



## طراحی و محاسبه شبکه هیدرولیکی پره‌های خنک‌شونده توربین موتور جت با استفاده از تئوری گراف

اسداله‌ی قهیه، عبدالله<sup>۱\*</sup>، ایمانی فر، علی‌رضا<sup>۲</sup>

۱- استادیار، دانشکده صنعت هوانوردی و فرودگاهی کشور، فرودگاه مهرآباد، خیابان معراج

۲- کارشناس ارشد هوافضا

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۱۱/۲۳ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۳/۲)

### چکیده

هدف از این تحقیق، ارائه متدی جهت طراحی و محاسبات ترموهیدرولیکی پره‌های استاتور توربین خنک‌شونده موتورهای توربین‌گازی به منظور بررسی اثربخشی طرح خنک‌کاری می‌باشد. یکی از روش‌های تحلیل سیستم خنک‌کاری پره‌ها بر اساس استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) می‌باشد. روش دیگری که در این تحقیق ارائه می‌شود استفاده از روش شبکه‌بندی هیدرولیکی به منظور دستیابی به میزان توزیع دبی هوای خنک‌کاری در پره خنک‌شونده می‌باشد. مزیت این روش کاهش شدید زمان محاسبات و کاربرد آن در اشکال پیچیده هندسی است. با تعیین توزیع دبی هوای خنک‌کاری در کانال‌های درونی می‌توان ضریب انتقال حرارت را در سطوح داخلی پره محاسبه نمود. روش حل شبکه هیدرولیکی بر اساس تئوری گراف استوار می‌باشد. بدین ترتیب که در ابتدا شبکه هیدرولیکی متناسب با پره خنک‌شونده ایجاد شده، سپس این شبکه با یک شبکه الکتریکی شبیه‌سازی می‌شود. سپس با استفاده از قوانین کیرشهف جریان داخل شبکه هیدرولیکی یا همان دبی‌ها در کانال‌های خنک‌شونده با استفاده از کد کامپیوتری تهیه شده محاسبه می‌شوند. در خاتمه جهت راستی‌آزمایی روش ارائه‌شده از یک پره که توزیع دبی هوای خنک‌کاری در کانال‌های ورودی و سوراخ‌های خروجی آن معلومند استفاده و نتایج با هم مقایسه شده است.

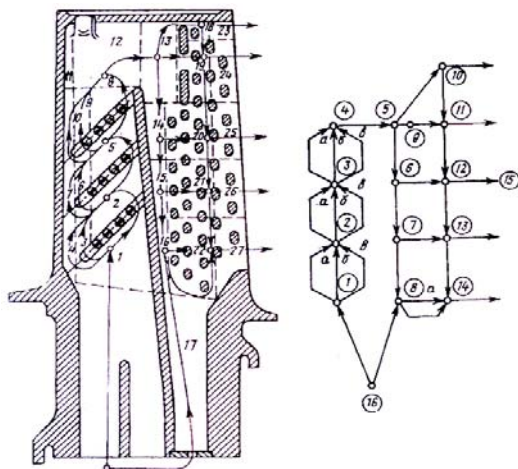
**واژه‌های کلیدی:** پره، توربین خنک‌شونده، تئوری گراف، شبکه هیدرولیکی

### مقدمه

می‌کند. بنابراین اثر مخرب محیط اطراف پره‌های روتور از نظر درجه حرارت، نسبت به استاتور کمتر است [۱]. همانطور که می‌دانیم روش‌های مختلفی جهت خنک‌کاری پره‌های توربین وجود دارد که عبارتند از خنک‌کاری لایه‌ای، تزریقی، جابجایی و اسفنجی. در این رابطه تحقیقات زیادی صورت گرفته است. خنک‌کاری لایه‌ای در سه دهه گذشته به‌طور وسیعی مورد مطالعه قرار گرفته است. هاس و همکاران [۲] اثر دانسیته تزریق را روی اثر خنک‌کاری لایه‌ای پره یک توربین گاز در حالت جریان آزاد با توربولانس کم بررسی نمودند. آنها دریافتند که در نسبت تزریق ۰/۵ یک دانسیته تزریق بالاتر اثر خنک‌کاری لایه‌ای بالاتری ایجاد می‌کند. لانگوسکی و گل [۳] یک تحقیق تجربی-عددی را با در نظر گرفتن جریان ثانویه و اثرات خنک‌کاری لایه‌ای در توسعه جریان‌های ثانویه انجام دادند. آنها در این تحقیق از یک ردیف سوراخ در لبه فرار پره ثابت توربین استفاده کردند و با یک

کارایی یک موتور توربوجت، اساساً به دمای ورودی توربین وابسته است. همان‌طور که در شکل (۱) دیده می‌شود، رانش مخصوص به‌طور پیوسته با ازدیاد درجه حرارت ورودی توربین افزایش می‌یابد. موادی که در حال حاضر در دسترس می‌باشند، قادر به تحمل دمای بالاتر از  $1300\text{ K}$  نیستند. اما دمای پیشینه سیکل را می‌توان با خنک‌کاری سطوح افزایش داد. در حال حاضر موتور هواپیماهای تجاری در دماهای بالاتر از  $1600\text{ K}$  عمل می‌کنند و موتور هواپیماهای نظامی از این دما نیز بالاتر کار می‌کنند. تزریق هوای فشار بالا در سیستم خنک‌کاری باعث کاهش راندمان حرارتی کل موتور می‌گردد، ولی چه در کاربرد هوایی و چه در توربین‌های گاز صنعتی و تولید قدرت، فواید خنک‌کاری بیش از زیان‌های آن است. به علت پایین‌تر بودن عدد ماخ نسبی از عدد ماخ مطلق، روتور توربین در مقایسه با استاتور، دمای سکون پایین‌تری را ( $300\text{ K}$ – $200\text{ K}$ ) احساس

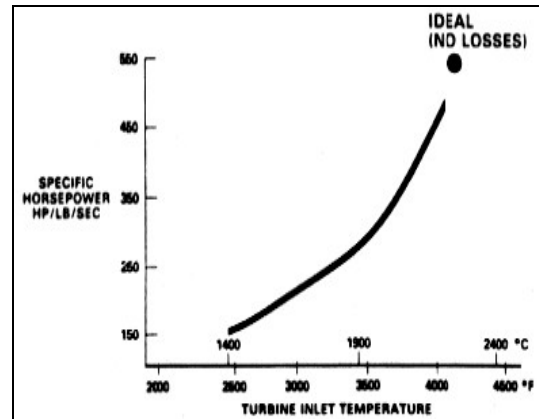
درون پره می‌توان ضریب انتقال حرارت جابجایی و شرایط مرزی دیواره داخلی پره را تعیین نمود و با توجه به شرایط مرزی در سطح خارجی پره، می‌توان مسأله انتقال حرارت هدایت در ضخامت پره، به منظور تعیین توزیع درجه حرارت در ضخامت پره، را تعیین نمود. البته این کار توسط طراح چندین بار صورت می‌گیرد تا طرح خنک‌کاری درونی بهینه به‌دست آید. یک روش طراحی و تحلیل سیستم خنک‌کاری درونی پره‌ها و تعیین دبی در کانال‌های خنک‌کاری بر اساس استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی است که البته استفاده از این روش هم زمان محاسبات را افزایش می‌دهد و هم در تحلیل اشکال پیچیده هندسی درون پره‌ها دارای ضعف می‌باشد. روش دیگری که در تحقیق حاضر از آن بهره گرفته شده است استفاده از روش شبکه‌بندی هیدرولیکی به‌منظور دستیابی به میزان توزیع دبی هوای خنک‌کاری می‌باشد. مزیت این روش کاهش شدید زمان محاسبات و کاربرد آن در اشکال پیچیده هندسی است. روش حل شبکه هیدرولیکی بر اساس تئوری گراف استوار می‌باشد. بدین ترتیب که در ابتدا شبکه هیدرولیکی متناسب با پره خنک‌شونده ایجاد شده، سپس این شبکه با یک شبکه الکتریکی شبیه‌سازی می‌شود (شکل ۲).



شکل ۲- شبکه هیدرولیکی کانال‌های خنک‌کاری یک پره [۷]

حال برای به‌دست آوردن دبی‌ها در کانال‌های خنک‌شونده که در واقع هدف اصلی می‌باشد کافی است جریان داخل این شبکه محاسبه شود. برای این کار از قوانین کیرشهف استفاده می‌شود. با توجه به پیچیدگی حل شبکه می‌توان یک کد

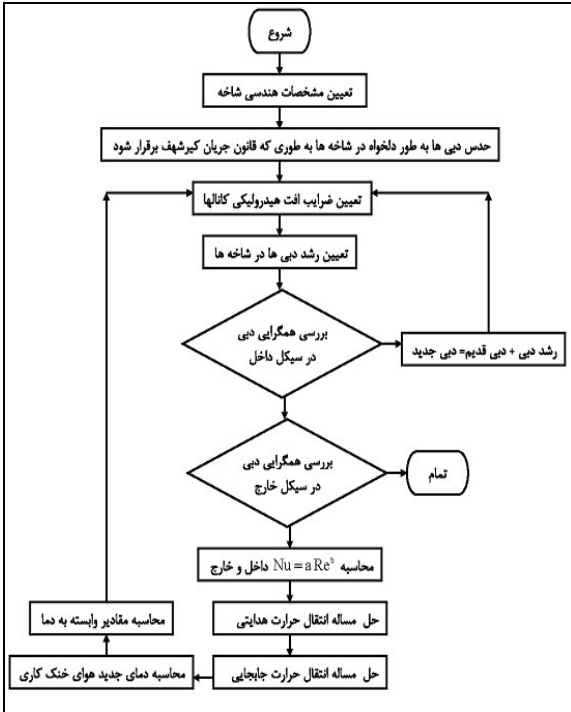
شبیه‌سازی عددی، معادلات ناویراستوکس را در حالت سه‌بعدی حل کردند و تابع تجربی و حل عددی را با هم مقایسه نمودند. اما برای خنک‌کاری درونی پره‌ها از خنک‌کاری جابجایی استفاده می‌شود که در این خصوص نیز تحقیقات زیادی صورت گرفته است. به‌طور مثال الحاجری و همکاران [۴] تحقیقی در رابطه با تحلیل جریان و حرارتی در کانال‌های خنک‌کاری درون پره توربین به روش عددی انجام داده‌اند. البته این بررسی در یک کانال u شکل با توربولاتورهای نیم‌دایره‌ای صورت گرفته است. روی و همکاران [۵] تحقیقی در رابطه با طراحی سیستم خنک‌کاری و بهینه‌سازی آن به روش استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام داده‌اند. قبادی و همکاران [۶] نیز اثر تحریک لایه مرزی در یک کانال خنک‌کاری پره و اثر آن را بر خنک‌کاری پره بررسی نموده‌اند.



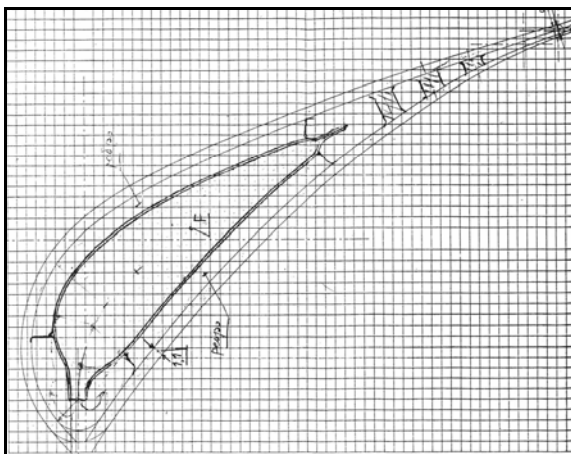
شکل ۱- تغییرات نیروی رانش ویژه با دمای ورودی به توربین [۱]

### صورت مسأله

همان‌طور که گفته شد خنک‌کاری درونی پره‌ها به روش خنک‌کاری جابجایی است. به‌منظور طراحی و محاسبه سیستم خنک‌کاری درونی پره‌ها، طراح در ابتدا با توجه به سطح درجه حرارت ورود به توربین، یک سیستم خنک‌کاری درونی که به‌صورت شبکه‌ای از کانال‌های ساده (به‌صورت شعاعی) و یا پیچیده (شعاعی و محوری) است در درون پره در نظر می‌گیرد. پس از طراحی شبکه کانال‌های درونی پره‌ها گام بعدی توزیع مناسب دبی هوای خنک‌کاری (که به‌صورت درصدی از دبی هوای ورودی به موتور داده می‌شود) در این کانال‌ها می‌باشد. هوا با عبور از این کانال‌ها حرارت دیواره درونی پره را به خود جذب می‌نماید. پس از توزیع مناسب هوای خنک‌کاری در



شکل ۳- الگوریتم محاسبات ترموهیدرولیک



شکل ۴- مقطع نوک پره توربین موتور هواپیمای آموزشی

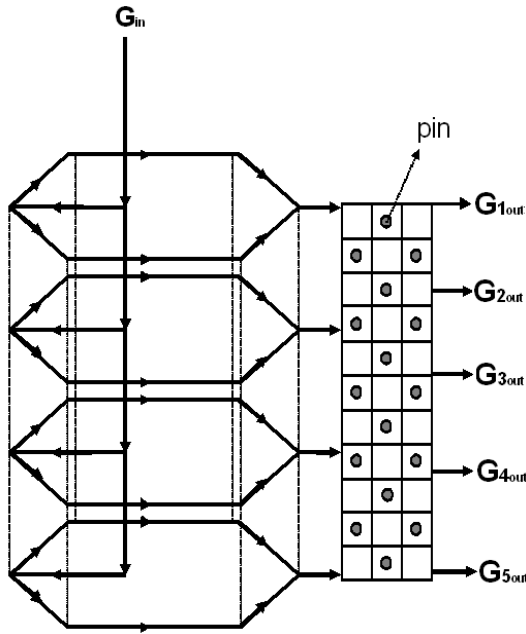
جریان هوای سرد پس از خنک کاری پره در نهایت از ۵ کانال در قسمت لبه فرار پره خارج می شود. در شکل (۵) مقطع پره مورد نظر مشاهده می شود. لازم به ذکر است که در قسمت لبه خروجی پره تعداد ۱۶ عدد پین وجود دارد که کارایی خنک کاری را در این قسمت بهینه می کند.

کامپیوتری ایجاد و برای محاسبه دی ها از آن استفاده نمود. این روش اولین بار توسط گالیسیسکی و همکاران [۷] در طراحی کانال های خنک کاری پره ها که دارای سیستم ساده و با توزیع شعاعی دی هوا بود به کار گرفته شد. در این تحقیق این روش توسعه داده شده و برای ایجاد شبکه هیدرولیکی و محاسبه دی هوای خنک کاری یک پره ثابت توربین با کانال های درونی شعاعی و محوری پیچیده به کار گرفته می شود.

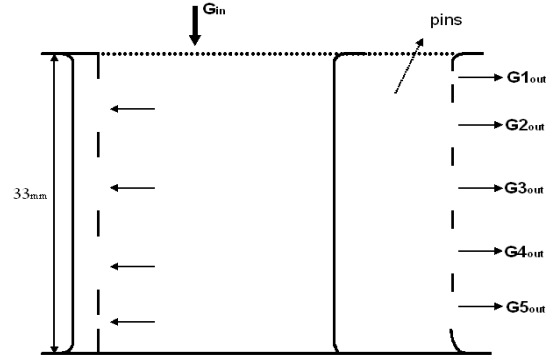
الگوریتم کلی برنامه ای که جهت انجام محاسبات حرارتی پره در نظر گرفته می شود بر اساس شکل (۳) است که از سه بخش اصلی هندسه، هیدرولیک و انتقال حرارت تشکیل شده است. هدف اصلی از این الگوریتم محاسبه کانتورهای دما در ضخامت پره می باشد. برای این منظور لازم است ضرایب انتقال حرارت دو طرف پره محاسبه شود. ضرایب انتقال حرارت در داخل به دما و جریان جرمی کانال ها، و در خارج به دما، سرعت جریان ورود و خروج کسکید مرتبط می گردد. پس لازم است که علاوه بر داشتن روابط تجربی حاکم بر داخل و خارج، توزیع جریان جرمی و دما در داخل نیز محاسبه گردد. توزیع جریان جرمی در بخش هیدرولیک محاسبه می گردد که موضوع اصلی این مقاله است. برای محاسبه دما نیز به این ترتیب عمل می شود که محاسبات با توزیع دلخواه دما به صورت حدس اولیه برای هوای خنک کاری و سپس در پایان محاسبه دمای جدید و تکرار مجدد این فرآیند تا رسیدن به همگرایی دنبال می گردد. شرط همگرایی در حلقه های داخل و خارج ناچیز شدن تغییرات نرخ جرمی است [۷] و [۸].

### بخش اول: محاسبات هندسی

به منظور درک بهتر روش حل، یک پره به عنوان نمونه مطالعاتی انتخاب و مورد مطالعه قرار گرفته است. این پره مربوط به موتور هواپیمای آموزشی است (شکل ۴) که خنک کاری در این پره از نوع جابجایی می باشد. در این موتور یک قسمت از جریان هوای سرد کمپرسور (حدود ۱.۵٪) برای خنک کاری پره های ثابت توربین استفاده می شود. جریان هوای سرد از نوک پره وارد پره می شود. قسمت ریشه پره مسدود است؛ در داخل پره یک دفلیکتور وجود دارد که جریان هوای سرد را در قسمت لبه حمله پره به ۴ قسمت تقسیم می کند.



شکل ۸- گراف پره در حالت سه بعدی



شکل ۵- مقطع عمودی پره

به منظور انجام محاسبات هندسی، پره سه بعدی به تعدادی مقطع دو بعدی تقسیم شده و در هر مقطع کانال‌های خنک‌کاری به صورت لوله‌های جریان شبیه‌سازی می‌شوند (شکل‌های ۶ و ۷). لوله‌ها در نقاطی که هندسه تغییر می‌کند به هم متصل می‌شوند، و در نهایت این لوله‌ها به صورت سه بعدی تشکیل یک سیستم لوله‌کشی فرضی را می‌دهند (شکل ۸) سپس لوله‌ها شماره‌گذاری شده و محاسبات طول و قطر آنها انجام می‌شود. برای محاسبه قطر هیدرولیکی معادل از رابطه  $D = 4A/P$  استفاده می‌گردد.

### بخش دوم: محاسبات هیدرولیکی

به طور کلی می‌توان به ۳ نوع افت در سیستم هیدرولیکی اشاره کرد:

۱- افت اصطکاکی: جهت محاسبه این نوع افت از رابطه بلازیوس استفاده می‌گردد و به روش زیر افت به جریان جرمی لوله‌ها،  $\dot{m}$ ، مرتبط می‌شوند:

$$L_{\text{friction}} = \lambda \frac{L}{D} \quad (1)$$

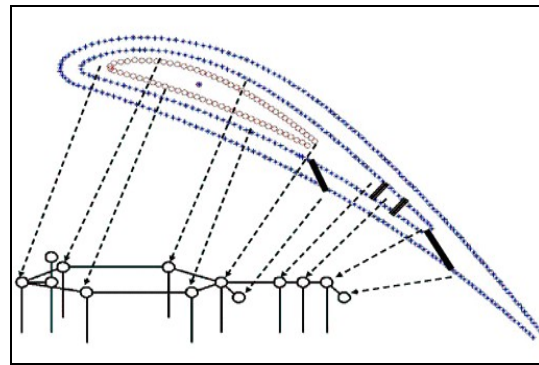
$$\lambda = \frac{0.3}{\text{Re}^{0.25}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Re} = \frac{\rho(T)VD}{\mu(T)} \\ \dot{m} = \rho(T)VA \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Re} = \frac{\dot{m}D}{\mu(T)A} = \frac{4\dot{m}}{\mu(T)\pi D} \quad (2)$$

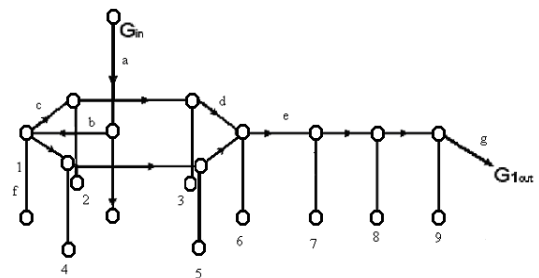
$$L_f = 0.282 * \mu(T)^{0.25} * L^{1.0} * D^{-0.75} * \dot{m}^{-0.25} \quad (3)$$

که در آن  $L$  و  $D$  به ترتیب طول و قطر هیدرولیکی می‌باشد.

۲- افت ناشی از توربولاتورها: به منظور افزایش انتقال حرارت از سه ردیف پین در ناحیه انتهایی پره استفاده می‌گردد



شکل ۶- سیستم لوله‌کشی فرضی در حالت دو بعدی



شکل ۷- شماتیک شبکه هیدرولیکی

قطر هیدرولیکی ناحیه بین پین‌ها از روابط زیر به دست می‌آید:

$$d_1 = \frac{4F_1}{(2t_2 - d + \sigma)^2} \quad (8)$$

$$d_2 = \frac{4F_2}{(\sqrt{t_1^2 + t_2^2} - d + \sigma)^2} \quad (9)$$

### ایجاد گراف متناسب با سیستم خنک‌کاری

قبل از پرداختن به نحوه ایجاد گراف سیستم خنک‌کاری در ابتدا به بیان برخی تعاریف می‌پردازیم.

**شاخه:** خط واصل دو گره را شاخه می‌نامند؛

**سیکل:** گذر بسته‌ای است روی شاخه‌ها که ابتدا و انتهای آن یک گره باشد؛

**درخت:** شبکه‌ای متصل از شاخه‌ها که از تمام اتصالات عبور کرده بدون آنکه هیچ سیکل بسته‌ای داشته باشد. تعداد درخت‌هایی که می‌توان روی یک گراف مشخص کرد بیش از یکی است. در ترسیم درخت باید به این نکته توجه شود که ایجاد درخت با کمترین مقاومت هیدرولیکی و کانتورهای مستقل خطی بوده و با همه  $m$  گره ماتریس ارتباط دارد که در نتیجه آن شاخه‌های گراف به  $(m-1)$  شاخه درخت تقسیم می‌شوند؛

**وتر:** شاخه‌هایی که درخت را به صورت سیکل بسته در می‌آورند [۱۱].

### شماره‌گذاری گراف

نحوه شماره‌گذاری گراف به این ترتیب است که شاخه‌هایی که جزو درخت گراف نیستند را یک به یک به درخت اضافه می‌کنیم و برای آن با شروع از عدد یک به ترتیب شماره‌ای را در نظر می‌گیریم تا آنجا که این شاخه‌های تشکیل‌دهنده سیکل بسته که وتر نامیده می‌شوند تمام شوند. سپس ادامه شماره‌گذاری را روی شاخه‌های درخت انجام می‌دهیم. برای شماره‌گذاری نقاط اتصال شاخه‌ها یا گره‌ها به ترتیب شماره‌های شاخه‌ها دو سر شاخه‌های مقدم را شماره‌گذاری کرده و به این ترتیب جلو می‌رویم. در مسأله مورد حل، ۴۰ گره و ۷۰ شاخه شماره‌گذاری شد. تعداد وترها ۳۱ و تعداد شاخه‌ها ۳۹ عدد می‌باشد (شکل ۱۰).

که البته وجود آنها منجر به افت‌هایی می‌شود. این نوع افت بستگی به ابعاد، نوع چیدمان و قطر پین‌ها دارد و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$L_{tur} = 0.5 \left[ \left( \frac{A_{1st-row}}{A_I} \right)^2 + \left( \frac{A_{1st-row}}{A_{II}} \right)^2 + \left( \frac{A_{1st-row}}{A_{III}} \right)^2 \right] \quad (4)$$

**۳- افت ناشی از تغییر سطح کانال‌ها:** همان‌طور که در هندبوک‌های هیدرولیک دیده می‌شود برای تغییرات ناگهانی سطح و اختلاط جریان، افت‌هایی در نظر گرفته می‌شود ( $L_{area}$ ). البته مناسب است که در این قسمت از جداول، اشکال و منحنی‌های خاص که عموماً با انجام آزمایش روی چندین نمونه نمونه خنک‌کاری توربین به دست آمده است، استفاده گردد [۹]. افت کلی نیز از مجموع افت‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\xi = L_{area} + L_{turbolator} + L_{friction} \quad (5)$$

### روابط مربوط به محاسبه قطر هیدرولیکی پین‌ها

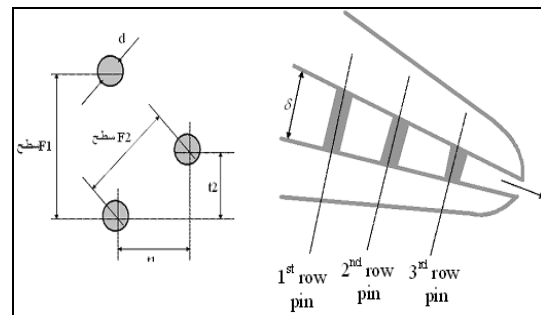
با توجه به شکل (۹) قطر هیدرولیکی نواحی بین پین‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۰]:

در ابتدا مساحت سطوح  $F1$  و  $F2$  را محاسبه می‌کنیم:

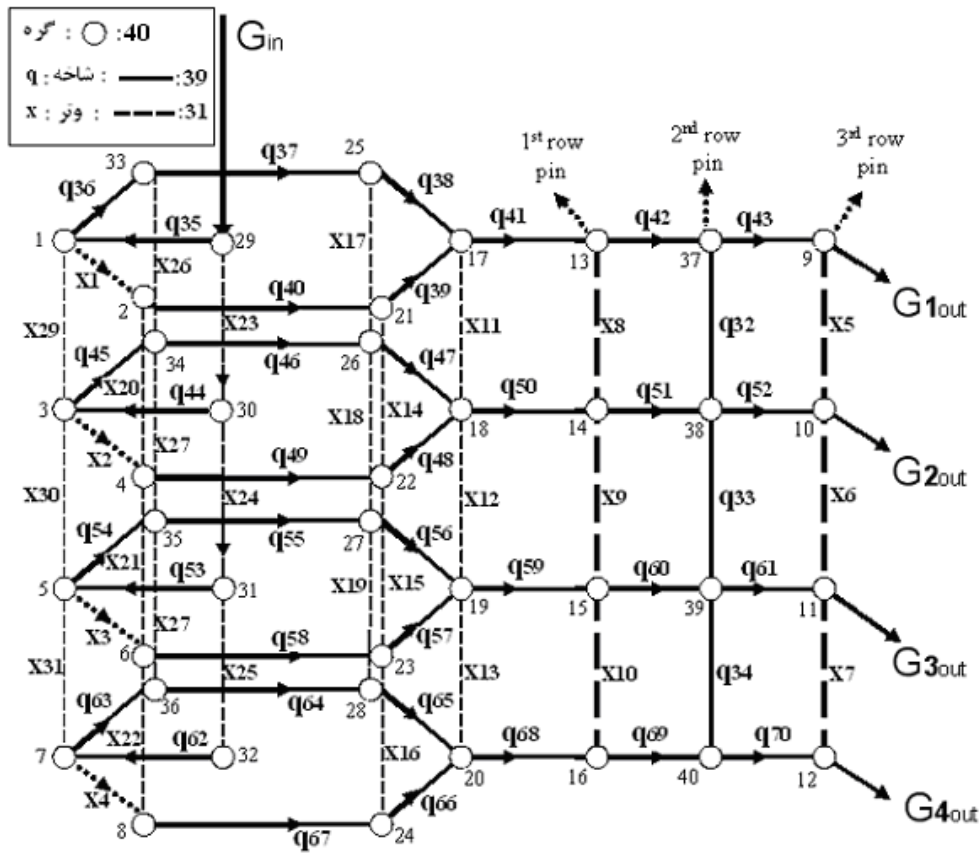
$$F_1 = (2t_2 - d)\sigma \quad (6)$$

$$F_2 = (\sqrt{t_1^2 + t_2^2} - d)\sigma \quad (7)$$

که در آن  $d$  و  $\delta$  قطر و ارتفاع پین و  $t_1$  و  $t_2$  فاصله افقی و عمودی دو پین می‌باشد.



شکل ۹- چیدمان پین‌ها در لبه خروجی



شکل ۱۰- گراف پره مورد مطالعه

### معادلات حاکم

معادلات حاکم همان معادلات اساسی پیوستگی، انرژی، اندازه حرکت و حالت می‌باشند. معادله پیوستگی به فرم قانون اول جریان کیرشسف بیان می‌گردد که مجموع جریان‌های جرمی وارد شده به یک گره را با مجموع جریان‌های خروجی از گره برابر می‌گیرد. به روش ماتریسی می‌توان کل معادلات پیوستگی گره‌ها را با یک معادله ماتریسی نشان داد به طوری که ماتریس  $[a]$  با اعداد  $1, 0, -1$  نشان می‌دهد که به کدام گره‌ها چه شاخه‌هایی وارد و چه شاخه‌هایی خارج می‌شوند. (در الکترونیک جمع جبری جریان‌ها در گره‌ها برابر صفر است):

$$\sum \dot{m}_m - \sum \dot{m}_{out} = 0 \Rightarrow [a][\dot{m}] = [0] \quad (10)$$

دبی سیال عامل در هر شاخه هیدرولیکی به مشخصه‌های هندسی، ضریب مقاومت هیدرولیکی، میزان پیش‌گرم کردن

سیال عامل، اعداد رینولدز و ماخ رژیم‌های عبور جریان و غیره بستگی دارد.

مطابق با قانون دوم کیرشسف جمع جبری اختلافات پتانسیل ( $\Delta P$ ) در مدار بسته شبکه هیدرولیکی برابر صفر است؛ این قانون در واقع همان قانون بقای اندازه حرکت است. (در الکترونیک: جمع جبری اختلاف پتانسیل در همه شاخه‌ها برابر صفر است) [۱۲]. معادله اندازه حرکت:

$$[b][\Delta P] = [0] \quad (11)$$

و قانون بقای انرژی در واقع معادله تبادل حرارت بین بدنه پره با هوای خنک‌کاری در نظر گرفته می‌شود. معادله انرژی و حالت:

$$Gc_p (T_{a2} - T_{a1}) = hA(T_W - T_{ave}) \quad (12)$$

$$P = \rho RT$$

برای محاسبه ماتریس‌های  $b$  از دو روش بالا می‌توان استفاده نمود.

**ماتریس افت ( $\xi$ ):** یک ماتریس قطری است که درایه‌های قطر اصلی آن برابرند.

$$\xi = \begin{bmatrix} \left(\frac{\xi}{2\rho A^2}\right)_1 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{\xi}{2\rho A^2}\right)_2 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\xi}{2\rho A^2}\right)_3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

**ماتریس معادل دبی ( $X$ ):** یک ماتریس قطری که درایه‌های قطر اصلی برابرند و مقدار این درایه‌ها برابر نرخ جرمی است.

$$X = \begin{bmatrix} \dot{m} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{m} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{m} \end{bmatrix} \quad (18)$$

**ماتریس ماکسول (دبی) ( $M$ ):** یک ماتریس قطری که درایه‌های قطر اصلی برابرنبوده و مقدار این درایه‌ها برابر نرخ جرمی در شاخه‌های مختلف گراف است.

$$M = 2b\xi Xb' \quad (19)$$

که در آن  $b'$  ترانهاده  $b$  می‌باشد.

$$M = \begin{bmatrix} \dot{m}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{m}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{m}_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$[\dot{m}] = \begin{bmatrix} \dot{m}_1 \\ \dot{m}_2 \\ \dot{m}_3 \end{bmatrix} \quad (21)$$

### روش حل دستگاه معادلات

برای حل دستگاه، معادلات ۱۰ و ۱۱ را با یک معادله واسطه  $\Delta P = \zeta M [\dot{m}]$  (افت فشار) تبدیل به یک معادله  $b\zeta M [\dot{m}] = 0$  نموده که در آن  $\zeta$  و  $M$  ماتریس‌های افت و جریان جرمی می‌باشند که به صورت قطری بوده و آرایه‌های آنها به ترتیب  $\xi/2\rho A^2$  و  $\dot{m}$  می‌باشد و  $[\dot{m}]$  هم ماتریس ستونی جریان جرمی می‌باشد. محاسبات را با یک توزیع دلخواه

### ماتریس‌های مربوط به گره‌ها و شاخه‌های گراف

**ماتریس گره  $a$ :** این ماتریس که در واقع از قانون اول کیرشهف مربوط به جریان به دست می‌آید یک ماتریس  $(m-1) \times n$  می‌باشد ( $n$  تعداد شاخه‌های گراف (کنتورها) و  $m$  تعداد گره‌ها است). هر ستون نشان‌دهنده شاخه‌ای با همان شماره ستون است و هر سطر معرف یک گره است. درایه‌های این ماتریس +۱ و ۰ و -۱ می‌باشند که به ترتیب به معنای شاخه‌ای که از یک گره خارج می‌شود (+۱)، شاخه‌ای که اصلاً با گره ارتباط ندارد (۰) و شاخه‌ای که به گره وارد می‌شود (-۱) است.

$$a = a_x + a_q \quad (13)$$

که در آن اندیس  $X$  مربوط به بخش وتری و  $q$  مربوط به بخش شاخه‌ای است.

**ماتریس ولتاژ  $b$ :** ماتریس مربوط به شاخه‌های گراف که ماتریسی  $n \times n$  است ( $n$  تعداد شاخه‌های گراف و  $K$  تعداد وتر). این ماتریس را بر اساس قانون دوم کیرشهف که مربوط به ولتاژ است می‌نویسیم. ماتریس  $b$  را از دو روش می‌توان به دست آورد:

۱- روش اول: با استفاده از روابط:

$$bq = -[(a_q)^{-1} a_x] \quad (14)$$

$$b_x = e \quad (15)$$

$$b = b_x + b_q$$

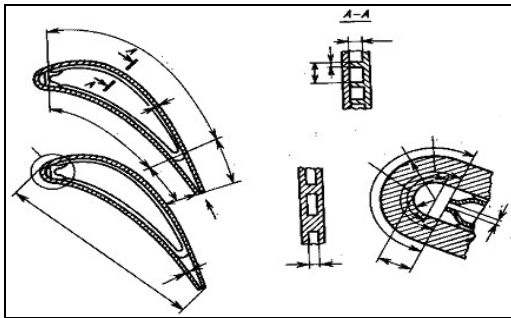
که در آن  $e$  ماتریس همانی است.

۲- روش دوم: ماتریس  $b$  به تعداد سیکل‌های گراف درخت سطر، و به تعداد شاخه‌ها ستون دارد. به ترتیب در هر سطر که معرف یک سیکل بسته است از وتر شماره یک شروع کرده و در جهت جریان وتر سیکل را دور می‌زنیم. اگر جهت شاخه‌ای که از آن عبور می‌کنیم هم‌جهت با جهت عبور جریان باشد آرایه آن ستون را +۱ و در صورتی که مختلف‌الجهت باشند -۱ و در صورتی که شاخه‌ای در آن سیکل نباشد آرایه آن ستون را صفر در نظر می‌گیریم. ماتریس  $a$  و  $b$  را می‌توان به صورت زیر نشان داد.

$$a, b = [x \quad q] \quad (16)$$



محاسبه ضرایب جابجایی داخل و خارج عدد نوسلت است که با تقسیم پره به مناطق ۴ گانه طبق شکل (۱۱) به صورت  $Nu = a Re^b$  محاسبه می‌شود. مقادیر  $a, b$  در این مناطق متفاوت می‌باشد و اغلب به صورت تجربی و با آزمایش روی توربین‌های مختلف، این ثابت‌ها به دست می‌آید. عدد  $Re$  نیز در داخل به صورت  $Re = 4\dot{m}/\mu(T)\pi D$  تابعی از جریان جرمی شده و در خارج به سرعت ورود و خروج هوا به کسکید مرتبط می‌گردد.



شکل ۱۱- تقسیم‌بندی نواحی مختلف انتقال حرارت

#### اعتبار سنجی

طبق الگوریتمی که پیش از این بیان گردید کد محاسباتی تهیه گردیده است و به منظور بررسی صحت روش ارائه شده در طراحی و محاسبه شبکه هیدرولیکی پره‌های خنک‌شونده از یک پره مشخص که توزیع دبی هوای خنک‌کاری در کانال‌های ورودی و سوراخ‌های خروجی آن معلومند استفاده و نتایج با هم مقایسه شده است. هندسه پره مورد نظر در اشکال ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است. همان‌طور که در این اشکال دیده می‌شود پره ثابت توربین شامل ۲۳ سوراخ خنک‌کاری برخوردار و ۶۰ سوراخ خنک‌کاری لایه‌ای در دو ردیف مجزا و یک ردیف پین که به منظور افزایش انتقال حرارت ایجاد شده‌اند مدل‌سازی شده است.

در شکل (۱۴) شبکه محاسباتی ایجاد شده به منظور بررسی توزیع دبی هوای خنک‌کاری در پره نشان داده شده است. این شبکه‌بندی شامل ۱۱ کانال خنک‌کاری می‌باشد. جهت انطباق تعداد سوراخ‌های خنک‌کاری موجود با تعداد کانال‌های شبکه‌بندی هیدرولیکی مساحت سوراخ‌های خنک‌کاری برخورداری در کانال‌های مربوطه معادل

برای جریان جرمی آغاز کرده سپس مقدار  $b\zeta M[\dot{m}]$  بررسی می‌شود. اگر مقدار آن صفر باشد محاسبات پایان می‌یابد و در غیر این صورت هدف آن است که در تکرار  $N+1$  مقدار آن برابر صفر شود که به ترتیب زیر عمل می‌شود [۱۰]:

$$\begin{aligned} b\zeta M^{(N)}\dot{m}^{(N)} \neq 0 &\Rightarrow b\zeta M^{(N+1)}\dot{m}^{(N+1)} = 0 \\ &\Rightarrow b\zeta (M^{(N)} + \Delta M^{(N+1)}) (\dot{m}^{(N)} + \Delta \dot{m}^{(N+1)}) \\ &\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} b\zeta M^{(N)}\dot{m}^{(N)} \neq 0 &= b\Delta P^{(N)} \\ b\zeta \Delta M^{(N+1)}\Delta \dot{m}^{(N+1)} &\approx 0 \\ b\zeta M^{(N)}\Delta \dot{m}^{(N+1)} &= b\zeta \Delta M^{(N)}\dot{m}^{(N+1)} \end{aligned} \right\} \quad (22) \\ &\Rightarrow 2b\zeta M^{(N)}\Delta \dot{m}^{(N+1)} = -b\Delta P^{(N)} \end{aligned}$$

#### محاسبه رشد دبی‌ها در وترها و شاخه‌ها

$$\begin{aligned} \Delta P &= \zeta M[\dot{m}] \\ \Delta \dot{m}_x &= -M^{-1}b\Delta P \\ \Delta \dot{m} &= b'\Delta \dot{m}_x \end{aligned} \quad (23)$$

که در آن  $\Delta P$  افت فشار هر شاخه؛  $\Delta \dot{m}_x$  رشد دبی وترها؛  $\Delta \dot{m}$  رشد دبی کل و  $b'$  ترانهاده  $b$  می‌باشد.

$$\dot{m}_{new} = \dot{m}_{old} + \Delta \dot{m} \quad (24)$$

سیکل تکرار تا وقتی ادامه پیدا می‌کند که:

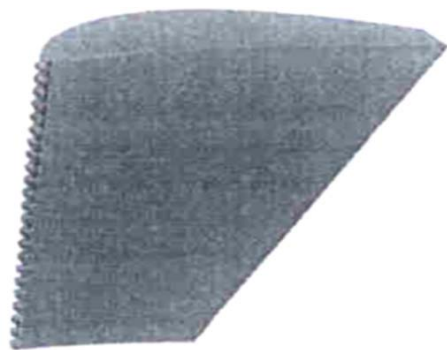
$$|\dot{m}_{new} - \dot{m}_{old}| < \varepsilon = error \quad (25)$$

تا این مرحله مسأله هیدرولیک به صورت جداگانه حل شده است. پس از حل شبکه هیدرولیکی نوبت به حل مسئله انتقال حرارت هدایت در بدنه اصلی پره می‌رسد. برای حل معادله حاکم، شرایط مرزی داخل و خارج پره می‌بایست تعیین شوند. حل معادله فوق با شرایط مرزی حاکم با یک روش اجزاء محدود انجام می‌گیرد.

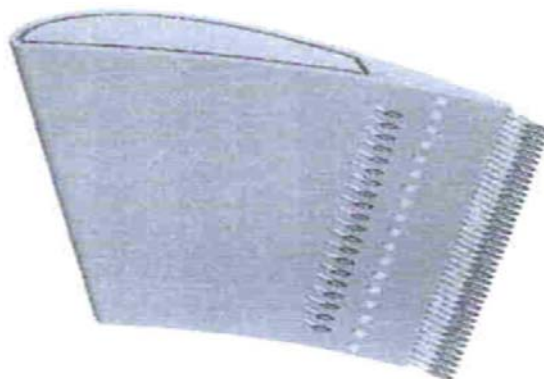
#### تعیین ضرایب انتقال حرارت داخل و خارج

این ضرایب به صورت  $h = k_{air}(T)Nu/D$  تعیین می‌شوند و در آن  $D$  قطر هیدرولیکی شاخه و  $k_{air}(T)$  ضریب هدایت حرارتی هوا و تابعی از دمای هوا می‌باشد. در واقع پارامتر اصلی در

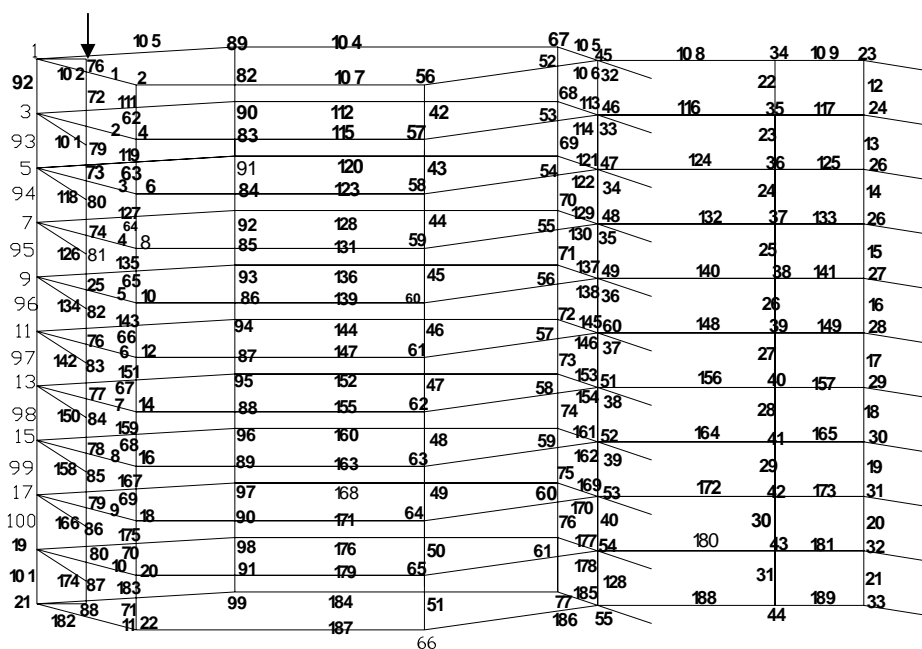




شکل ۱۳- Baffle مدل‌سازی شده پره شامل  
سوراخ‌های خنک‌کاری بر خوردی



شکل ۱۴- پره مدل‌سازی شده استاتور



شکل ۱۴- شبکه‌بندی هیدرولیکی پره استاتور

مساحت واقعی سوراخ‌ها و در شاخه‌های خنک‌کاری لایه‌ای ردیف دوم معادل  $40/11=3.63$  مساحت واقعی سوراخ‌ها فرض می‌شوند.

روش حل شبکه هیدرولیکی بر اساس تئوری گراف‌ها بنا نهاده شده است به این ترتیب که در ابتدا شبکه هیدرولیکی متناسب با پره خنک‌شونده مطابق شکل (۱۴) ایجاد شده و سپس این شبکه با یک شبکه الکتریکی شبیه‌سازی می‌شود. برای به‌دست آوردن دبی در کانا‌های خنک‌کاری کافی است جریان در شبکه هیدرولیکی ایجاد شده محاسبه گردد.

$23/11=2.09$  برابر مساحت واقعی سوراخ‌ها در نظر گرفته شده است. بر این اساس قطر معادل به‌کار گرفته شده در کد محاسباتی برای کانال‌های خنک‌کاری بر خوردی از رابطه زیر محاسبه می‌شوند:

$$d_{eq} = \sqrt{\frac{23}{11}} \times 0.8 = 1.157$$

همچنین در شاخه‌های خنک‌کاری لایه‌ای ردیف اول مساحت سوراخ‌های خنک‌کاری معادل  $20/11=1.82$  برابر

شد. هدف اصلی از این کار دستیابی به میزان دبی هوای خنک‌کاری در کانال‌های خنک‌کاری در پره مورد نظر می‌باشد. بر اساس محاسبات انجام شده دبی به‌دست آمده در شاخه‌های مربوط به شبکه‌بندی ایجاد شده برای پره در شکل (۱۶) ارائه شده‌اند.

روش محاسباتی به‌کار گرفته شده در تحلیل عددی حاضر به گونه‌ای است که دبی عبوری از شاخه‌های عمودی عموماً مقادیر ناچیز می‌باشد. اما همان‌طور که در شکل (۱۶) دیده می‌شود در نهایت پیش‌بینی خوبی از دبی عبوری از شاخه‌های افقی که در خنک‌کاری پره مهم هستند ارائه شده است.

دبی به‌دست آمده از تحلیل عددی انجام شده بر اساس روش شبکه‌بندی هیدرولیکی در جدول ۱ با نتایج ارائه شده در پره واقعی در شاخه‌های افقی مقایسه شده‌اند و مشاهده می‌شود که میانگین درصد انحراف از پاسخ‌ها حدود ۲/۵ درصد است و لذا به توزیع دبی قابل قبولی در پره دست یافته‌ایم.

جدول ۱- مقایسه دبی به دست آمده در شاخه‌ها با دبی واقعی

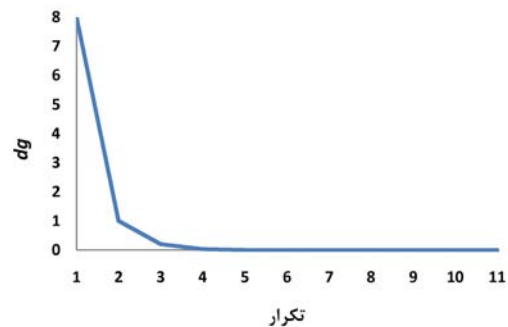
شماره شاخه‌ها	دبی (شبکه‌بندی هیدرولیکی)	دبی واقعی	درصد خطا
۱۱۲	۰.۰۹۴	۰.۰۹۵	-۱.۱
۱۲۰	۰.۰۶۲	۰.۰۶۴	-۳.۱
۱۲۱	۰.۱۸۸	۰.۱۸۹	-۰.۵
۱۲۹	۰.۱۲۵	۰.۱۲۶	-۰.۸
۱۳۰	۰.۱۸۸	۰.۱۸۹	-۰.۵۳
۱۳۸	۰.۱۲۵	۰.۱۲۴	-۳.۱۰
۱۳۹	۰.۱۸۸	۰.۱۸۹	-۰.۵۳
۱۴۷	۰.۱۲۵	۰.۱۲۱	-۳.۱۰
۱۴۸	۰.۱۸۷	۰.۱۸۸	-۰.۵۳
۱۵۶	۰.۱۲۵	۰.۱۲۹	-۳.۱۰
۱۵۷	۰.۱۸۷	۰.۱۸۸	-۰.۵۳
۱۶۵	۰.۱۲۵	۰.۱۲۸	-۲.۳۴
۱۶۶	۰.۱۸۷	۰.۱۸۷	۰.۰۰
۱۷۴	۰.۱۲۵	۰.۱۲۸	-۲.۳۴
۱۷۵	۰.۱۸۶	۰.۱۸۷	-۰.۵۳
۱۸۳	۰.۱۲۵	۰.۱۲۷	-۱.۵۷
۱۸۴	۰.۱۸۶	۰.۱۸۷	-۰.۵۳
۱۹۲	۰.۱۲۵	۰.۱۴	-۱۰.۷۱
۲۰۱	۰.۱۲۵	۰.۱۳۹	-۱۰.۰۷
۲۰۲	۰.۹۳	۰.۰۹۶	-۳.۱۳
۲۱۰	۰.۰۶۲	۰.۰۷	-۱۱.۴۳

شبکه‌بندی هیدرولیکی ایجاد شده دارای ۹۹ گره ( $m$ ) و ۱۸۹ شاخه ( $n$ ) و ۸۱ وتر ( $k$ ) می‌باشد. دبی جریان ورودی معادل  $۰.۰۰۳۶۶$  کیلوگرم بر ثانیه می‌باشد.

در کد محاسباتی تهیه شده اعمال شرط همگرایی با ایجاد منحنی باقیمانده دبی ( $dg$ ) کنترل شده است. شرط همگرایی پس از ۱۱ تکرار به شکل خوبی ارضا می‌شود و منحنی باقی‌مانده به  $۱۰^{-۱۵}$  می‌رسد (شکل ۱۵). تجربه نشان می‌دهد که در مسئله حاضر پاسخ‌های قابل بررسی و صحیح زمانی حاصل شده‌اند که منحنی همگرایی سیر نزولی اکید دارد و دارای نوسان نمی‌باشد.

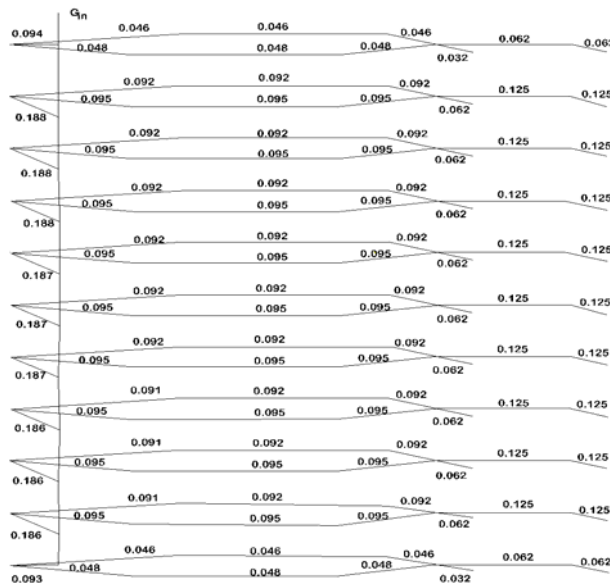
نکته قابل توجه این است که به عنوان تقریب اولیه دبی در شاخه‌ها باید تقریب صفر توزیع آزاد  $G$  در شاخه‌ها و شعبات گراف به شکلی باشد که معادله  $AG^{(0)} = Q$  ارضاء شود. بنابراین مقداردهی اولیه دبی در شاخه‌ها ضابطه‌مند می‌شوند. باید توجه کرد که بردار  $Q$  بسته به مقداردهی اولیه دبی در شاخه‌ها در طول حل تقریباً ثابت می‌ماند. ولی این بردار یک بردار یکتا نبوده و مقادیر آن بسته به تغییر مقادیر اولیه دبی در شاخه‌ها تغییر می‌کند.

شرط لازم برای دستیابی به مقادیر صحیح دبی در شاخه‌ها این است که مقادیر  $Q$  در تمام گره‌ها به جز گره‌هایی که در آنها ورود و یا خروج از سیستم وجود دارد صفر باشد. به‌طوری که در گره‌هایی که ورود به سیستم وجود دارد مقادیر این بردار مثبت و در گره‌هایی که خروج از سیستم وجود دارد مقدار آن منفی خواهد بود.



شکل ۱۵- روند همگرایی مسئله

بررسی‌های انجام شده بیانگر این نکته اساسی است که اگر مقداردهی اولیه دبی در شاخه‌ها به گونه باشد که در گره‌هایی غیر از گره‌هایی که در آنها ورود و یا خروج وجود دارد بردار  $Q$  مقدار غیر صفر داشته باشد نتایج غلطی حاصل خواهد



شکل ۱۶- دبی به دست آمده در شاخه‌های شبکه هیدرولیکی پره

- 118, 1997.
- [4] Alhajeri, M. and Alhajeri, H. "Heat and Fluid Flow Analysis in Gas Turbine Blade Cooling Passages with Semicircular Turbulators" International Journal of Physical Vol.4 , PP.835-845, 2009.
- [5] Roy, R. Tiwari, A. Corbett, J. "Designing a Turbine Blades Cooling System Using a Generalized Regression Genetic Algorithm" CIRP Annas, Vol.52/1 P415-418, 2003.
- [6] Ghobadi, A. Javadi, M. Rahimi, B. "Cooling Turbine Blades Using Exciting Boundary Layer" World Academy of Science, Engineering and Technology 62, 2010.
- [7] Sovershennyi V.D, Farmalev V.F, Cherny M.S & Galitseisky B.M, "Thermal Protection Of Turbine Blades", MAI Pub., Moscow, 1996.
- [8] Copelief S.Z., "Thermal & Hydraulic Properties of cooled Blade in Gas Turbine", Mashinstroynie Moscow, 1993.
- [9] Larry W. Mays, "Hydraulic Design Handbook", McGraw-Hill 1024 P, 1990.
- [10] Sovershennyi V.D, Farmalev V.F, Cherny M.S & Galitseisky B.M, "Thermal Protection Of Turbine Blades", MAI Pub. , Moscow, 1996.
- [11] James A. McHugh, "Algorithmic Graph Theory", Prentice Hall 327 P. 1990.

[۱۲] مالارانی، جبه‌دار، "تحلیل مدارهای الکتریکی"، ۱۳۷۵.

### نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر سیستم خنک‌کاری به کار گرفته شده در پره استاتور با استفاده از روش شبکه‌بندی هیدرولیکی و تئوری گراف مورد تحلیل عددی قرار گرفته و نتایج حاصل با نتایج ارائه شده توسط اندازه‌گیری مقایسه شده‌اند.

نتایج حاصل از این مقایسه در جدول ۱ نشان داده شده‌اند. همانطور که در این جدول نیز دیده می‌شود تطابق بسیار خوبی میان دبی‌های به دست آمده از روش شبکه‌بندی هیدرولیکی و داده‌های تجربی وجود دارد. به طوری که درصد میانگین انحراف از توزیع دبی ارائه شده تنها ۲.۵ درصد بوده است.

### مراجع

- [1] Je Chin Han, "Gas Turbine Heat Transfer and Cooling Technology", Taylor and Francis Pub. Edition 1,662 P. 2001.
- [2] Haas, W., Rodi, W. and Schonung, B., "The Influence of Density Difference Between Hot and Coolant Gas on Film Cooling by a Row of Holes: Prediction and Experiments", ASME Journal of Turbo machinery, Vol.114 PP.747-755, 1992
- [3] Langowsky, C., and Vogel, D. T., "Influence of Film Cooling ON THE Secondary Flow in a Turbine nozzle", AIAA, Vol.35, No.1, PP.111-