

## تحلیل سوراخ شدن ورق‌های ساندویچی کامپوزیت - فوم تحت برخورد پرتابه با دماغه مسطح

سید سجاد جعفری<sup>۱</sup>، سعید فعلی<sup>۲\*</sup>

کرمانشاه - دانشگاه رازی

(تاریخ وصول: ۹۱/۰۶/۰۶، تاریخ پذیرش: ۹۱/۰۸/۰۶)

### چکیده

در این مقاله، تورفتگی و سوراخ شدن ورق‌های ساندویچی کامپوزیت- فوم تحت برخورد پرتابه با دماغه مسطح به روش تحلیلی جدیدی بررسی شده است. ورق‌های ساندویچی دارای هسته از جنس فوم می‌باشد که بین دو صفحه کامپوزیتی محصور شده است. با استفاده از مدل جرم و فنر، نیروی لازم جهت واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی، در بارگذاری شبه استاتیکی محاسبه شده و به دنبال آن انرژی جذب شده توسط پانل ساندویچی که ناشی از واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی می‌باشد، محاسبه شده است. سپس انرژی جذب شده توسط پانل ساندویچی طی فرآیند نفوذ پرتابه محاسبه و با استفاده از موازنه انرژی، سرعت حد بالستیک و سرعت باقی‌مانده پرتابه به دست می‌آید. نیروی لازم جهت واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی، انرژی جذب شده ناشی از این واماندگی، سرعت حد بالستیک و سرعت باقی‌مانده پرتابه با داده‌های تجربی موجود مقایسه و مطابقت خوبی بین نتایج مشاهده شده است.

### واژه‌های کلیدی: پانل ساندویچی، فوم، کامپوزیت، فرورفتگی، نفوذ.

### ۱- مقدمه

پانل‌های ساندویچی دشوار بوده و کارهای تحلیلی، تجربی یا عددی انجام شده در این خصوص محدود می‌باشد. در سال ۲۰۰۵، نایک و همکاران [۳] ضربه بالستیک را بر روی کامپوزیت‌های بافته شده بررسی کردند. در سرعت بالستیک پرتابه به طور کلی هدف را سوراخ می‌کند به طوری که سرعت باقی‌مانده آن صفر است. آنها در تحلیل خود فرضیاتی چون صلب بودن پرتابه در طول فرآیند نفوذ، مساوی بودن سرعت موج طولی و عرضی در تمام لایه‌ها را، در نظر گرفته‌اند. همچنین نایک و همکارانش [۴] رفتار کامپوزیت‌های ضخیم در

امروزه صفحات کامپوزیتی و پانل‌های ساندویچی، به طور گسترده‌ای در صنایع مختلف از جمله هوافضا مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱]. لمینیت‌های FRP<sup>۳</sup> به واسطه داشتن مقاومت و سختی زیاد به طور گسترده‌ای در صنایع مختلف مانند هوا فضا، دریایی و حمل‌ونقل استفاده می‌شوند [۲]. با این وجود، این مواد در برابر بار عرضی متمرکز استاتیکی و ضربه‌ای، به دلیل چقرمگی شکست کم مواد ماتریس، آسیب‌پذیر هستند [۲]. مدل‌سازی تحلیلی و عددی ضربه در

\* E-mail: Felisaeid@razi.ac.ir

۱- کارشناسی ارشد

۲- دانشیار

3- Fibre-Reinforce Plastic

باقی‌مانده پرتابه با دماغه کروی، در برخورد به پانل ساندویچی کامپوزیت- فوم را تعیین کردند. همچنین، فرآیند برخورد سرعت بالا به پانل ساندویچی را در نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی نمودند.

ایوانز و همکاران [۱۳] برخورد پرتابه کروی به پانل‌های ساندویچی کامپوزیت- فوم، را در نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی کردند. نتایج این شبیه‌سازی نشان داد که، با افزایش سرعت اولیه، سرعت باقی‌مانده پرتابه نیز افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش سرعت اولیه، انرژی جذب شده توسط فوم کاهش می‌یابد.

ولمورگان و همکاران [۱۴] برخورد پرتابه با دماغه مخروطی، به پانل‌های ساندویچی کامپوزیت- فوم را به‌صورت تحلیلی بررسی نمودند. در مدل تحلیلی ارائه شده، جذب انرژی توسط پانل به‌صورت مکانیزم‌های مختلف از جمله انرژی ناشی از تغییر شکل، انرژی لایه‌لایه شدگی<sup>۳</sup> و انرژی اصطکاکی در نظر گرفته شده است. در این مدل ضخامت فوم ناچیز در نظر گرفته شده، به‌طوری که از اثرات فوم در محاسبه سختی پانل صرف‌نظر شده است.

بررسی و تحلیل نفوذ پرتابه‌ها با دماغه مسطح در صفحات ساندویچی کامپوزیت- فوم موضوع جدیدی می‌باشد که بررسی تحلیلی این فرآیند توسط تعداد اندکی از محققین بررسی شده است. ون و همکاران [۱۵] در سال ۱۹۹۷ سوراخ شدن صفحات ساندویچی کامپوزیت- فوم، توسط پرتابه‌های مختلف از جمله پرتابه با دماغه مسطح، را به‌صورت تجربی بررسی کردند. آنها همچنین انرژی جذب شده توسط پانل در اثر برخورد پرتابه با دماغه کروی را به‌صورت تحلیلی بررسی کردند. سپس ون و همکاران [۱۶] در سال ۲۰۰۰، یک مدل تحلیلی برای نفوذ پرتابه با دماغه مسطح در پانل ساندویچی، ارائه کردند. در این مدل تحلیلی، انرژی جذب شده توسط پانل از مجموع انرژی‌های جذب شده توسط تغییر شکل موضعی و تغییر شکل کلی به‌دست می‌آید. از معایب این مدل می‌توان به در نظر نگرفتن مکانیزم‌های مختلف جذب انرژی، از جمله لایه‌لایه شدگی کامپوزیت اشاره کرد.

در این مقاله مدل تحلیلی جدیدی برای بررسی فرآیند نفوذ و سوراخ شده صفحات ساندویچی کامپوزیت- فوم تحت اثر برخورد پرتابه دماغه مسطح ارائه شده است، به‌طوری که هسته پانل از جنس فوم و لایه‌های بالایی و پایینی از جنس کامپوزیت می‌باشند. در بارگذاری شبه استاتیکی، روابط جدیدی براساس تئوری‌های مختلف واماندگی برای محاسبه نیروی لازم جهت واماندگی نیروی لایه کامپوزیتی بالایی ارائه شده و انرژی جذب شده ناشی از واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی توسط پانل ساندویچی و با در نظر گرفتن تئوری‌های مختلف (خمش، غشایی شدن و خمش- غشایی شدن) به‌دست می‌آید. همچنین با تعیین انرژی‌های جذب شده توسط پانل ساندویچی، طی

حد بالستیک را به‌صورت تحلیلی بررسی کردند.

لوپز و همکاران [۵] در سال ۲۰۰۹ ضربه سرعت بالا بر روی لمینیت‌های کربن/اپوکسی را به‌صورت تحلیلی بررسی کردند. در این مدل تحلیلی پرتابه به‌صورت استوانه در نظر گرفته شده است. در مدل تحلیلی از بالانس انرژی استفاده شده، به‌طوری که انرژی جنبشی پرتابه توسط انتقال مومنتوم خطی، شکست الیاف و خرد شدن لمینیت جذب می‌شود. این مدل تحلیلی قادر به محاسبه انرژی جذب شده توسط لمینیت و سرعت باقی‌مانده پرتابه می‌باشد.

اولون و همکاران [۶] اثرات شکل دماغه پرتابه را بر انرژی جذب شده توسط لمینیت‌های کربن/اپوکسی به‌صورت تجربی، بررسی کردند. آنها از پرتابه با دماغه‌های مختلف از جمله دماغه کروی، مخروطی و مسطح استفاده نمودند.

صبوری و همکارش [۷] فرمول‌بندی جدیدی برای محاسبه انرژی کرنشی و پاسخ استاتیکی و دینامیکی لایه‌های فلز- کامپوزیت ارائه نمودند. میوند و همکارش [۸] مدل تحلیلی برای حد بالستیک دوبعدی کامپوزیت‌های بافته شده ارائه کردند. اثرات ابعاد هدف در عملکرد بالستیکی مجموعه نیز بررسی شده است.

فعلی و همکارش [۹] یک مدل تحلیلی جدید برای سوراخ شدن پانل ساندویچی کامپوزیت- هانی کامب ارائه دادند. آنها سوراخ شدن پانل را در سه مرحله، شامل سوراخ شدن صفحه بالایی، سوراخ شدن هانی- کامب و سوراخ شدن صفحه پایینی در نظر گرفته‌اند. در این مدل تحلیلی کامپوزیت به‌صورت الیاف بافته شده تار و پود، در نظر گرفته شده است.

بوایتراگو و همکاران [۱۰] نفوذ پرتابه کروی در پانل‌های ساندویچی با صفحات کامپوزیتی و هسته‌ی هانی کمب را، در نرم‌افزار آباکوس<sup>۱</sup> و به‌صورت سه‌بعدی، شبیه‌سازی کردند. صفحات کامپوزیتی از جنس کربن/اپوکسی و هانی کمب از جنس آلومینیوم در نظر گرفته شده است. با استفاده از مدل‌سازی انجام شده، حد بالستیک، سرعت باقیمانده و انرژی جذب شده توسط پانل محاسبه شد. همچنین مدل‌سازی انجام شده نشان داد که بیشترین جذب انرژی به‌ترتیب مربوط به صفحه کامپوزیتی بالایی، صفحه کامپوزیتی پایینی و هسته می‌باشد.

فلورز-جانسون و همکارش [۱۱] فرورفتگی پرتابه در پانل ساندویچی با صفحات کامپوزیتی CFRP<sup>۲</sup> و هسته فوم پلیمری، به‌صورت آزمایشگاهی و در حالت شبه استاتیکی بررسی کردند. نتایج این بررسی نشان داد که، هم شکل پرتابه و هم چگالی فوم تأثیر بسزایی در میزان جذب انرژی توسط پانل، فرورفتگی پرتابه و همچنین ناحیه وامانده شده، دارند.

هوفت و همکارش [۱۲] با استفاده از مدل انتشار امواج تنش، سرعت

3- Delamination

1- ABAQUS  
2- Carbon Fibre-Reinforced Polymer

## ۲-۱-۱- نیروی تماسی

نیروی تماسی بین پرتابه و پانل ساندویچی در دو بخش بررسی می‌شود:

الف- تغییر شکل موضعی

رابطه نیروی تماسی شبه استاتیکی (P) و فرورفتگی موضعی پانل ( $\alpha$ )، به صورت زیر می‌باشد [۱۵]:

$$P = K_c \alpha \quad (1)$$

که در معادله فوق  $K_c$  سختی تماسی پانل بوده و مقدار آن برابر  $2R/\pi H_0$  می‌باشد، به طوری که R نشان‌دهنده شعاع پرتابه است. همچنین  $H_0$  با استفاده از روابط زیر به دست می‌آید [۱۷ و ۱۸]:

$$\gamma_{1,2}^2 = Q \pm \sqrt{Q^2 - C_{33} / C_{11}} \quad (1-1)$$

$$H_0 = \frac{(\gamma_1 + \gamma_2) C_{11}}{2\pi(C_{11}C_{33} - C_{13}^2)}$$

$$Q = (C_{11}C_{33} - C_{13}^2 - 2C_{13}C_{44}) / 2C_{11}C_{44}$$

که  $C_{ij}$  ثوابت الاستیک می‌باشند. این ثوابت با استفاده از تئوری الاستیسیته و قاعده ترکیب لمینیت‌های کامپوزیتی و هسته، توسط روابط زیر به دست می‌آیند:

$$C_{11} = E_1 / (1 - \nu_{31} \nu_{12}), \quad C_{33} = E_3 / (1 - \nu_{31} \nu_{12}) \\ C_{44} = G_{13}, \quad C_{13} = \nu_{12} E_1 / (1 - \nu_{31} \nu_{12}) \quad (2-1)$$

به طوری که

$$E_1 = E_f r + E_{s1}(1-r), \\ E_3 = E_f r + E_{s3}(1-r), \quad r = c / H \\ G_{13} = \frac{[(1-r) + \eta r]}{[G_{st}^{-1}(1-r) + \eta G_f^{-1} r]}, \quad \eta = \frac{G_{st} + G_f}{2G_{st}}, \quad (1-2-1)$$

$$\nu_{12} = \nu_f r + \nu_{s12}(1-r), \quad \nu_{31} = \frac{E_3}{E_1} \nu_{12}$$

که در روابط فوق،  $E_f$  مدول یانگ فوم (هسته)،  $G_f$  مدول برشی هسته و  $\nu_f$  ضریب پواسون هسته می‌باشند. همچنین  $E_{s1}$  مدول یانگ طولی،  $E_{s3}$  مدول یانگ در راستای ضخامت،  $G_{st}$  مدول برشی در راستای ضخامت و  $\nu_{s12}$  ضریب پواسون لایه کامپوزیتی می‌باشند. c نشان‌دهنده ضخامت هسته و H نشان‌دهنده ضخامت کل پانل ساندویچی می‌باشد.

ب- تغییر شکل کلی

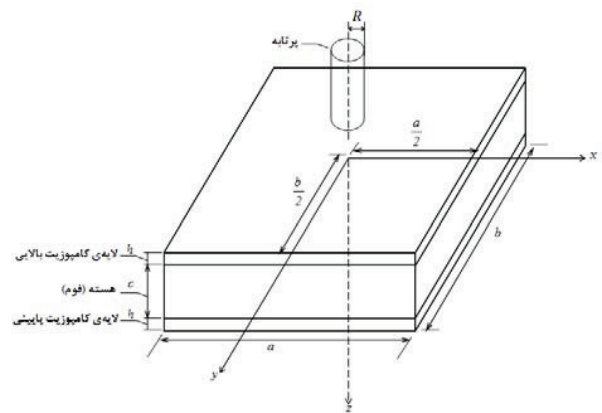
با توجه به کوچک بودن قطر پرتابه در مقایسه با اندازه پانل ساندویچی، بار اعمالی از سوی پرتابه به پانل، به صورت متمرکز در نظر

فرآیند نفوذ پرتابه و استفاده از موازنه انرژی، سرعت حد بالستیک و سرعت باقی مانده پرتابه محاسبه می‌گردد. از ویژگی‌های مدل تحلیلی، در نظر گرفتن مکانیزم‌های مختلف جذب انرژی توسط پانل و سادگی معادلات حاکم و روش حل مسئله می‌باشد، به نحوی که با سادگی معادلات نتایج مدل هم‌خوانی مناسبی با نتایج تجربی دارد.

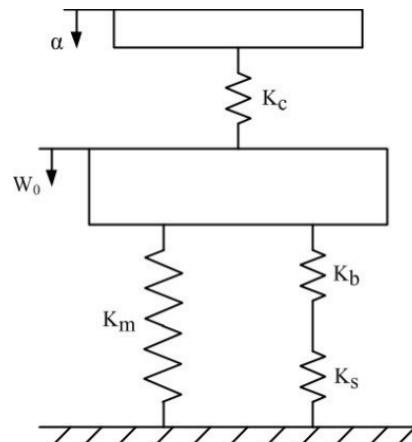
## ۲- مدل تحلیلی

### ۲-۱- نیروی شبه استاتیکی لازم جهت واماندگی لایه بالایی

شکل (۱) یک پانل ساندویچی با لایه‌های کامپوزیتی و هسته فوم که تحت برخورد پرتابه دماغه مسطح می‌باشد، را نشان می‌دهد. مطابق شکل (۱)، a و b ابعاد پانل در صفحه می‌باشند و با توجه به اینکه در این مقاله پانل به صورت مربعی در نظر گرفته شده، با هم برابر می‌باشند. منظور از لایه کامپوزیتی بالایی، لایه کامپوزیتی است که در معرض برخورد با پرتابه می‌باشد (شکل ۱). سیستم معادل بارگذاری شبه استاتیکی بر روی پانل‌های ساندویچی کامپوزیت- فوم در شکل (۲) نشان داده شده است، به طوری که  $K_c$  سختی تماسی،  $K_m$  سختی غشایی،  $K_b$  سختی خمشی و  $K_s$  سختی برشی می‌باشند.



شکل ۱- برخورد پرتابه دماغه مسطح به پانل ساندویچی کامپوزیت- فوم.



شکل ۲- شبیه‌سازی برخورد پرتابه با پانل ساندویچی با مدل فنر.

1- Longitudinal Young's Module  
2- Through-Thickness Young's Module

خمشی و غشایی شدن، به صورت زیر است:

$$P = K_{bs}W + K_mW^3 \quad (8)$$

در واقع این تئوری ترکیب تئوری خمش با تئوری غشایی شدن می‌باشد.

### ۲-۱-۲- جذب انرژی

انرژی جذب شده به واسطه و اماندگی لایه بالایی پانل، از دو بخش تشکیل شده است: انرژی تماسی ( $E_{ct}$ ) و انرژی تغییر شکل کلی ( $E_{gd}$ ). انرژی تماسی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E_{ct} = \int_0^{\alpha} p d\alpha = \frac{1}{2} K_c \alpha^2 \quad (9)$$

همچنین انرژی تغییر شکل، در کلی‌ترین حالت (تئوری خمش- غشایی شدن) به کمک رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E_{gd} = \int_0^W p dW = \frac{1}{2} K_{bs}W^2 + \frac{1}{4} K_mW^4 \quad (10)$$

و در نهایت کل انرژی جذب شده توسط پانل که از مجموع انرژی تماسی و تغییر شکل کلی به دست می‌آید، برابر است با:

$$E_T = \frac{1}{2} K_c \alpha^2 + \frac{1}{2} K_{bs}W^2 + \frac{1}{4} K_mW^4 \quad (11)$$

با دقت در معادله فوق مشخص می‌شود که  $E_T = E_T(p)$ . با فرض اینکه وقتی برش عرضی لایه بالایی به استحکام برش عرضی ( $\tau_{13}$ ) برسد، و اماندگی تورفتگی رخ می‌دهد، می‌توان نوشت [۱۵]:

$$P_i = 2\pi R h \tau_{13} + \pi R^2 K \sigma_c \quad (12)$$

که  $P_i$  نیروی لازم جهت و اماندگی می‌باشد. در رابطه فوق  $K$  ضریب ثابت می‌باشد که در این مقاله برابر ۲ در نظر گرفته شده است. در واقع به کمک این ضریب، میزان افزایش استحکام نهایی هدف که ناشی از تغییر شکل ناحیه اطراف محل اصابت پرتابه می‌باشد، اعمال شده است. همچنین در رابطه (۱۲)،  $\sigma_c$  استحکام فشاری هسته می‌باشد. انرژی جذب شده ناشی از و اماندگی لایه برابر است با:

$$E_{in} = E_T(p_i) + \frac{\pi}{2} \tau_{13} D h^2 \quad (13)$$

عبارت دوم در سمت راست معادله فوق، انرژی تلف شده ناشی از تشکیل پلاگ لایه بالایی می‌باشد.

### ۲-۲- سوراخ شدن پانل ساندویچی

انرژی پرتابه توسط لایه‌های کامپوزیتی و هسته جذب می‌شود. در این قسمت، ابتدا انرژی جذب شده توسط پانل ساندویچی کامپوزیت- فوم در بارگذاری شبه استاتیکی بررسی و سپس با استفاده از ضریب

گرفته شده است. با توجه به نسبت اندازه صفحه به ضخامت لایه کامپوزیتی، پانل ممکن است توسط برش، خمش، غشایی شدن و یا ترکیب خمش و غشایی شدن کشیده شود. در ادامه، تئوری‌های خمش، غشایی شدن و خمش- غشایی شدن بررسی می‌شود. فرض می‌شود که در تئوری‌های خمش و خمش- غشایی شدن، برش نیز رخ می‌دهد.

تئوری خمش

رابطه بین نیرو و جابه‌جایی، بدون در نظر گرفتن فرورفتگی موضعی به صورت زیر است [۱۹]:

$$P = K_{bs}W \quad (2)$$

در رابطه بالا،  $w$  خیز عرضی صفحه میانی پانل و  $K_{bs}$  سختی مؤثر ناشی از خمش و برش می‌باشد. با در نظر گرفتن مدول خمشی مؤثر<sup>۱</sup> به صورت  $E_e = E_f r^3 + E_{s1}(1-r^3)$ ، سختی مؤثر خمشی به دست می‌آید:

$$K_{bs} = \frac{K_b K_s}{K_b + K_s} \quad (3)$$

که  $K_b$  و  $K_s$  به ترتیب نشان‌دهنده سختی خمشی و سختی برشی می‌باشند. سختی خمشی برای پانل مربعی از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۰]:

$$K_b = \frac{86.2 E_e H^3}{12(1-\nu_{12}^2)L^2} \quad (4)$$

که  $L$  اندازه‌ی مؤثر پانل می‌باشد. همچنین سختی مؤثر برشی به کمک رابطه زیر به دست می‌آید [۱۹ و ۲۱]:

$$K_s = \frac{4\pi}{3} G_{13} H \left( \frac{E_e}{E_e - 4\nu_{12}G_{13}} \right) \left( \frac{4}{3} + \log \frac{L}{D} \right)^{-1} \quad (5)$$

تئوری غشایی شدن

در این تئوری بدون در نظر گرفتن تغییر شکل خمشی و برشی و همچنین صرف نظر کردن از فرورفتگی موضعی، رابطه نیرو و جابه‌جایی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P = K_m W^3 \quad (6)$$

که  $K_m$  نشان‌دهنده سختی غشایی بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۲]:

$$K_m = \frac{191\pi E_e H}{162L^2} \quad (7)$$

تئوری خمش- غشایی شدن

در این تئوری رابطه بین نیرو و جابه‌جایی، با صرف نظر کردن از فرورفتگی موضعی و با در نظر گرفتن کلیه تغییر شکل‌های برشی،

و برای  $h/D > \phi$  برابر است با:

$$E_{frac} = \pi R h^2 K \tau_{13} \quad (2-16)$$

که در روابط فوق،  $e_t$  چگالی انرژی و اماندگی کششی و  $\phi$  یک ثابت تجربی است که در این مقاله برابر  $0.21$  در نظر گرفته می‌شود [۱۰]. لایه‌لایه شدگی در زیر ناحیه بارگذاری تماسی توسط انعقاد ترک‌های ماتریس در صفحات داخلی با تنش‌های برشی آغاز می‌شود. لایه‌لایه شدگی می‌تواند تحت مد  $1$  (کشش) و مد  $2$  (برش) و موارد دیگر مرتبط با ساختار ماده انتشار یابد. انرژی لایه‌لایه شدگی بر روی لمینیت‌های FRP به صورت زیر بیان می‌شود [۱۴]:

$$E_{del} = A_d \times G_{IIC} \quad (17)$$

که در رابطه فوق  $A_d$  سطح لایه‌لایه شدگی در صفحه میانی و  $G_{IIC}$  چقرمگی شکست در مد دوم می‌باشد. این انرژی را می‌توان از رابطه زیر نیز محاسبه نمود [۱۴]:

$$E_{del} = \frac{9}{16\pi h^2} \left( \frac{P_d}{\tau_{IRSS}} \right)^2 G_{IIC} \quad (18)$$

که  $P_d$  نیروی بحرانی لایه‌لایه شدگی و  $\tau_{IRSS}$  تنش برشی داخلی می‌باشد. نیروی بحرانی لایه‌لایه شدگی از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۴]:

$$P_d^2 = \frac{8\pi^2 E_s h^3 G_{IIC}}{9(1-\nu_{12}^2)} \quad (19)$$

بنابراین انرژی جذب شده توسط لمینیت FRP در بارگذاری شبه استاتیکی برابر است با:

$$E_{com} = E_{def} + E_{frac} + E_{del} \quad (20)$$

### ۲-۲-۲- جذب انرژی توسط فوم در بارگذاری شبه استاتیکی

در اثر برخورد پرتابه به پانل ساندویچی، بخشی از انرژی پرتابه توسط فوم جذب می‌شود. در واقع انرژی پرتابه توسط خرد شدن فوم جذب می‌شود.

انرژی جذب شده توسط فوم از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۶]:

$$E_{foam} = \frac{\pi}{4} K D^2 c \epsilon_d \sigma_c \quad (21)$$

در رابطه بالا،  $\sigma_c$  استحکام فشاری فوم و  $\epsilon_d$  کرنش تراکمی فوم<sup>۳</sup> بوده و ضریب  $K$  برابر  $2$  در نظر گرفته می‌شود. ضخامت فوم در اثر نفوذ پرتابه کم می‌شود. در پانل‌های ساندویچی و در حالت بارگذاری شبه استاتیکی، کرنش تراکم برای فوم H130 برابر  $0.18$  می‌باشد [۱۶].

افزایش دینامیکی، انرژی جذب شده در بارگذاری دینامیکی به دست می‌آید. در تحلیل شبه استاتیکی، انرژی جذب شده توسط کامپوزیت و فوم به صورت مجزا مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### ۲-۲-۲- جذب انرژی توسط لایه‌های کامپوزیتی در بارگذاری شبه استاتیکی

انرژی جذب شده توسط لمینیت‌های FRP به صورت مجموع انرژی تغییر شکل، انرژی و اماندگی و انرژی لایه‌لایه شدگی در نظر گرفته می‌شود. همانند پانل ساندویچی، انرژی اتلافی در لمینیت FRP طی تغییر شکل ناشی از برخورد، توسط تغییر شکل برابر مجموع انرژی تماسی ( $E_{ct}$ ) و انرژی جذب شده توسط تغییر شکل کلی ( $E_{gd}$ ) می‌باشد [۲۲]:

$$E_{def} = E_{ct} + E_{gd} = \frac{(K_{bs}W_0 + K_mW_0^3)^2}{2K_c} + \frac{1}{2}K_{bs}W_0^2 + \frac{1}{4}K_mW_0^4 \quad (1-14)$$

که در رابطه فوق  $W_0$  خیز لایه میانی لمینیت می‌باشد. همچنین سختی خمشی، برشی و غشایی با صفر قرار دادن  $r$  در روابط مربوط به پانل ساندویچی به دست می‌آیند. با برابر قرار دادن  $W_{of}$  (خیز عمودی بحرانی) با  $W_0$  در رابطه فوق:

$$E_{def} = E_{ct} + E_{gd} = \frac{(K_{bs}W_{of} + K_mW_{of}^3)^2}{2K_c} + \frac{1}{2}K_{bs}W_{of}^2 + \frac{1}{4}K_mW_{of}^4 \quad (2-14)$$

در واقع وقتی خیز لمینیت به خیز بحرانی برسد، و اماندگی لمینیت رخ می‌دهد. رابطه بین خیز عمودی بحرانی و استحکام برش عرضی ( $\tau_{13}$ ) به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۵]:

$$P = K_{bs}W_{of} + K_mW_{of}^3 = 2\pi R h K \tau_{13} \quad (15)$$

به دلیل تغییر شکل اطراف ناحیه تورفتگی، میانگین استحکام برشی عرضی از مقدار واقعی آن بیشتر می‌شود. بنابراین به منظور اثر دادن این افزایش، از ضریب  $K$  استفاده می‌شود. که  $K$  برابر با  $2$  در نظر گرفته شده است [۱۵].

بر اساس مشاهدات آزمایشگاهی، لمینیت‌های FRP که تحت اثر برخورد پرتابه با دماغه مسطح می‌باشند، یا توسط پلاگ برشی در محل برخورد<sup>۱</sup> و یا توسط مد ترکیبی برشی محلی- پارگی کششی<sup>۲</sup>، دچار اماندگی و شکست می‌شوند. اگر  $h/D < \phi$  و اماندگی توسط پلاگ برشی محلی در غیر این صورت توسط مد ترکیبی رخ می‌دهد [۲۲]. بنابراین انرژی ناشی از اماندگی موضعی برای  $h/D < \phi$  برابر است با:

$$E_{frac} = \pi R^2 (h - \phi D) e_t + \pi R (\phi D)^2 K \tau_{13} \quad (1-16)$$

### ۲-۲-۲- جذب انرژی توسط پانل ساندویچی کامپوزیت- فوم

با ترکیب معادلات (۲۰) و (۲۱) انرژی جذب شده توسط پانل ساندویچی کامپوزیت- فوم در حالت بارگذاری شبه استاتیکی به دست می‌آید:

$$E_T = 2E_{com} + E_{foam} \quad (22)$$

با توجه به اینکه پانل ساندویچی از دو لایه کامپوزیت (لایه بالایی و لایه پایینی) تشکیل شده است، انرژی جذب شده توسط آن در عدد ۲ ضرب شده است. مشاهدات تجربی نشان داده که در بارگذاری ضربه‌ای، انرژی سوراخ شدن پانل افزایش می‌یابد. رابطه تجربی که جهت محاسبه انرژی سوراخ شدن پانل ( $E_p$ )، در بار ضربه‌ای به کار می‌رود، که از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۵]:

$$E_p = \varphi E_T \quad (23)$$

در رابطه فوق،  $\varphi$  ضریب افزایش دینامیکی می‌باشد که در این ضریب اثرات سرعت پرتابه و خصوصیات پانل لحاظ شده است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varphi = \begin{cases} 1 + B\left(\frac{V_i}{V_c}\right) & (V_i < V_c) \\ 1 + B & (V_i > V_c) \end{cases} \quad (24)$$

به طوری که  $V_c$  نشان‌دهنده سرعت بحرانی فون کارمن<sup>۱</sup> و  $V_i$  سرعت اولیه پرتابه می‌باشد. همچنین  $B$  نیز یک ثابت تجربی است که مقدار آن برای پرتابه با دماغه مسطح ۱/۵ در نظر گرفته شده است [۱۶]. سرعت بحرانی فون کارمن نیز از رابطه (۲۵) به دست می‌آید.

$$V_c = C\varepsilon_f = \sqrt{\frac{E_{s1}}{\rho}} \varepsilon_f \quad (25)$$

در رابطه فوق،  $C$  سرعت انتشار موج در راستای الیاف،  $\rho$  چگالی لمینیت،  $\varepsilon_f$  کرنش واماندگی کششی استاتیکی<sup>۲</sup> و  $E_{s1}$  مدول یانگ لمینیت می‌باشند. با استفاده از موازنه انرژی، سرعت حد بالستیک به دست می‌آید:

$$V_b = \sqrt{\frac{2E_p}{G}} \quad (26)$$

که  $G$  جرم پرتابه می‌باشد. سرعت باقی مانده پرتابه، به کمک موازنه انرژی تعیین می‌شود:

$$V_r = (V_i^2 - V_b^2)^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

### ۳- نتایج و بحث

هدف اصلی مدل تحلیلی انجام شده، تحقیق و بررسی پاسخ پانل ساندویچی، در بارگذاری شبه استاتیکی، تعیین حد بالستیک و سرعت باقی مانده پرتابه می‌باشد. انرژی جنبشی پرتابه بعد از نفوذ به پانل کاهش می‌یابد و این در حالی است که انرژی کرنشی پانل در حال افزایش است. هنگامی که انرژی جذب شده توسط پانل بیشتر از کاهش انرژی جنبشی پرتابه شود، هدف دچار شکست می‌شود. براساس بررسی‌های انجام شده توسط محققین این مقاله، تنها یک نتیجه تجربی در مراجع علمی معتبر جهت مقایسه نتایج مدل تحلیلی وجود داشته و نتایج مدل تحلیلی این مقاله با آن نتیجه تجربی مقایسه شده است. خواص مکانیکی کامپوزیت و فوم، استفاده شده در جداول (۱) و (۲) ذکر شده‌اند. اکثر این داده‌ها از مراجع [۱۲]، [۱۵]، [۲۲] و [۲۳] جمع‌آوری شده‌اند.

جدول ۱- خواص مکانیکی ماده کامپوزیت (E- Woven Roving Glass/polyester).

پارامتر	علامت اختصاری	مقادیر استفاده شده
چگالی ( $\text{kg/m}^3$ )	$\rho$	۱۶۵۰
مدول یانگ (GPa)	$E_{s1}$	۲۴
مدول یانگ در راستای ضخامت (GPa)	$E_3$	۶/۸۷
مدول برشی در راستای ضخامت (GPa)	$G_{st}$	۱/۸
ضریب پواسون	$\nu_{12}$	۰/۱۵
استحکام برش عرضی (MPa)	$\tau_{13}$	۴۵
چگالی انرژی واماندگی کششی ( $\text{MJ/m}^3$ )	$e_t$	۴/۲۳
تنش برشی داخلی (MPa)	$\tau_{IRSS}$	۱۳
چگرمگی شکست در مد دوم ( $\text{KJ/m}^2$ )	$G_{IIC}$	۲/۸
کرنش واماندگی کششی استاتیکی	$\varepsilon_f$	۰/۰۲۱

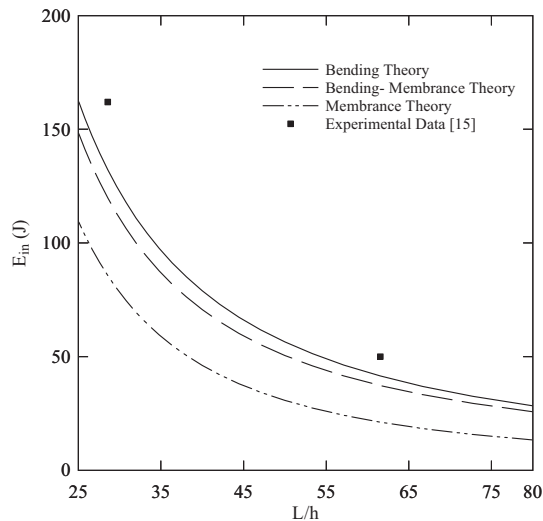
جدول ۲- خواص مکانیکی فوم (Divinycell H130).

پارامتر	علامت اختصاری	مقادیر استفاده شده
مدول یانگ (MPa)	$E_f$	۱۷۵
مدول برشی (MPa)	$G_f$	۵۰
ضریب پواسون	$\nu_f$	۰/۳۲
استحکام فشاری (MPa)	$\sigma_c$	۲/۵
کرنش تراکمی	$\varepsilon_d$	۰/۸

نتایج حاصل از مدل تحلیلی در محاسبه نیروی لازم جهت واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی و داده‌های تجربی، در شکل (۳) مقایسه شده است. در این شکل، اندازه مؤثر پانل ۲۰۰ mm، ضخامت هسته ۲۵ mm و ضخامت لایه‌های کامپوزیتی یک‌بار ۳/۲۵ mm و بار دیگر ۷ mm در نظر گرفته شده است. همچنین تغییرات نیروی لازم جهت

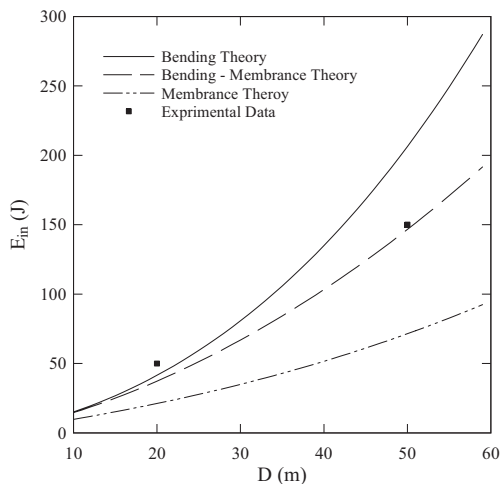
1- Von Karman  
2- Static Tensile Failure Strain





شکل ۴- منحنی تغییرات انرژی جذب شده توسط پانل به واسطه واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی برحسب نسبت اندازه مؤثر پانل ساندویچی به ضخامت لایه کامپوزیتی، براساس تئوری‌های مختلف و مقایسه با داده‌های تجربی [۱۵].

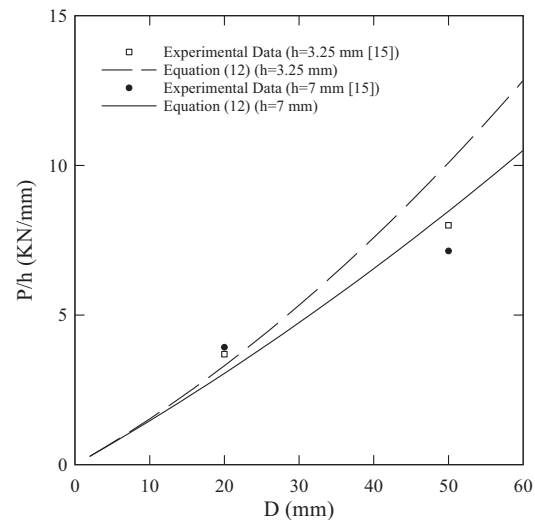
شکل (۵) مقادیر تجربی و تحلیلی انرژی جذب شده پانل ساندویچی کامپوزیت-فوم، به واسطه واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی جذب می‌کند را، برحسب قطر پرتابه نشان می‌دهد. در این شکل، مقادیر محاسبه شده این انرژی براساس سه تئوری اشاره شده در این مقاله، با هم و با نتایج تجربی مقایسه شده است. در این منحنی اندازه مؤثر پانل ۲۰۰ mm، ضخامت هسته ۲۵ mm، ضخامت لایه‌های کامپوزیتی ۳/۲۵ mm و قطر پرتابه متغیر می‌باشد. همچنین در داده‌های تجربی قطر پرتابه به ترتیب برابر ۲۰ mm و ۵۰ mm در نظر گرفته شده است.



شکل ۵- منحنی تغییرات انرژی جذب شده توسط پانل به واسطه واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی برحسب قطر پرتابه، براساس تئوری‌های مختلف و مقایسه با داده‌های تجربی [۱۵]. برای پانل با لایه‌های کامپوزیتی به ضخامت ۳/۲۵ mm و هسته فوم به ضخامت ۲۵ mm.

واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی برحسب قطر پرتابه در بارگذاری شبه استاتیکی، در شکل (۳) نشان داده شده است. با بررسی شکل (۳) مشخص می‌شود که با افزایش قطر پرتابه، دقت مدل تحلیلی کمتر می‌شود. همچنین مطابق شکل (۳)، با افزایش قطر پرتابه، نیروی لازم جهت واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی افزایش می‌یابد.

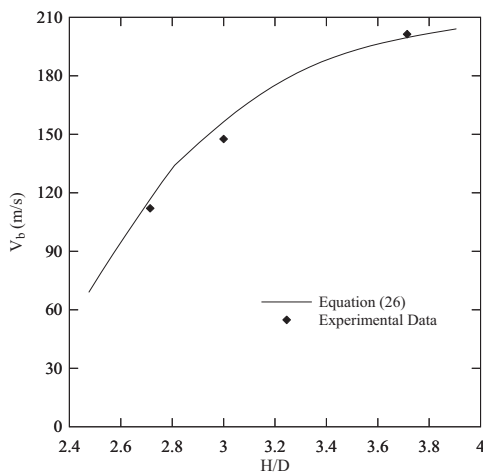
شکل (۴) مقادیر تجربی و تحلیلی انرژی جذب شده پانل ساندویچی، به واسطه واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی جذب می‌کند را، برحسب نسبت اندازه مؤثر صفحه بر ضخامت لایه‌های کامپوزیتی، نشان می‌دهد. در این شکل، نتایج حاصل از تئوری‌های خمش، خمش-غشایی شدن و غشایی شدن با داده‌های تجربی مقایسه شده است. در این شکل اندازه مؤثر پانل ۲۰۰ mm، ضخامت هسته ۲۵ mm، قطر پرتابه ۲۰ mm و ضخامت لایه‌های کامپوزیتی متغیر می‌باشد. همچنین در داده‌های تجربی ضخامت لایه‌های کامپوزیتی به ترتیب برابر ۳/۲۵ mm و ۷ mm در نظر گرفته شده است. مطابق شکل (۴)، با افزایش ضخامت لایه‌های کامپوزیتی و با در نظر گرفتن رابطه (۱۳)، انرژی جذب شده توسط پانل نیز افزایش پیدا می‌کند. همچنین با توجه به شکل (۴)، به کاربری تئوری خمش برای تغییر شکل و محاسبه نیروی لازم جهت واماندگی کامپوزیت بالایی (نیروی P در رابطه (۲))، اختلاف کمتری با داده‌های تجربی نسبت به تئوری خمش-غشایی شدن و غشایی شدن دارد و این نشان می‌دهد که، در بارگذاری شبه استاتیکی، واماندگی و شکست لایه کامپوزیتی بالایی عموماً به صورت براساس خمش و برش می‌باشد. بنابراین در بارگذاری شبه استاتیکی، غشایی شدن تأثیر چندانی در واماندگی لایه بالایی ندارد. ون و همکاران [۱۵]، به صورت تجربی نشان دادند که وقتی خیز صفحه میانی پانل، از یک مقداری کمتر باشد، می‌توان از اثرات غشایی شدن صرف نظر کرد.



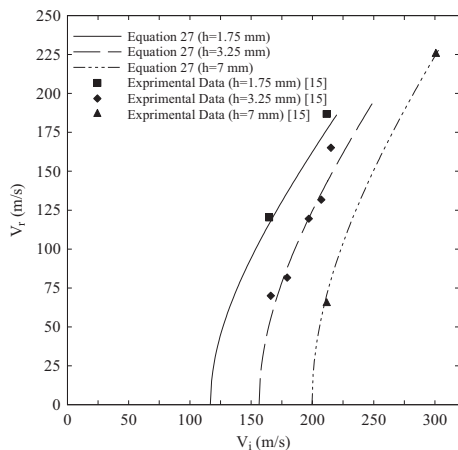
شکل ۳- منحنی تغییرات نسبت نیروی واماندگی رویه کامپوزیتی بالایی به ضخامت لایه کامپوزیتی، برحسب قطر پرتابه و مقایسه آن با داده‌های تجربی [۱۵].

کامپوزیتی جذب می‌شود. انرژی جذب شده توسط فوم مطابق رابطه (۲۱) با توان دوم قطر پرتابه و ضخامت فوم رابطه مستقیم دارد، بنابراین با افزایش قطر پرتابه انرژی جذب شده توسط فوم افزایش می‌یابد، ولیکن میزان افزایش جذب انرژی در مقایسه با انرژی جذب شده توسط لایه‌های کم می‌باشد.

مدل تحلیلی ارائه شده در این مقاله یک روش جدید برای پیش‌بینی مقاومت به نفوذ اهداف کامپوزیت- فوم بوده و قابلیت استفاده برای دیگر انواع پانل‌های ساندویچی، مانند پانل ساندویچی کامپوزیت- هانی کمب و کامپوزیت- FGM را، در برابر ضربه بالستیک پرتابه می‌باشد. در مدل تحلیلی ارائه شده در این مقاله، اثر اکثر انرژی‌های مؤثر در فرایند نفوذ در نظر گرفته شده است. از ویژگی مدل تحلیلی سادگی معادلات حاکم و تطابق مناسب آن با نتایج تجربی می‌باشد.



شکل ۶- منحنی تغییرات سرعت حد بالستیک برحسب نسبت ضخامت پانل به قطر پرتابه، برای پانل ساندویچی با هسته فوم H130 به ضخامت ۲۵mm که تحت اثر برخورد پرتابه به جرم ۲۰/۴ gr و قطر ۱۰/۵ mm می‌باشد.



شکل ۷- منحنی تغییرات سرعت باقیمانده برحسب سرعت اولیه و مقایسه با داده‌های تجربی [۱۵]، برای پانل ساندویچی با هسته فوم به ضخامت ۲۵ mm و ضخامت متغیر لایه‌های کامپوزیت، که تحت اثر برخورد پرتابه به جرم ۲۰/۴ gr و قطر ۱۰/۵ mm قرار دارد.

مطابق شکل (۵)، تئوری خمش نسبت به دو تئوری دیگر اختلاف کمتری با نتایج تجربی دارد، اما با افزایش قطر پرتابه، نتایج حاصل از تئوری خمش- غشایی شدن تطابق بهتری با داده‌های تجربی پیدا می‌کند. تئوری غشایی شدن اختلاف قابل توجهی با داده‌های تجربی دارد که این اختلاف با افزایش قطر پرتابه افزایش می‌یابد. همچنین شکل (۵) نشان می‌دهد که، با افزایش قطر پرتابه انرژی جذب شده توسط پانل به واسطه واماندگی لایه کامپوزیت بالایی، افزایش می‌یابد. بنابراین ابعاد هندسی پرتابه، در نوع واماندگی لایه بالایی در بارگذاری شبه استاتیکی مؤثر است.

شکل (۶) تأثیر ضخامت لایه‌های کامپوزیتی بر سرعت حد بالستیک پانل ساندویچی را نشان می‌دهد. در داده‌های تجربی و مدل تحلیلی، ضخامت هسته فوم ۲۵ mm، اندازه مؤثر پانل ۲۰۰ mm، قطر پرتابه ۱۰/۵ mm و جرم آن ۲۰/۴ gr در نظر گرفته شده است. تطابق خوبی بین داده‌های تجربی و تحلیلی وجود دارد. مطابق با شکل (۵)، با افزایش ضخامت پانل ساندویچی و در صورت ثابت بودن قطر پرتابه، سرعت حد بالستیک نیز افزایش می‌یابد.

شکل (۷) تغییرات سرعت باقی‌مانده پرتابه را برحسب سرعت اولیه برخورد نشان می‌دهد. در این شکل، ضخامت هسته ۲۵ mm، اندازه مؤثر پانل ۲۰۰ mm، قطر پرتابه ۱۰/۵ mm، جرم پرتابه ۲۰/۴ gr و ضخامت لایه کامپوزیتی متغیر می‌باشد. در داده‌های تجربی ضخامت لایه‌های کامپوزیتی به ترتیب برابر ۱/۷۵ mm، ۳/۲۵ mm و ۷ mm می‌باشد [۱۵]. همان‌طور که از شکل (۷) مشخص است، مطابقت خوبی بین نتایج تحلیلی و داده‌های تجربی وجود دارد. با توجه به شکل (۷)، با افزایش سرعت اولیه برخورد، و با در نظر گرفتن قطر یکسان پرتابه، سرعت باقیمانده نیز افزایش می‌یابد. همچنین با کاهش ضخامت لایه‌های کامپوزیتی و با در نظر گرفتن سرعت اولیه یکسان برای لایه کامپوزیتی، سرعت باقی‌مانده پرتابه افزایش می‌یابد.

شکل (۸) تغییرات سرعت حد بالستیک را برحسب ضخامت فوم، براساس مدل تحلیلی ارائه شده نشان می‌دهد. در این شکل، اندازه مؤثر پانل ۲۰۰ mm، قطر پرتابه ۱۰/۵ mm، جرم پرتابه ۲۰/۴ gr و ضخامت لایه‌های کامپوزیتی ۳/۲۵ mm می‌باشد. با توجه به شکل (۸)، با افزایش ضخامت فوم، سرعت حد بالستیک به مقدار جزئی افزایش می‌یابد و از ۱۵۰ m/s در ضخامت ۱ mm به ۱۵۶ m/s در ضخامت ۲۵ mm می‌رسد.

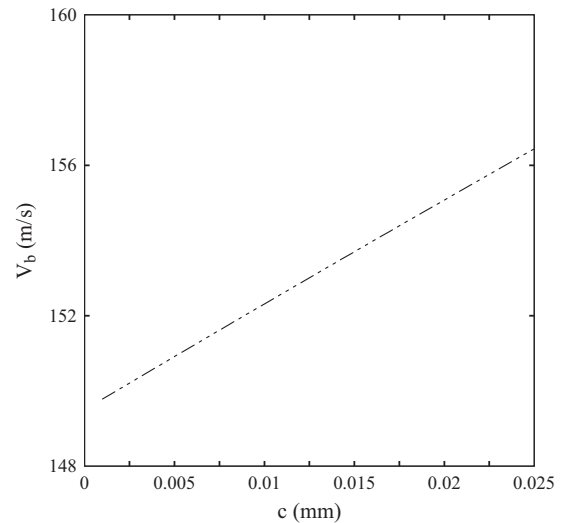
تغییرات انرژی جذب شده توسط فوم، لایه‌های کامپوزیتی و پانل ساندویچی برحسب قطر پرتابه در شکل (۹) نشان داده شده است. در این شکل اندازه مؤثر پانل ۲۰۰ mm، ضخامت لایه‌های کامپوزیتی ۳/۲۵ mm و ضخامت فوم ۲۵ mm می‌باشد. با توجه به شکل (۹)، با افزایش قطر پرتابه انرژی جذب شده توسط پانل نیز افزایش می‌یابد. همچنین فوم نسبت به لایه‌های کامپوزیتی انرژی کمتری را جذب می‌کند و با افزایش قطر پرتابه، بیشتر انرژی پرتابه توسط لایه‌های



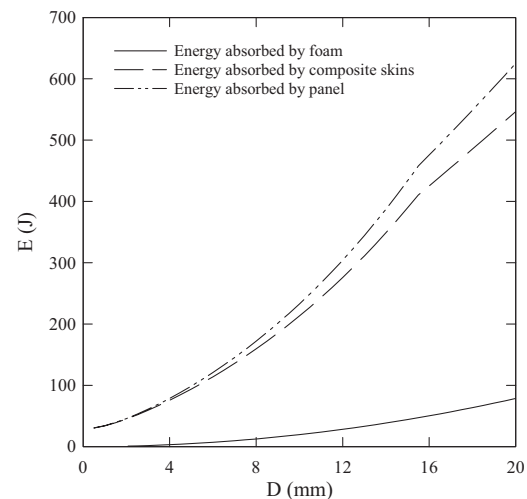
پانل، افزایش می‌یابد. همچنین انرژی جذب شده ناشی از واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی توسط پانل، با افزایش ضخامت لایه‌های کامپوزیتی افزایش می‌یابد. با در نظر گرفتن تئوری‌های مختلف برای محاسبه انرژی جذب شده ناشی از واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی توسط پانل، مشاهده شده که برای پانل‌های ساندویچی که لایه کامپوزیتی آنها از جنس FRP می‌باشند، واماندگی لایه بالایی بیشتر بر اثر خمش و برش رخ می‌دهد و غشایی شدن تأثیر چندانی در واماندگی لایه بالایی ندارد. لایه‌های کامپوزیتی FRP و در بارگذاری استاتیکی، انرژی پرتابه با دماغه مسطح را به صورت انرژی‌های تغییر شکل، لایه‌لایه شستگی و واماندگی جذب می‌کنند. نتایج مدل تحلیلی و داده‌های تجربی نشان داده که با افزایش ضخامت لایه‌های کامپوزیتی پانل، سرعت حد بالستیک افزایش و سرعت باقی‌مانده پرتابه کاهش می‌یابد. با افزایش سرعت اولیه پرتابه، و با در نظر گرفتن ضخامت یکسان برای لایه کامپوزیتی، سرعت باقی‌مانده پرتابه نیز افزایش می‌یابد. در برخورد پرتابه با دماغه مسطح به پانل ساندویچی، لایه‌های کامپوزیتی انرژی بیشتری را نسبت به فوم جذب می‌کنند.

## مراجع

- [1] Lin, C.; Fatt, M. S. H. "Perforation of Composite Plates and Sandwich Panels Under Quasi-Static and Projectile Loading."; J. Compos. Mat. 2006, 40, 1801-1840.
- [2] Abrate, S. "Impact On Composite Structures."; Cambridge University Press: New York, 2005.
- [3] Naik, N. K.; Shirrao, P.; Reddy, B. C. K. "Ballistic Impact Behaviour of Woven Fabric Composites: Parametric Studies."; Mat. Sci. Eng.: A. 2005, 412, 104-116.
- [4] Naik, N. K.; Doshi, A. V. "Ballistic Impact Behaviour of Thick Composites: Parametric Studies."; Compos. Struct. 2008, 82, 447-464.
- [5] López-Puente, J.; Varas, D.; Loya, J. A.; Zaera, R. "Analytical Modelling of High Velocity Impacts of Cylindrical Projectiles on Carbon/Epoxy Laminates."; Compos. (Part A): Appl. Sci. Manu. 2009, 40, 1223-1230.
- [6] Ulven, C.; Vaidya, U. K.; Hosur, M. V. "Effect of Projectile Shape During Ballistic Perforation of VARTM Carbon/Epoxy Composite Panels."; Compos. Struct. 2003, 61, 143-150.
- [7] Sabouri, H.; Liaghat, G. H. "Comments on the Article: Michelle S. Hoo Fatt, Chunfu Lin, Duane M. Revilock Jr., Dale A. Hopkins "Ballistic Impact of GLARE™ Fiber-Metal Laminates.", Composite Structures 2003, 61, 73-88.."; Compos. Struct. 2010, 92, 600-601.
- [8] Mamivand, M.; Liaghat, G. H. "A Model for Ballistic Impact on Multi-Layer Fabric Targets."; Int. J. Imp. Eng. 2010, 37, 806-812.
- [9] Feli, S.; Namdari Pour, M. H. "An Analytical Model for Composite Sandwich Panels with Honeycomb Core Subjected to High-Velocity Impact."; Compos. (Part B): Eng. 2012, 43, 2439-2447.
- [10] Buitrago, B. L.; Santiuste, C.; Sánchez-Sáez, S.; Barbero, E.; Navarro, C. "Modelling of Composite Sandwich Structures with Honeycomb Core Subjected to High-Velocity Impact."; Compos. Struct. 2010, 92, 2090-2096.



شکل ۸- منحنی تغییرات سرعت حد بالستیک بر حسب ضخامت فوم برای پانل ساندویچی با لایه‌های کامپوزیتی به ضخامت ۳/۲۵ mm که تحت برخورد پرتابه با دماغه مسطح و قطر ۱۰/۵ mm و جرم ۲۰/۴ gr می‌باشد.



شکل ۹- منحنی تغییرات انرژی جذب شده توسط فوم، لایه‌های کامپوزیتی و پانل ساندویچی بر حسب قطر پرتابه.

## ۴- نتیجه‌گیری

مدل تحلیلی ارائه شده پیش‌بینی مناسبی از مقدار نیروی لازم جهت واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی و مقدار انرژی جذب شده ناشی از این واماندگی را در بارگذاری شبه استاتیکی دارد، به طوری که نتایج حاصل از مدل و داده‌های تجربی تطابق مناسبی دارند. همچنین پیش‌بینی مدل تحلیلی در محاسبه سرعت حد بالستیک و سرعت باقی‌مانده پرتابه مطابقت خوبی با داده‌های تجربی دارد. با توجه به مدل تحلیلی ارائه شده و مقایسه نتایج آن با داده‌های تجربی، ملاحظه گردیده که با افزایش قطر پرتابه نیروی لازم جهت واماندگی لایه کامپوزیتی بالایی و انرژی جذب شده ناشی از این واماندگی توسط

- [17] Fabrikant, V.; Selvadurai, A.; Xistris, G. "Asymmetric Problem of Loading Under a Smooth Punch."; *J. Appl. Mech.* 1985, 52, 681.
- [18] Fabrikant, V. "Elastic Field Around a Circular Punch."; *J. Appl. Mech.* 1988, 55, 604.
- [19] Shivakumar, K. N.; Elber, W.; IIG, W. "Prediction of Impact Force and Duration Due to Low Velocity Impact on Circular Composite Laminates."; *Appl. Mech.* 1985, 52, 674-680.
- [20] Timoshenko, S.; Woinowsky-Krieger, S.; Woinowsky, S. "Theory of Plates and Shells." Vol. 2; McGraw-Hill: New York, 1959.
- [21] Łukasiewicz, S. "Introduction of Concentrated Loads in Plates and Shells."; *Prog. Aero. Sci.* 1976, 17, 109-146.
- [22] Wu, Q. G.; Wen, H. M.; Qin, Y.; Xin, S. H. "Perforation of FRP Laminates under Impact by Flat-Nosed Projectiles."; *Compos. (Part B): Eng.* 2012, 43(2), 221-227.
- [23] Hoo Fatt, M. S.; Lin, C. "Perforation of Clamped, Woven E-Glass/Polyester Panels."; *Compos. (Part B): Eng.* 2004, 35, 359-378.
- [11] Flores-Johnson, E. A.; Li, Q. M. "Experimental Study of the Indentation of Sandwich Panels with Carbon Fibre-Reinforced Polymer Face Sheets and Polymeric Foam Core."; *Compos. (Part B): Eng.* 2011, 42, 1212-1219.
- [12] Hoo Fatt, M. S.; Sirivolu, D. "A Wave Propagation Model for the High Velocity Impact Response of a Composite Sandwich Panel."; *Int. J. Imp. Eng.* 2010, 37, 117-130.
- [13] Ivañez, I.; Santiuste, C.; Barbero, E.; Sanchez-Saez, S. "Numerical Modelling of Foam-Cored Sandwich Plates Under High-Velocity Impact."; *Compos. Struct.* 2011, 93, 2392-2399.
- [14] Velmurugan, R.; Babu, M. G.; Gupta, N. K. "Projectile Impact on Sandwich Panels."; *Int. J. Crash Worthiness.* 2006, 11, 153-164.
- [15] Wen, H.; Reddy, T.; Reid, S.; Soden, P. "Indentation, Penetration and Perforation of Composite Laminate and Sandwich Panels under Quasi-Static and Projectile Loading."; *Key Eng. Mat.* 1997, 141, 501-552.
- [16] Reid, S. R.; G. Zhou. "Impact Behaviour of Fibre-Reinforced Composite Materials and Structures."; CRC Press: New York, 2000.