

## شبیه‌سازی عددی جریانهای کاویتاسیونی آشفته با استفاده از روش تراکم‌پذیری مصنوعی پیش‌شرط شده

حسین نوروزی<sup>\*</sup>، مهرداد بزار زاده<sup>\*\*</sup> و فریدون ثابت‌قدم<sup>\*\*\*</sup>  
دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر  
دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات

(دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۶/۲۱ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۸۹/۱۰/۲۰)

- چکیده -

Re= / ×

NACA0012

/

Re= ×

NACA0009

/

/

/

/

/

/

[ ]

واژگان کلیدی :

\* - کارشناسی ارشد      \*\* - استادیار

## Numerical Simulation of Cavitating Turbulent Flows Using Preconditioned Artificial compressibility Method

H. Nouroozi, M. Bazzaz zadeh and F. Sabetghadam

Faculty of Mechanics & Aerospace Engineering , Malek-e-Ashtar University of Technology.  
Department of Mechanics & Aerospace Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

**Abstract:** In this paper, numerical simulation of cavitating flow over hydrofoils is presented by the aid of Preconditioned Artificial compressibility Method for solving the multi-phase N-S equations. Dominant equations include conservation of mass, momentum and a liquid phase volume fraction transfer equation. Equation of volume fraction transfer is obtained on the basis of homogeneous equilibrium flow concept in modeling of multi-phase flows. Mass transfer between phases is simulated by the Merkle model. To accelerate the convergence rate, the discrete equations are preconditioned. Third order Roe-based flux difference splitting and second order central differencing method respectively is utilized for convection and viscous term discretization. Effects of turbulence are simulated in terms of an eddy viscosity coefficient added to molecular coefficient of viscosity via Spalart-Allmaras model. To demonstrate the capabilities of the scheme, several single and two-phase test case problems are computed and the results are compared with experimental and numerical data. Computed results present the appropriate accuracy of algorithm. Results of single phase flow over NACA0012 hydrofoil at reynolds number, 2.8e6 & 0, 6 angle of attack, are compared with experimental data. The capability of code for simulation of cavitating flows at various cavitation numbers and angle of attacks are presented via simulation of two phase flow over non-truncated & truncated modified NACA0009 hydrofoil at reynolds number, 2.0 e6 & 0, 2.5 angle of attack &  $\sigma = 1.0, 0.9, 0.8, 0.75, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3$ . Then results are compared with experimental and numerical data. The results are in good agreement with the available data and other published computations.

**Keywords:** Preconditioning, Cavitation, Merkle, Spalart-Allmaras.

بردارهای شار لنج در راستاهای $\xi$ و $\eta$	$E_v, F_v$	درايههای سه قطر اصلی ماتریس ضرایب پنج	X, Y, Z
بردارهای شار جابه‌جایی اصلاح شده روش رو در راستای $\xi$ .	$\tilde{E}_{i\pm\frac{1}{2}}$	قطری بلوکی دستگاه معادلات.	V, W
اندیشهای شمارنده مکانی.	i, j	درايههای دو قطرکناری ماتریس ضرایب پنج	
ژاکوبین تبدیل دستگاه مختصات.	J	قطری بلوکی دستگاه معادلات.	
طول هیدروفویل در جهت عمود بر کاغذ	$\ell$	ماتریسهای ژاکوبین شارهای جابه‌جایی در راستاهای $\xi$ و $\eta$ .	$\hat{A}, \hat{B}$
طول مشخصه هندسه تحلیل شده	L	ماتریسهای ژاکوبین مثبت و منفی شارهای جابه‌جایی در راستاهای $\xi$ و $\eta$ .	$A^\pm, B^\pm$
اندیشهای شمارنده زمان مصنوعی و فیزیکی..	m, n	ماتریسهای ژاکوبین شارهای لنج در راستاهای $\xi$ و $\eta$ .	$A_v, B_v$
نرخ انتقال جرم از مایع به بخار و از بخار به مایع	$\dot{m}_v, \dot{m}_l$	ماتریسهای ژاکوبین شارهای لنج در راستاهای $\xi$ و $\eta$ .	
ماتریس نواری پنج قطری با داریههای ماتریسی $5 \times 5$	$\mathcal{N}$	طول کورد هیدروفویل.	c
فشار	p	سرعت صوت مصنوعی در راستاهای $\xi$ و $\eta$ .	$c_\xi, c_\eta$
فشار جریان آزاد	$p_\infty$	ضریب پسا.	$C_D$
بردار مجھولات شامل متغیرهای اولیه	Q	ضریب برآ.	$C_L$
بردار باقیمانده در همگرایی به حالت پایا	R	$C_{dest}, C_{prod}$ ضرایب ثابت جمله چشمeh در مدل کاویتاسیونی.	
عدد رینولدز	Re	$c_{b1}, c_{b2}, c_{w1}$ ضرایب ثابت مدل آشفتگی اسپالارت-آلماراس.	
نرخ تانسور کرنش در فرضیه بوزینسک.	$S_{ij}$	بردارهای شار جابه‌جایی در راستاهای $\xi$ و $\eta$	E, F

ماتریس مقادیر ویژه ژاکوبین شار جابه‌جایی. زمان مصنوعی. تانسور تش	$\Lambda$ $\tau$ $\tau_{ij}$	نرخ تانسور کرنش اصلاح شده در مدل آشفتگی اسپالارت-آلمارس. زمان	$\tilde{S}$ $t$ $u$ $\tilde{u}$
$\mu_1, \mu_2, \mu_m$ لزجت دینامیکی جريان آرام، جريان آشفته و مخلوط سیال.	$\mu$	بردار سرعت میدان جريان سیال.	$u$
لزجت سینماتیکی مولکولی متغیر لزجت گردابهای چگالی مایع، بخار و مخلوط.	$v$ $\tilde{v}$	پیش‌بینی سرعت جريان آزاد و سرعت مشخصه برای بی‌بعدسازی.	$U_\infty$
تنش رینولدز برای جريان آشفته مؤلفه‌های مکانی در دستگاه مختصات عمومی منحنی الخط متريکهای مکانی شبکه در راستای $x$ .	$\rho_1, \rho_v, \rho_m$ $\rho_m u_i' u_j'$ $\xi, \eta$	مؤلفه‌های ناوردای سرعت در راستاهای $\xi$ و $\eta$ . مؤلفه‌های سرعت کارترین در راستاهای $x$ و $y$ و $z$ . مؤلفه‌های مکانی در دستگاه مختصات کارترین	$U, V$ $u, v, w$ $x, y, z$
تانسور تش کلی ماتریس پیش‌شرط سازی و ماتریس معکوس آن.	$\sigma$ $\Gamma, \Gamma^{-1}$	بردارهای ویژه ژاکوبین شار جابه‌جایی	$X, X^{-1}$ <b>علامی یونانی</b>
$\partial_\tau, \partial_\xi, \partial_\eta$ مشتق پاره‌ای نسبت به زمان مصنوعی، $\xi$ و $\eta$ .	$\beta$ $\Delta\xi, \Delta\eta$ $\phi_{i+1/2}$ $\alpha_l, \alpha_v$	پارامتر ثابت تراکم‌پذیری مصنوعی نمو مکانی شبکه در راستاهای $\xi$ و $\eta$ . شار استهلاکی کسر حجمی مایع، کسر حجمی بخار.	

نیروی مقاوم ناشی از لزجت را روی بدنه جسم به مقدار قابل توجهی کاهش می‌دهند، ولذا رسیدن به سرعتهای بالا در زیر آب امکان‌پذیر می‌سازند[۱]. به علاوه، طبیعت نادائم کاویتاسیون نیز باعث ایجاد نیروهای هیدرودینامیکی نادائم، سر و صدا، خوردگی سازه‌ای و مسائل ارتعاشی می‌شود. بنابراین لازم است پیش‌بینی دقیقی از مقدار و رفتار جریانهای کاویتاسیونی روی سطح اجسام داشته باشیم.

به منظور پیش‌بینی توزیع فشار و رفتار زمان‌مند جريان سیال پس از گسترش مجموعه حبابهای کاویتاسیون، مدل‌هایی برای بیان نسبتاً دقیق رفتار جريان سیال شامل کاویتاسیون ارائه شده است. وظیفه مدل‌های کاویتاسیون، پیش‌بینی آغاز شکل‌گیری و مدل‌سازی رشد حبابها، تکه‌تکه شدن احتمالی مجموعه حبابها و در نهایت ترکیدن آنها در اثر ورود به ناحیه پر فشار است. به طور

## ۱- مقدمه

کاویتاسیون به علت شتاب گرفتن سیال روی بدنه جسم، و افت فشار آن به زیر فشار بخار، در نواحی خاصی از جريان، اتفاق می‌افتد. در این نواحی، آب به بخار تبدیل می‌شود و حفره‌های محتوی بخار آب تشکیل می‌شوند. به علت ورود جت‌های آب به درون این حفره‌ها، احتمال متلاشی شدن آنها وجود دارد، و جريان حالت نادائم پیدا می‌کند. بنابراین یک پدیده تناوبی تقریباً نامنظم از تشکیل و رشد حباب رخ می‌دهد که با پر شدن حفره‌ها از بخار آب ادامه می‌یابد، و در نهایت با از بین رفتن حباب پایان می‌پذیرد. کاویتاسیون ممکن است به صورت جزیی روی بدنه جسم ایجاد شود و یا اینکه در مقایسه با ابعاد جسم، بسیار بزرگ شود، که در این صورت، به آن سوپرکاویتاسیون گفته می‌شود. حبابهای سوپرکاویتاسیون،

یک ضریب لزجت گردابهای که به ضریب لزجت مولکولی افزوده می‌شود، شبیه‌سازی شده‌اند. این ضریب لزجت گردابهای با استفاده از مدل یک معادله‌ای اسپالارت-آلماراس<sup>۳</sup> محاسبه می‌شود.

به‌منظور صحت‌سنجدی نتایج خروجی برنامه، ابتدا حل جریان تک‌فازی حول هیدروفویل NACA0012 در زوایای حمله مختلف انجام و نتایج با اطلاعات در دسترس مقایسه شده است. در ادامه، توانایی برنامه در شبیه‌سازی جریانهای کاویتاسیونی حول هیدروفویل اصلاح شده NACA0009 در اعداد کاویتاسیونی و زوایای حمله مختلف نشان داده می‌شود و با نتایج آزمایشگاهی و عددی در دسترس مقایسه خواهد شد. نتایج از دقت قابل قبولی برخوردارند.

## ۲- تاریخچه مختصری از مدلسازی‌های عددی انجام شده بر روی جریانهای کاویتاسیونی با استفاده از حل معادلات N-S [۲]

در این قسمت به‌طور فهرست‌وار به معرفی برخی از مدلسازی‌های عددی سالهای اخیر که بر مبنای حل معادلات ناویر-استوکس و به‌منظور شبیه‌سازی پدیده کاویتاسیون انجام گرفته است، می‌پردازیم.

کابوتا و همکارانش در سال ۱۹۹۲ با استفاده از مدل استخراج شده بر اساس معادله ریلی-پلست و به‌کارگیری الگوریتم عددی نشان‌گذار و سلول<sup>۴</sup> برای حل معادلات سه بعدی ناویر-استوکس بدون در نظر گرفتن اثرات آشفتگی، کاویتاسیون ابری را روی یک هیدروفویل در عدد رینولدز  $3 \times 10^5$  مدلسازی کردند. در این تحقیق، ناحیه حباب به صورت یک ناحیه تراکم‌پذیر با چگالی متغیر مدلسازی شده است و ناپذاری‌های عددی در نسبت‌های چگالی بالا گزارش شده است.

چن و هیسّر در سال ۱۹۹۴ با استفاده از روش تعقیب مرز مشترک و به‌کارگیری الگوریتم عددی نشان‌گذار و سلول برای حل معادلات دو بعدی ناویر-استوکس بدون در نظر گرفتن

کلی دو دستهٔ مختلف از روش‌های مدلسازی کاویتاسیون وجود دارد که اصطلاحاً به روش‌های تعقیب مرز مشترک<sup>۱</sup> و مدل جریان همگن<sup>۲</sup> مشهور هستند. دستهٔ دوم روش‌ها خود به دو گروه تقسیم می‌شوند. برای محاسبه میدان چگالی در گروه اول، از معادلهٔ حالت و در گروه دوم از یک معادلهٔ انتقال استفاده می‌شود. در این تحقیق، به‌منظور شبیه‌سازی عددی جریان کاویتاسیونی حول هیدروفویل، الگوریتمی برای حل ضمنی معادلات چندفازی ناویر-استوکس تراکم‌پذیر در حالت دو بعدی در دستگاه مختصات عمومی منحنی‌خط با استفاده از روش پیش‌شرط سازی ارائه شده و در یک کد رایانه‌ای پیاده‌سازی شده است. این الگوریتم می‌تواند برای حل مسائل دائم و نادائم مورد استفاده قرار گیرد. برای مدلسازی کاویتاسیون از مدل‌های مبتنی بر ایدهٔ جریان همگن تعادلی در مدلسازی جریانهای چندفازی، استفاده شده است. برای بیان جملات انتقال جرم بین فاز مایع و بخار، از مدل‌های بر مبنای فشار استفاده شده است.

معادلات حاکم، شامل معادلات پیوستگی و مومنت مخلوط و همچنین معادلهٔ انتقال کسر حجمی فاز مایع‌اند. معادلهٔ انتقال کسر حجمی بر اساس فرض جریان همگن تعادلی در مدلسازی جریانهای چند فازی استخراج شده است. انتقال جرم بین فازها با استفاده از مدل ارائه شده توسط مرکل، شبیه‌سازی و برای افزایش کارایی حل از تکنیک پیش‌شرط سازی استفاده شده است. در این تحقیق برای گستره‌سازی جملات شار جابه‌جایی، بر خلاف اغلب پیاده‌سازی‌های قبلی روش تراکم‌پذیری مصنوعی که در آنها از روش تفاضل مرکزی استفاده شده، روش تفاضل بالادست مرتبه سوم بر مبنای تفاضل شار، مورد استفاده قرار گرفته است. لزجت مصنوعی اضافه شده توسط این روش، منطبق بر فیزیک مسئله و بینیاز از تعیین پارامتر لزجت مصنوعی در روند حل عددی است. همچنین گستره‌سازی جملات لزج از روش تفاضل مرکزی مرتبه دوم و گستره‌سازی جملات زمان مصنوعی از رابطه اویلر پس‌رو مرتبه اول انجام گرفته است. سیستم جبری معادلات با یک رویه خط به خط تخفیفی حل می‌شود. اثرات آشفتگی با استفاده از

هیدروفویل در اعداد رینولذز  $1/36 \times 10^5$  و  $2 \times 10^5$  مدلسازی کردند. ادوارد و همکارانش در سال ۲۰۰۰ با محاسبه توزیع دما و استفاده از معادله حالت سانچر برای تعیین تغییرات چگالی و به کارگیری الگوریتم عددی تراکم پذیری مصنوعی برای حل معادلات سه بعدی ناویر-استوکس به همراه مدل آشفتگی اسپالارت-آلمارس، کاویتاسیون لایه‌ای را روی اجسام متقارن محوری در عدد رینولذز  $1/36 \times 10^5$  مدلسازی کردند.

ونتیکاس و همکارانش در سال ۲۰۰۰ با محاسبه توزیع دما و استفاده از جداول آب-بخار برای تعیین تغییرات چگالی و به کارگیری الگوریتم عددی مبتنی بر فشار برای حل معادلات دو بعدی ناویر-استوکس بدون در نظر گرفتن اثرات آشفتگی، کاویتاسیون را بر روی چند هیدروفویل مدلسازی کردند. ونکاتسواران و همکارانش در سال ۲۰۰۱ با استفاده از معادله انتقال کسر جرمی بخار با جملات چشمی مبتنی بر فشار و استراتژی پیش شرط سازی (ارائه شده توسط کانز و آهوجا) و به کارگیری الگوریتم عددی تراکم پذیری مصنوعی برای حل معادلات سه بعدی ناویر-استوکس به همراه مدل آشفتگی  $4-k$ ، کاویتاسیون لایه‌ای را روی اجسام متقارن محوری در عدد رینولذز  $1/36 \times 10^5$  مدلسازی کردند.

سنوسک و همکارانش در سال ۲۰۰۱ با استفاده از معادله انتقال کسر حجمی با جملات چشمی مبتنی بر دینامیک سطح مشترک حباب که توسط خود او ارائه شده بود و به کارگیری الگوریتم عددی مبتنی بر فشار برای حل معادلات سه بعدی ناویر-استوکس به همراه نسخه‌های متفاوت از مدل آشفتگی  $4-k$ ، کاویتاسیون لایه‌ای را روی اجسام متقارن محوری مختلف مدلسازی کردند.

ریبود و کوتیر در سال ۲۰۰۳ با استفاده از یک رابطه باروتروپیک برای تعیین تغییرات چگالی، کاویتاسیون ابری را درون یک شیپوره همگرا-واگرا با انجام ویرایشهایی روی مدل آشفتگی به کار گرفته شده، مدلسازی کردند.

### ۳- نظریه روش و معادلات حاکم

در جریانهای کاویتاسیونی، گرادیانهای شدید چگالی و

اثرات آشفتگی، کاویتاسیون لایه‌ای را روی یک جسم متقارن محوری در عدد رینولذز  $1/36 \times 10^5$  مدلسازی کردند. دشپاند و همکارانش در سال ۱۹۹۷ با استفاده از روش تعقیب مرز مشترک و به کارگیری الگوریتم عددی تراکم پذیری مصنوعی برای حل معادلات دو بعدی ناویر-استوکس بدون در نظر گرفتن اثرات آشفتگی، کاویتاسیون لایه‌ای را برای سیالهای سرمازا مدلسازی کردند.

سینگال و همکارانش در سال ۱۹۹۷ با استفاده از معادله انتقال کسر جرمی بخار با جملات چشمی مبتنی بر فشار که توسط خود او ارائه شده بود، و به کارگیری الگوریتم عددی مبتنی بر فشار سیمپل برای حل معادلات دو بعدی ناویر-استوکس و استفاده از مدل آشفتگی  $4-k$ ، کاویتاسیون لایه‌ای را روی چند هیدروفویل در عدد رینولذز  $2 \times 10^5$  مدلسازی کردند.

مرکل و همکارانش در سال ۱۹۹۸ با استفاده از معادله انتقال کسر جرمی بخار با جملات چشمی مبتنی بر فشار و به کارگیری الگوریتم عددی تراکم پذیری مصنوعی برای حل معادلات دو بعدی ناویر-استوکس و استفاده از یک مدل آشفتگی دو معادله‌ای، کاویتاسیون لایه‌ای را روی چند هیدروفویل مدلسازی کردند.

کانز و همکارانش در سال‌های ۱۹۹۹ و ۲۰۰۰ با استفاده از معادله انتقال کسر حجمی با جملات چشمی مبتنی بر فشار، معادله پیوستگی ناپایستار و استراتژی پیش شرط سازی که همگی توسط خود او ارائه شده بود و به کارگیری الگوریتم عددی تراکم پذیری مصنوعی برای حل معادلات سه بعدی ناویر-استوکس به همراه مدل آشفتگی  $4-k$ ، کاویتاسیون لایه‌ای، ابری و ابرکاویتاسیون را روی اجسام متقارن محوری و نیز روی دماغه یک پرتاپه مدلسازی کردند.

آهوجا و همکارانش در سال ۲۰۰۰ با استفاده از معادله انتقال کسر جرمی بخار با جملات چشمی مبتنی بر فشار، استراتژی پیش شرط سازی و استفاده از شبکه بسی سازمان انتبهای و به کارگیری الگوریتم عددی تراکم پذیری مصنوعی برای حل معادلات سه بعدی ناویر-استوکس به همراه مدل آشفتگی  $4-k$ ، کاویتاسیون لایه‌ای را بر روی اجسام متقارن محوری و چندین

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_m \beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} &= \left( \frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_v} \right) (\dot{m}_v + \dot{m}_l) \\ \frac{\partial \rho_m u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m u_i}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho_m u_i u_j}{\partial x_j} &= - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho_m g_i \\ \frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_l}{\partial \tau} + \frac{\alpha_l}{\rho_m \beta^2} \frac{\partial P}{\partial \tau} + \frac{\partial \alpha_l u_j}{\partial x_j} &= \frac{1}{\rho_l} (\dot{m}_v + \dot{m}_l) \quad (1) \\ \tau_{ij} &= 2\mu_m S_{ij} - \rho_m \overline{u'_i u'_j} = 2\mu_m S_{ij} + 2\mu_t S_{ij} \\ &= \left[ (\mu_m + \mu_t) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \end{aligned}$$

این معادلات، شامل معادلات ناویر-استوکس متوسط زمانی<sup>۶</sup> و یک معادله انتقال برای محاسبه کسر حجمی فاز مایع است. معادله پیوستگی مخلوط از ترکیب معادلات پیوستگی (انتقال) فازهای بخار و مایع به دست می‌آید که با استفاده از شکرده پیش‌شرط سازی، جمله مشتق زمانی چگالی به آن اضافه و سپس با ایده مطرح شده در روش تراکم‌پذیری مصنوعی به صورت تابعی از فشار جایگزین می‌شود. در این رابطه  $\rho_1$  و  $\rho_v$ ، چگالی فاز مایع و بخار،  $p$  فشار،  $u_i$  مؤلفه‌های سرعت،  $\tau$  زمان مجازی،  $t$  زمان فیزیکی،  $\beta^2$  ضریب تراکم‌پذیری مصنوعی،  $\beta$  سرعت صوت مصنوعی،  $\mu_m$  و  $\mu_v$  به ترتیب، ضریب لزجت جريان آرام و جريان آشفته و بالاخره  $\alpha_l$  کسر حجمی مایع است.  $\dot{m}_v$  و  $\dot{m}_l$  نیز نرخ انتقال جرم از فاز بخار به مایع و از مایع به بخار هستند که تنها در مرز بین دو فاز، مقدار غیرصفر دارند. در این معادله  $\mu_m$  و  $\rho_m$  ضریب لزجت دینامیکی و چگالی مخلوط‌اند که از معادلات زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} \rho_m &= \alpha_l \Delta \rho_l + \rho_v \quad ; \quad \Delta \rho_l = 1 - \rho_v \\ \mu_m &= \alpha_l \Delta \mu_l + \mu_v \quad ; \quad \Delta \mu_l = 1 - \mu_v \quad (2) \end{aligned}$$

سپس این معادلات با استفاده از کمیتی‌های جريان آزاد و مقیاس طول مشخصه، بی‌بعد می‌شوند. پس از بی‌بعد سازی، معادلات به شکل بقایی و برداری نوشته می‌شوند. در نهایت، انتقال معادلات از فضای فیزیکی به فضای محاسباتی توسط تبدیلات انتقال صورت می‌گیرد. شکل برداری معادلات دو بعدی ناویر-استوکس چندفازی حالت دائم، بی‌بعد سازی شده در مختصات عمومی منحنی الخط به صورت زیر استخراج می‌شوند:

$$\Gamma \partial_\tau \hat{Q} + \partial_\xi \left( \hat{E} - \hat{E}_V \right) + \partial_\eta \left( \hat{F} - \hat{F}_V \right) = \hat{S}. \quad (3)$$

لزجت در سطوح مشترک بین سیالهای تقریباً تراکم‌نپذیر به وجود می‌آید. پیش‌بینی دقیق جریان سیالی که شامل این گونه سطوح مشترک‌اند، مسائل عددی بسیار پیچیده‌ای ایجاد می‌کند و منجر به ایجاد مسائل سخت<sup>۵</sup> می‌شوند. برای تشخیص سطح مشترک بین دو فاز از دو دسته فرمولیندی متفاوت از معادلات حاکم بر جریان سیال استفاده می‌شود.

(۱) دسته اول، مدل چند سیالی (مدل اویلر) است. در مدل چند سیالی، مجموعه‌ای از معادلات بقا، شامل معادلات مومنت و پیوستگی، برای هر کدام از فازها در نظر گرفته می‌شوند. اثرات متقابل فازهای مختلف در سطح مشترک آنها به عنوان جملات چشمی و چاه به معادلات بقاء اضافه می‌شوند.

(۲) دسته دوم، مدل سیال مخلوط (یکنواخت) است. در مدل سیال مخلوط، معادله مومنت برای کل مخلوط و برای هر کدام از فازها نیز به صورت جداگانه یک معادله پیوستگی-در شکل کسر حجمی یا کسر جرمی-نوشته می‌شود. یکی از معادلات پیوستگی فازها می‌تواند با معادله پیوستگی کل مخلوط جایگزین شود.<sup>[۳]</sup> به منظور در نظر گرفتن انتقال جرم بین فازهای مختلف، عباراتی به عنوان جملات چشمی و چاه به معادلات پیوستگی مایع و مخلوط اضافه می‌شوند. این روش، از آنجا که فرض می‌شود در سطح مشترک دو فاز، تعادل گرمایی، دینامیکی و پیوستگی سرعت جريان وجود دارد به نام روش "جريان تعادلی همگن" شناخته می‌شود.<sup>[۴]</sup> به منظور پیش‌بینی نسبتاً دقیق رفتار جريانهای کاویتاسیونی، یک درک فیزیکی از فرایند تشکیل و انهدام حبابهای محتوى بخار، مورد نیاز است تا بتوان نرخ انتقال جرم از آب به بخار و از بخار به آب را مدل کرد. مدل پیشنهاد شده توسط مرکل و همکارانش نرخهای انتقال جرم از آب به بخار و بالعکس را متناسب با کسر حجمی دو سیال و اختلاف بین فشار محلی و فشار بخار سیال قرار می‌دهد.<sup>[۴]</sup>

شكل تانسوری معادلات توصیف کننده جريان کاویتاسیونی شامل فاز مایع و بخار با استفاده از فرمولیندی مدل سیال مخلوط، در مختصات کارتزین به صورت زیر نوشته می‌شود.

هستند که از معادله (۶) محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} \dot{m}_l &= C_{dest} \alpha_l \text{MIN}(0, P - P_v) / \rho_v \\ \dot{m}_v &= C_{prod} (1 - \alpha_l) \text{MAX}(0, P - P_v) \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن  $P_v^*$  فشار بخار مایع (با بعد) و  $\sigma$  عدد کاویتاسیون طبق معادله (۷) به یکدیگر مربوط می‌شوند.

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{P_\infty^* - P_v^*}{\frac{1}{2} \rho_l U_\infty^2} \\ P_v^* &= P_\infty^* - \frac{1}{2} \rho_l U_\infty^2 \sigma \end{aligned} \quad (7)$$

مقادیر ثابت‌های  $C_{dest}$  و  $C_{prod}$  به هندسه و شرایط جریان وابسته‌اند، که با تجربه عددی و از طریق تطبیق با نتایج آزمایشگاهی کالیبره می‌شوند. در این تحقیق، با توجه به تشابه هندسه و شرایط جریان با مسائل مورد مطالعه در مراجع [۴] و [۵] مقادیر این ضرایب  $C_{dest} = 10^\circ$  و  $C_{prod} = 80^\circ$  قرار داده شده‌اند.

## ۵- گسته‌سازی عددی

گسته‌سازی معادلات ناوير استوکس چندفازی از روش تفاضل محدود انجام شده است. گسته‌سازی جملات جابه‌جایی از روش تفاضل بالادست بر مبنای روش تفاضل شار، و گسته‌سازی جملات لزج از روش تفاضل مرکزی مرتبه دوم انجام گرفته است. جملات مشتق زمانی در معادلات مومتم از رابطه اویلر پس رو مرتبه اول گسته می‌شوند. برای تشکیل تفاضل شارهای مثبت و منفی (دلتای شارها) و ژاکوبین بردار باقیمانده در رویه تفاضل بالادست بر مبنای تفاضل شار، ژاکوبین شار جابه‌جایی و لزج مورد نیاز هستند. ماتریس‌های ژاکوبین شار جابه‌جایی عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \frac{\partial \hat{E}}{\partial Q} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \xi_x & \xi_y & 0 \\ \xi_x & \rho_m(u\xi_x + U) & \rho_m u \xi_y & u U \Delta \rho_l \\ \xi_y & \rho_m v \xi_x & \rho_m(v\xi_y + U) & v U \Delta \rho_l \\ 0 & \alpha_l \xi_x & \alpha_l \xi_y & U \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

برای اینکه در ژاکوبین شار جابه‌جایی، مقادیر و بردارهای ویژه به نسبت چگالی و کسرهای حجمی وابسته نباشند، معکوس

در این معادله بردارهای  $\hat{Q}$ ,  $\hat{F}_v$ ,  $\hat{E}_v$ ,  $\hat{F}$  و  $\hat{S}$  عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= \frac{1}{J} [p, u, v, \alpha_l]^T, \\ \hat{E} &= [U, \rho_m u U + p \xi_x, \rho_m v U + p \xi_y, \alpha_l U]^T, \\ \hat{F} &= [V, \rho_m u V + p \eta_x, \rho_m v V + p \eta_y, \alpha_l V, \alpha_g V]^T, \\ U &= \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_x u + \eta_y v, \\ \hat{E}_v &= \frac{J(\mu_m + \mu_t)}{Re} [0, (2\xi_x^2 + \xi_y^2) u_\xi \\ &\quad + (2\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) u_\eta + \xi_x \xi_y v_\xi + \xi_y \eta_x v_\eta, \\ &\quad (\xi_x^2 + 2\xi_y^2) v_\xi + (\xi_x \eta_x + 2\xi_y \eta_y) v_\eta \\ &\quad + \xi_x \xi_y u_\xi + \xi_x \eta_y u_\eta, 0, 0]^T, \\ \hat{F}_v &= \frac{J(\mu_m + \mu_t)}{Re} [0, (2\eta_x^2 + \eta_y^2) u_\eta \\ &\quad + (2\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) u_\xi \\ &\quad + \xi_x \eta_y v_\xi + \eta_x \eta_y v_\eta, (\eta_x^2 + 2\eta_y^2) v_\eta \\ &\quad + (\xi_x \eta_x + 2\xi_y \eta_y) v_\xi + \xi_y \eta_x u_\xi \\ &\quad + \eta_x \eta_y u_\eta, 0, 0]^T, \\ \hat{S} &= \frac{1}{J} \left[ \left( 1 - \frac{1}{\rho_v} \right) (\dot{m}_v + \dot{m}_l), 0, 0, \dot{m}_v + \dot{m}_l, 0 \right]^T, \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن  $Re = \rho_l U_\infty L / \mu_l$  عدد رینولدز و  $U_\infty$  و  $L$ ، به ترتیب طول مشخصه و سرعت مرجع جریان هستند.  $\xi$  و  $\eta$  ها متريک و  $J$ ، ژاکوبین انتقال،  $U$  و  $V$ ، مؤلفه‌های ناوردای سرعت‌اند. در ضمن  $\Gamma$  ماتریس پيش‌شرط سازی است که با فرض چگالی ثابت فازهای مایع و بخار به صورت زير محاسبه می‌شود:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho_m \beta^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_m & 0 & u \Delta \rho_l \\ 0 & 0 & \rho_m & v \Delta \rho_l \\ \frac{\alpha_l}{\rho_m \beta^2} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

## ۴- مدل انتقال جرم

تفاوت مدل‌های مختلف کاویتاسیون، در مدل سیال مخلوط، عمدتاً در جملاتی است که برای  $\dot{m}_v$ ،  $\dot{m}_l$  بیان می‌کنند. در معادله (۴)  $\dot{m}_v$ ،  $\dot{m}_l$  به ترتیب، نرخ انتقال جرم از مایع به بخار و از بخار به مایع، بر اساس مدل ارائه شده توسط مرکل [۴]

ماتریس ژاکوبین مثبت (منفی)  $A^\pm$ , فقط دارای مقادیر ویژه مثبت (منفی) است.

مشتق زمانی در معادله (۳) با کاربرد یک فرمول اویلر پسرو مرتبه اول گستته می‌شود و شکل دلتای معادلات (۳) را می‌دهد.

$$\frac{\Gamma(\hat{Q}^{n+1} - \hat{Q}^n)}{\Delta\tau} = -\hat{R}^{n+1} + \hat{S}^{n+1} \quad (16)$$

بالانویس  $n$ , کمیتها را در مرحله تکرار زمان مصنوعی  $n$  نشان می‌دهد. بردار  $\hat{R}$ , بردار باقیمانده است. بعد از خطی‌سازی طرف راست به علت استفاده از فرمولیندی ضمنی داریم:

$$\left[ \frac{\Gamma}{J\Delta\tau} + \left( \frac{\partial \hat{R}}{\partial Q} \right)^n - \left( \frac{\partial \hat{S}}{\partial Q} \right)^n \right] (Q^{n+1} - Q^n) = -\hat{R}^n + \hat{S}^n \quad (17)$$

با استفاده از رویه تفاضل بالا دست در مورد جمله‌های جابه‌جایی و رویه تفاضل مرکزی مرتبه دوم برای جمله‌های لزج، در هر نقطه، بردار باقیمانده به صورت عددی تقریب زده می‌شود. لذا ماتریس ژاکوبین بردار باقیمانده، یک ماتریس نواری تشکیل خواهد داد. در هر تکرار، تمام ماتریس عددی معادلات از مقادیر زمان (تکرار) قبلی تشکیل می‌شوند. درنهایت، معادلات عددی به صورت یک ماتریس نواری به شکل زیر ذخیره می‌شوند:

$$N[V, 0, \dots, 0, X, Y, Z, 0, \dots, W] \Delta Q = \hat{R}; \quad (18)$$

$$\Delta Q = Q^{n+1} - Q^n$$

در این معادله  $V, W, X, Y, Z$ ، ماتریسهای  $5 \times 5$  هستند. در روش خط به خط تخفیفی، یک دسته از خطوط به عنوان راستای جاروب کردن انتخاب می‌شوند. برای مثال، با جاروب راستای  $i$ ، یک ماتریس سه قطری با ضرب کردن درایه‌های خارج از باند سه قطری در آخرین مقدار بردار  $\Delta Q$  معلوم از مرحله قبل، و سپس انتقال آنها به سمت راست، به دست می‌آید.

برای مدل‌سازی آشفتگی، با متوسطگیری زمانی از معادلات جریان تراکم‌ناپذیر، معادلات ناویر-استوکس تراکم ناپذیر متوسط رینولدز حاصل می‌شوند. به دلیل تواناییهای مدل اسپالارت-آلماراس [۱۰] در پیشگویی دقیق جریان مغشوش با گرادیان فشار معکوس، برای محاسبه ضریب لزجت گردابهای از این مدل استفاده شده است.

ماتریس پیش‌شرط در آن ضرب و سپس به دو ماتریس ژاکوبین مثبت و منفی به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\tilde{A} = \Gamma^{-1} \hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & \beta^2 \rho_m \xi_x & \beta^2 \rho_m \xi_x & 0 \\ \frac{\xi_x}{\rho_m} & u \xi_x + U & u \xi_y & 0 \\ \frac{\xi_y}{\rho_m} & v \xi_x & v \xi_y + U & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U \end{bmatrix} \quad (19)$$

در این بین ماتریس ژاکوبین شار نیز طبق رابطه زیر قابل استخراج است:

$$\hat{A} = \Gamma \tilde{A} = \Gamma X_A \Lambda_A X_A^{-1}, \quad (20)$$

در این رابطه  $\Lambda_A$ ، ماتریس مقادیر ویژه ژاکوبین  $\tilde{A}$ ، عبارت است از:

$$\Lambda_A = \text{diag}[U, U + c_\xi, U - c_\xi, U] \quad (21)$$

$$c_\xi = \sqrt{U^2 + \beta^2 (\xi_x^2 + \xi_y^2)} \rightarrow$$

که در آن  $X_A$  و  $X_A^{-1}$  ماتریس بردارهای ویژه سمت راست و چپ ژاکوبین  $\tilde{A}$  هستند.  $c$ ، مؤلفه سرعت صوت مصنوعی در راستای  $\xi$  است. درباره ژاکوبین  $\hat{B}$  نیز روند مشابهی طی می‌شود. برای تعیین جهت تفاضل مکانی از علامت مقادیر ویژه ژاکوبین شار جابه‌جایی استفاده می‌شود. به عنوان نمونه، مشتق شار جابه‌جایی در راستای  $\xi$ ، توسط معادله زیر تقریب زده می‌شود.

$$\frac{\partial E}{\partial \xi} \approx \frac{\tilde{E}_{i+1/2} - \tilde{E}_{i-1/2}}{\Delta \xi} \quad (22)$$

شار عددی  $\tilde{E}_{i+1/2}$ ، از معادله زیر تعیین می‌شود.

$$\tilde{E}_{i+1/2} = 0.5 [\hat{E}(Q_{i+1}) + \hat{E}(Q_i) - \phi_{i+1/2}] \quad (23)$$

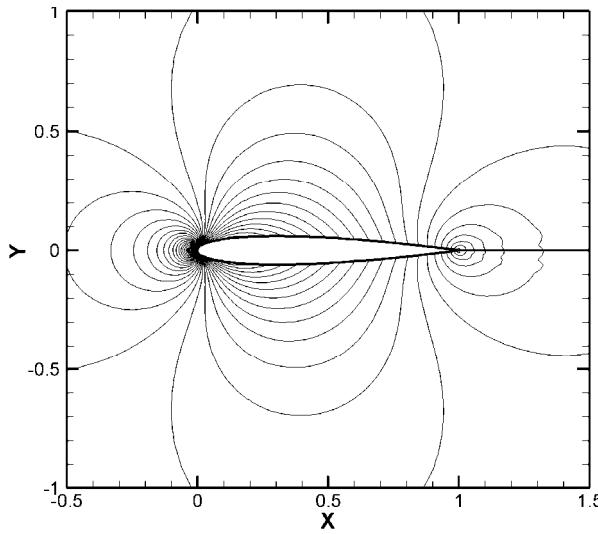
$\phi_{i+1/2}$ ، یک جمله شار استهلاکی است که به صورت صریح به شار جابه‌جایی اضافه می‌شود. رویه بالا دست مرتبه سوم با معادله زیر داده می‌شود.

$$\phi_{i+1/2}^3 = -\frac{1}{3} [\Delta E_{i-1/2}^+ - \Delta E_{i+1/2}^+ + \Delta E_{i+3/2}^-] \quad (24)$$

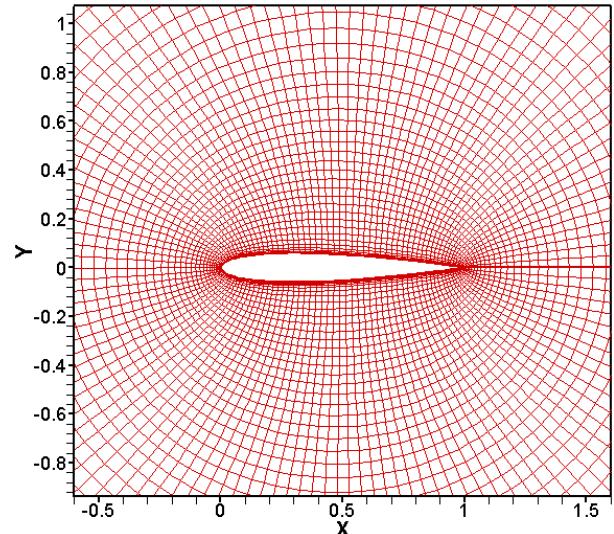
تفاضلات شار در معادله (۲۴) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Delta E_{i+1/2}^\pm = A^\pm (\bar{Q}) \Delta Q_{i+1/2}; \quad (25)$$

$$\Delta Q_{i+1/2} = Q_{i+1} - Q_i$$



شکل ۲- خطوط هم فشار میدان جریان اطراف هیدروفولی  
NACA0012 در زاویه حمله صفر درجه



شکل ۱- نمای نزدیک شبکه بیضوی تولید شده حول هیدروفولی  
NACA0012

روی سطح جسم، شرط عدم لغزش برای مؤلفه‌های سرعت اعمال می‌شود، در حالی که کسر حجمی و فشار از نقاط داخلی بروندایی می‌شوند. در شبکه جبری تولید شده در سطوح بالا و پایین، شرط مرزی دیواره اعمال شده است.

## ۷- نتایج حل عددی

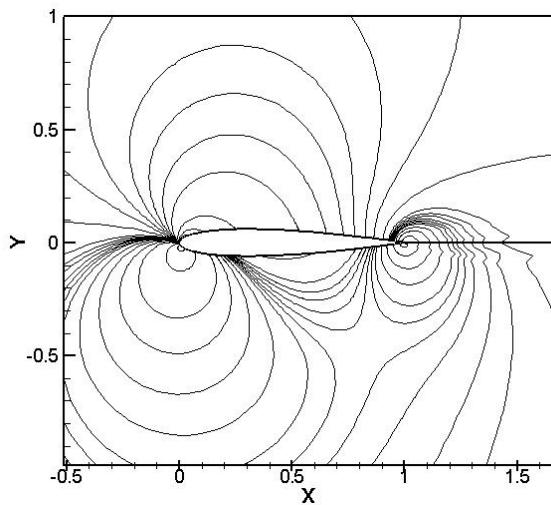
به منظور اعتبارسنجی نتایج برنامه، میدان جریان تکفازی آشفته، حول هیدروفولی NACA-0012 در زوایای حمله صفر و شش درجه در رینولذز  $Re=2/8 \times 10^6$  شیوه‌سازی شده است. شبکه محاسباتی باسازمان تولید شده از نوع O دارای ۲۰۰ گره در راستای سطح هیدروفولی و ۱۲۰ گره در راستای عمود بر آن است. به منظور کاهش اعوجاج شبکه و ایجاد تعامد و تجمع روی سطح از روش حل معادلات دیفرانسیلی بیضوی با توابع کترالی برای تولید شبکه بیضوی متعامد استفاده شده است. در این شبکه بهمنظور در برگرفتن لایه مرزی و رسیدن به دقت مناسب، فاصله اولین نقطه شبکه از جسم،  $10^{-5}$  برابر طول کورد هیدروفولی قرار داده می‌شود. مرز بیرونی دور از جسم در  $10^{-1}$  برابر طول کورد هیدروفولی قرار گرفته است. نمونه‌ای از شبکه تولید شده حول هیدروفولی NACA0012 در شکل (۱) نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_m \tilde{v})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_m \tilde{v} u_j) &= c_{b1} \rho_m \tilde{S} \tilde{v} \\ + \frac{1+c_{b2}}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu_m + \rho_m \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right] & \\ - \frac{c_{b2}}{\sigma} (\mu_m + \rho_m \tilde{v}) \nabla^2 \tilde{v} - c_{w1} f_w \rho_m \left( \frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 & \end{aligned} \quad (19)$$

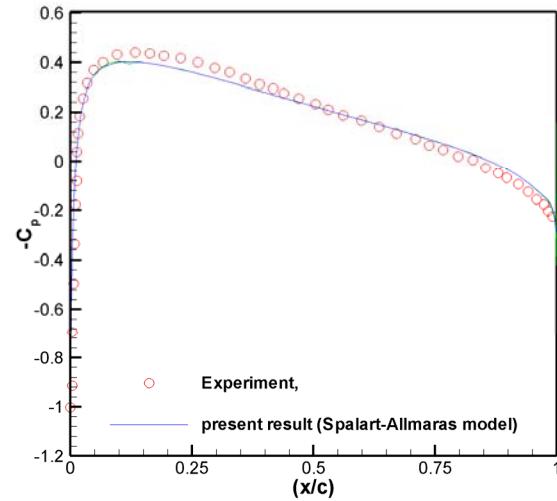
توجه کنید که جملات سمت راست معادله (۱۹) شامل: تولید لزجت ادی، پخش بقایی، پخش غیر بقایی، و اضمحلال آشتفتگی نزدیک دیواره از روابط معین تعریف کننده این مدل با ثوابت معلوم محاسبه می‌شوند.

## ۶- شرایط مرزی

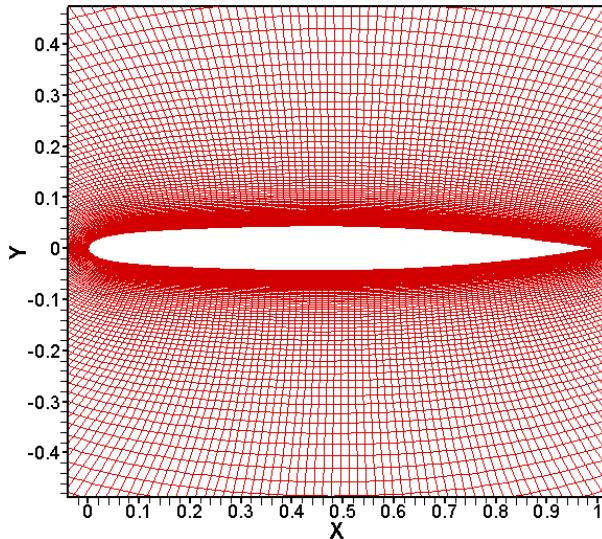
دستگاه معادلات برای شروع محاسبات، در هر گام زمانی به شرایط مرزی و شرایط اولیه احتیاج دارد. در محاسبات ارائه شده در این تحقیق، مقادیر جریان آزاد یکنواخت به عنوان شرایط اولیه استفاده شده‌اند. در مرز ورودی جریان مؤلفه‌های سرعت و کسر حجمی فاز مایع، ثابت و برابر مقادیر جریان آزاد هستند و فشار از نقاط داخلی بروندایی می‌شود. در امتداد مرز خروجی جریان، فشار ثابت و برابر با فشار جریان آزاد است و مؤلفه‌های سرعت و کسر حجمی فاز مایع بروندایی می‌شوند. بر



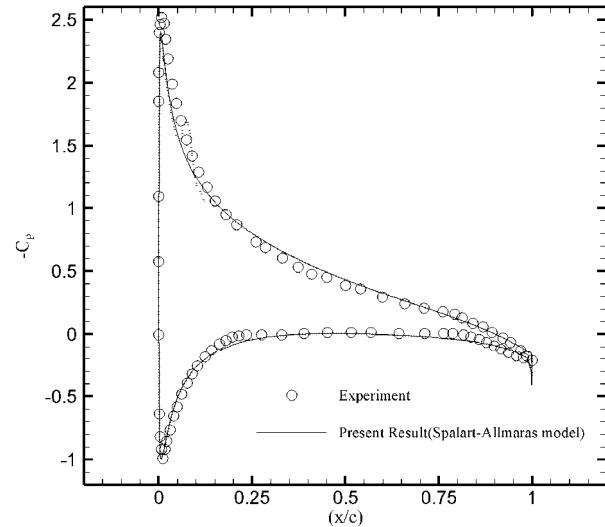
شکل ۴- خطوط هم فشار میدان جریان اطراف هیدروفویل NACA0012 در زاویه حمله شش درجه



شکل ۳- مقایسه توزیع ضریب فشار سطح هیدروفویل NACA0012 در زاویه حمله صفر با نتایج تجربی مرجع [۶]



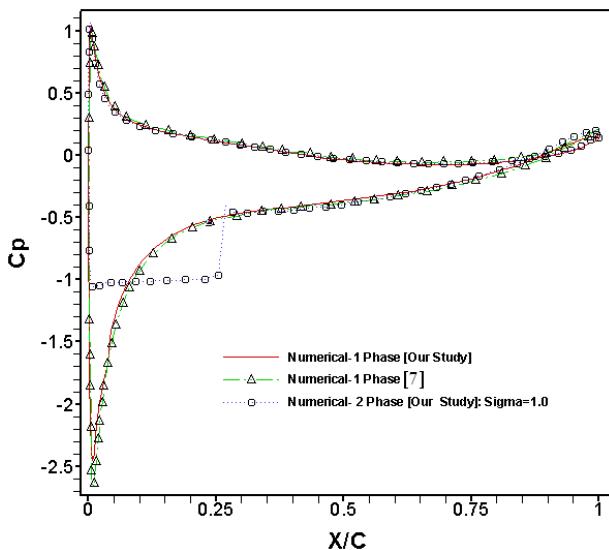
شکل ۶- هندسه و نمای نزدیک شبکه بیضوی تولید شده حول هیدروفویل اصلاح شده NACA0009



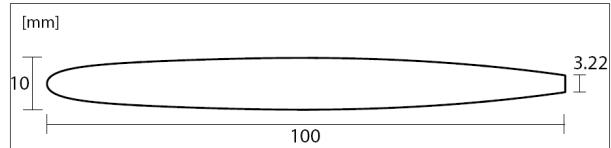
شکل ۵- مقایسه توزیع ضریب فشار هیدروفویل NACA0012 در زاویه حمله شش درجه با نتایج تجربی مرجع [۶]

کوچکی در لبه حمله و فرار، در بقیه نواحی با داده‌های تجربی همخوانی خوبی دارند. در شکل (۴) نیز خطوط همتراز فشار اطراف هیدروفویل NACA-0012 و در شکل (۵) مقایسه توزیع ضریب فشار روی سطح آن با نتایج تجربی موجود در مرجع [۶]، در زاویه حمله شش درجه نشان داده شده‌اند. همان‌طور که از شکل پیداست توزیع ضریب فشار با صرف نظر از ناحیه کوچکی در لبه حمله و فرار، انطباق خوبی با داده‌های تجربی

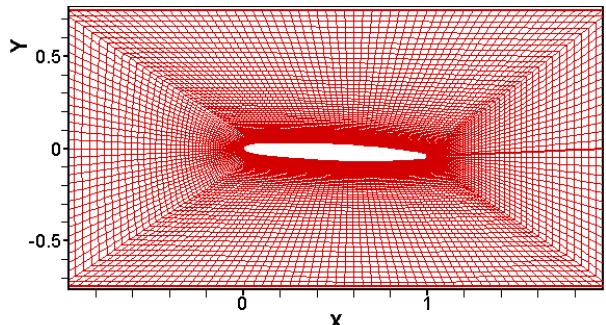
در شکل (۲) خطوط همتراز فشار در میدان جریان اطراف هیدروفویل NACA-0012 و در شکل (۳) مقایسه توزیع ضریب فشار روی سطح آن با نتایج تجربی موجود در مرجع [۶]، در زاویه حمله صفر درجه نشان داده شده‌اند. تقارن کانتورهای فشار در زاویه حمله صفر به دلیل متقارن بودن هندسه و زاویه حمله هیدروفویل است. نتایج به دست آمده برای توزیع فشار با صرف نظر از اختلاف ناچیز در ناحیه



شکل ۹- مقایسه ضریب فشار دو حالت بدون کاویتاسیون و شامل کاویتاسیون هیدروفویل **MOD-NACA0009** در زاویه حمله پنج درجه و عدد کاویتاسیون  $1/\sigma$



شکل ۷- هندسه هیدروفویل بریده شده **MOD-NACA0009**



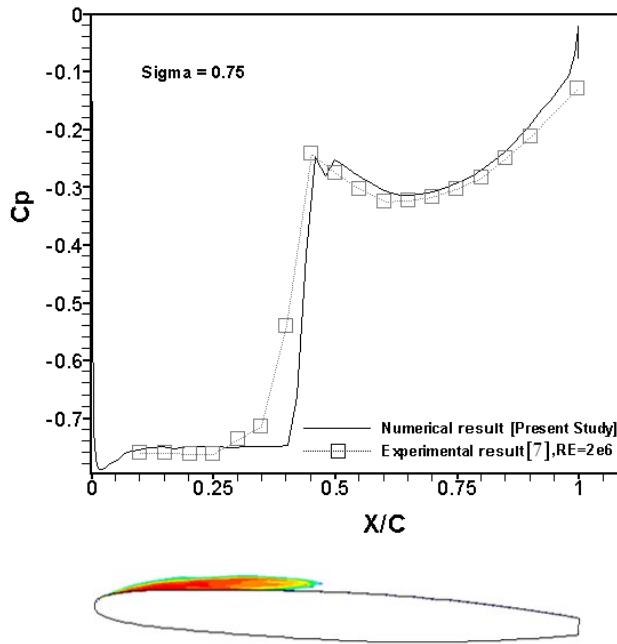
شکل ۸- شبکه جبری تولید شده حول هیدروفویل بریده شده **MOD-NACA0009**

در شکل (۷) هندسه هیدروفویل اصلاح شده NACA0009 که در  $9.0\%$  طول وتر بریده شده، نشان داده شده است. طول نهایی وتر  $100\text{ mm}$  و ماکریم ضخامت آن  $10\text{ mm}$  است. شبکه جبری مستطیلی، تولید شده حول هیدروفویل بریده شده، به منظور یکسان سازی شرایط شبیه سازی با شرایط آزمایشگاهی برای در نظر گرفتن اثرات دیواره ها بر روی میدان جریان، در شکل (۸) آورده شده است. این شبکه دارای  $181$  گره در راستای سطح هیدروفویل و  $120$  گره در راستای عمود بر آن است. در این شبکه نیز به منظور دربرگرفتن لایه مرزی و رسیدن به دقت مناسب، فاصله اولین نقطه شبکه از جسم،  $10^{-5}$  برابر طول کورد هیدروفویل قرار داده شده است.

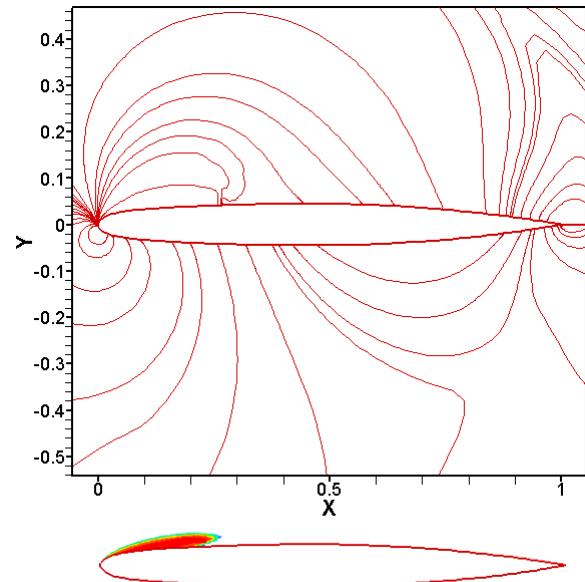
در شکل های (۹) و (۱۰) نتایج شبیه سازی جریان کاویتاسیونی حول هیدروفویل اصلاح شده NACA0009 در عدد کاویتاسیون  $1/\sigma$ ، زاویه حمله پنج درجه و در عدد رینولدز  $Re=2\times 10^6$  نشان داده شده است. در شکل (۹) توزیع ضریب فشار روی سطح هیدروفویل در دو وضعیت بدون کاویتاسیون و شامل کاویتاسیون و در شکل (۱۰) خطوط هم فشار اطراف هیدروفویل و شکل حباب آورده شده است. همان طور که

دارد. دو دلیل برای این اختلافات ناچیز وجود دارد. دلیل اول، پیش بینی غیر دقیق رشد لایه مرزی به دلیل عدم دقت در مدل کردن آشفتگی است. دلیل دوم، عدم تفکیک پذیری مناسب شبکه در لبه های حمله و فرار به منظور تشخیص گرادیان های شدید در این نواحی است؛ خصوصاً در شبکه دایروی مورد استفاده، در اطراف لبه فرار، اعوجاج های زیادی به وجود می آید. این مشکل در هیدروفویلهای نامتقارن بیشتر است و موجب افت کیفیت شبکه و ایجاد خطأ در شبیه سازیها می شود که راه حل پیشنهادی برای رفع آن استفاده از شبکه نوع C است.

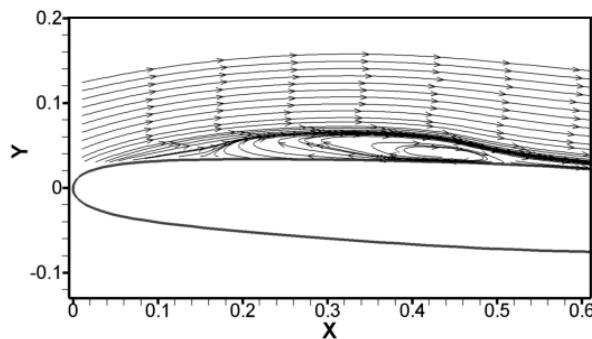
در ادامه مطلب، شبیه سازی جریان کاویتاسیونی حول هیدروفویل اصلاح شده NACA0009 در زوایای حمله پنج و  $2/5$  درجه در رینولدز  $Re=2\times 10^6$  در دو حالت بریده شده و بریده نشده، برای اعداد کاویتاسیون  $1/\sigma = 0.75$  و  $0.80$  و  $0.90$  انجام شده است. هندسه و شبکه محاسباتی تولید شده حول هیدروفویل بریده نشده **MOD-NACA0009** در شکل (۶) نشان داده شده است. این شبکه دارای همان مشخصات کلی ذکر شده در مورد شبکه تولید شده حول هیدروفویل NACA0012 است. رابطه تولید کننده سطح این هیدروفویل به طور کامل در مرجع [۷] آورده شده است.



شکل ۱۱- ضریب فشار و شکل حباب هیدروفویل  
بریده شده *MOD-NACA0009*، زاویه حمله  $2/5$  و عدد  
کاویتاسیون  $0/75$



شکل ۱۰- شکل حباب کاویتاسیون و خطوط هم فشار اطراف  
هیدروفویل *NACA0009*، زاویه حمله  $5$  درجه و عدد  
کاویتاسیون  $1/0$



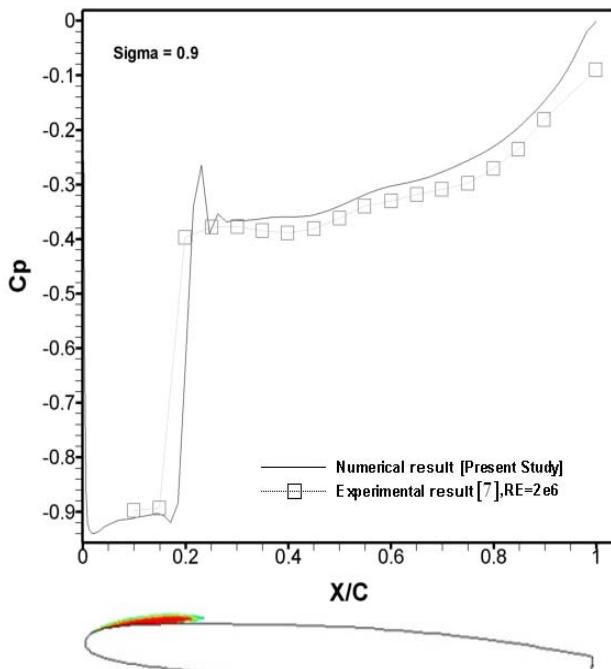
شکل ۱۲- جت بازگشتی ناحیه بسته شدن حباب، هیدروفویل  
بریده شده *MOD-NACA0009*، زاویه حمله  $2/5$  و عدد  
کاویتاسیون  $0/75$

اسپالارت-آلماراس و عدم تفکیک پذیری مناسب شبکه در  
نواحی حمله و فرار با گرادیانهای شدید باشد.  
در شکل‌های (۱۱) تا (۱۵) نتایج شبیه‌سازی جریان  
کاویتاسیونی حول هیدروفویل بریده شده *NACA0009* در  
اعداد کاویتاسیون  $0/9$ ،  $0/8$  و  $0/75$  در زاویه حمله  $2/5$  درجه و  
در عدد رینولدز  $Re=2\times 10^6$  آورده شده است. در این اشکال،

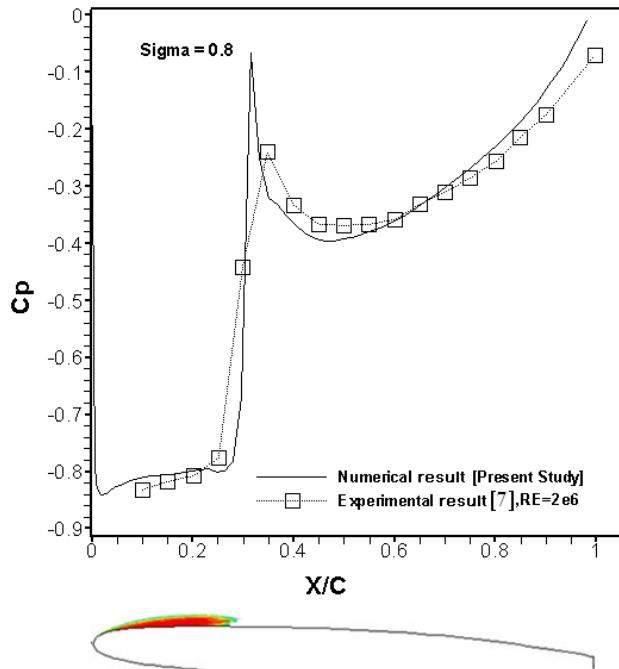
جدول ۱- مقایسه ضرایب لیفت و درگ هیدروفویل اصلاح شده  
*NACA0009* عدد کاویتاسیون  $1/0$ ، زاویه حمله پنج درجه

Model	$C_L$	$C_D$
<i>k-ε &amp; SST</i> [7]	$0/4554$	$0/02643$
<i>DES2</i> [7]	$0/4486$	$0/02562$
<i>RE stress-ω</i> [7]	$0/5360$	$0/0316$
<b>Spalart-Allmaras (Present Study)</b>	$0/5050$	$0/03539$

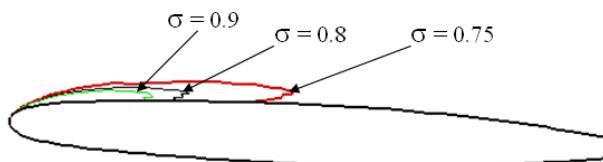
انتظار می‌رود در عدد کاویتاسیون  $1/0$  منحنی ضریب فشار ثابت  
شده است. در جدول (۱) مقادیر ضرایب لیفت و درگ محاسبه  
شده روی سطح هیدروفویل اصلاح شده *NACA0009* در عدد  
کاویتاسیون  $1/0$  و زاویه حمله پنج درجه با نتایج ارائه شده در  
مرجع [۷] مقایسه شده‌اند. مقدار ضریب لیفت محاسبه شده با  
 $2/5\%$  اختلاف مطابقت خوبی با مقادیر گزارش شده دارد اما  
ضریب درگ حدوداً  $27\%$  با مقادیر گزارش شده اختلاف دارد  
که می‌تواند نتیجه صرف نظر از ناحیه گذار در مدل آشфтگی



شکل ۱۴- توزیع فشار و شکل حباب کاویتاسیون روی سطح هیدروفویل بریده شده MOD-NACA0009 در زاویه حمله ۲/۵ درجه و عدد کاویتاسیون ۹/۰



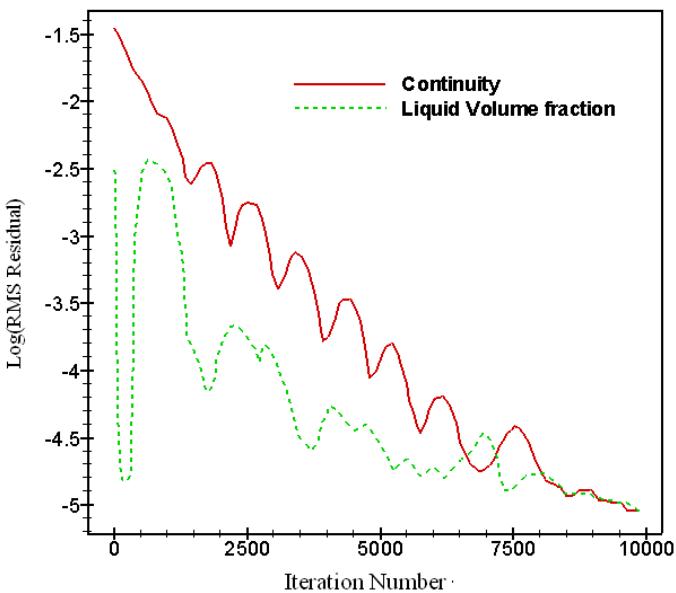
شکل ۱۳- توزیع فشار و شکل حباب کاویتاسیون روی سطح هیدروفویل بریده شده MOD-NACA0009 در زاویه حمله ۲/۵ درجه و عدد کاویتاسیون ۸/۰



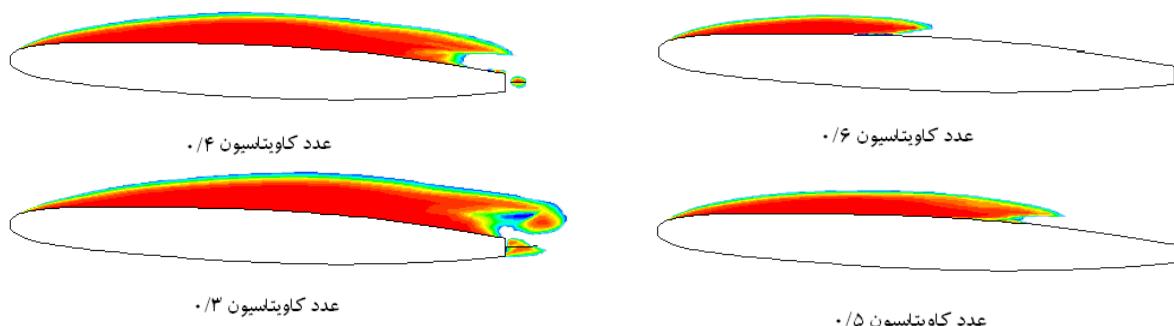
شکل ۱۵- مقایسه مراز حباب کاویتاسیون روی سطح هیدروفویل بریده شده MOD-NACA0009 در زاویه حمله ۲/۵ درجه و اعداد کاویتاسیون ۷۵/۰، ۸۰، ۹۰

به علت گرادیان فشار معکوس و بازیابی جریان در ناحیه بسته شدن حباب، یک منطقه جریان چرخشی در این ناحیه ایجاد می‌شود. در مشاهدات آزمایشگاهی نیز همواره در جریانهای شامل کاویتاسیون ایجاد گردابه در ناحیه بسته شدن حباب، قابل رویت است. از این گردابه‌ها در برخی منابع تحت عنوان جت بازگشتی<sup>۸</sup> یاد شده است. شکل (۱۲) خطوط جریان را در ناحیه بسته شدن حباب، که یک ناحیه با سطح بالای تولید گردابه است، در عدد کاویتاسیون ۷۵/۰ نشان می‌دهد. در این شکل ناحیه جت بازگشتی به خوبی قابل مشاهده است، که با نتایج آزمایشگاهی گزارش شده از تحقیقات پیشین، مطابقت خوبی دارد.

مقایسه توزیع ضریب فشار روی سطح با نتایج تجربی موجود در مرجع [۷]، همچنین شکل حباب کاویتاسیونی تشکیل شده در سطح مکش هیدروفویل، آورده شده‌اند. نتایج مطابقت قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی ارائه شده دارند و همان‌طور که انتظار می‌رود با کاهش عدد کاویتاسیون، طول حباب کاویتاسیونی افزایش می‌یابد. همان‌طور که از این اشکال پیداست، همانند نتایج عددی گزارش شده در مرجع [۷]، یک پرش در منحنی ضریب فشار در ناحیه بسته شدن حباب<sup>۷</sup> وجود دارد. این مسئله به علت ایجاد یک نقطه سکون در محل برخورد خط جریان عبوری از روی سطح حباب با سطح هیدروفویل در ناحیه بسته شدن حباب است.



شکل ۱۶- نمودار نرخ همگرایی جریان حول هیدروفویل بریده شده MOD-NACA0009 زاویه حمله  $2/5$  درجه و عدد کاویتاسیون  $0/9$



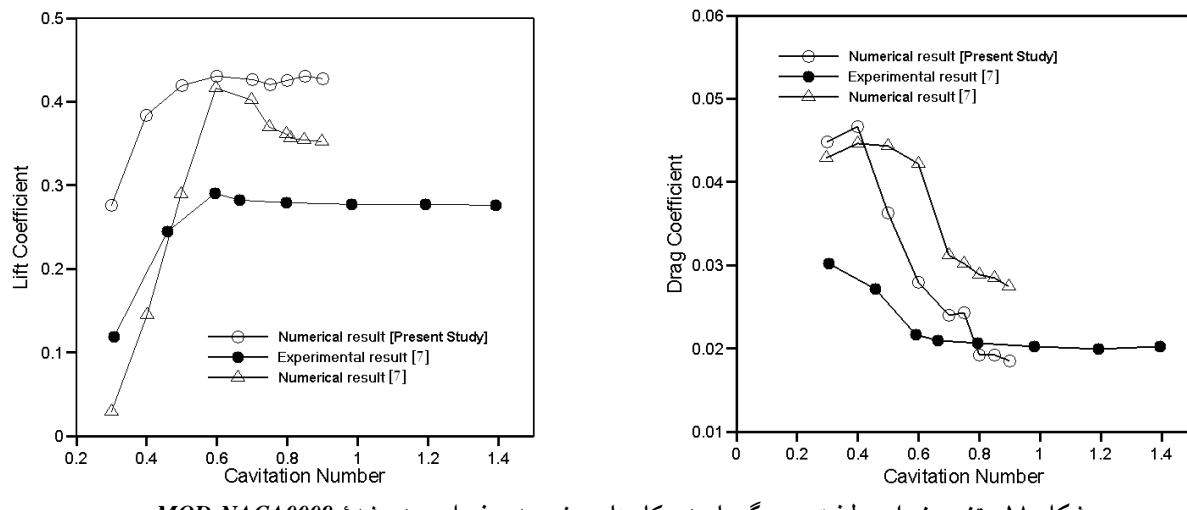
شکل ۱۷- توسعه حباب در جریان کاویتاسیونی حول هیدروفویل بریده شده MOD-NACA0009 رینولدز  $2 \times 10^6$  زاویه حمله  $2/5$  درجه در اعداد کاویتاسیون  $0/3, 0/4, 0/5$  و  $0/6$

همان گونه که از شکل پیداست با کم شدن عدد کاویتاسیون، حباب رشد می‌کند و لذا ناحیه جت بازگشتی انتهای آن نیز بزرگ و قویتر می‌شود.

یکی از اثرات نامطلوب کاویتاسیون، کاهش راندمان هیدرودینامیکی سطح برآزاست. به منظور بررسی این مسئله، نمودارهای تغییرات ضرایب لیفت و درگ بر حسب عدد کاویتاسیون در شکل (۱۸) ترسیم شده‌اند. همان‌طور که در این نمودارها قابل مشاهده است، کاهش عدد کاویتاسیون و توسعه حباب کاویتاسیونی باعث تغییر در نیروهای هیدرودینامیکی واردہ بر هیدروفویل می‌شود. نمودارهای تغییرات ضرایب لیفت و درگ

در شکل (۱۵) مرز حباب کاویتاسیون با جریان مایع به ازاء  $p_m = 0/95$  نشان داده شده‌است. در این شکل، تأثیر تغییرات عدد کاویتاسیون در طول ناحیه حباب به خوبی قابل مشاهده است. با کاهش عدد کاویتاسیون، طول ناحیه حباب کاویتاسیونی، افزایش و حداقل چگالی در آن کاهش می‌یابد. در شکل (۱۶) روند همگرایی در عدد کاویتاسیون  $0/9$  آورده شده است.

در شکل (۱۷) نتایج شبیه‌سازی جریان کاویتاسیونی حول هیدروفویل بریده شده MOD-NACA0009 در اعداد کاویتاسیون کوچکتر شامل  $0/6, 0/5, 0/4, 0/3$  در زاویه حمله  $2/5$  درجه و در عدد رینولدز  $2 \times 10^6$  نشان داده شده است.



شکل ۱۸- تغییر ضرایب لیفت و درگ با عدد کاویتاسیون، هیدروفویل بریده شده MOD-NACA0009  
رینولدز<sup>۵</sup> × ۲ زاویه حمله ۲/۵ درجه

در این مقاله، شبیه‌سازی جریان‌های کاویتاسیونی دائم ارائه شده است، رویه ذکر شده در حالت دائم می‌تواند به آسانی برای حل مسائل نادائم با استفاده از زیر تکرارها بر حسب زمان مصنوعی در هر گام زمانی فیزیکی بسط داده شود [۸]. رویه مفضل بالا دست بر مبنای روش تفاضل شار، به کار برده شده در این تحقیق، نیاز به هیچ جمله اتلاف مصنوعی اضافه شونده و ضرایب آن را ندارد. اضافه شدن اتلاف طبیعی ناشی از این روش، نیاز به سعی و خطی برای تنظیم پارامتر هموارکننده به کار رفته در اتلاف مصنوعی را رفع می‌کند. نتایج نشان می‌دهد که استفاده از مدل آشفتگی مورد نظر برای پیش‌بینی رفتار جریان حول هیدروفویل مناسب است. آنچه که از تحلیلهای جریان آشفته برداشت شد آن بود که دقیقت جوابها تا حدود زیادی به تفکیک پذیری شبکه در نواحی حمله و فرار با گرادیان‌های قوی، وابسته است. به علاوه در نظر گرفتن ناحیه گذار در مدل آشفتگی می‌تواند در تخمین دقیق‌تر ضریب درگ مؤثر باشد.

نرم افزار توسعه‌داده شده توانایی تحلیل عددی جریان‌های بدون کاویتاسیون، جریان‌های شامل کاویتاسیون جزئی و ابر کاویتاسیون را دارد.

بر حسب عدد کاویتاسیون، حاصل از شبیه‌سازی تحقیق حاضر، با رفتار گزارش شده از تحقیقات عددی و آزمایشگاهی مرجع [۷] همخوانی خوبی دارند. البته نتایج عددی به دست آمده، افزایش ضرایب لیفت و درگ را در عدد کاویتاسیون بیشتری نسبت به نتایج آزمایشگاهی پیش‌بینی می‌کنند اما در مورد نقطه آغاز افت ضریب لیفت پیش‌بینی نسبتاً دقیقی ارائه می‌دهند.

## ۸- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، شبیه‌سازی عددی جریان کاویتاسیونی حول هیدروفویل از طریق حل معادلات ناویر-استوکس چندفازی انجام گرفته است. در روند حل معادلات حاکم، که شامل معادله پیوستگی و مومنتوم مخلوط به علاوه معادله انتقال کسر حجمی فاز مایع هستند، از روش پیش‌شرط سازی بهمنظور همسان‌سازی مقادیر ویژه، کاهش سختی سیستم معادلات و افزایش کارایی روش حل استفاده شده است. جملات چشممه و چاه در معادلات پیوستگی مخلوط و انتقال کسر حجمی فاز مایع، به منظور مدل کردن انتقال جرم بین فاز مایع و بخار، با استفاده از مدل کاویتاسیونی ارائه شده توسط مرکل تعیین می‌شوند.

## واژه‌نامه

1. interface tracking method
2. homogeneous equilibrium flow model
3. Spallart- Almaras
4. marker and cell
5. Stiff
6. RANS
7. Cavity closure region
8. Reentrant jet

## مراجع

1. موسوی ر., و علیشاھی، م. م., "مدلسازی عددی جریان آشفته سیال دو فازی شامل کاویتاسیون طبیعی،" پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شیراز، شهریور ۱۳۸۴
2. Senocak, I., and Shyy, W., Computational Methodology for the Simulation of Turbulent Cavitating Flows, *The University of Florida*, and Ph.D. Thesis, 2002.
3. Owis, F. M., and Nayfeh, A. H., "Analysis Numerical Simulation of 3-D Incompressible, Multi-Phase Flows Over Cavitating Projectiles," *European Journal of Mechanics B/Fluids* Vol. 23, pp. 339-351, 2004.
4. هجران‌فر، ک., فتاح حصاری، ک., " شبیه‌سازی عددی جریان‌های کاویتاسیونی حول هیدروفویل با استفاده از حل پیش‌شرطی معادلات اویلر چندفازی،" نهمین همایش صنایع دریایی، نور- استان مازندران، آبان ۱۳۸۶
5. Kunz, R. F., and Boger, D. A., A Preconditioned Navier-Stokes Method for Two-Phase Flows with Application to Cavitation Prediction. *Computer and Fluids Journal*, Vol. 29, pp. 849-875, 2000.
6. Gregory, N, and O'Reilly, C. L., Low Speed Aerodynamic Characteristics of NACA0012 Airfoil Section, Including the Effects of Upper Surface Roughness Simulation Hoarfrost.
7. Bouziad, F., "Physical Modeling of Leading Edge Cavitation: Computational Methodologies and Application to Hydraulic Machinery, " Lausanna, EPFL, Ph.D. Thesis, 2001.
8. Rogers, S. E., and Kwak, D., An Upwind Differencing Scheme for the Time-Accurate Incompressible Navier-Stokes Equations, *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 2, pp. 253, 1990.
9. Steger, J. L., Sorenson, R. L., Automatic Mesh-Point Clustering Near a Boundary in Grid Generation with Elliptic Partial Differential Equations, *Journal of Computational Physics*, Vol. 33, pp. 405-410, 1979.
10. Spalart, S. R., and Allmaras, S. A., A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *AIAA Paper*, 92-0439, 1992.
11. صنیعی‌نژاد، م., " مقدمه‌ای بر مفاهیم جریانات آشفته و مدلسازی آنها،" از سری جزوایت آموزشی دینامیک سیالات دانشگاه صنعتی شریف، ویرایش سوم، خرداد ۱۳۸۳.