

## مدل سازی میکرومکانیکی چند فازی اثرات جدایی الیاف/زمینه بر روی رفتار الاستوویسکوپلاستیک عموم مواد مرکب زمینه فلزی تک چته

محمد کاظم حسن زاده اقدم<sup>۱</sup> و محمد جواد محمودی<sup>۲</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی

دانشگاه شهید بهشتی

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۷/۱۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱۰/۲۷)

### چکیده

رفتار الاستوویسکوپلاستیک مواد مرکب زمینه فلزی با نسبت های منظر الیاف متنوع، با وجود آسیب فاز میانی تحت اثر بارگذاری چند محوری به- وسیله یک مدل میکرومکانیکی سه بعدی وابسته به زمان بررسی می شود. المان حجمی نماینده ماده مرکب شامل سه فاز الیاف، زمینه و فاز میانی الیاف/زمینه می باشد. اثرات تنش پسماند حرارتی ناشی از فرایند ساخت ماده مرکب در این تحلیل منظور می شود. الیاف و فاز میانی به عنوان یک ماده الاستیک و زمینه به عنوان یک ماده الاستیک-ویسکوپلاستیک با سخت شونده گی ایزوتروپیک فرض می شوند. از مدل ویسکوپلاستیک بادنر-پارتم جهت مدل سازی رفتار غیرالاستیک وابسته به زمان زمینه استفاده می شود. برای تحلیل آسیب فاز میانی، مدل نیدلمن مورد استفاده قرار می-گیرد. درحالی که نتایج پیش بینی شده براساس فرض عدم آسیب در فاز میانی بسیار دور از واقعیت می باشد، رفتار ترمومکانیکی پیش بینی شده با وجود آسیب در فاز میانی و تنش پسماند حرارتی تطابق خوبی با داده های تجربی دارد.

**واژه های کلیدی:** میکرومکانیک، آسیب فاز میانی، رفتار الاستوویسکوپلاستیک، تنش پسماند حرارتی، نسبت منظر

## Multi-Phase Micromechanical Modeling of Fiber/Matrix Debonding Effects on the Elastoviscoplastic Behavior of General Unidirectional Metal Matrix Composites

M.K. Hassanzadeh Aghdam and M.J. Mahmoudi

Faculty of Mechanical and Energy Engineering  
Shahid Beheshti University

(Received:9/October/2013; Accepted:17/January/2015)

### ABSTRACT

The elastoviscoplastic behavior of metal matrix composites with various fiber aspect ratios subjected to multi-axial loading is studied by a 3D time-dependent micromechanical model in the presence of interfacial damage. The representative volume element of the composites consists of three phases, fiber, matrix and fiber/matrix interphase. The effects of thermal residual stresses induced from the manufacturing process are included in the analysis. The fiber and interphase are assumed to be elastic, while the matrix exhibits elastic-viscoplastic behavior with isotropic hardening. The Bodner-Partom viscoplastic theory is used to model the time dependent inelastic behavior of the matrix. The Needleman model is employed to analysis interphase damage. While predictions based on undamaged interphase are far from the reality, the predicted thermomechanical behavior including interphase damage and thermal residual stresses demonstrate very good agreement with experimental data.

**Keywords:** Micromechanics, Interphase Damage, Elastoviscoplastic Behavior, Thermal Residual Stress, Aspect Ratio

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد: mk.hassanzadeh@gmail.com

۲- استادیار (نویسنده پاسخگو): mj\_mahmoudi@sbu.ac.ir

## ۱- مقدمه

امروزه استفاده از مواد مرکب زمینه فلزی<sup>۱</sup>، به‌ویژه مواد مرکب پایه تیتانیومی به‌دلیل استحکام و قابلیت کارکرد مناسب آنها در دمای بالا در صنایع مختلف از جمله در فناوری‌های هوافضا، روزبه‌روز در حال افزایش است. طراحی سازه‌ای مطمئن با مواد مرکب زمینه فلزی منوط به مدلسازی دقیق و درک مناسب از رفتار این مواد تحت شرایط مختلف بارگذاری می‌باشد. از جمله نکاتی که در مدلسازی این مواد باید آن را مدنظر قرار داد این است که چون مواد مرکب زمینه فلزی در دمای بالا پخت می‌شوند، در طی فرایند سرد شدن تا دمای اتاق تنش پسماند حرارتی<sup>۲</sup> ایجاد می‌کنند. این تنش پسماند حرارتی به‌دلیل اختلاف ضرایب انبساط حرارتی اجزای سازنده ماده مرکب ایجاد می‌شود [۱]. از طرفی دیگر تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که تحت بارگذاری ترمومکانیکی در مواد مرکب زمینه تیتانیومی، آسیب<sup>۳</sup> اتفاق می‌افتد [۵-۲]. این آسیب ممکن است به اشکال مختلفی از جمله شکست الیاف، ترک‌های شعاعی در الیاف، ترک در زمینه و آسیب در ناحیه فاز میانی بین الیاف و زمینه ظاهر شود. تحقیقات پیشین نشان داده که در مواد مرکب پایه تیتانیومی تقویت شده با الیاف سیلیکون/کارباید، ابتدا آسیب در ناحیه فاز میانی الیاف/زمینه اتفاق می‌افتد [۶]. بروز بیرونی مکانیکی آسیب فاز میانی الیاف/زمینه، به‌صورت کاهش سفتی در این قسمت از ماده مرکب می‌باشد. این فاز میانی در طی فرایند ساخت به‌دلیل واکنش بین الیاف و فلز زمینه ایجاد می‌گردد [۶]. مطالعات بر روی مواد مرکب پایه تیتانیومی با الیاف سیلیکون/کارباید ثابت کرده که مواد مرکب زمینه تیتانیومی بسیار به فاز میانی الیاف/زمینه حساس می‌باشند [۱۱-۷]. بنابراین از نقطه‌نظر حساسیت زیاد به آسیب فاز میانی و امکان کاهش مدول این مواد، در نظر گرفتن آسیب برای مدلسازی دقیق رفتار مواد مرکب پایه فلزی جهت حصول عملکرد بهتر سازه‌ها امری اجتناب‌ناپذیر است.

بسیاری از سازه‌های مهندسی به‌دلیل شرایط خاص کارکردشان در معرض بارگذاری مکانیکی و در دماهای بالا برای مدت طولانی قرار دارند. تحت چنین بارگذاری و شرایط محیطی، مواد تغییر شکل‌های وابسته به زمان و غیرالاستیک را تجربه می‌کنند. بنابراین انتخاب مدل مناسب جهت شبیه‌سازی پاسخ مواد از عوامل مهم در پیش‌بینی رفتار مواد است. جهت استخراج پاسخ غیرالاستیک و وابسته به زمان فلزات و

مواد پلیمری در محدوده گسترده‌ای از تغییرات نرخ کرنش از مدل ویسکوپلاستیک ارائه شده در [۱۲] استفاده می‌شود. یک مدل ساختاری ویسکوپلاستیک براساس تابع تنش اضافی<sup>۴</sup> در [۱۳] ارائه شده است. زمانی که تغییر شکل غیرالاستیک عمده در ماده رخ می‌دهد، مدل ویسکوپلاستیک بادنر- پارتم پیش-بینی نزدیک‌تری به داده‌های تجربی انجام می‌دهد [۱۴]. به‌ویژه هنگامی که اثرات آسیب لایه میانی در مواد مرکب در نظر گرفته شود، نتایج داده‌های مدل بادنر- پارتم نسبت به سایر مدل‌ها به داده‌های تجربی نزدیک‌تر است. ویژگی منحصربه‌فرد این مدل فقدان معیار تسلیم است که شرایط ویژه بارگذاری یا باربرداری را حذف می‌کند، در نتیجه می‌تواند برای همه مراحل بارگذاری یا باربرداری به‌طور مستقیم استفاده شود. طبق این مدل تغییر شکل پلاستیک همیشه وجود دارد، اما هنگامی که ماده رفتار الاستیک دارد این مقدار بسیار ناچیز است. از آنجایی که اساساً پدیده آسیب در مقیاس میکرو (الیاف، زمینه، فاز میانی) اتفاق می‌افتد، لذا مدل‌سازی پاسخ مواد مرکب زمینه فلزی با در نظر گرفتن آسیب در لایه میانی از دیدگاه میکرومکانیک<sup>۵</sup> مطلوب می‌باشد. در واقع هدف اصلی میکرومکانیک به‌دست آوردن رفتار ماکروسکوپی مواد چندجسمی از ریزساختارهای تشکیل‌دهنده آن ماده است. رویکردهای مختلفی شامل مدل‌های میکرومکانیکی المان محدود و تحلیلی برای پیش‌بینی رفتار مواد مرکب تحت شرایط مختلف بارگذاری ارائه شده است [۲۲-۱۵]. مدل میکرومکانیکی تحلیلی ارائه شده در [۲۰] در طبقه مدل‌های سلول واحد<sup>۶</sup> قرار می‌گیرد. این مدل در [۲۱] به‌عنوان مدل سلول واحد ساده شده<sup>۷</sup> معرفی شده است. نتایج ارائه شده با مدل سلول واحد ساده شده در [۲۱ و ۲۰] تنها اثر تنش پسماند را لحاظ نموده و پدیده آسیب را در بررسی رفتار ماده مرکب زمینه تیتانیومی مدنظر قرار نداده و این نتایج تنها برای مواد مرکب الیاف بلند استخراج شده است. مطالعات قبلی نشان می‌دهد که در ماده مرکب سیلیکون/کارباید/تیتانیوم علاوه بر فاز الیاف و زمینه فاز سومی نیز به‌دلیل واکنش شیمیایی به‌وجود می‌آید [۶]. بنابراین با توجه به مرور تحقیقات پیشین، نتایجی در خصوص استخراج خواص مؤثر الاستیک عموم مواد مرکب تک‌جهته با نسبت منظر متنوع با استفاده از مدلسازی میکرومکانیکی انجام نگرفته است. همچنین استخراج رفتار غیرالاستیک وابسته به زمان عموم مواد مرکب الیافی تک‌جهته

4- Overstress

5- Micromechanics

6- Unit Cell

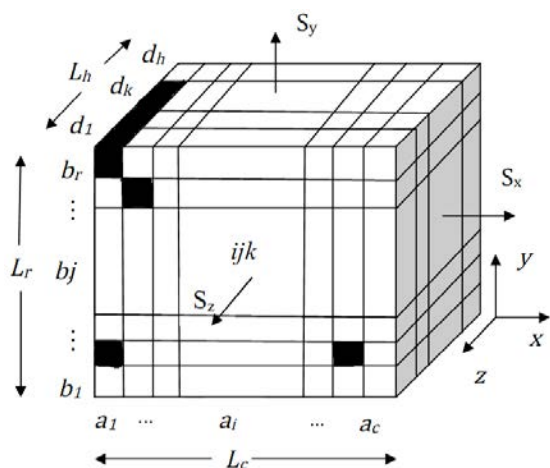
7- Simplified Unit Cell

1- Metal Matrix Composites

2- Thermal Residual Stresses

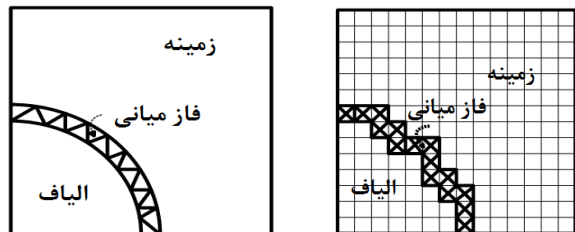
3- Damage

مدل های تحلیلی، المان حجمی نماینده به  $c \times r \times h$  سلول مستطیلی در ۳ بعد تقسیم می شود. المان حجمی نماینده ماده مرکب الیافی انتخاب شده در شکل ۱ دارای  $c \times r \times h$  المان با طول ضلع  $L_h$  در جهت محور  $z$ ، طول ضلع  $L_c$  در جهت محور  $x$  و طول ضلع  $L_r$  در جهت محور  $y$  می باشد. اگر  $i$  متغیر شمارنده در جهت  $x$ ،  $j$  در جهت  $y$  و  $k$  در جهت  $z$  باشد، هر سلول با نام  $ijk$  شناخته می شود و طول هر یک از سلول ها در جهت  $x$  با  $a_i$ ، در جهت  $y$  با  $b_j$  و در جهت  $z$  با  $d_k$  مشخص می شود.



شکل (۱): المان حجمی نماینده ماده مرکب الیافی در مدل سلول واحد ساده شده.

مدل ارائه شده در این تحقیق جهت مدل سازی حالت دایره ای الیاف، مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته<sup>۴</sup> (ESUC) نام گذاری می شود، که در شکل ۲ نشان داده شده است. همچنین المان حجمی مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته جهت مدل سازی آسیب در فاز میانی، سه فاز الیاف، زمینه و فاز میانی الیاف/زمینه را در نظر می گیرد.



شکل (۲): مقطع المان حجمی نماینده ماده مرکب الیافی در مدل سلول واحد گسترش یافته در صفحه  $y-x$ .

مطابق شکل ۳ سلولی از المان حجمی نماینده ماده مرکب شامل الیاف در نظر گرفته می شود. فرض می شود  $s = d_{ik}/a_i = b_j$  که برای مواد

با در نظر گرفتن سه فاز و آسیب در فاز میانی الیاف/زمینه تحت بارگذاری چند محوری تاکنون مدل نشده است.

در این تحقیق، با استفاده از یک مدل میکرومکانیکی وابسته به زمان بر مبنای سلول واحد، رفتار تنش- کرنش الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیافی تک جهته تحت بارگذاری تک محوری، دو محوری و سه محوری با در نظر گرفتن سه فاز در المان حجمی نماینده<sup>۱</sup> (RVE)، استخراج می شود. رفتار غیرخطی ماده مرکب به دلیل تغییر شکل غیرالاستیک و وابسته به زمان زمینه و آسیب در فاز میانی الیاف/زمینه می باشد، که در مدل در نظر گرفته می شوند. مدل آسیب فاز میانی نیدلمن برای در نظر گرفتن آسیب در لایه میانی به کار برده می شود. همچنین اثرات تنش پسماند حرارتی ناشی از فرایند ساخت ماده مرکب الیافی زمینه فلزی در این تحلیل منظور می شود.

با در نظر گرفتن سه فاز در ماده مرکب زمینه فلزی سیلیکون کارباید/ تیتانیوم، بارگذاری تک محوری طولی و عرضی جهت پیش بینی رفتار الاستیک- ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف بلند که داده های تجربی برای آن موجود است، اعمال می شود. رفتار الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه تک جهته سیلیکون کارباید/ تیتانیوم تحت بارگذاری تک محوره و دو محوره و سه محوره با در نظر گرفتن آسیب فاز میانی و اثرات تنش پسماند حرارتی استخراج می شود. اثرات تنش پسماند حرارتی و آسیب در فاز میانی بر منحنی تنش- کرنش ماده مرکب الیافی بیان می شود. همچنین با مدل ارائه شده به بررسی خواص الاستیک مواد مرکب با نسبت های منظر<sup>۲</sup> مختلف پرداخته می شود.

## ۲- تحلیل

در این بخش با توجه به اهداف بیان شده در بخش پایانی مقدمه، مدل تحلیلی میکرومکانیک، مدل های ساختاری فازهای ماده مرکب و مدل آسیب فاز میانی مورد استفاده در تحقیق، بیان می گردند.

### ۲-۱- هندسه المان حجمی نماینده

شکل ۱ مدلی از المان حجمی نماینده ماده مرکب را توصیف می کند که شامل الیاف احاطه شده توسط زمینه با آرایش مربعی می باشد. در مدل های تحلیلی مانند روشی سلولی<sup>۳</sup> [۱۹] و روش سلول واحد ساده شده [۲۱] الیاف را چهار گوش در نظر می گیرند. به منظور در نظر گرفتن هندسه واقعی تر

1- Representative Volume Element  
2- Aspect Ratio  
3- Method of Cell

4- Extended Simplified Unit Cell

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^{ijk} = \varepsilon_{\alpha\beta}^{e,ijk} + \varepsilon_{\alpha\beta}^{ie,ijk} + \varepsilon_{\alpha\beta}^{th,ijk} \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3. \quad (4)$$

نرخ کرنش الاستیک  $\varepsilon_{\alpha\beta}^{e,ijk}$  مطابق قانون هوک به صورت زیر با نرخ تنش  $\dot{\sigma}_{\alpha\beta}^{ijk}$  مرتبط می‌شود:

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^{e,ijk} = \mathbf{S}_e \dot{\sigma}_{\alpha\beta}^{ijk}. \quad (5)$$

در این رابطه،  $\mathbf{S}_e$  ماتریس نرمی حالت الاستیک می‌باشد. نرخ کرنش حرارتی  $\varepsilon_{\alpha\beta}^{th,ijk}$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^{th,ijk} = \alpha^{ijk} \dot{T}. \quad (6)$$

در این معادله،  $\alpha^{ijk}$  ماتریس ضرایب انبساط حرارتی می‌باشد. رفتار غیرالاستیک زمینه با استفاده از تئوری بادنر-پارتم مدل می‌شود [۲۳]. برای اجزای الاستوپلاستیک با سخت‌شوندگی ایزوتروپیک، نرخ کرنش غیرالاستیک ماده در سلول  $ijk$  به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^{ie,ijk} = \Lambda^{ijk} \Sigma_{\alpha\beta}^{ijk}. \quad (7)$$

در این رابطه،  $\Sigma_{\alpha\beta}^{ijk}$  تنش انحرافی می‌باشد. تابع جریان  $\Lambda^{ijk}$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Lambda^{ijk} = \frac{D_0^{ijk}}{\sqrt{J_2^{ijk}}} \exp \left[ -\frac{n^{ijk} + 1}{2n^{ijk}} \left[ \frac{Z^{ijk2} - n^{ijk}}{3J_2^{ijk}} \right]^{n^{ijk}} \right]. \quad (8)$$

که،  $J_2^{ijk} = \Sigma_{\alpha\beta}^{ijk} \Sigma_{\alpha\beta}^{ijk} / 2$  نامتغیر دوم تنش انحرافی می‌باشد. در رابطه (۸)  $Z^{ijk}$  متغیر حالت بوده که می‌تواند به عنوان پارامتر وابسته به تاریخچه بارگذاری در نظر گرفته شود که حالت سخت شده ماده را نسبت به جریان پلاستیک نشان می‌دهد. در مورد سخت‌شوندگی ایزوتروپیک  $Z^{ijk}$  به صورت زیر بیان می‌شود:

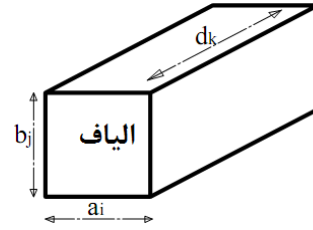
$$Z^{ijk} = Z_1^{ijk} + (Z_0^{ijk} - Z_1^{ijk}) \exp \left( -\frac{m^{ijk} W_p^{ijk}}{Z_0^{ijk}} \right). \quad (9)$$

که،  $W_p^{ijk} = 2\Lambda^{ijk} J_2^{ijk}$  کار پلاستیک می‌باشد (۸ و ۹). در معادلات (۸ و ۹)،  $Z_0$ ،  $Z_1$ ،  $m$  و  $n$  پنج پارامتر ماده هستند که رفتار ماده را در محدوده غیرالاستیک مشخص می‌کنند. با جایگذاری معادلات (۸-۵) در معادله (۴)، معادلات ساختاری الاستیک-ویسکوپلاستیک سه‌بعدی برای سلول  $ijk$  را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^{ijk} &= \frac{1}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_x^{ijk} - \frac{v^{ijk}}{E^{ijk}} (\dot{\sigma}_y^{ijk} + \dot{\sigma}_z^{ijk}) + \Lambda^{ijk} \Sigma_x^{ijk} + \alpha^{ijk} \dot{T}, \\ \varepsilon_y^{ijk} &= \frac{1}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_y^{ijk} - \frac{v^{ijk}}{E^{ijk}} (\dot{\sigma}_x^{ijk} + \dot{\sigma}_z^{ijk}) + \Lambda^{ijk} \Sigma_y^{ijk} + \alpha^{ijk} \dot{T}, \\ \varepsilon_z^{ijk} &= \frac{1}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_z^{ijk} - \frac{v^{ijk}}{E^{ijk}} (\dot{\sigma}_y^{ijk} + \dot{\sigma}_x^{ijk}) + \Lambda^{ijk} \Sigma_z^{ijk} + \alpha^{ijk} \dot{T}. \end{aligned} \quad (10)$$

جهت خطی‌سازی با استفاده از روش تفاضل محدود پیش‌رو نرخ کرنش، تنش و دما به صورت زیر نوشته می‌شوند:

مرکب الیاف بلند، ذره‌ای و الیاف کوتاه نسبت منظر به ترتیب به صورت  $s \gg 1$  یا  $s \rightarrow \infty$  و  $s = 1$  و  $s > 1$  در نظر گرفته می‌شود.



شکل (۳): سلول  $ijk$  شامل الیاف.

## ۲-۲- معادلات حاکم

مشابه دیگر مدل‌های سلول واحد [۲۲-۱۹]، به منظور استخراج معادلات حاکم همه مولفه‌های جابه‌جایی در داخل سلول‌های المان نماینده به صورت خطی تغییر کرده، بنابراین مقادیر تنش و کرنش هر سلول ثابت فرض می‌شود. همچنین تنش‌های نرمال بر المان نماینده هیچ‌گونه تنش برشی داخل سلول‌ها ایجاد نمی‌کنند و بالعکس. در این تحقیق معادلات حاکم برای بارگذاری عمودی مورد مطالعه قرار می‌گیرد و با توجه به اینکه استخراج رفتار وابسته به زمان ماده مرکب مطلوب می‌باشد، به صورت نرخی نوشته می‌شوند. معادلات تعادل برای کل المان حجمی نماینده به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^r d_k b_j \dot{\sigma}_x^{1jk} &= \dot{S}_x L_r L_n, \\ \sum_{k=1}^h \sum_{i=1}^c d_k a_i \dot{\sigma}_y^{i1k} &= \dot{S}_y L_c L_n, \\ \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^c b_j a_i \dot{\sigma}_z^{ij1} &= \dot{S}_z L_c L_r. \end{aligned} \quad (1)$$

رابطه زیر از تعادل تنش‌ها در سطوح مشترک هر دو سلول مجاور به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_x^{1jk} &= \dot{\sigma}_x^{ijk} \quad (i > 1), \\ \dot{\sigma}_y^{i1k} &= \dot{\sigma}_y^{ijk} \quad (j > 1), \\ \dot{\sigma}_z^{ij1} &= \dot{\sigma}_z^{ijk} \quad (k > 1). \end{aligned} \quad (2)$$

با فرض اتصال کامل در لایه میانی، از سازگاری جابه‌جایی درون المان حجمی نماینده می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^c a_i \varepsilon_x^{i11} &= \sum_{i=1}^c a_i \varepsilon_x^{ijk} = L_c \dot{\varepsilon}_x \quad (j \times k \neq 1), \\ \sum_{j=1}^r b_j \varepsilon_y^{1j1} &= \sum_{j=1}^r b_j \varepsilon_y^{ijk} = L_r \dot{\varepsilon}_y \quad (i \times k \neq 1), \\ \sum_{k=1}^h d_k \varepsilon_z^{11k} &= \sum_{k=1}^h d_k \varepsilon_z^{ijk} = L_n \dot{\varepsilon}_z \quad (i \times j \neq 1). \end{aligned} \quad (3)$$

معادلات ساختاری الاستیک-ویسکوپلاستیک سه‌بعدی برای سلول  $ijk$  به صورت زیر بیان می‌شود:

مطابق معادله (۱۳) مدول یانگ ماده در فاز میانی برابر خواهد بود با:

$$E^{(i)}(\varepsilon/\varepsilon_n) = \left[ \frac{\sigma_{max} \exp(1 - \varepsilon/\varepsilon_n)}{\varepsilon_n} \right] \quad (14)$$

مدول یانگ اولیه  $E_0^{(i)} = E^{(i)}(0)$  برابر است با:

$$E_0^{(i)} = \left[ \frac{\sigma_{max} \exp(1)}{\varepsilon_n} \right] \quad (15)$$

با ترکیب معادلات (۱۴) و (۱۵) مدول یانگ در فاز میانی بر حسب مدول یانگ اولیه فاز میانی به صورت زیر به دست می آید:

$$E^{(i)}(\varepsilon/\varepsilon_n) = E_0^{(i)} \exp(-\varepsilon/\varepsilon_n) \quad (16)$$

### ۳- نوع ماده مرکب

در این تحقیق سیلیکون کارباید/ تیتانیوم (SiC/Ti) به عنوان ماده مرکب اصلی مورد مطالعه در نظر گرفته شده است. این نوع ماده مرکب در دمای حدود ۶۵۰ درجه سانتیگراد ساخته می شود [۱۴]. فرض می شود که الیاف و زمینه در این دما فاقد کرنش باشند و تا دمای محیط که دمای کارکرد ماده مرکب می باشد، سرد شده که تنش پسماند حرارتی ایجاد می شود. همان طور که ذکر شد چون این ماده در دمای بالا پخت می شود یک فاز واسط نیز در طی فرایند عمل آوری شکل می گیرد [۶]. بنابراین در این تحلیل سه فاز الیاف، زمینه و فاز میانی الیاف/زمینه در نظر گرفته می شود که الیاف و فاز میانی به عنوان یک ماده الاستیک و زمینه به عنوان یک ماده الاستیک-ویسکوپلاستیک با سخت شوندگی ایزوتروپیک در نظر گرفته می شود. خواص ترموالاستیک الیاف و زمینه و فاز میانی در جدول ۱ [۶، ۲۵، ۲۶] و خواص ویسکوپلاستیک زمینه در جدول ۲ آمده است [۲۶]. برای مدل نیدلمن  $\varepsilon_n = 1.8\%$  [۶] در نظر گرفته می شود. این خواص در دمای ۲۳ درجه سانتیگراد که دمای کارکرد ماده مرکب است، آورده شده اند. در این مطالعه خواص اجزای سازنده مستقل از دما در نظر گرفته می شود که تأثیر چندانی بر رفتار ماده مرکب ندارد [۲۷].

ماده مرکب الیافی برن/آلومینیوم نیز به عنوان ماده ای دیگر که داده های تجربی بارگذاری طولی برای آن موجود است، در نظر گرفته می شود. اختلاف دمای ساخت این ماده مرکب تا دمای محیط ۲۵۰- درجه سانتیگراد می باشد [۲۸]. خواص ترموالاستیک الیاف و زمینه در جدول ۳ و خواص ویسکوپلاستیک زمینه در جدول ۲ آمده است [۲۹].

همچنین برای بررسی خواص الاستیک نیز دو ماده مرکب زمینه پلیمری که داده های تجربی و نتایج مدل های دیگر برای

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} = \frac{\varepsilon^{t+\Delta t} - \varepsilon^t}{\Delta t} \quad (11)$$

$$\dot{\sigma} = \frac{\Delta \sigma}{\Delta t} = \frac{\sigma^{t+\Delta t} - \sigma^t}{\Delta t},$$

$$\dot{T} = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{T^{t+\Delta t} - T^t}{\Delta t}.$$

با جایگذاری معادله (۱۱) در معادله (۳) و (۱۰) و بسط تنش انحرافی، دستگاه زیر با تعداد  $cr + ch + rh$  معادله خطی با همین تعداد مجهول به صورت زیر به دست می آید:

$$[A]_{m \times m} \{\sigma^{t+\Delta t}\}_{m \times 1} + [B]_{m \times m} \{\sigma^t\}_{m \times 1} = \{F\}_{m \times 1} \quad (12)$$

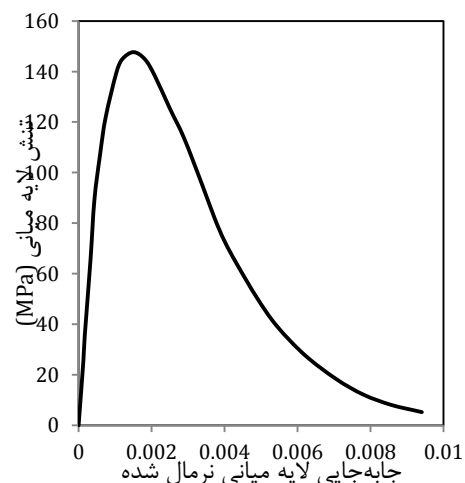
$$m = rc + rh + ch.$$

### ۳-۲- مدل آسیب فاز میانی

معادله ای ساختاری جهت تحلیل رفتار ماده مرکب زمانی که آسیب در فاز میانی رخ می دهد، توسط نیدلمن (۱۹۹۲) ارائه شده است [۲۴]. این مدل از طبقه مدل های ناحیه چسبان است که آسیب را به صورت کاهش سفتی مؤثر در نظر می گیرند. در این مدل، معادله تنش-کرنش برای ناحیه فاز میانی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\sigma = \left[ \frac{\sigma_{max} \exp(1 - \varepsilon/\varepsilon_n)}{\varepsilon_n} \right] \varepsilon \quad (13)$$

طبق این رابطه مقدار تنش  $\sigma$  در فاز میانی با کرنش  $\varepsilon$  تا مقدار ماکزیمم تنش  $\sigma_{max}$  در  $\varepsilon = \varepsilon_n$  افزایش می یابد، سپس به صورت نمایی کاهش می یابد. این رفتار در نمودار شکل ۴ که رفتار ساختاری تنش-جابه جایی لایه میانی را بر طبق مدل نیدلمن نشان می دهد، آورده شده است. مطابق این شکل مدل نیدلمن اجازه می دهد که جدایش در لایه میانی با رهایش تنش لایه میانی رشد کند. یعنی همچنان که بارگذاری ادامه می یابد، تنش در لایه میانی ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد.

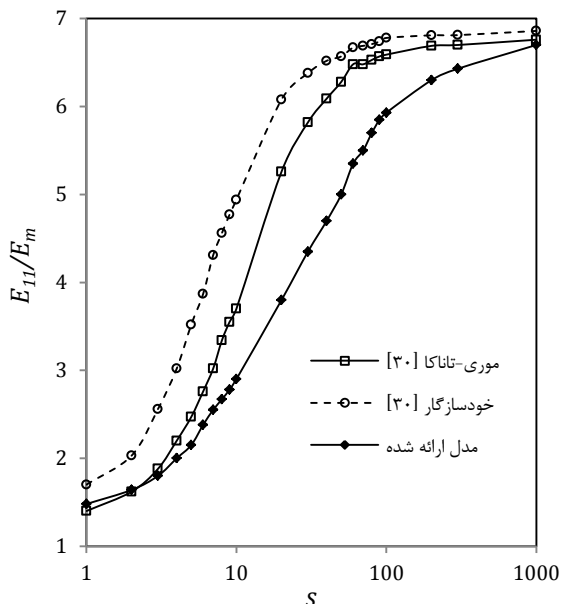


شکل (۴): رفتار ساختاری لایه میانی با مدل نیدلمن [۱۴].

طولی با مدل سلول واحد ارائه شده استخراج می‌شود. جهت حصول خواص الاستیک برای ماده مرکب زمینه پلیمری مطابق [۳۰، ۱۹] فرض عدم آسیب در لایه میانی منظور می‌شود و در المان حجمی نماینده تنها دو فاز الیاف و زمینه در نظر گرفته می‌شود. المان حجمی نماینده ماده مرکب به  $۴۰ \times ۴۰ \times ۲$  سلول در سه بعد تقسیم می‌شود.

#### ۴-۱- بارگذاری تک محوری

در ابتدا با استفاده از مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده گسترش یافته، خواص الاستیک ماده مرکب الیافی تحت بارگذاری تک محوری مورد بررسی قرار می‌گیرد. ماده مرکب شیشه/اپوکسی با درصد حجمی فاز تقویت ۲۰٪ در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۵ نمودار تغییرات مدول یانگ محوری نسبت به مدول یانگ زمینه در برابر نسبت منظر فاز تقویت نشان داده شده است.



شکل (۵): تغییرات مدول یانگ محوری به مدول یانگ زمینه در مقابل نسبت منظر فاز تقویت.

همان‌طور که از شکل ۵ مشاهده می‌شود نحوه تغییرات مدول یانگ محوری نسبت به مدول یانگ زمینه در مقابل نسبت منظر الیاف با استفاده از روش‌های مختلف، مشابه است. مقدار مدول یانگ محوری نسبت به مدول یانگ زمینه با افزایش نسبت منظر ابتدا افزایش می‌یابد و سپس به یک مقدار ثابتی همگرا می‌شود که با افزایش نسبت منظر این مقدار ثابت می‌ماند.

در شکل ۶ تغییرات نسبت پواسون طولی ( $\nu_{12}$ )، در مقابل نسبت منظر فاز تقویت برای ماده مرکب شیشه/اپوکسی با درصد حجمی الیاف ۲۰٪ نشان داده شده است. روند تغییرات

آن موجود می‌باشد، در نظر گرفته می‌شود. ماده مرکب شیشه (الیاف)/ نایلون (زمینه) که برای این ماده نسبت مدول یانگ الیاف به زمینه ۲۳ و نسبت پواسون الیاف و زمینه به ترتیب ۰/۲ و ۰/۴ می‌باشد [۱۹] و شیشه (الیاف)/اپوکسی (زمینه) که برای این ماده نسبت مدول یانگ الیاف به زمینه ۳۰ و نسبت پواسون الیاف و زمینه به ترتیب ۰/۲ و ۰/۳۸ می‌باشد [۳۰].

#### جدول (۱): خواص ترموالاستیک اجزای ماده سیلیکون

کارباید/ تیتانیوم در دمای ۲۳ درجه سانتیگراد [۲۶، ۲۵، ۶].

ماده	$\nu$	$\alpha (10^{-6}/^{\circ}\text{K})$
تیتانیوم	۰/۳۴	۱۱۲
سیلیکون کارباید	۰/۲۵	۳۹۳
فاز میانی	۰/۲	۴۴۸

#### جدول (۲): خواص ویسکوپلاستیک تیتانیوم و آلومینیوم

در دمای ۲۳ درجه سانتیگراد [۲۶، ۲۹].

ماده	$n$	$m$	$Z_1$	$Z_0$	$D_0$
تیتانیوم	۴/۸	۰/۳۵	۱۶۰۰	۱۵۵۰	$۱۰^{-۴}$
آلومینیوم	۱۰	۷۰	۱۹۰	۱۰۰	$۱۰^{-۴}$

#### جدول (۳): خواص ترموالاستیک اجزای ماده برن/ آلومینیوم

در دمای ۲۳ درجه سانتیگراد [۲۹].

ماده	$\nu$	$\alpha (10^{-6}/^{\circ}\text{K})$
آلومینیوم	۰/۳۳	۷۲/۵
برن	۰/۲	۴۰۰

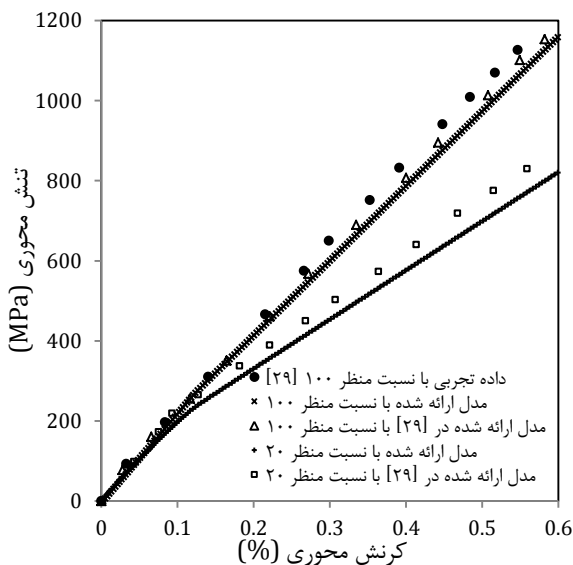
#### ۴-۲ نتایج و بحث

با استفاده از مدل میکرومکانیکی ارائه شده، منحنی تنش- کرنش الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیافی سیلیکون کارباید/تیتانیوم با در نظر گرفتن تنش پسماند حرارتی و آسیب در فاز میانی تحت بارگذاری چند محوری نرمال استخراج می‌شود. در همه نتایج درصد حجمی الیاف برای ماده مرکب الیافی سیلیکون کارباید/تیتانیوم ۳۳٪ بوده و نسبت منظر برای الیاف کوتاه ۲۰ می‌باشد. نرخ کرنش برای کشش طولی  $(S^{-1})$   $1 \times 10^{-4}$  و برای کشش عرضی و بارگذاری چند محوری  $(S^{-1})$   $1/667 \times 10^{-4}$  می‌باشد [۳۱]. المان حجمی نماینده ماده مرکب سیلیکون کارباید/ تیتانیوم شامل سه فاز است که به  $۴۰ \times ۴۰ \times ۲$  سلول در سه بعد تقسیم می‌شود،  $h=2$ ،  $r=40$  و  $c=40$ .

برای ماده مرکب برن/آلومینیوم، مطابق [۲۹] درصد حجمی الیاف ۴۶٪، و نسبت منظر ۲۰ و ۱۰۰ در نظر گرفته می‌شود. رفتار این ماده مرکب با نسبت منظر مختلف تحت بارگذاری

سلول واحد گسترش یافته سطح مقطع الیاف مدل شده، به حالت دایره‌ای نزدیکتر می‌باشد.

پاسخ منحنی تنش- کرنش طولی ماده مرکب برن/آلومینیوم با مدل سلول واحد گسترش یافته، روش ارائه شده در [۲۹] و داده‌های تجربی [۲۹] در شکل ۷ نشان داده شده است. نتایج پیش‌بینی شده با مدل میکرومکانیکی ارائه شده شامل تنش پسماند می‌شود.



شکل (۷): منحنی تنش-کرنش الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب برن/آلومینیوم در بارگذاری طولی.

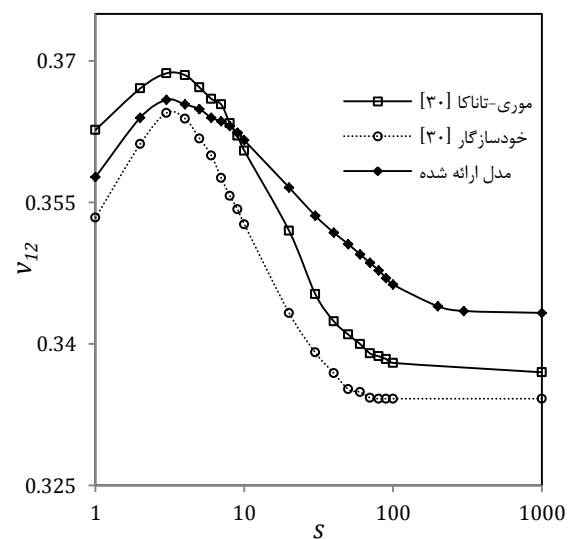
تطابق بسیار خوبی بین نتایج حاصل از مدل میکرومکانیکی سلول واحد گسترش یافته، مدل ارائه شده در [۲۹] و داده‌های تجربی برای نسبت منظر ۱۰۰ وجود دارد. همان‌طور که از شکل ۷ مشاهده می‌شود، مقدار تنش شروع رفتار غیرخطی در بارگذاری طولی با کاهش نسبت منظر، کم می‌شود. برای ماده مرکب برن/آلومینیوم با نسبت منظر ۱۰۰، شروع رفتار غیرخطی و تسلیم زمینه تا تنش ۱۰۰۰ مگاپاسکال روی نمی‌دهد. این در حالی است که برای همین ماده با نسبت منظر ۲۰ رفتار غیر خطی در ۲۲۵ مگاپاسکال شروع می‌شود. در قسمت بعدی اثر تنش پسماند در بارگذاری طولی نشان داده می‌شود.

با توجه به در دسترس بودن داده‌های تجربی برای پاسخ کشش طولی ماده مرکب الیاف بلند سیلیکون کارباید/تیتانیوم [۳۱]، مقایسه نتایج شبیه‌سازی رفتار این ماده با مدل میکرومکانیکی ارائه شده در این تحقیق، با این داده‌های تجربی در شکل ۸ انجام می‌گیرد. همچنین این شکل شامل منحنی تنش-کرنش طولی الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه نیز می‌باشد.

نسبت پواسون طولی در مقابل نسبت منظر، نشان می‌دهد که سه مدل خودسازگار، موری-تاناکا و سلول واحد ساده شده گسترش یافته روند تغییرات مشابهی را دنبال می‌کنند، بدین صورت که با افزایش نسبت منظر الیاف نسبت پواسون طولی افزایش پیدا کرده و سپس کاهش می‌یابد تا اینکه به مقدار ثابتی همگرا شود.

جدول (۴): نسبت  $E_{11}/E_m$  برای ماده مرکب شیشه/نایلون

مدل خودسازگار	روش سلولی	مدل	داده تجربی
[۱۹]	[۱۹]	حاضر	[۱۹]
۴/۳۴	۲/۸	۳/۰۳۵	۳/۱

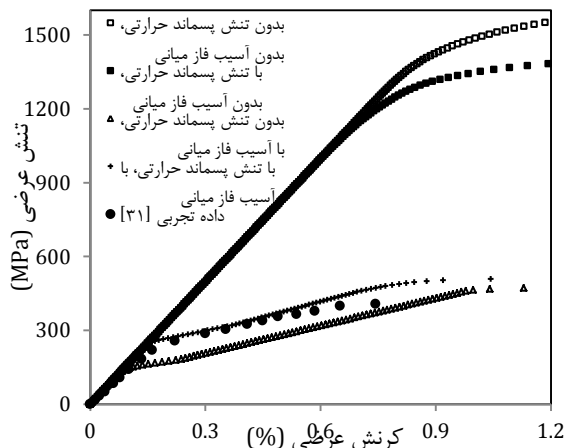


شکل (۶): تغییرات نسبت پواسون طولی در مقابل نسبت منظر فاز تقویت.

ماده مرکب شیشه/نایلون با نسبت منظر الیاف ۱۸/۶ و درصد حجمی ۱۷/۷٪ در نظر گرفته می‌شود [۱۹]. در جدول ۴ مقایسه‌ای برای نسبت مدول یانگ محوری به مدول یانگ زمینه ( $E_{11}/E_m$ ) بین داده تجربی برای این ماده و مدل سلول واحد گسترش یافته و مدل‌های دیگر آمده است.

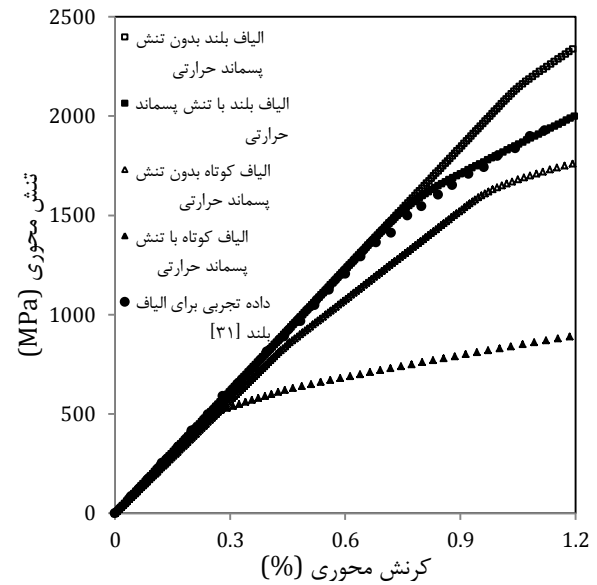
اختلاف بین نتایج مدل سلول واحد گسترش یافته، روش سلولی و روش خودسازگار<sup>۱</sup> با داده‌های تجربی برای ماده مرکب شیشه/نایلون به ترتیب ۲/۱، ۹/۷ و ۴۰ درصد می‌باشد. همان‌گونه که نتایج جدول ۴ نشان می‌دهند مدل میکرومکانیکی ارائه شده، داده‌های تجربی را بهتر از مدل‌های دیگر در دسترس، پیش‌بینی می‌کند. علت این امر نیز این است که در مدل

الاستیک- ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف بلند تحت بارگذاری عرضی نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۹ می‌توان منحنی تنش- کرنش عرضی ماده مرکب الیاف بلند را با وجود تنش پسماند حرارتی و آسیب فاز میانی به سه قسمت عمده تقسیم نمود. قسمت اول دامنه مقادیر کرنش ۰/۱۵٪-۰٪ می‌باشد که رفتار سه فاز الاستیک بوده و آسیب در فاز میانی بسیار ناچیز بوده بطوریکه می‌توان از آن چشم پوشی کرد. قسمت دوم بین مقادیر کرنش ۰/۶۵٪-۰/۱۵٪ بوده که رفتار دو فاز الیاف و فاز میانی الاستیک می‌باشد و رفتار غیرالاستیک زمینه شروع می‌شود. در این قسمت اثرات آسیب بیشتر شده و مدول یانگ فاز میانی رفته رفته کاهش می‌یابد، به طوری که در حدود کرنش ۰/۶۵٪ به صفر نزدیک می‌شود. قسمت سوم از کرنش ۰/۶۵٪ به بعد می‌باشد که در زمینه تغییر شکل غیرالاستیک عمده رخ می‌دهد. همچنین در این ناحیه مدول یانگ لایه میانی بسیار نزدیک صفر است. مقایسه نتایج مدل ارائه شده با داده‌های تجربی ثابت می‌کند که به منظور حصول نتایج دقیق‌تر برای ماده مرکب الیاف بلند بایستی هر دو عامل تنش پسماند حرارتی و آسیب در لایه میانی در نظر گرفته شود. شکل ۹ نشان می‌دهد که با فرض عدم آسیب در لایه میانی، با وجود تنش پسماند تنش تسلیم حدود ۱۲۰۰ مگاپاسکال و بدون آن حدود ۱۴۰۰ مگاپاسکال می‌باشد، که در هر دو مورد موجب یک افزایش پیش‌بینی برای استحکام و شروع رفتار غیرخطی ماده مرکب الیاف بلند می‌شود. بنابراین می‌توان چنین استنباط نمود که رفتار ماده مرکب الیاف بلند در بارگذاری عرضی به شدت تحت تأثیر دو عامل تنش پسماند حرارتی و لایه میانی ضعیف است (شکل ۹).



شکل ۹): منحنی تنش-کرنش ماده مرکب الیاف بلند سیلیکون کارباید/ تیتانیوم تحت بارگذاری عرضی.

شکل ۸ اثرات تنش پسماند حرارتی را در بارگذاری طولی نشان می‌دهد.



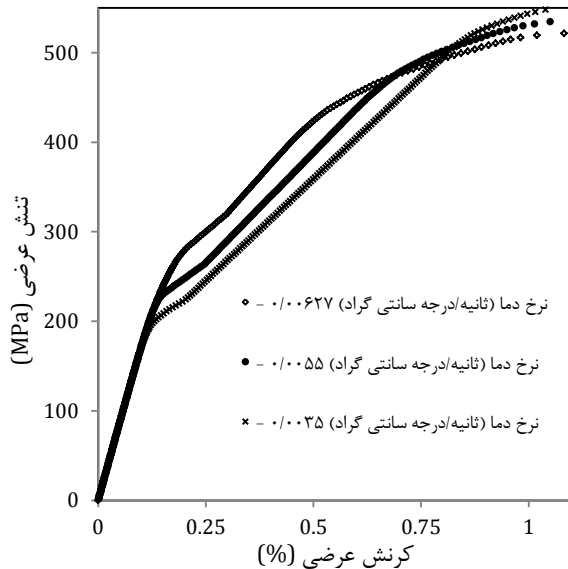
شکل ۸): منحنی تنش-کرنش الاستیک- ویسکوپلاستیک ماده مرکب سیلیکون کارباید/ تیتانیوم در بارگذاری طولی.

در نظر گرفتن تنش پسماند حرارتی در بارگذاری طولی موجب کاهش تنش تسلیم و شروع رفتار غیرخطی برای مواد مرکب الیاف بلند و کوتاه می‌شود. برای ماده مرکب الیاف بلند زمانی که تنش پسماند حرارتی در مدل میکرومکانیکی منظور می‌شود، نتایج شبیه‌سازی منطبق بر داده‌های تجربی است. بدون در نظر گرفتن تنش پسماند و با اعمال آن تنش تسلیم برای ماده مرکب الیاف بلند به ترتیب حدود ۲۱۰۰ و ۱۵۰۰ مگاپاسکال می‌باشد. برای ماده مرکب الیاف کوتاه بدون در نظر گرفتن تنش پسماند و با اعمال آن تنش تسلیم به ترتیب حدود ۸۱۰ و ۵۱۰ مگاپاسکال می‌باشد (شکل ۸). این نتایج نشان می‌دهد که تنش‌های پسماند حرارتی در بارگذاری کشش طولی بسیار موثر بوده و به منظور پیش‌بینی‌های دقیق و نزدیک به داده‌های تجربی باید در شبیه‌سازی در نظر گرفته شوند.

از طرفی دیگر داده‌های تجربی تحت کشش عرضی برای ماده مرکب الیاف بلند سیلیکون کارباید/ تیتانیوم در [۳۱] آمده است. نتایج پیش‌بینی شده رفتار منحنی الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف بلند تحت کشش عرضی با مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده گسترش یافته در شکل ۹ نشان داده شده است. این نتایج استخراج شده با داده‌های تجربی [۳۱] اعتبارسنجی می‌شود. شکل ۹ تأثیرات تنش پسماند حرارتی و آسیب در فاز میانی را بر رفتار

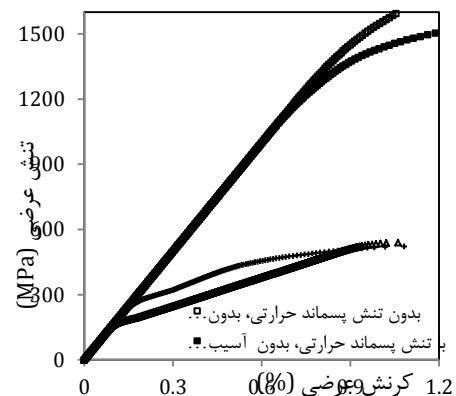


کارباید/ تیتانیوم، تحت بارگذاری عرضی با در نظر گرفتن آسیب در فاز میانی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در شکل ۱۱ این اثر برای سه نرخ تغییرات دماهای  $0.0035$ ،  $0.0055$  و  $0.00627$  °C/s ارائه شده است.



**شکل (۱۱):** اثر نرخ دما بر منحنی تنش- کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/ تیتانیوم در بارگذاری عرضی. همان‌طور که از شکل ۱۱ می‌توان دریافت افزایش قدرمطلق نرخ تغییر دما موجب تاخیر در شروع رفتار غیرخطی ماده مرکب الیاف کوتاه می‌شود. برای نرخ دماهای  $0.0035$ ،  $0.0055$  و  $0.00627$  °C/s شروع رفتار غیرخطی به ترتیب در تنش‌های حدود ۱۸۵، ۲۱۵ و ۲۳۵ مگاپاسکال اتفاق می‌افتد. با توجه به امکانات محاسباتی در دسترس مقدار نرخ تغییرات دمای  $0.00627$  °C/s یک کران بالا را برای اثرات تنش پسماند حرارتی در نظر می‌گیرد. این نرخ کرنش حرارتی نیز با توجه به اختلاف دما  $627$ - درجه سانتیگراد، تعداد مراحل حل، بازه زمانی در نظر گرفته شده و همچنین مقدار  $\Delta t$  در کد نوشته شده، تعیین می‌شود. سه قسمت ذکر شده در تحلیل‌های قبلی را می‌توان در این قسمت نیز به کار برد و تأثیر نرخ دما بر این نواحی را مورد بررسی قرار داد. ناحیه اول که در آن سه فاز در نظر گرفته شده رفتار الاستیک از خود نشان می‌دهند، برای نرخ دماهای  $0.0035$ ،  $0.0055$  و  $0.00627$  °C/s به ترتیب در محدوده کرنش عرضی  $0.01$ ،  $0.012$  و  $0.014$  می‌باشد که با افزایش قدر مطلق نرخ تغییر دما این نواحی بزرگتر می‌شوند. ناحیه دوم که در آن مدول یانگ فاز میانی کاهش می‌یابد و رفته‌رفته به صفر میل می‌کند، برای نرخ دماهای  $0.0035$ ،  $0.0055$  و  $0.00627$  °C/s به ترتیب در محدوده کرنش عرضی  $0.01$ ،  $0.011$  و  $0.012$  می‌باشد.

نتایج حاصل از مدل‌سازی منحنی تنش- کرنش تحت بارگذاری عرضی با وجود تنش پسماند و آسیب در لایه میانی با مدل میکرومکانیکی سلول واحد گسترش یافته برای ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/ تیتانیوم در شکل ۱۰ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱۰، تنش پسماند حرارتی و آسیب در فاز میانی بر منحنی تنش- کرنش الاستیک- ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه بسیار مؤثر می‌باشد. با توجه به وجود آسیب در لایه میانی، هنگامی که تنش پسماند در نظر گرفته نمی‌شود، مقدار تنشی که در آن رفتار غیرخطی ماده مرکب الیاف کوتاه شروع می‌شود پایین‌تر نسبت به زمانی است که تنش پسماند در نظر گرفته می‌شود. به طوری که شروع رفتار غیرخطی برای حالتی که آسیب در مدل میکرومکانیکی اعمال می‌شود، بدون در نظر گرفتن تنش پسماند و با اعمال آن به ترتیب حدود ۱۵۵ و ۲۳۵ مگاپاسکال می‌باشد. همچنین می‌توان منحنی تنش- کرنش عرضی ماده مرکب الیاف کوتاه را با وجود تنش پسماند حرارتی و آسیب فاز میانی به سه قسمت عمده تقسیم نمود. قسمت اول حوزه مقادیر کرنش  $0.014$ -% می‌باشد که رفتار سه فاز الاستیک بوده و آسیب در فاز میانی بسیار ناچیز بوده به طوری که می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد. قسمت دوم بین مقادیر کرنش  $0.014$ -% تا  $0.048$ -% بوده که رفتار دو فاز الیاف و لایه میانی الاستیک می‌باشد و رفتار غیرالاستیک زمینه شروع می‌شود. در این قسمت اثرات آسیب بیشتر شده و مدول یانگ فاز میانی رفته رفته کاهش می‌یابد، به طوری که در حدود کرنش  $0.048$ -% به صفر نزدیک می‌شود. قسمت سوم که از کرنش  $0.048$ -% به بعد می‌باشد، در زمینه تغییر شکل غیرالاستیک عمده رخ می‌دهد.



**شکل (۱۰):** منحنی تنش- کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه

سیلیکون کارباید/ تیتانیوم تحت بارگذاری عرضی. در اینجا تأثیر نرخ دما بر منحنی تنش- کرنش الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون

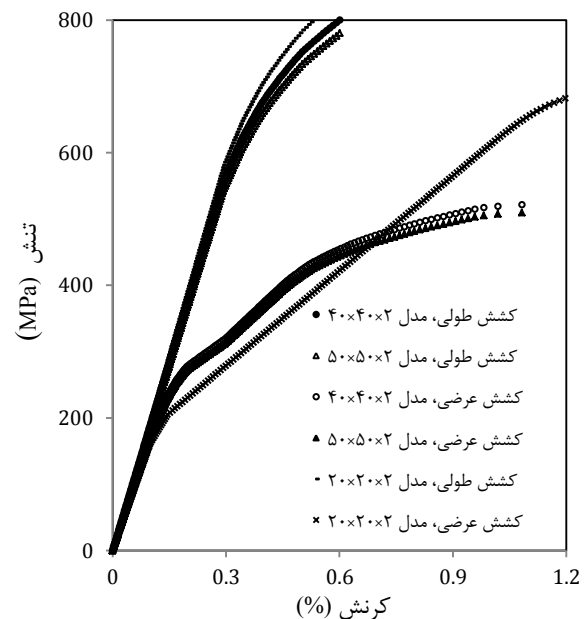
را به خوبی نشان نمی‌دهد. زمان لازم جهت حصول منحنی‌های تنش- کرنش با مدل  $20 \times 20 \times 2$  حدود  $50000$  ثانیه می‌باشد. با توجه به هزینه محاسباتی مورد بحث قبل آرایش  $40 \times 40 \times 2$  جهت استخراج نتایج مناسب است. از نتایج قابل قبول استخراجی با توجه به در نظر گرفتن اثرات پارامترهای متعدد نظیر رفتار الاستوویسکوپلاستیک زمینه، جدایی لایه میانی الیف/زمینه، تنش پسماند حرارتی ناشی از ساخت ماده مرکب علیرغم هزینه محاسباتی کم، مدل میکرومکانیکی تحلیلی ارائه شده در تحقیق حاضر را می‌توان نسبت به مدل‌های عددی نظیر تحلیل اجزاد محدود [۳۲] و نیز روش‌های تجربی نظیر آنچه در [۳۲ و ۳۳] ارائه شده است، ارجح دانست. همچنین گسترش امکان آزمون‌های تجربی [۳۳] به حالت دو محوره و سه محوره بارگذاری وجود ندارد. این درحالی است که در ادامه تحقیق حاضر می‌توان رفتار واقعی ماده مرکب مورد نظر تحت بارگذاری‌های چند محوره را مورد بررسی قرار داد.

#### ۴-۲- بارگذاری دو محوری

رفتار تنش- کرنش الاستیک- ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیف کوتاه سیلیکون کارباید/ تیتانیوم تحت بارگذاری دو محوره عرضی/عرضی که در آن  $\sigma_x = \sigma_y$  به‌طور همزمان بر المان حجمی نماینده وارد می‌شود، با مدل میکرومکانیکی ارائه شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. این المان نماینده شامل سه فاز می‌باشد (شکل ۲). این نتایج با در نظر گرفتن اثرات تنش پسماند حرارتی و آسیب فاز میانی، در شکل ۱۳ نشان داده شده است. با در نظر گرفتن تنش پسماند و آسیب در فاز میانی، مقایسه‌ای بین بارگذاری تک محوری عرضی و دو محوری عرضی/عرضی نشان می‌دهد که شروع رفتار غیرخطی در بارگذاری تک محوری در  $235$  مگاپاسکال شروع می‌شود در حالی که برای بارگذاری دو محوری این مقدار به  $290$  مگاپاسکال افزایش می‌یابد. برای بارگذاری دو محوره عرضی/عرضی از کرنش  $0.8\%$  به بعد مدول یانگ فاز میانی به صفر میل می‌کند. همان‌طور که از شکل ۱۳ می‌توان مشاهده نمود با وجود آسیب در فاز میانی، منظور کردن تنش پسماند در بارگذاری دو محوره عرضی/عرضی باعث تاخیر در شروع رفتار غیرخطی ماده مرکب می‌شود. بطوریکه تنشی که در آن رفتار غیرخطی شروع می‌شود با وجود آسیب در فاز میانی و تنش پسماند،  $290$  مگاپاسکال و بدون تنش پسماند حدود  $200$  مگاپاسکال می‌باشد.

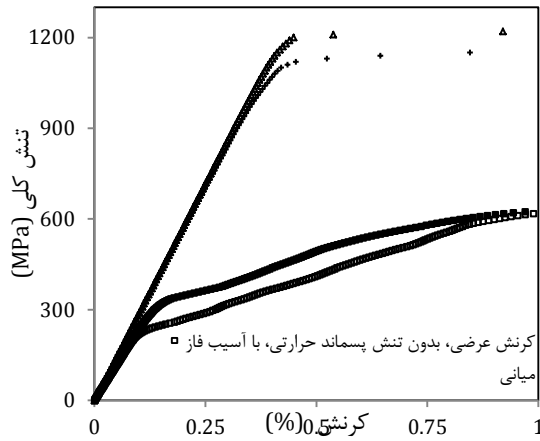
$0.12-0.67$  و  $0.14-0.48$  می‌باشد. مشاهده می‌شود که با افزایش قدر مطلق نرخ تغییرات دما این بازه در حال کاهش می‌باشد. قسمت سوم که در زمینه تغییر شکل غیرالاستیک عمده رخ می‌دهد، برای نرخ دماهای  $0.035$ ،  $0.055$  و  $0.0627$  °C/s به ترتیب از کرنش عرضی  $0.82$ ،  $0.67$  و  $0.48$  به بعد اتفاق می‌افتد.

یک تحلیل حساسیت به تعداد مش مدل با توجه به شکل ۱۲ انجام شده است. در شکل ۱۲ تأثیر تعداد سلول‌های المان حجمی نماینده ماده مرکب بر پاسخ تنش-کرنش طولی و عرضی ماده مرکب الیف کوتاه نشان داده شده است.



شکل (۱۲): تأثیر تعداد سلول‌های المان حجمی بر پاسخ تنش- کرنش طولی و عرضی ماده مرکب الیف کوتاه.

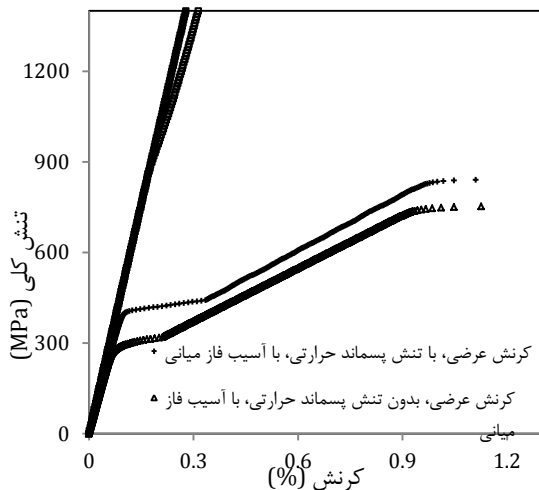
همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج برای بارگذاری طولی و عرضی با مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته  $40 \times 40 \times 2$  و  $50 \times 50 \times 2$  بسیار به هم نزدیک می‌باشد. از طرف دیگر زمان لازم جهت استخراج پاسخ تنش- کرنش با آرایش  $50 \times 50 \times 2$ ، با مشخصات پردازش CPU=2/66(GHz) و RAM=3(GB)،  $95000$  ثانیه و با مدل  $40 \times 40 \times 2$ ،  $220000$  ثانیه می‌باشد. منحنی تنش کرنش الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیف کوتاه با مدل سلول واحد گسترش یافته  $20 \times 20 \times 2$  در بارگذاری طولی تفاوت چندانی با دو مدل قبل ندارد. اما پاسخ تنش- کرنش عرضی کاملاً متفاوت با دو مدل قبل می‌باشد. با توجه به شکل ۱۲، پاسخ تنش-کرنش عرضی الاستیک- ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیف کوتاه با مدل سلول واحد گسترش یافته  $20 \times 20 \times 2$  رفتار خزشی لایه میانی



شکل (۱۴): منحنی تنش - کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری دومیحوری کششی طولی/ عرضی.

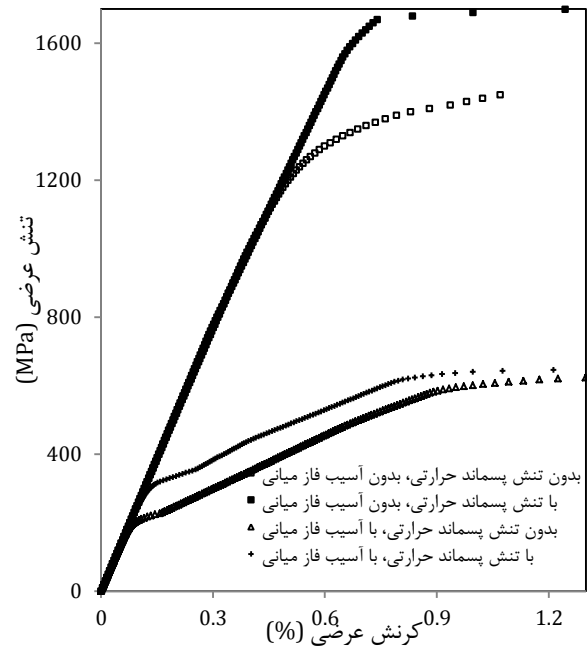
### ۳-۴- بارگذاری سه محوری

در مبحث آخر ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری سه محوره که  $S_x = S_y = S_z$  به طور همزمان بر ماده مرکب اعمال می شود، مورد بررسی قرار می گیرد. در این قسمت نیز همان حجمی نماینده ماده مرکب از سه فاز تشکیل شده و آسیب بر اثر کاهش مدول یانگ فاز میانی الیاف/زمینه می باشد. در شکل ۱۵ نتایج حاصل از مدل سازی رفتار الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب با مدل میکرومکانیکی سلول واحد گسترش یافته، با وجود تنش پسماند حرارتی و آسیب در فاز میانی نشان داده شده است.



شکل (۱۵): منحنی تنش - کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری سه محوری.

همان گونه که در شکل ۱۵ مشاهده می شود، با وجود آسیب در فاز میانی شروع رفتار غیرخطی در منحنی تنش - کرنش عرضی الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه با در نظر گرفتن تنش پسماند حرارتی و بدون آن به ترتیب ۳۸۰



شکل (۱۳): منحنی تنش - کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری دومیحوری کششی عرضی/عرضی.

مدل سازی منحنی تنش - کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری دو محوری طولی/عرضی  $S_x = S_y$  با استفاده از مدل میکرومکانیکی سلول واحد گسترش یافته، با وجود تنش پسماند حرارتی و آسیب در فاز میانی استخراج شده است. شکل ۱۴ منحنی های تنش کلی<sup>۱</sup> - کرنش (طولی و عرضی) ماده مرکب الیاف کوتاه نشان می دهد. در بارگذاری طولی/عرضی شکل ۱۴، برای منحنی تنش - کرنش عرضی با وجود تنش پسماند و آسیب در فاز میانی مشخص شده که شروع رفتار غیرخطی در تنشی بیشتر از ۳۱۵ مگاپاسکال اتفاق می افتد. مقدار کرنشی که در آن مدول یانگ فاز میانی به صفر میل می کند، ۰/۵۵٪ به بعد می باشد. همان طور که شکل ۱۴ منحنی تنش - کرنش طولی ماده مرکب الیاف کوتاه را در بارگذاری طولی/عرضی نشان می دهد، با وجود آسیب در فاز میانی، با در نظر گرفتن تنش پسماند حرارتی، تنشی که در آن رفتار غیرخطی ماده مرکب شروع می شود ۱۵۰ مگاپاسکال نسبت به زمانی که تنش پسماند منظور نمی شود، کاهش می یابد.

3. Voyiadjis, G. Z. "Damage in Composite Materials", Elsevier, Amsterdam, 1993.
4. Allen, D.H. and Ju, J.W. "Damage Mechanics in Composites", ASME AMD-185, New Yourk, 1994.
5. Talreja, R. "Damage Mechanics of Composite Materials", Elsevier, Amsterdam, 1994.
6. Nutt, S.R. and Wawner, F.E. "Silicon carbide Filaments: Microstructure", J. Mater. Sci., Vol. 20, No. 6, pp.1953, 1985.
7. Johnson, W.S., Lubowinski, S.J. and Highsmmith, A. L. "Mechanical Characterization of Unnotched SCS/Ti-15-3 Metal Matrix Composites at Room Temperature, Thermal & Mechanical Behavior of Metal Matrix & Ceramic Matrix Composites", ASTM STP 1080, Philadelphia, pp.193-218, 1990.
8. Nimmer, R.P., Bankert, R.J., Russell, E.S., Smith, G.A. and Wright, P.K. "Micromechanical Modeling of Fiber/Matrix Interface Effects in Transversely Loaded SiC/Ti-6-4 Metal Matrix Composites", J. Compos. Technol. Res., Vol. 13, No. 1, pp.3-13, 1991.
9. Lissenden, C.J., Herakovich, C.T. and Pindera, M.P. "Response of SiC/Ti Under Combined Loading. Part 1: Theory and Experimental for Imperfect Bonding", J. Compos Mater., Vol. 29, No. 2, pp. 130-155, 1995.
10. Lissenden, C.J., Herakovich, C.T. and Pindera, M.P. "Response of SiC/Ti Under Combined Loading. Part 2: Room Temperature Creep Effects", J. Compos. Mater., Vol. 29, No. 10, pp.1403-1417, 1995.
11. Lissenden, C.J., Lerch, B.A. and Herakovich, C.T. "Response of SiC/Ti Under Combined Loading. Part 3: Microstructural Evaluation", J. Compos. Mater., Vol. 30, No. 1, pp.84-108, 1995.
12. Kim, J.S. and Muliana, A.H. "A Combined Viscoelastic-Viscoplastic Behavior of Particle Reinforced Composites", Int. J. Solids Struct., Vol. 47, No. 5, pp.580-594, 2010.
13. Zienkiewicz, O.C. and Corneau, I.C. "Viscoplasticity-Plasticity and Creep in Elastic Solids: a Unified Numerical Solution Approach", Int. J. Numer. Methods Eng., Vol. 8, No. 4, pp.821-845, 1974.
14. Bednarczyk, B.A. and Arnold, S.M. "Transverse Tensile and Creep Modeling of Continuously Reinforced Titanium Composites with Local Debonding", Int. J. Solids Struct., Vol. 39, No. 7, pp. 1987-2017, 2002.
15. Nedele, M.R. and Wisnom, M.R. "Finite Element Micromechanical Modelling of a Unidirectional Composite Subjected to Shear Loading", Composites, Vol. 25, No. 4, pp. 263-272, 1994.
16. Aboudi, J. "Micromechanical Analysis of Composites by the Method of Cell", J. Appl. Mech., Vol. 42, No. 7, pp.193-221, 1989.
17. Sun, C.T. and Vaidya, R.S. "Prediction of Composite Properties from a Representative Volume Element", Compos. Sci. Technol., Vol. 56, No. 2, pp.171-179, 1996.
18. Adams, D.F. "Inelastic Analysis of a Unidirectional Composite Subjected to Transverse Normal

و ۲۷۰ مگاپاسکال می‌باشد. با توجه به پیش‌بینی‌های صورت گرفته با مدل میکرومکانیکی ارائه شده در این تحقیق درخصوص شروع رفتار غیرخطی در ماده مرکب الیاف کوتاه زمینه تیتانیومی با وجود آسیب در لایه میانی و تنش پسماند حرارتی در مباحث مربوط به بارگذاری‌های تک محوره و دو محوره و سه محوره، مشاهده می‌شود که تحت بارگذاری سه محوره حداکثر تاخیر برای شروع رفتار غیرخطی مشاهده می‌شود. از طرفی دیگر با توجه به شکل ۱۵ می‌توان نتیجه گرفت که با وجود آسیب در لایه میانی، رفتار تنش- کرنش طولی ماده مرکب الیاف کوتاه تحت بارگذاری سه محوری با وجود تنش پسماند و بدون آن تفاوت چندانی ندارد.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، مدل تحلیلی میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده، به‌منظور بررسی اثرات آسیب فاز میانی بر رفتار الاستوویسکوپلاستیک ماده مرکب الیافی زمینه فلزی تحت بارگذاری چند محوری توسعه داده شد. المان حجمی نماینده ماده مرکب الیافی شامل سه فاز الیاف، زمینه و فاز میانی الیاف/ زمینه در نظر گرفته شد که به  $c \times r \times h$  سلول در سه بعد گسترش یافت. مدل نیدلمن جهت بررسی آسیب در فاز میانی در مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده گسترش یافته به‌کار گرفته شد. تنش پسماند حرارتی که به‌دلیل اختلاف دمای ساخت ماده مرکب به‌وجود می‌آید، در این تحلیل منظور شد و اثرات آن در بارگذاری تک‌محوره و چندمحوره مورد بررسی قرار گرفت. تنش پسماند حرارتی در بارگذاری طولی موجب کاهش تنش تسلیم و باعث تأخیر در شروع رفتار غیرخطی در بارگذاری عرضی می‌شود. نتایج استخراج‌شده توسط مدل میکرومکانیکی مشخص کرده است که جهت حصول پیش‌بینی‌های دقیق‌تر در مقایسه با نتایج تجربی، بایستی هر دو عامل آسیب لایه میانی و اثر تنش پسماند حرارتی در مدل اعمال شود. داده‌های مدل میکرومکانیکی ارائه شده در خصوص خواص الاستیک عموم مواد مرکب نیز بسیار نزدیک به داده‌های تجربی و سایر مدل‌های در دسترس می‌باشد.

#### ۶- مراجع

1. Clyne, T. W. and Withers, P.J. "An Introduction to Metal Matrix Composites", Cambridge University Press, 1993.
2. Allen, D.H. and Lagoudas, D.C. "Damage Mechanics in Composites", ASME AMD-150, AD-132, New Yourk, 1992.

33. Kordani, N., Fereidoon, A. and Sadoddin, S., Ghorbanzadeh, Ahangari M. "Investigation of Mechanical and Thermal Behavior of Reinforced Polypropylene with Single Walled Carbon Nanotube", *Aerospace Mechanics J.*, Vol. 6, No. 4, pp. 1-10, 2012, (In Persian).
- Loading", *J. Compos. Mater.*, Vol. 4, No. 3, pp.310-328, 1970.
19. Aboudi, J. "The Effective Moduli of Short-fiber Composites", *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 19, No. 8, pp. 693-707, 1983.
20. Aghdam, M.M., Smith, D.J. and Pavier, M.J. "Finite Element Micromechanical Modelling of Yield and Collapse Behaviour of Metal Matrix Composites", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 48, No. 3, pp.499-528, 2000.
21. Aghdam, M.M. and Dezhsetan, A. "Micromechanics Based Analysis of Randomly Distributed Fiber Reinforced Composites Using Simplified Unit Cell Model", *Compos. Struct.*, Vol. 71, No. 3-4, pp.327-332, 2005.
22. Aboudi, J. and Williams, T.O. "A Coupled Micro-Macromechanical Analysis of Hygrothermoelastic Composites", *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 37, No. 30, pp. 4149-4179, 2000.
23. Bodner, S.R. and Partom, Y. "Constitutive Equations for Elastic-Viscoplastic Strain Hardening Materials", *J. Appl. Mech.*, Vol. 42, No. 6, pp. 385-389, 1975.
24. Needleman, A. "Micromechanical Modeling of Interfacial Decohesion", *Ultramicroscopy*, Vol. 40, No. 3, pp. 203-214, 1992.
25. Kroupa, J.L. "The Nonisothermal Viscoplastic Behavior of a Titanium-Matrix Composite", *Compos. Eng.*, Vol. 4, No. 9, pp. 965-977, 1994.
26. Kroupa, J.L. "Implementation of a Nonisothermal Unified Inelastic-Strain Theory Into ADINA6.0 for a Titanium Alloy-User Guide", Wright Laboratory Report WL-TR-93-4005. University of Dayton, Dayton, Ohio, 1993.
27. Mahmoodi, M.J., Aghdam, M.M. and Shakeri, M. "The Effects of Interfacial Debonding on the Elastoplastic Response of Unidirectional Silicon Carbide-Titanium Composites", Part C: *J. Mech. Eng. Sci.*, Vol. 224, No. 2, pp. 259-269, 2010.
28. Arenburg, R.T. and Reddy, J.N. "Applications of the Aboudi Micromechanics Theory to Metal Matrix Composites", *Mech. Compos. Mater. Struct.*, Vol. 100, pp.33-40, 1989.
29. Yang, Sh. and Qin, H. "Fiber Interactions and Effective Elasto-plastic Properties of Short-Fiber Composites", *Compos. Struct.*, Vol. 54, No. 4, pp.523-528, 2001.
30. Tucker, Ch.L. and Liang, E. "Stiffness Predictions for Unidirectional Short-Fiber Composites", *Compos. Sci. Technol.*, Vol. 59, No. 5, pp. 655-671, 1999.
31. Goldberg, R.K. and Arnold, S.M. "A Study of Influencing Factors on the Tensile Response of a Titanium Matrix Composite with Weak Interfacial Bonding", NASA/TM—2000-209798.
32. Mashayekhi, M. and Shaarbaaf, H. "Micromechanical Modeling of Multiphase Metals, Using a Crystal Plasticity Model", *Aerospace Mechanics J.*, Vol. 8, No. 1, pp. 13-27, 2012, (In Persian).