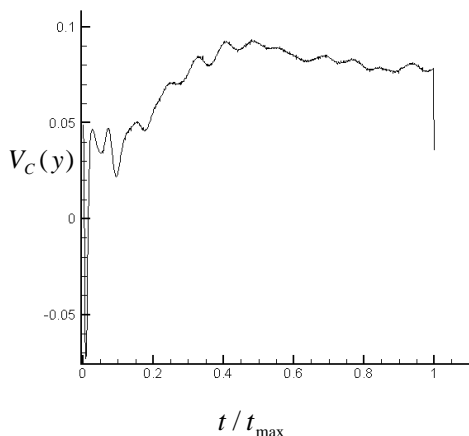
شدن حباب به دلیل سرعت عمودی که در لایه مرزی وجود دارد، این تغییرات تنش‌های اصطکاکی سطحی به تدریج کم شده و نهایتاً محو می‌شوند. کاهش در تنش‌های برشی بر روی سطح پشت حباب را می‌توان این‌گونه بیان نمود که چون سرعت حباب، میانگین سرعت در لایه مرزی است بنابراین سرعت بالاتری به نسبت سرعت جریان در نزدیک سطح دارد. یکسان نبودن در سرعت حباب و پروفیل سرعت در نزدیک جداره، باعث تغییر پروفیل لایه مرزی و تغییرات در تنش‌های برشی بر روی سطح می‌گردد. افزایش در تنش‌های برشی در بعد حباب به این دلیل است که چون سرعت حباب میانگینی از پروفیل لایه مرزی جریانی می‌باشد که حباب در برخورد با آن قرار دارد، بنابراین حباب در ادامه مسیر خود حالتی مشابه دیوار صلب ایجاد می‌کند که باعث تغییر در پروفیل سرعت در نزدیکی سطح می‌شود و با افزایش فاصله حباب از سطح، این تغییرات کاهش می‌یابد.



شکل (۹): تغییرات کانتور گرادیان سرعت افقی در راستای عمودی $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)$ برای مطالعه موردی در بازه‌های زمان یک

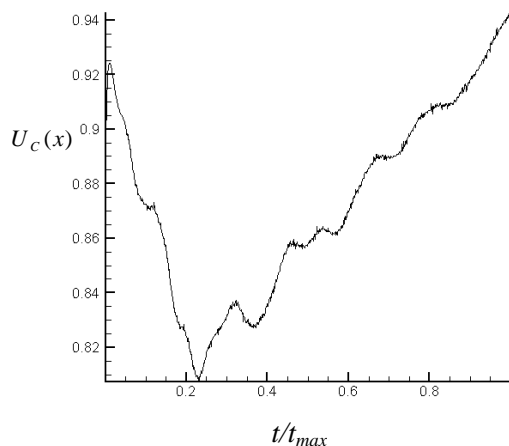
چهارم t_{max} .

حباب در راستای عمودی جابه جایی کمی دارد که نشان دهنده سرعت عمودی کم حباب نسبت به سرعت مماسی آن است. در شکل ۱۶ سرعت عمودی برای حباب مربوطه نمایش داده شده و نشان دهنده تغییرات کم سرعت عمودی نسبت به جابه جایی و زمان می باشد.

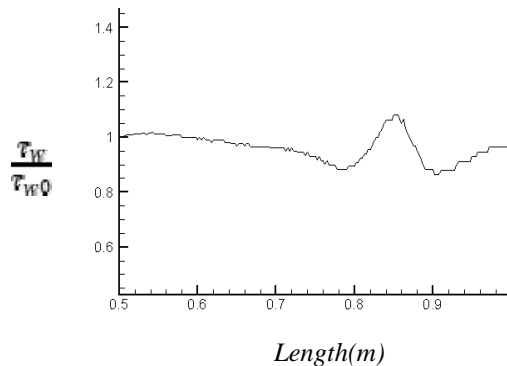


شکل (۱۶): سرعت عمود بر صفحه حباب.

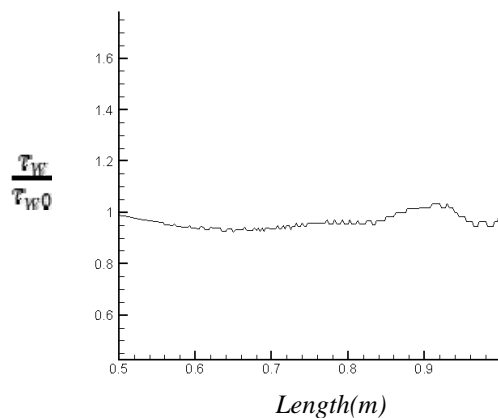
برخلاف سرعت عمودی، سرعت مماسی تغییرات زیادی دارد. در شکل ۱۷ سرعت مماسی حباب رسم شده است. در ابتدا یک کاهش شدید در سرعت مماسی به وجود می آید که ناشی از چسبیدن گردابه ها به سطح می باشد. با دور شدن حباب از ابتدای لایه مرزی به دلیل سرعت عمودی حباب و نزدیکتر شدن آن به جریان های آزاد، به تدریج سرعت مماسی حباب زیاد می شود تا وقتی که کامل وارد جریان آزاد شده و سرعتش با سرعت جریان یکسان شود.



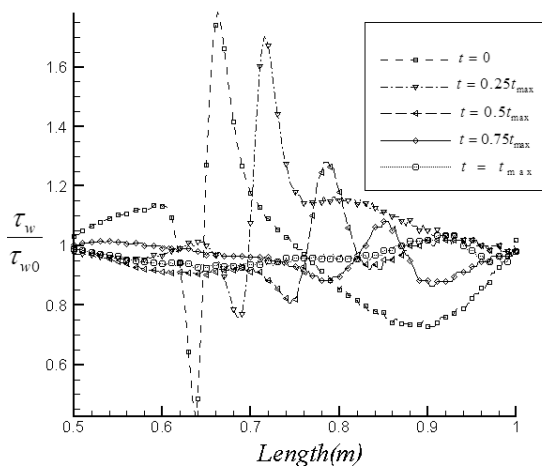
شکل (۱۷): سرعت مماس بر صفحه حباب.



شکل (۱۳): تنش سطحی بی بعد در حضور حباب برای حالت AI در زمان $t = 0.75t_{max}$ بر حسب طول.



شکل (۱۴): تنش سطحی بی بعد در حضور حباب برای حالت AI در زمان $t = t_{max}$.



شکل (۱۵): تنش سطحی بی بعد در حضور حباب برای حالت AI در زمان های مختلف بر حسب طول.

۴- نتیجه‌گیری

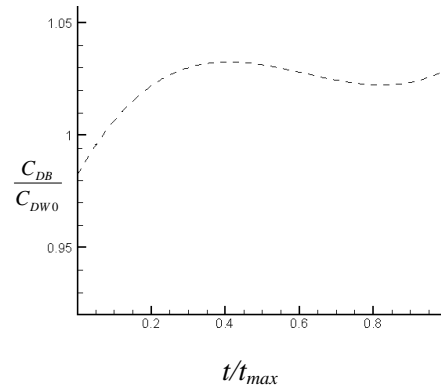
در این تحقیق، تأثیرات کشش سطحی بر روی تنش‌های سطحی جداره و همچنین تأثیر جابه‌جایی حباب در راستای مماس بر تنش‌های برشی جداره و تأثیر دور شدن حباب از ابتدای لایه مرزی بر روی تنش‌های سطحی جداره در قبل و بعد از حباب و تغییرات ضریب درگ جداره مورد بررسی قرار گرفته است.

هدف، بررسی سازه‌های دریایی بوده که در لایه مرزی آن‌ها حباب بر روی جداره و درون لایه مرزی وابسته به شرایط و عوامل مختلفی شکل می‌گیرد. پس از به‌وجود آمدن حباب به تأثیر این حباب‌ها و پارامترهای مختلفی از قبیل جابه‌جایی حباب‌ها بر روی سطح، تغییر شکل حباب و تأثیر کشش سطحی بر روی تنش‌های سطحی جداره پرداخته شده است.

نتایج کلی حاصل از این تحقیق را به‌طور خلاصه و با عناوین زیر می‌توان بیان نمود:

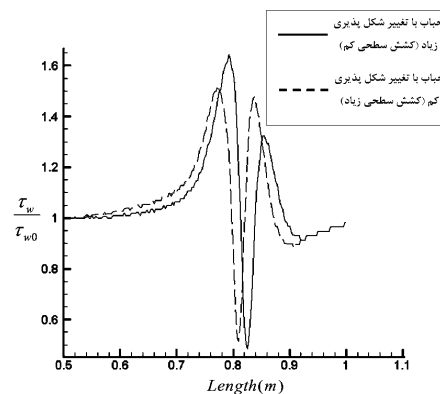
- ۱- با دور شدن حباب از ابتدای لایه مرزی به دلیل متقارن‌تر شدن پروفیل لایه مرزی گردابه‌های اطراف حباب متقارن‌تر شده و تأثیر آن بر سطح کمتر می‌شود،
- ۲- عدم تقارن ایجاد شده در اطراف حباب توسط دیواره در کنار تأثیرات دنباله ایجاد شده توسط حرکت حباب و همچنین سرعت عمودی و رو به بالای جریان در لایه مرزی، باعث دور شدن طبیعی حباب از دیواره می‌شود،
- ۳- سرعت مماسی حباب با دور شدن حباب از ابتدای لایه مرزی افزایش یافته ولی سرعت عمودی تقریباً ثابت بوده و کمتر در طول لایه مرزی تغییر می‌یابد،
- ۴- با وارد شدن حباب به لایه مرزی، ضریب درگ سطحی افزایش می‌یابد،
- ۵- تأثیرات حباب بر تنش‌های برشی سطحی در ابتدای لایه مرزی، بیش‌ترین مقدار را دارد که با دور شدن از ابتدای لایه مرزی، از میزان تأثیرگذاری حباب بر تنش‌های سطحی کاسته می‌شود،
- ۶- با تغییر شکل‌پذیری حباب یا تغییرات در کشش سطحی فاز دوم یا حباب، تأثیر در تنش‌های سطحی کم است ولی با افزایش تغییر شکل‌پذیری یا کاهش کشش سطحی حباب،

در شکل ۱۸ ضریب درگ بی‌بعد شده برای سطح در حضور حباب رسم شده است. افزایش ضریب درگ سطح در حضور حباب با تعمیم به موارد دیگر، نشان‌دهنده افزایش چشم‌گیر تنش‌های برشی و ضریب درگ سطحی با وارد شدن جزء دوم و یا فاز دوم در لایه مرزی و اندرکنش با این پروفیل سرعت می‌باشد.



شکل (۱۸): ضریب درگ بی‌بعد شده جداره در حضور حباب.

یکی از پارامترهای مورد بررسی در تنش‌های سطحی جداره در این تحقیق، بررسی تأثیر کشش سطحی فاز دوم بر تنش‌های سطحی جداره است. با توجه به شکل ۱۹ با افزایش کشش سطحی حباب، تغییرات کمی در تنش‌های سطحی جداره به وقوع می‌پیوندد و با کاهش کشش سطحی، فاز دوم تنش‌های برشی جداره کم شده که می‌توان بیان نمود که چون در این حالت، حباب شکل خود را طبق پروفیل سرعت لایه مرزی تغییر می‌دهد. بنابراین از میزان تأثیرگذاری آن بر پروفیل سرعت لایه مرزی کاهش یافته به دنبال آن تنش‌های برشی سطحی کاهش می‌یابد.



شکل (۱۹): تغییرات تنش‌های سطحی بی‌بعد شده در حضور دو حباب با کشش سطحی کم و زیاد.

- Computations of Multiphase Flows”, J. Comp. Phys., Vol. 169, No. 2, pp. 708-759, 2001.
12. Trang-Cong, S., Marie, J.L., and Perkins, R.J. “Bubble Migration in a Turbulent Boundary Layer”, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 34, No. 8, pp. 786-807, 2008.
 13. Taeibi-Rahni, M. “Direct Numerical Simulation of Large Bubbles in a Free Shear Layer”, PhD Dissertation, Aerospace Eng. Dep’t., Univ. of Illinois, Urbana-Champaign, 1995.
 14. Taeibi-Rahni, M., Loth, E., and Tryggvason, G. “DNS Simulation of Large Bubbles in Mixing Layer Flow”, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 20, No. 3, pp. 1109-1128, 1994.
 15. Tryggvason, G., Esmaeeli, A., and Al-Rawahi, N., “Direct Numerical Simulation of Flows with Phase Change”, Comp. and Structures, Vol. 83, No’s. 6-7, pp. 445-453, 2005.
 16. Unverdi, S.O. and Tryggvason, G. “A Front-Tracking Method for Viscous Incompressible Multi-fluid Flows”, J. Comp. Phys., Vol. 100, No.1, pp. 25-37, 1992.

تنش‌های سطحی جداره کاهش یافته و ضریب درگ کم می‌شود و
 ۷- عامل اصلی در تغییرات تنش‌های سطحی توسط حباب، به‌وجود آمدن گردابه‌ها و چسبیدن گردابه‌های ایجاد شده توسط حباب بر روی سطح بوده و عامل اصلی به‌وجود آمدن گردابه‌ها نیز پروفیل متغیر و غیر ثابت لایه مرزی است.

مراجع

1. Chanson, H. and Brattberg, T. “Experimental Study of the Air-Water Shear Flow in a Hydraulic Jump”, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 26, No. 4, pp. 583-607, 2000.
2. Dorgan, A.J. and Loth, E. “Simulation of Particles Released near the Wall in a Turbulent Boundary Layer”, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 30, No. 6, pp. 649-673, 2004.
3. Esmaeeli, A. and Tryggvason, G. “A Front Tracking Method for Computations of Boiling in Complex Geometries”, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 30, No’s. 7-8, pp. 1037-1050, 2004.
4. Esmaeeli, A. and Tryggvason, G. “An Inverse Energy Cascade in Two-dimensional, Low Reynolds Number Bubbly Flows”, J. Fluid Mech., Vol. 314, No. 6, pp. 315-330, 1996.
5. Esmaeeli, A. and Tryggvason, G. “Direct Numerical Simulation of Bubbly Flows, Part I. Low Reynolds Number Arrays”, J. Fluid Mech., Vol. 377, No. 4, pp. 313-345, 1998.
6. Esmaeeli, A. and Tryggvason, G. “Direct Numerical Simulation of Bubbly Flows”, Part II. Moderate Reynolds Number Arrays, J. Fluid Mech., Vol. 385, No. 4, pp. 325-358, 1998.
7. Esmaeeli, A. and Tryggvason, G. “Computations of Explosive Boiling in Microgravity”, J. Sci. Comp., Vol. 19, No’s. 1-3, pp. 163-182, 2003.
8. Esmaeeli, A. and Tryggvason, G. “Computations of Multi-mode Film Boiling on Horizontal Surfaces”, Part I. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 47, No. 25, pp. 5451-5461, 2004.
9. Muradoglu, M. and Tryggvason, G. “A Front-Tracking Method for Computation of Interfacial Flows with Soluble Surfactants”, J. Comp. Phys., Vol. 227, No. 4, pp. 2238-2262, 2008.
10. Mortazavi, S. and Tryggvason, G. “A Numerical Study of the Motion of Drops in Poiseuille Flow, Part I. Lateral Migration of one Drop”, J. Fluid Mech., Vol. 411, No. 7, pp. 325-350, 2000.
11. Tryggvason, G., Bunner, B., Esmaeeli, A., Juric, D., Al-Rawahi, N., Tauber, W., Han, N., and Jan, Y.J. “A Front-tracking Method for the