

## ارزیابی عملکرد مدل‌های انباشت آسیب در شبیه‌سازی جدایش براده

محمدرضا وزیری سرشک\*، محمود سلیمی\*\* و محمد مشایخی\*

دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۲/۱۹ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۸۹/۱۲/۱۱)

چکیده -

( )

واژگان کلیدی:

## Evaluation of Performance of Cumulative Damage Models in Simulation of Chip Separation

M.R. Vaziri, M. Salimi and M. Mashayekhi

Engineering Department, University of Kashan, Kashan, Iran

Mechanical Engineering Department, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

**Abstract:** In updated Lagrangian simulation of machining, chip separation from the workpiece is done by deleting the elements of predefined critical values in front of the tool tip. In this paper, a systematic evaluation of three progressive damage

\*\* - استاد

\* - استادیار

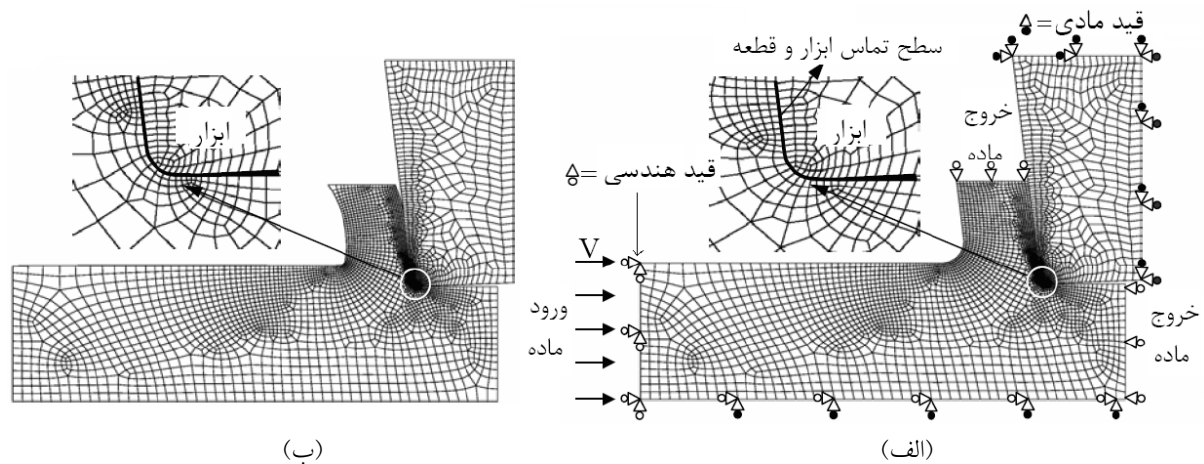
*models is carried out to identify the most suitable fracture criterion in simulation of chip separation. The three models considered are the Johnson-Cook (J-C), the modified Cockcroft-Latham (C-L), and the Wilkins models. In addition, a new algorithm is presented to calculate the coefficients of damage models in the range of very high strain, strain rate, temperature and pressure of machining processes and in presence of the combined effects of two different tensile and shear failure mechanisms. In this respect, the results obtained by few Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) simulations are used as sources to study the accumulation of damage. The steady state orthogonal cutting of AISI 1045 steel was considered to take benefit of evaluation of the models performances with available experimental data in "Assessment of Machining Models" (AMM) effort. Calibration of damage models in real condition of chip separation is the most important advantage of the new method. According to the obtained results, the Johnson-Cook damage model is the most capable chip separation criteria.*

**Keywords:** Cumulative (progressive) damage criterion, Chip separation, Arbitrary Lagrangian-Eulerian formulation, Finite-Element method.

## ۱- مقدمه

این روش هم ترکیب این مکانیزمهای گسیختگی را که در جدایش براده وجود دارد [۵] در نظر نمی‌گیرد و هم به دلیل محدودیت امکانات آزمایشگاهی این مدلها برای محدوده متغیرهای حالت بسیار کمتر از آنچه در ماشینکاری اتفاق می‌افتد محاسبه می‌شوند. بنابراین مدلی که به این روش کالیبره شده است توانایی تشخیص ترک در شرایط ترکیبی موده‌های گسیختگی، مشابه آنچه در جدایی براده اتفاق می‌افتد را ندارد. این مشکل توسط جانسون و کوک [۲] در مورد شبیه‌سازی آزمایش شبه استاتیکی دوجته هم گزارش شده است. به گونه‌ای که مدل آسیب کالیبره شده به روش ایشان توانایی پیش‌بینی ایجاد ترک در نمونه پیچش که همزمان تحت کشش هم قرار می‌گیرد را ندارد. همچنین تنگ و ویرزیبکی [۴] به عدم دقت مدل در تعیین شروع ترک در شرایط وجود فشار و برش همزمان اشاره می‌کنند. برای رفع این نقایص، در الگوریتم ارائه شده در این مقاله انباشت آسیب تا گسیختگی کامل در فرایند جدایش براده به عنوان مبنای توسعه مدل آسیب در نظر گرفته شده و دیگر از آزمایشهای کشش و پیچش استفاده نمی‌شود. در ادامه با توسعه مدل‌های تجمع آسیب جانسون-کوک [۲]، کاکرافت-لاتم [۶] و ویلکینز [۷] برای براده‌برداری فولاد ۱۰۴۵، عملکرد آنها به عنوان معیار جدایی براده مقایسه می‌شود. روسا و همکاران [۸] عملکرد مدل‌های انباشت آسیب انرژی ویژه شکست و کاکرافت-لاتم را به عنوان معیار جدایی براده بررسی کرده‌اند اما علاوه بر متفاوت بودن روش بررسی ایشان با آنچه در این مقاله ارائه می‌شود سایر مدل‌های پرکاربرد

سرعت تغییر شکل بسیار زیاد ماده در فرایند براده‌برداری باعث ایجاد نرخ کرنشهایی به بزرگی  $10^6 \text{ s}^{-1}$  و دماهای بسیار زیاد تا  $1200^\circ \text{C}$  (در ماشینکاری فولادها) و تنشهایی به بزرگی  $10 \text{ GPa}$  می‌شود که ماشینکاری را به فرایند فیزیکی پیچیده و بسیار غیر خطی برای شبیه‌سازی عددی تبدیل کرده است [۱]. اجزای محدود از روشهای پرکاربرد تحلیل عددی است که توسط محققان زیادی برای بررسی این فرایند به کار رفته است و با کمک ورودیهای هندسه ابزار، پیشروی و سرعت برش مقادیر نیروهای برشی، سایش ابزار و تنشهای پسماند را پیش‌بینی کرده است [۱]. مدل‌های ماده و آسیب از جمله مهمترین ملزومات شبیه‌سازی اجزای محدود ماشینکاری‌اند. مدل ماده تغییرات تنش سیلان را با کرنش، نرخ کرنش و دما نشان می‌دهد. اما برای کامل کردن مدل پلاستیک باید مدل آسیب هم ارائه شود تا گسیختگی ماده هم قابل پیش‌بینی باشد. به این ترتیب در مدل‌های اجزای محدود، جزیی که دارای آسیب بحرانی است توانایی تحمل بار را از دست داده و اصطلاحاً از مدل حذف و براده از قطعه جدا می‌شود. در این مقاله تلاش می‌شود تا مدل‌های انباشت آسیب برای کاربرد به عنوان معیار جدایی براده توسعه داده شوند. در روش متداول تدوین مدل آسیب، جانسون و کوک [۲] ضرایب مدل آسیب پیشنهادی خود را بر اساس آزمایشهای کشش و پیچش به عنوان نمایندگان مستقل مکانیزمهای گسیختگی کششی و برشی محاسبه کردند. پانتال و همکاران [۳] و تنگ و ویرزیبکی [۴] هم از این روش کالیبره کردن استفاده کرده‌اند. اما



شکل ۱- هندسه اولیه و نهایی براده؛ الف) شبکه‌بندی اولیه و شرایط مرزی، ب) شکل نهایی براده

دیدگاه اویلری) و همراه با نقاط مادی هم حرکت نمی‌کنند (برخلاف دیدگاه لاگرانژی)، بلکه آنها معادلات حرکت خاص خود را دارند [۱۱].

## ۲-۱- هندسه مدل

برای مدلسازی حالت پایا در تشکیل براده، تحلیل با هندسه مدل ارائه شده در شکل (۱-الف) آغاز می‌شود و به طور خودکار اصلاح می‌شود تا در نهایت به هندسه پایای شکل (۱-ب) برای براده ختم شود. مطابق شرایط مرزی در شکل (۱-الف)، نقاط گرهی در لبه سمت چپ قطعه در هر دو جهت افقی و عمودی مقید شده‌اند. اجزا در سمت راست و زیر قطعه در جهت افقی و در بالای براده در جهت عمودی محدود شده‌اند. اینها قیودی هستند که برای نقاط گرهی تعریف می‌شوند و حرکت آنها را در جهات خاصی محدود می‌کنند ولی ماده می‌تواند از این مرزها وارد و خارج شود. حرکت ماده توسط قیود مادی در زیر قطعه برای حرکت عمودی و در اطراف ابزار در دو جهت محدود شده است. به این ترتیب ماده از سمت چپ با سرعتی برابر با سرعت برش با ابزار برخورد داده می‌شود و از طریق براده و سمت راست قطعه از محدوده حل خارج می‌شود. مطابق ابعاد الماسه‌های طرح AMM [۹]، شعاع لبه برش (نول ابزار)  $10 \mu\text{m}$  انتخاب شد.

مورد توجه قرار نگرفته‌اند. در مورد اهمیت این تحقیق می‌توان گفت که مدل‌های آسیب توسعه یافته به این روش می‌توانند به عنوان شرط گسیختگی براده در مدل‌های لاگرانژی شبیه‌سازی ماشینکاری به کار روند. در این تحقیق برش متعامد فولاد ۱۰۴۵ در نظر گرفته شد زیرا هم کاربرد فراوانی در صنایع خودروسازی و صنایع سنگین دارد و هم داده‌های آزمایشی طرح "دستیابی به مدل‌های ماشینکاری (AMM)" [۹] به عنوان معیار دقت در دسترس است.

## ۲-۲- شبیه‌سازی اجزای محدود برش متعامد با

### فرمولبندی لاگرانژی- اویلری اختیاری (ALE)

قابلیت تحلیل ترمومکانیکی ALE موجود در نرم افزار ABAQUS/Explicit [۱۰] برای شبیه‌سازی برش متعامد و دستیابی به تاریخچه متغیرهای حالت، مسیر کرنش مورد استفاده قرار گرفت تا با شبیه‌سازی آنچه در واقعیت در ماشینکاری اتفاق می‌افتد مشکلات روش متداول کالیبره کردن مدل‌های انباشت آسیب از بین برود.

توصیف لاگرانژی- اویلری اختیاری، مزایای هر دو روش اویلری و لاگرانژی را ترکیب می‌کند تا مشکل اعوجاج شدید اجزا در اثر تغییرشکل‌های بزرگ پلاستیکی را رفع کند. در این توصیف نقاط گرهی در فضای مدل ثابت نیستند (برخلاف

جدول ۱- ضرایب مدل ماده J-C برای فولاد ۱۰۴۵ [۱۲]

A (MPa)	B (MPa)	C	n	M	T <sub>m</sub> (°C)
۵۵۳/۱	۶۰۰/۸	۰/۰۱۳۴	۰/۲۳۴	۱	۱۴۶۰

جدول ۲- شرایط برش و هندسه ابزار در برشهای متعامد

شماره آزمایش	معادل آزمایش AMM [۹]	سرعت برش (m/sec)	پیشروی (μm/rev)	زاویه براده (درجه)
۱	۲	۳/۳	۱۵۰	۵
۲	۵	۵/۰	۱۵۰	-۷
۳	۶	۵/۰	۱۵۰	۵
۴	۸	۵/۰	۳۰۰	۵

## ۲-۲- مشخصات مکانیکی مدل

قطعه و ابزار به ترتیب از فولاد کربنی ۱۰۴۵ و کرباید (کنامتال K68) ساخته شده‌اند [۹]. با توجه به شبیه‌سازی فرایند تشکیل براده به صورت فرو کردن ابزار در قطعه، نرم‌افزار مشکل اعوجاج زیاد اجزا در نوک ابزار را به کمک تکنیکهای شبکه‌بندی مجدد و انتقال داده‌ها رفع می‌کند. در نتیجه فقط مدل ماده به عنوان ورودی مورد نیاز است و به علت فرض عدم گسیختگی اجزا، مدل آسیبی نیاز نخواهد بود. جانسون و کوک [۲] مدل ماده‌ای برای بارگذاریهای شدیداً دینامیکی ارائه کردند. در این مدل سطح تسلیم فون-میزز با در نظر گرفتن اثر مکانیزمهای کرنش‌سختی، نرخ‌کرنش‌سختی و نرم‌شوندگی گرمایی به صورت تابعی از کرنش پلاستیک معادل  $\bar{\epsilon}^P$ ، نرخ کرنش پلاستیک بی‌بعد  $\dot{\bar{\epsilon}}^P = \dot{\bar{\epsilon}}^P / \dot{\bar{\epsilon}}_0^P$  برای  $\dot{\bar{\epsilon}}_0^P = 1.0 \text{ s}^{-1}$  و دمای بی‌بعد  $T^* = (T - T_{\text{ROOM}}) / (T_{\text{MELT}} - T_{\text{ROOM}})$  تعریف شده است.

$$\sigma_y = \left[ A + B \left( \bar{\epsilon}^P \right)^n \right] \cdot \left[ 1 + C \ln \dot{\bar{\epsilon}}^P \right] \cdot \left[ 1 - T^{*m} \right] \quad (1)$$

در حالی که A, B, C, m, n پارامترهای مادی و T<sub>ROOM</sub> و T<sub>MELT</sub> به ترتیب دمای محیط و نقطه ذوب‌اند. جدول (۱) ضرایب مدل ماده J-C را برای فولاد ۱۰۴۵ که توسط جسبر [۱۲] ارائه شده نشان می‌دهد.

## ۲-۳- بررسی نتایج مدل

برای از بین بردن حساسیت نتایج به شرایط برش و هندسه ابزار، شرایط برش متنوع جدول (۲) مطابق آزمایشهای ۶،۵،۲ و ۸ طرح AMM [۹] در نظر گرفته شد. عدم تغییر خروجیهای مدل با زمان به عنوان معیار دستیابی به حالت پایا در نظر گرفته شد. برای بررسی عدم وابستگی به شبکه، برای هر مدل به‌کارگیری تعداد اجزای بیشتر و شبکه ریزتر تغییر ناچیزی در نتایج در پی داشت. اجزای کرنش صفحه‌ای ترمو-مکانیکی کاهش یافته CPE4RT برای براده و قطعه استفاده شد [۱۰].

ضریب اصطکاک در محل‌های تماس براده و ابزار و سطح ماشین‌شده به گونه‌ای تعیین شد تا نیروی افقی برشی با نتایج آزمایش همخوانی داشته باشد. اما مقادیر پیش‌بینی شده نیروی عمودی برشی برای مقایسه با نتایج آزمایشهای AMM [۹] و ارزیابی دقت مدل در جدول (۳) ارائه شده‌اند.

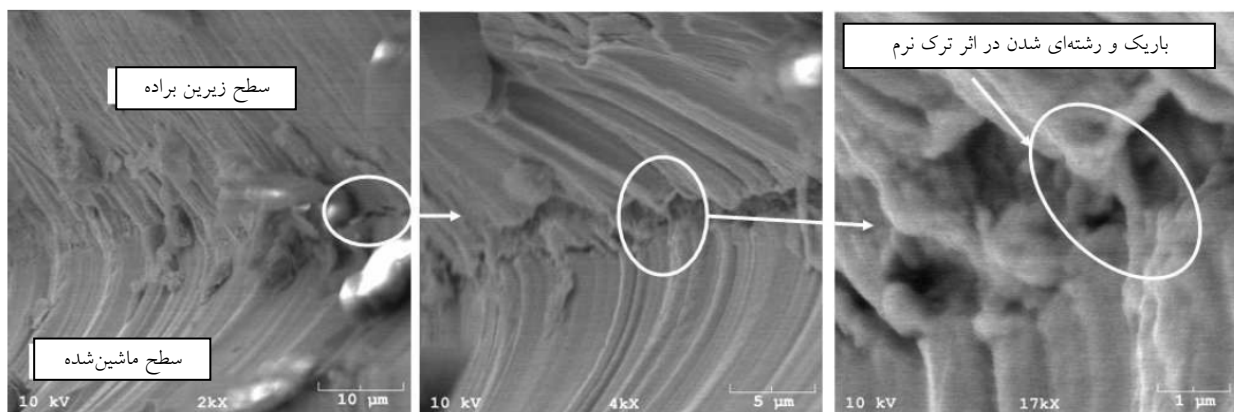
مقایسه نتایج مدل با محدوده مقادیر آزمایشگاهی، دقت مدل را مناسب ارزیابی می‌کند. این مدل برای بررسی تجمع آسیب مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

## ۳- معیارهای انباشت آسیب به عنوان شرط جدایی براده

تصاویر SEM ارائه شده توسط سویبیه و ملکوت [۱۳] وجود ترک نرم در ریشه براده یا جدا شدن براده از قطعه را

جدول ۳- نتایج پیش‌بینی‌شده با مدل ALE و مقادیر به‌دست آمده از آزمایشهای AMM [۹]

شماره آزمایش	نیروی برشی (آزمایش) (N)	نیروی برشی (ALE) (N)	نیروی عمودی (آزمایش) (N)	نیروی عمودی (ALE) (N)
۱	۵۲۵-۶۳۰	۵۸۷	۳۲۵-۴۴۰	۲۹۰
۲	۵۴۵-۶۵۵	۶۲۸	۳۷۵-۴۷۰	۴۰۰
۳	۴۸۵-۵۷۰	۵۱۹	۲۳۰-۳۷۰	۳۵۰
۴	۸۳۰-۱۱۴۰	۹۱۳	۳۲۵-۷۲۵	۴۳۶



شکل ۲- ایجاد ترک نرم در نوک ابزار و جدایی براده از قطعه [۱۳]

تأیید می‌کند، شکل (۲). در این بخش، کاربرد معیارهای ترک نرم به عنوان شرط جدا یی براده بررسی می‌شود. این معیارها، گسیختگی را ناشی از انباشتگی آسیب با توجه به تاریخچه تنشها، کرنشها، نرخ کرنشها و دماهای تجربه‌شده می‌دانند. روسا و همکاران [۸] معتقدند که بیشتر این مدلها براین مبنا پایه‌گذاری شده‌اند که تجمع کرنش تا حد بحرانی باعث ایجاد ترک می‌شود. به این ترتیب به بیان ریاضی، انباشت آسیب به شکل زیر تعریف می‌شود.

تأیید می‌کند، شکل (۲). در این بخش، کاربرد معیارهای ترک نرم به عنوان شرط جدا یی براده بررسی می‌شود. این معیارها، گسیختگی را ناشی از انباشتگی آسیب با توجه به تاریخچه تنشها، کرنشها، نرخ کرنشها و دماهای تجربه‌شده می‌دانند. روسا و همکاران [۸] معتقدند که بیشتر این مدلها براین مبنا پایه‌گذاری شده‌اند که تجمع کرنش تا حد بحرانی باعث ایجاد ترک می‌شود. به این ترتیب به بیان ریاضی، انباشت آسیب به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$\int_0^{\bar{\epsilon}_f} f(\text{stress state}) d\bar{\epsilon} = D_m \quad (2)$$

که  $f$  تابع وزنی تاریخچه،  $\bar{\epsilon}$  کرنش معادل،  $\bar{\epsilon}_f$  کرنش معادل شکست و  $D_m$  ثابت مادی است. پس از بررسی کامل، ضرایب مادی برای مدلهای انباشت آسیب برای فولاد ۱۰۴۵ پیدا نشد که قابل کاربرد برای پیش‌بینی جدایی براده باشد. ویر و همکاران [۱۴] فرض کردند که با توجه به درصد کربن مشابه،

### ۳-۱- مدل آسیب جانسون- کوک

جانسون و کوک [۲] مدلی را برای  $f = 1/\bar{\epsilon}_f$  تعریف کردند که کرنش شکست  $\epsilon_f$  مطابق معادله (۳) تابعی از متغیرهای مختلف بود.

$$\bar{\epsilon}_f = [D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*)] [1 + D_4 \ln \epsilon^*] [1 + D_5 T^*] \quad (3)$$

که برای مقادیر ثابت  $\sigma^*, \epsilon^*, T^*$  و در محدوده  $\sigma^* \leq 1.5$  تعریف شده است. نسبت بی‌بعد فشار- تنش  $\sigma^* = \sigma_m / \bar{\sigma}$  است که  $\sigma_m$  متوسط سه تنش عمودی و  $\bar{\sigma}$  تنش معادل فون- میزز است. همچنین  $D_1$  تا  $D_5$  ثابتهای مادی آسیب هستند. رابطه براکت اول نشان می‌دهد که کرنش شکست با افزایش تنش هیدرواستاتیک  $\sigma_m$  و یا مثبت شدن آن، کاهش می‌یابد. این مطلب برگرفته از تحقیقات اولیه مک‌کلینتاک [۱۸] و رایس و تریسی [۱۹] در مورد کشیدگی حفره‌ها است. روابط براکت دوم و سوم به ترتیب نشان‌دهنده اثر نرخ کرنش و دما هستند. تجمع آسیب به کمک معادله زیر نشان داده شده است.

$$D = \sum \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_f} \quad (4)$$

که می‌تواند به شکل انتگرالی زیر به کار گرفته شود.

$$D = \int_0^{\epsilon_f} \frac{\dot{\bar{\epsilon}}_p(t)}{\epsilon_f(t)} dt \quad (5)$$

مدل پلاستیک J-C در شکل کامل که شامل مدل ماده و آسیب است در نرم‌افزار ABAQUS/Explicit تحت عنوان معیار گسیختگی برشی ارائه شده است ولی باید ضرایب  $D_1$  تا  $D_5$  برای آن ماده خاص برای نرم افزار تعریف شوند. این معیار از نظر محاسباتی هم ارزشمند است زیرا به متغیرهایی نیاز دارد که قبلاً در هر گام زمانی حل، مشخص شده‌اند و محاسبات اضافه چندانی را تحمیل نخواهند کرد. مشابه روش به‌کاررفته در تحقیق تنگ و ویرزبکی [۴] مدل آسیب و ماده مستقل در نظر گرفته شدند. بدین ترتیب میزان آسیب به صورت جداگانه و در پایان هر گام زمانی و خارج از حلقه محاسباتی تنش و کرنش محاسبه شود. قابل توجه است که این مدل اثر نرخ کرنش و دما را هم که در فرایند براده‌برداری اهمیت قابل توجهی دارند لحاظ کرده است.

### ۳-۲- مدل آسیب کاکرافت- لاتم

کاکرافت-لاتم [۶] با فرض ایجاد ترک نرم در اثر رسیدن انتگرال ماکزیمم تنش اصلی  $\sigma_1$  نسبت به کرنش مؤثر پلاستیک به حد بحرانی، مدل آسیب خود را به شکل زیر ارائه کردند.

$$D_{Cr} = \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \langle \sigma_1 \rangle d\bar{\epsilon}_{pl} \quad (6)$$

که  $\langle \sigma_1 \rangle$  براکت ماکولی است که مقدار  $\sigma_1$  را برای  $\sigma_1 > 0$  و مقدار صفر را برای  $\sigma_1 < 0$  نشان می‌دهد. آسیب با این تعریف از جنس انرژی خواهد بود ولی اه و همکاران [۲۰] این مدل آسیب را با بی‌بعد کردن ماکزیمم تنش اصلی به کمک تنش معادل به شکل زیر اصلاح کردند.

$$D_{Cr} = \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \frac{\langle \sigma_1 \rangle}{\bar{\sigma}} d\bar{\epsilon}_{pl} \quad (7)$$

مطابق توصیه باو و ویرزبکی [۲۱] و تنگ و ویرزبکی [۴] در این تحقیق به صورت ضمنی فرض شد که به ازای  $\sigma_1 \leq 0$  آسیبی انباشته نخواهد شد.

با توجه به در دسترس بودن این معیار در نرم‌افزار تجاری DEFORM، معیار اولیه پیش‌بینی ترک C-L و شکلهای اصلاح شده‌اش کاربرد وسیعی در شبیه‌سازی فرایندهای شکل‌دهی و برش پیدا کرده‌اند. روسا و همکاران [۸] از مدل آسیب کاکرافت- لاتم (C-L) به عنوان معیار گسیختگی کششی یاد می‌کنند. تأثیر همزمان هر دو مکانیزم گسیختگی در تشکیل براده، انگیزه‌ای برای بررسی مدل C-L به عنوان معیار جدا شدن براده بود.

### ۳-۳- معیار آسیب ویلکینز

ویلکینز و همکاران [۷] مدل تجمع آسیبی ارائه کردند که انتگرال کرنش مؤثر پلاستیک  $\bar{\epsilon}_{pl}$  را به کمک دو تابع وزنی  $w_1$  و  $w_2$  که به ترتیب نماینده اثر تنش هیدرواستاتیک و تنشهای انحرافی اصلی هستند محاسبه می‌کند.

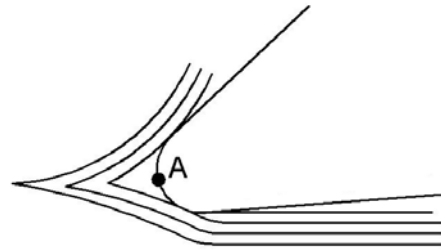
$$D = \int_0^{\bar{\epsilon}_{pl}} w_1 w_2 d\bar{\epsilon}_{pl} \quad (8)$$

برخلاف نظریه‌های جانسون و کوک [۲] و باو و

#### ۴- الگوریتم توسعه مدل انباشت آسیب

با در نظر گرفتن تصاویر SEM ارائه شده توسط سوبیاه و ملکوت [۱۳] که وجود گسیختگی را در ریشه براده تأیید می‌کند، شکل (۲)، الگوریتم جدید بر این اساس استوار شد که حجم کوچکی از ماده وجود دارد که پس از مواجهه با تاریخچه متغیرهای حالت خاص خود در نهایت در نوک ابزار گسیخته خواهد شد. بنابراین با تعیین موقعیت نقطه گسیختگی و مسیری که این نقطه مادی در گذر از ناحیه برش و تا رسیدن به نقطه گسیختگی طی می‌کند می‌توان آسیب انباشته را برای این نقطه مادی محاسبه کرد و ضرایب مادی مدل انباشت آسیب را به گونه‌ای تعیین کرد که مقدار آسیب به حد بحرانی مورد نظر رسیده باشد. برای تعیین محل گسیختگی، کانلی و روبنستین [۲۴] وجود نقطه‌ای تحت عنوان "نقطه توقف" را در مجاورت نوک ابزار متذکر شده‌اند که محل تقسیم جریان ماده به دو شاخه است. جریان ماده در بخش فوقانی به براده تبدیل شده و بخش زیرین بر روی سطح ماشین شده له می‌شود، نقطه A در شکل (۳). محققان دیگری نظیر سوبیاه و ملکوت [۱۳] هم بر وجود این نقطه تأکید داشته‌اند. با توجه به دو شاخه شدن جریان ماده، این نقطه به عنوان محل ایجاد ترک و گسیختگی در نظر گرفته شد. نقطه توقف در مدل‌های ALE، محل تغییر جهت مؤلفه عمودی سرعت حرکت گره، در مجاورت نوک ابزار است.

اما در مورد مسیر حرکت، شکل (۴) تصویر SEM ارائه شده توسط سوبیاه و ملکوت [۲۵] از محل جدایش براده در برش متعامد را نشان می‌دهد. ایشان ضمن اشاره به شکل (۴)، فرض مسیر ترک مستقیم در جلوی ابزار را معقول دانسته‌اند. طول این ترک بسیار کم است و در تصاویر متالوگرافی از مقطع عرضی پولیش و اچ شده دیده نمی‌شود چون تحت فشار زیاد نوک ابزار له می‌شود. نمونه‌ای از این تصاویر که با میکروسکوپ نوری تهیه شده توسط ترنت و رایت [۱] در شکل (۵) آورده شده است. از طرفی، مطابق این تصویر تغییر شدید دانه‌بندی و ساختار که نمایشگر کرنش پلاستیک زیاد و



شکل ۳- خطوط جریان ماده در اطراف نقطه توقف

ویرزبیک [۲۲] که اثر فشار را به کمک تنش سه‌تایی لحاظ می‌کنند، ویلکینز  $w_1$  اثر تنش هیدرواستاتیک،  $P = -\sigma_m$  را در تجمع تنش به کمک رابطه زیر لحاظ کرد.

$$w_1 = \left( \frac{1}{1 + \alpha P} \right)^\gamma \quad (9)$$

در حالی که  $\alpha$  و  $\gamma$  دو ثابت مادی هستند. توجه شود که  $\alpha$  دارای بعد  $Pa^{-1}$  است. تابع وزنی دوم به کمک معادله زیر تعریف می‌شود.

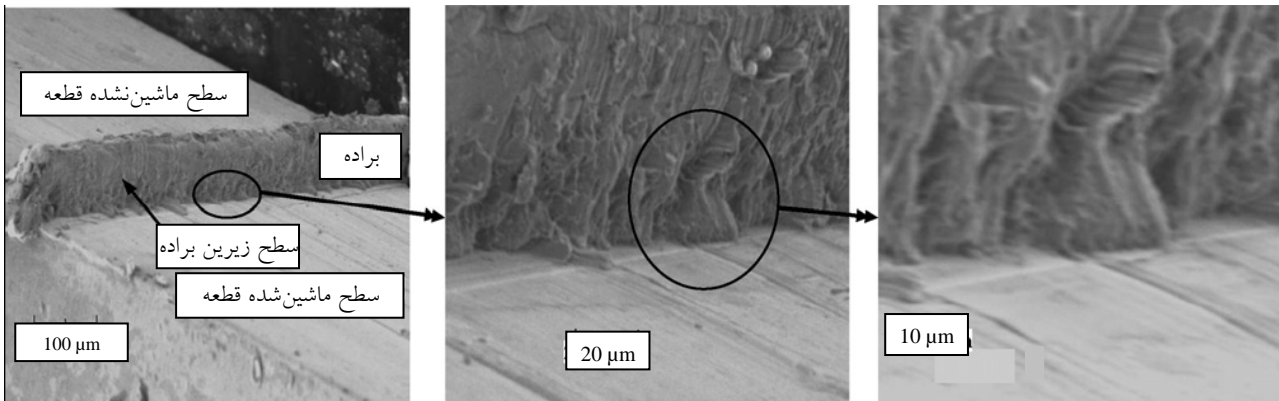
$$w_2 = (2 - A)^\beta \quad (10)$$

که  $\beta$  ثابت مادی است و  $A$  نسبت تنش‌های اصلی انحرافی  $s$  است.

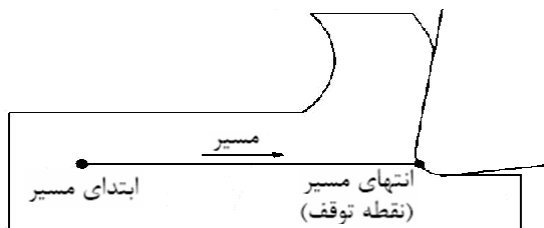
$$A = \max \left( \frac{s_2}{s_3}, \frac{s_2}{s_1} \right), \quad s_3 \leq s_2 \leq s_1 \quad (11)$$

ویرزبیک و ژو [۲۳] نشان دادند که در حقیقت  $w_2$  همان شکل بی‌بعد شده ثابت سوم تانسور تنش‌های انحرافی است که در شرایط کرنش صفحه‌ای  $A = 0$  خواهد بود. در این نظریه، با رسیدن آسیب انباشته به مقدار بحرانی  $D_{Cr}$  گسیختگی اتفاق می‌افتد.

معیار ترک ویلکینز اخیراً در نرم‌افزارهای تجاری PAM-CRASH و LS-DYNA ارائه شده است ولی با توجه به بررسی‌های انجام شده، تا به حال در شبیه‌سازی فرایند ماشینکاری استفاده نشده است. اما تنگ و ویرزبیک [۴] از این معیار برای پیش‌بینی ترک در شبیه‌سازی فرایند سوراخکاری سریع استفاده کرده‌اند و با توجه به شباهت محدوده متغیرهای حالت، به‌کارگیری این مدل به عنوان معیار جدایی براده بررسی می‌شود.



شکل ۴- تصویر SEM از محل جدا شدن براده از قطعه [۲۵].



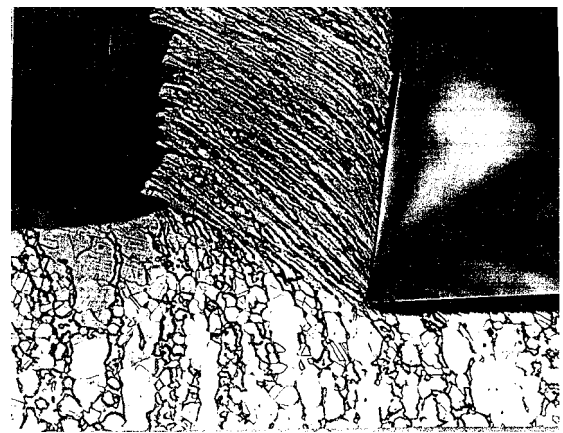
شکل ۶- مسیر مورد بررسی برای انباشت آسیب

#### ۴-۱- توسعه مدل آسیب J-C

در این تحقیق از روش بهینه‌سازی غیرخطی کمترین مربعات برای تعیین پنج ثابت مادی رابطه ریاضی مدل آسیب J-C استفاده می‌شود. مدل به‌گونه‌ای کالیبره می‌شود که در مورد هر چهار آزمایش، گسیختگی در حد آسیب بحرانی  $D=1$  اتفاق افتد. این روش بهینه‌سازی که توسط باوا و همکاران [۲۶] و تنگ و ویرزیبکی [۴] توصیه شده است، برای استفاده از تکنیک مینیمم کردن خطا، تابع خطایی به شکل زیر را مورد نظر قرار می‌دهد.

$$LSE = \min_x \sum_{i=1}^4 f_i^2(x) \quad (12)$$

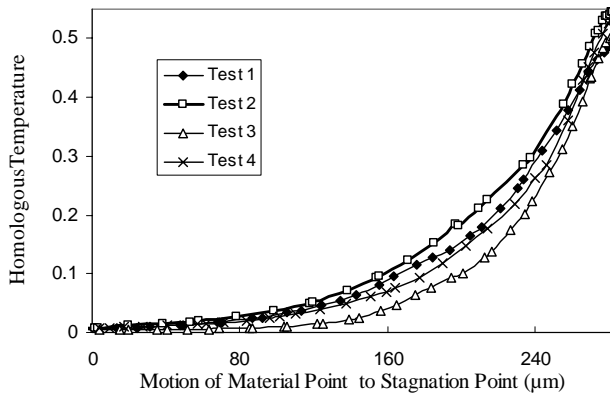
در حالی که بردار  $x = [D_1, D_2, D_3, D_4, D_5]$  و اندیسهای  $i=1, 2, 3, 4$  مربوط به آزمایشهای برش متعادل ۱ تا ۴ هستند. قابل ذکر است که آزمایشهای مورد بررسی برای شرایط برش و هندسه‌های ابزار مختلف انتخاب شده‌اند. در نتیجه ضرایب به‌دست آمده حساس به شرایط برش نبوده و حالت عمومی دارند. با توجه به اینکه جانسون و کوک [۲] فرض کردند که



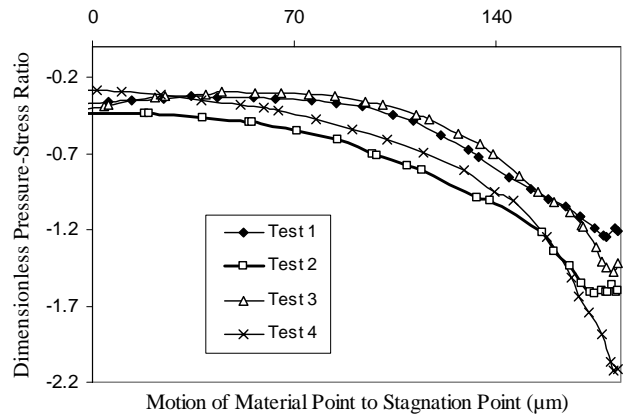
شکل ۵- تصویر متالوگرافی از مقطع عرضی براده و قطعه به کمک میکروسکوپ نوری [۱]

تغییر مکان زیاد نقاط در حرکت مستقیم به سوی نوک ابزار است فقط در فاصله بسیار کم در مجاورت نوک ابزار دیده می‌شود بنابراین فرض مسیر حرکت مستقیم برای ذره مادی که در نقطه توقف گسیخته می‌شود منطقی خواهد بود، شکل (۶). نقطه شروع مسیر مورد بررسی در شکل (۶) نقطه‌ای با کرنش بسیار کم است که به عنوان ماده خام بدون آسیب انتخاب شده است. با توجه به بررسی حالت پایای تشکیل براده در شبیه‌سازی ALE، نسبت بی‌بعد فشار-تنش  $(\sigma^*)$ ، نرخ کرنش پلاستیک لگاریتمی  $(\ln \dot{\epsilon}^*)$  و دمای بی‌بعد  $(T^*)$  به عنوان متغیرهای حالت تجربه شده در مسیر، به کمک محاسبات مربوطه بر روی نتایج حاصل از تحلیل‌های ALE تعیین شدند که نمونه‌هایی از آنها در شکل‌های (۷) و (۸) آورده شده است.





شکل ۸- تغییرات دمای بی‌بعد در طول مسیر



شکل ۷- تغییرات نسبت بی‌بعد فشار- تنش در طول مسیر

جدول ۴- مجموعه‌های بهینه ضرایب مدل آسیب J-C

خطای LSE	میزان آسیب انباشته				ضرایب مادی بهینه					شماره مجموعه
	آزمایش ۴	آزمایش ۳	آزمایش ۲	آزمایش ۱	D5	D4	D3	D2	D1	
هر چهار آزمایش ۰/۴۶	۱/۰۶	۰/۸۶	۰/۶۲	۱/۲۱	۳/۲	۰	-۱/۸	۰/۴	-۰/۶	۱
۰/۴۷	۰/۹۲	۰/۸۶	۰/۶۳	۱/۲۴	۳/۹	۰	-۰/۸	۱/۴	-۱/۷	۲
۰/۵۱	۱/۱۹	۰/۸۴	۰/۶	۱/۱۹	۴/۰	۰/۰۱	-۰/۷	۱/۶	-۱/۹	۳
۰/۶	۱/۱۲	۰/۹۷	۰/۴۲	۱/۱۳	۰/۱	۰/۰۰۶	-۱/۵	۱/۳	-۲/۰	۴

سه‌تایی) ( $\sigma^*$ ) و دمای بی‌بعد ( $T^*$ ) را در امتداد مسیر نشان می‌دهند. در حقیقت این منحنیها تنشها و دماهای تجربه شده در طول مسیر را نشان می‌دهند. مطابق شکل‌های (۷) و (۸) وجود تنش سه‌تایی کمتر (در محدوده منفی) و دمای بی‌بعد بیشتر در مورد آزمایش ۲ نشانی از کارسختی کمتر و بازیابی بیشتر است که هر دو مکانیزم تجمع نابجاییها را به تأخیر انداخته و آسیب انباشته کمتری را به جا می‌گذارند که این مطلب با مقایسه آسیب انباشته در آزمایش ۲ نسبت به سایر آزمایشها قابل تأیید است، جدول (۴). صحت مدل آسیب کالیبره شده در قسمت بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

#### ۴-۲- ارزیابی مدل آسیب J-C توسعه یافته

برای ارزیابی مدل آسیب J-C توسعه یافته، دو آزمایش برش متعامد دیگر در نظر گرفته شد. جنس ابزار و قطعه کار مشابه آزمایشهای AMM [۹] است. جدول (۵) شرایط برش و هندسه

گسیختگی با فراهم شدن شرط  $D=1$  اتفاق می‌افتد تابع هدف بهینه‌سازی  $f_i$  به شکل زیر خواهد بود.

$$f_i(x) = 1.0 - \int_0^{\bar{\epsilon}_{f,i}} \frac{1}{[D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma_i^*)][1 + D_4 \ln \epsilon_i^*][1 + D_5 T_i^*]} d\bar{\epsilon}_{p,i} \quad (13)$$

که در تابع  $f_i$  انتگرالها به کمک روش دوزنقه و به صورت عددی محاسبه می‌شوند. برنامه رایانه‌ای به کمک نرم‌افزار MAPLE نوشته شد تا ضرایب بهینه محاسبه شوند. جدول (۴) خلاصه‌ای از بهترین مجموعه ضرایب را نشان می‌دهد.

مجموعه شماره ۱ بهترین ضرایب و با کمترین مربعات خطا (LSE) است. با توجه به جدول (۴)، برای تمام مجموعه ضرایب بیشترین خطا و انحراف در آزمایش شماره ۲ دیده می‌شود و در سایر آزمایشها گسیختگی با دقت خوبی در آسیب انباشته  $D=1$  اتفاق می‌افتد. به دلیل مقایسه آسیب انباشته، شکل‌های (۷) و (۸) تغییرات نسبت بی‌بعد فشار- تنش (تنش

جدول ۵- شرایط برش و هندسه ابزار برای آزمایشهای ارزیابی

شماره آزمایش	سرعت برش (m/sec)	پیشروی ( $\mu\text{m}/\text{rev}$ )	زاویه براده (درجه)
آزمایش ۵	۱/۷۵	۱۰۰	۰
آزمایش ۶	۱/۷۵	۴۰	-۱۰

جدول ۶- آسیب انباشته در آزمایشهای ارزیابی

شماره آزمایش	ضرایب بهینه					میزان آسیب انباشته	
	D1	D2	D3	D4	D5	آزمایش ۵	آزمایش ۶
۱	-۰/۶	۰/۴	-۱/۸	۰	۳/۲	۱/۰۲	۰/۵۴
۲	-۱/۷	۱/۴	-۰/۸	۰	۳/۹	۰/۹۷	۰/۵۱
۳	-۱/۹	۱/۶	-۰/۷	۰/۰۱	۴/۰	۰/۹۴	۰/۴۸
۴	-۲/۰	۱/۳	-۱/۵	۰/۰۰۶	۰/۱	۰/۹۱	۰/۴۸

جدول ۷- ضرایب بهینه مدل آسیب J-C برای فولاد ۱۰۴۵

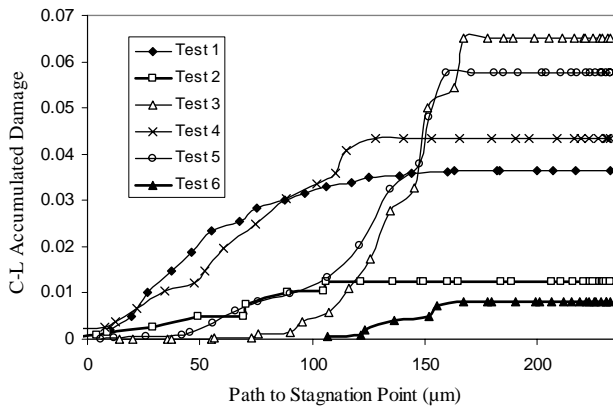
D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	D <sub>5</sub>
-۰/۶	۰/۴	-۱/۸	۰/۰۰۱	۳/۲

ویریزیکی [۴] معتقدند که یک مدل آسیب توانایی پیش‌بینی گسیختگی در شرایط مختلف بارگذاری را نخواهد داشت. بنابراین مجموعه ضرایبی که در شرایط مختلف برش و هندسه‌های مختلف ابزار عملکرد قابل قبولی داشته باشد به عنوان ضرایب برگزیده انتخاب خواهد شد. در حالت کلی مجموعه ضرایب شماره ۱ در جدول (۴) عملکرد بهتر و با خطای کمتری را نشان می‌دهند. اما برای اعمال اثر نرخ کرنش مقدار  $D_4 = 0.001$  در نظر گرفته شد و در نهایت مجموعه ضرایب ارائه شده در جدول (۷) به عنوان مناسبترین ضرایب ارائه شد.

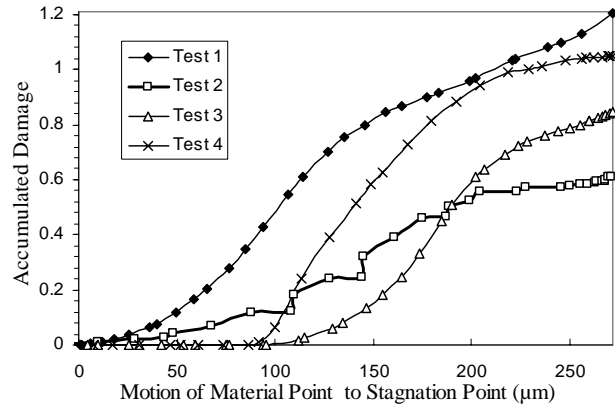
شکل (۹) نحوه تجمع آسیب را در حرکت نقطه مادی به سمت نقطه گسیختگی برای آزمایشهای مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که انتظار می‌رفت ماکزیمم آسیب در نقطه توقف اتفاق می‌افتد که با شواهد ارائه شده در شکل (۲) برای گسیختگی در مجاورت نوک ابزار تطابق دارد.

ابزار را برای این آزمایشها نشان می‌دهد. مشابه چهار آزمایش قبل، شبیه‌سازیهای ALE مناسب مطابق جدول فوق برای این آزمایشها صورت گرفت و به روش ارائه شده در الگوریتم ولی با ضرایب مدل آسیب ارائه شده در جدول (۴) میزان آسیب انباشته در نقطه گسیختگی تعیین شد. جدول (۶) این مقادیر آسیب انباشته را برای آزمایشهای ارزیابی ۵ و ۶ نشان می‌دهد.

همان‌طور که انتظار می‌رفت آسیب انباشته در نقطه گسیختگی در مورد آزمایش ۵ خیلی نزدیک به یک است. اما در مورد آزمایش ۶ این آسیب انباشته از مقدار مورد انتظار کمتر است که بحثهای مشابه آنچه در مورد انحراف نتایج آزمایش ۲ گفته شده بود اینجا هم مجدداً قابل طرح است. در مجموع با توجه به انحراف قابل قبول میزان آسیبهای انباشته از مقدار ایدئال، صحت مدل توسعه‌یافته و کاربری آن برای شرایط مختلف برش تأیید می‌شود. باید یادآوری شود که تنگ و



شکل ۱۰- نحوه تجمع آسیب با معیار C-L



شکل ۹- نحوه تجمع آسیب J-C در آزمایشهای مختلف

جدول ۸- مقدار ماکزیمم آسیب انباشته C-L

شماره آزمایش	ماکزیمم آسیب انباشته C-L
۱	۰/۰۳۶۶
۲	۰/۰۱۲۵
۳	۰/۰۶۵۰
۴	۰/۰۴۳۵
۵	۰/۰۵۷۶
۶	۰/۰۰۸۱

براده توانایی پیش‌بینی آنچه در واقعیت اتفاق می‌افتد را ندارد. جدول (۸) مقدار ماکزیمم آسیب C-L را برای شرایط مختلف برش نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که این مقدار ثابت نبوده و وابسته به شرایط برش به مقدار زیادی تغییر می‌کند. بنابراین پیدا کردن مقدار ثابت آسیب بحرانی قابل کاربرد برای تمام شرایط برش فولاد ۱۰۴۵ ناممکن به نظر می‌رسد. در حالی که برای به‌کارگیری این معیار در شبیه‌سازی جدایش براده مقدار بحرانی آسیب از خصوصیات مادی فرض شده و نباید با تغییر پارامترهای برش تغییر کند.

#### ۴-۴- مدل آسیب ویلکینز به عنوان معیار جدایی براده

نحوه تغییرات متغیرهای موردنیاز در مدل آسیب ویلکینز مطابق رابطه (۸) تا (۱۰) از نتایج شبیه‌سازی ALE استخراج شدند. برای کالیبره کردن مدل به عنوان معیار جدایی براده در

#### ۴-۳- مدل آسیب C-L به عنوان معیار جدایی براده

تغییرات متغیرهای موردنیاز در مدل آسیب C-L مطابق معادله (۷) از نتایج تحلیل ALE استخراج شد و به کمک روش دوزنقه به صورت عددی انتگرال‌گیری و روند تجمع آسیب محاسبه شد. شکل (۱۰) نحوه انباشتگی آسیب در حین حرکت در مسیر را برای آزمایشهای مختلف نشان می‌دهد. با توجه به شکل (۱۰) مشاهده می‌شود که ماکزیمم آسیب برای تمام شرایط برش، با فاصله قبل از رسیدن به نقطه توقف ایجاد می‌شود که این نشان از ایجاد ترک طویل (مشابه مواد ترد) در جلوی ابزار است. اما مشاهدات ارائه شده توسط سویابه و ملکوت [۱۳] در شکل (۲) وجود ترکهای طویل را تایید نمی‌کند. این حقیقت که گسیختگی (ماکزیمم آسیب) باید در مجاورت نوک ابزار (نقطه توقف) اتفاق افتاده باشد گواه این مطلب است که به‌کارگیری این معیار به عنوان شرط جدایی

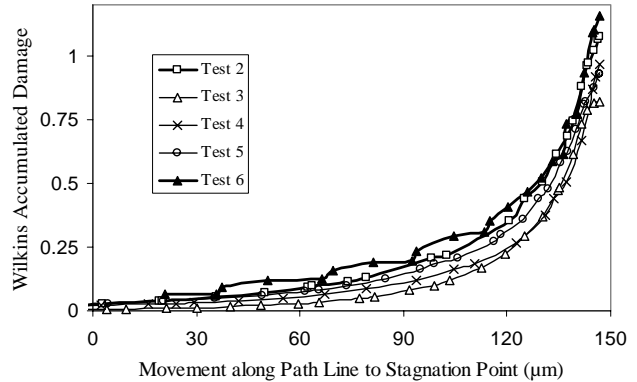
جدول ۹- ضرایب بهینه برای مدل آسیب ویلکینز و میزان آسیب انباشته

ضرایب بهینه ویلکینز				آسیب انباشته در آزمایش					
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$D_{Cr}$	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۰/۹	-۱/۸۶۴	۰/۱۶	۱	۰/۹۹	۱/۰۷	۰/۸۲	۰/۹۷	۰/۹۳	۱/۱۵

برای ماشینکاری به خوبی کالیبره می‌شود. شکل (۱۱) نحوه تجمع آسیب را در طول مسیر به کمک این نظریه نشان می‌دهد. متفاوت با مدل آسیب C-L و همان‌طور که انتظار می‌رفت این مدل، افزایش تدریجی آسیب و رسیدن به ماکزیمم (ایجاد ترک) را در مجاورت نوک ابزار پیش‌بینی می‌کند اما با توجه به مقدار  $A=0$  برای شرایط کرنش صفحه‌ای، این مدل اثر تنش‌های اصلی انحرافی را که نماینده مکانیزم‌های گسیختگی برشی بودند لحاظ نکرده است.

### ۵- نتیجه‌گیری

الگوریتم توسعه مدل‌های آسیب که در این مقاله ارائه شده مشکلات روش‌های قبلی کالیبره کردن را نداشته و مدل‌های آسیب را به عنوان معیار جدایی براده، در محدوده متغیرهای حالت متداول در ماشینکاری و با اعمال تأثیر متقابل هر دو مکانیزم گسیختگی برشی و کششی کالیبره می‌کند. همچنین مدل آسیب J-C توسعه داده شده به این روش، در شرایط مختلف برش و برای هندسه‌های مختلف ابزار عملکرد مناسبی را در نقش شرط جدایی براده برای شبیه‌سازی براده‌برداری ایفا می‌کند. معیار تجمعی آسیب C-L اگر به عنوان شرط جدایی براده به کار رود خاصیت کاربرد عمومی برای تمام شرایط برش و هندسه‌های ابزار را نخواهند داشت. به کارگیری این مدل همراه با پیش‌بینی ترکی طولی در مجاورت نوک ابزار است که تصاویر به دست آمده از آزمایش برای ریشه براده این مطلب را تأیید نمی‌کنند. مدل انباشت آسیب ویلکینز هم هر چند به خوبی برای براده‌برداری کالیبره می‌شود اما اثر مکانیزم برشی را در گسیختگی لحاظ نمی‌کند. در مقایسه با سایر معیارها، مدل آسیب تجمعی J-C دارای عملکرد بهتری در پیش‌بینی جدایی براده از قطعه است.



شکل ۱۱- نحوه تجمع آسیب با معیار ویلکینز

برش فولاد ۱۰۴۵، چهار ثابت مادی  $\alpha, \gamma, D_{Cr}$  و  $\beta$  باید تعیین شوند. مشابه روش به کار رفته در کالیبره کردن مدل آسیب J-C، روش بهینه‌سازی غیرخطی کمترین مربعات خطا با تابع خطای زیر در نظر گرفته شد.

$$LSE = \min_x \sum_{i=1}^6 f_i^2(x) \quad (14)$$

که بردار  $x = [\alpha, \gamma, D_{Cr}, \beta]$  و اندیسهای  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  مربوط به شماره آزمایش و شبیه‌سازیهای ALE است. با توجه به رابطه (۸) تا (۱۰) تابع هدف بهینه‌سازی  $f_i$  به صورت زیر در خواهد آمد.

$$f_i(x) = D_{Cr} - \int_0^{\bar{\epsilon}_{pl,i}} \left( \frac{1}{1 + \alpha P_i} \right)^\gamma (2 - A_i)^\beta d\bar{\epsilon}_{pl,i} \quad (15)$$

که انتگرال‌گیری مربوطه به کمک روش عددی ذوزنقه انجام می‌شود. برنامه رایانه‌ای به کمک نرم‌افزار MAPLE نوشته شد تا مجموعه ضرایب بهینه تعیین شود. جدول (۹) بهترین مجموعه ضرایب را که همراه با ایجاد کمترین خطا هستند نشان می‌دهد.

با توجه به انحراف بسیار کم آسیب‌های انباشته در شرایط برش مختلف از مقدار ایدئال،  $D_{Cr} = 1$ ، به نظر می‌آید این مدل

1. Trent, E. M., and Wright, P. K., *Metal Cutting*, Fourth ed., Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000.
2. Johnson, G. R., and Cook, W. H., "Fracture Characteristics of Three Metals Subjected to Various Strains, Strain Rates, Temperatures and Pressures," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 21(1), pp. 31–48, 1985.
3. Pantal, O., Rakotomalala, R., and Touratier, M., "An ALE Three-Dimensional Model of Orthogonal and Oblique Metal Cutting Processes," *International Journal of Forming Processes*, Vol. 1(3), pp. 371–388, 1998.
4. Teng, X., Wierzbicki, T., "Evaluation of Six Fracture Models in High Velocity Perforation," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 73, pp. 1653–1678, 2006.
5. Subbiah, S., "Some Investigations of Scaling Effects in Micro-Cutting," Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology, 2006.
6. Cockcroft, M. G., and Latham D. J., "Ductility and the Workability of Metals," *Journal of Institution of Metals*, Vol. 96, pp. 33–9, 1968.
7. Wilkins, M. L., Streit R. D., and Reaugh J.E., "Cumulative-Strain-Damage Model of Ductile Fracture: Simulation and Prediction of Engineering Fracture Tests," *Technical Report UCRL-53058*, Lawrence Livermore Laboratory, University of California, Livermore, CA 94550, 1983.
8. Rosa, P. A. R., Kolednikb, O., Martinsa, P. A. F., and Atkins, A. G., "The Transient Beginning to Machining and the Transition to Steady-State Cutting," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 47, pp. 1904–1915, 2007.
9. Ivester, R. W., Kennedy, M., Davies, M., Stevenson, R., Thiele, J., Furness, R. and Athavale, S., "Assessment of Machining Models: Progress Report," *Journal of Machining Science and Technology*, Vol. 4(3), pp. 511-538, 2000.
10. Hibbit, Karlsson and Sorensen Inc, ABAQUS Theory Manual, Version 6.4, 2003.
11. Pantale, O., Rakotomalala, R., Touratier, M. and Hakem, N., "A three Dimensional Numerical Model of Orthogonal and Oblique Metal Cutting Processes," *Engineering Systems Design and Analysis*, PD-75 (ASME 1996), Vol. 3, pp. 199-206, 1996.
12. Jaspers, S. P. F. C., "Metal Cutting Mechanics and Material Behaviour," Ph.D. Thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 1999.
13. Subbiah, S., and Melkote, S. N., "Evidence of Ductile Tearing Ahead of the Cutting Tool and Modeling the Energy Consumed in Material Separation in Micro-Cutting," *Journal of Engineering Materials-T ASME*, Vol. 129(2), pp. 321-331, 2007.
14. Weber, M., Hochrainer, T., Gumbsch, P., Autenrieth, H., Delonnoy, L., Schulze ,V., Löhe , D., Kotschenreuther, J., and Fleischer, J., "Investigation of Size-Effects in Machining with Geometrically Defined Cutting Edges," *Machining Science and Technology*, Vol. 11, pp. 447–473, 2007.
15. Ozel, T., and Zeren, E., "Numerical Modelling of Meso-Scale Finish Machining with Finite Edge Radius Tools," *International Journal of Machining and Machinability of Materials*, Vol. 2(3/4), pp. 451-468, 2007.
16. Vaz Jr., M., de Santi Jr., N., Verran, G.O., de Souza Neto, E.A., "Numerical and Experimental Assessment of Ductile Fracture in Tensile and Compressive-Dominant Processes," *Journal of Material Processing Technology*, Vol. 177, pp. 300–303, 2006.
17. Nunes, J., and Larson, F. R., "Low Temperature Flow and Fracture Characteristics of Some Iran-Based Alloys," *Technical Report WAL TR 854.2/9*, Watertown Arsenal Laboratories, Watertown 72, Mass., USA., 1963.
18. McClintock F. A., "A Criterion for Ductile Fracture by the Growth of Holes," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35, pp. 363–371, 1968.
19. Rice J. R., and Tracey D. M., "On the Ductile Enlargement of Voids in Triaxial Stress Fields," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 17, pp. 201–17, 1969.
20. Oh S., Chen C. C., and Kobayashi S., "Ductile Failure in Axisymmetric Extrusion and Drawing. Part 2: Workability in Extrusion and Drawing," *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 101, pp. 36–44, 1979.
21. Bao Y., and Wierzbicki T., "On the Cut-Off Value of Negative Triaxiality for Fracture," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 72(7), pp. 1049–69, 2005.
22. Bao Y., and Wierzbicki T., "On Fracture Locus in the Equivalent Strain and Stress Triaxiality Space," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 46(1), pp. 81–98, 2004.
23. Wierzbicki T, and Xue L., "On the Effect of the Third Invariant of the Stress Deviator on Ductile Fracture," *Technical Report*, no. 138, Impact and Crashworthiness Lab, MIT, Cambridge, MA, USA, 2005.
24. Connolly, R., and Rubenstein, C., "Mechanics of Continuous Chip Formation in Orthogonal Cutting," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 8 (3), pp. 159–187, 1968.
25. Subbiah, S., and Melkote, S. N., "Evaluation of Atkins' Model of Ductile Machining Including the Material Separation Component," *Journal of Material Processing Technology*, Vol. 182, pp. 398–404, 2007.
26. Bao Y., Bai Y., and Wierzbicki T., "Calibration of A710 Steel for Fracture," *Technical Report*, no. 135, Impact and Crashworthiness Lab, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA., USA., 2005.