



## بهینه‌سازی سختی ورق‌های مواد مرکب چندلایه با استفاده از روش شبیه‌سازی پخت فلز موازی

جاویدراد، فرهاد<sup>۱</sup>، نوری، روح...<sup>۲</sup>

۱- دانشیار، مرکز تحصیلات تکمیلی، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران، ایران

۲- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران، ایران

(دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۱۱/۱۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۰۵/۲۲)

### چکیده

روش شبیه‌سازی پخت فلز یکی از روش‌های پرکاربرد در یافتن نقاط حداقل/حداکثر مطلق توابع برای متغیرهای پیوسته یا ناپیوسته است. این روش که بر مبنای جستجوی تصادفی بنیان گذاشته شده یکی از روش‌های مونت‌کارلو بوده که در آن امکان پرش تصادفی تابع از نقاط حداقل/حداکثر موضعی وجود دارد. در این مقاله، استفاده از روش شبیه‌سازی پخت فلز در طراحی ورق‌های چندلایه برای رسیدن به خواص سختی مؤثر مطلوب، مورد بررسی قرار گرفته است. در این راستا، تابع هزینه‌ای با متغیرهای ناپیوسته گسترش داده شده که شامل هشت مدول سختی مؤثر و وزن چندلایه بوده و با کمینه شدن این تابع هزینه، نحوه لایه‌چینی برای دستیابی به مدول‌های پیش‌فرض با حداقل وزن محاسبه می‌شود. نوعی روش موازی در اجرای الگوریتم شبیه‌سازی پخت فلز بر روی یک پردازنده منفرد به همراه یک روش سردکاری خاص (سردکاری سازگار) نیز پیشنهاد شده و ارتقای سرعت و بهبود کیفیت نتایج بهینه‌سازی به صورت آماری نشان داده شده است.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی، شبیه‌سازی پخت فلز، سردکاری سازگار، موازی‌سازی

### مقدمه

محاسبه مشتقات تابع، قادر به یافتن کمینه یا بیشینه کلی توابع است.

در مسائلی همانند بهینه‌سازی ورق‌های مواد مرکب که فضای جستجو دارای کمینه‌های محلی متعدد بوده و تابع هدف نیز به متغیرهای نسبتاً زیادی وابسته است، معمولاً روش‌های مبتنی بر گرادیان کارایی مناسبی ندارند. به همین دلیل روش‌های جستجوی تصادفی مانند روش SA، الگوریتم ژنتیک، جستجوی محدود شونده<sup>۲</sup> و ... ابداع شده‌اند. هرچند که ماهیت همه این روش‌ها تصادفی است، ولی طوری طراحی شده‌اند که به سمت جواب بهینه همگرا شوند. در میان این روش‌ها، روش SA (که برای اولین بار در مرجع [۱] ارائه شده) به‌خاطر سادگی اجرا دارای محبوبیت زیادی است. این روش در حقیقت با توسعه روش شبیه‌سازی مونت-کارلو به روش بهینه‌سازی متروپلیس به‌دست آمده است.

ایده موجود در این روش از طبیعت گرفته شده است. برای پخت یک فلز، دمای آن را تا نزدیکی نقطه ذوب بالا برده و

امروزه ورق‌های ساخته شده از مواد مرکب چندلایه به طور وسیعی در صنایع مختلف از جمله سازه‌های هوافضایی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در صنعت هوافضا، طراحی ورق‌ها و پانل‌های چندلایه با خواص ارتجاعی و سختی مناسب و با حداقل وزن حائز اهمیت زیادی است. سختی مناسب برای جلوگیری از پدیده فلاتر در سازه هواپیماها (خصوصاً سطوح فرامین هواپیما) از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. لذا، در عمل، اولین مرحله در طراحی مواد مرکب برای پوسته‌ها و سایر قطعات سازه هواپیما استفاده از لایه‌چینی مناسب برای دستیابی به سختی پیش‌فرض در حالت‌های کششی و خمشی (و پیچشی) می‌باشد. برای دستیابی به چنین هدفی معمولاً از روش‌های بهینه‌سازی استفاده می‌شود.

روش‌های مختلفی برای بهینه‌سازی و طراحی ورق‌های چندلایه وجود دارد که یکی از آنها، روش شبیه‌سازی پخت فلز<sup>۱</sup> (SA) است. این روش علاوه بر سادگی الگوریتم و عدم نیاز به

اتمها در هر سو، مقدار انرژی درونی را افزایش می‌دهد. این ساختارها نقاط کمینه محلی در انرژی درونی را نشان می‌دهند. نقاط کمینه محلی، ساختارهای پایدار را ارائه می‌کنند که حاصل چینش غیرقانونمند اتمها هستند. ساختارهای غیرقانونمند مانند شیشه می‌باشند. حداقل کمینه‌های انرژی (کمینه کلی در انرژی) وقتی حاصل می‌شود که ماده دارای ساختار کریستالی با یک چینش قانونمند اتمها باشد.

در الگوریتم SA، هدف بهینه‌سازی یک تابع هزینه است. برای این منظور، در یک فرایند تکراری هر بار یک تغییر تصادفی در حل جاری ایجاد شده و اگر این تغییر باعث کاهش تابع هزینه گردد پذیرفته شده و اگر باعث افزایش تابع هزینه گردد با احتمال  $e^{-\Delta C/T}$  پذیرفته خواهد شد [۱]؛ که در آن  $\Delta C$  تغییر تابع هزینه بین دو حالت متوالی و  $T$  پارامتر کنترلی است. این پارامتر کنترلی در قیاس با فرآیند پخت فلزات که یک فرآیند بهینه‌سازی طبیعی و مبنای فیزیکی روش شبیه‌سازی پخت فلز می‌باشد، درجه حرارت خوانده می‌شود. درجه حرارت در ابتدای الگوریتم مقداری نسبتاً بزرگ دارد و در طی تکرارهای فرایند بهینه‌سازی (که زنجیره مارکوف نیز نامیده می‌شود) هر بار پس از رسیدن به شرایط تعادل اندکی از آن طی یک برنامه سردکاری از پیش تعیین شده<sup>۴</sup> کاسته شده تا به دمای انجماد برسد. در دمای انجماد، تابع هزینه دیگر دچار تغییر نمی‌شود؛ که در این حالت اجرای الگوریتم پایان یافته و حل نهایی از نظر تئوری یک حل بهینه مطلق است.

تاکنون تلاش‌های زیادی توسط محققین مختلف برای اصلاح روش به منظور دستیابی به سرعت بالاتر انجام شده است. به طور کلی می‌توان گفت که ۵ عامل در سرعت این روش مؤثر است؛ این عوامل عبارتند از: (۱) درجه حرارت اولیه، (۲) تابع پذیرش، (۳) طول حلقه تکرار (حلقه مارکوف) در هر درجه حرارت، (۴) برنامه کاهش درجه حرارت و (۵) معیار توقف. در این میان، تحقیقات مبتنی بر هوشمندسازی تغییرات درجه حرارت بیشتر مورد توجه قرار گرفته است [۴]. در مرجع [۵] تابعی برای پخت به صورت  $T = T_0 \exp(-ck^{1/D})$  (که در آن  $T_0$  درجه حرارت اولیه،  $D$  تعداد متغیرها،  $k$  اندیس تکرار و  $c$  ثابت می‌باشند) معرفی شده که عمل سردکاری را با سرعت بیشتری انجام داده و در نتیجه رسیدن به جواب بهینه را سریع‌تر می‌نماید. البته با افزایش سرعت روش، کیفیت نتایج افت نموده و احتمال همگرایی روش به یک نقطه حداقل/حداکثر موضعی

سپس آن را به آرامی خنک می‌کنند. این عمل خنک‌کاری تدریجی باعث می‌شود که اتمها در ساختار کریستالی در جای مناسب قرار گرفته و در نتیجه عیوب کریستالی کاهش یابد. در این فرآیند، سطح انرژی درونی ماده کاهش می‌یابد. در یک قیاس، می‌توان یک مسأله بهینه‌سازی به روش SA را به پخت فلز تشبیه کرد. در روش SA به جای دمای ماده پارامتر کنترلی دما، به جای اتمها متغیرهای بهینه‌سازی، به جای حرکت ارتعاشی اتمها، تغییر تصادفی متغیرها و به جای انرژی درونی ماده تابع هدف یا تابع هزینه<sup>۳</sup> وجود دارد.

ضعف عمده بهینه‌سازی به روش SA پایین بودن سرعت روش است. بدین صورت که از نظر تئوری، دستیابی به نقطه می‌نیمم مطلق در زمان بسیار طولانی میسر است. از این روی، تاکنون تلاش‌های زیادی برای افزایش سرعت روش از طریق تغییر در پارامترها و شیوه‌های محاسباتی صورت پذیرفته است [۲ و ۳].

در مقاله حاضر، از این روش برای طراحی بهینه مواد مرکب استفاده شده است؛ به این صورت که با در نظر گرفتن زوایای الیاف و ضخامت هر لایه به عنوان متغیرهای مستقل، تابع هزینه‌ای گسترش داده شده که با کمینه کردن آن، نحوه چینش لایه‌ها برای دستیابی به خواص سختی پیش‌فرض محاسبه می‌گردد. در این راستا، الگوریتمی برای پردازش موازی روی یک پردازنده منفرد گسترش داده شده است.

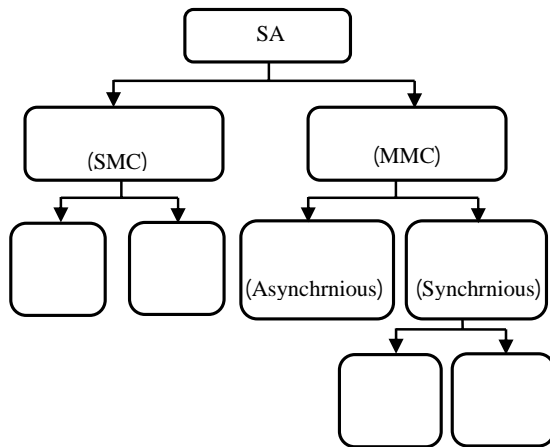
### روش بهینه‌سازی SA

در سال ۱۹۸۳ سه محقق شرکت آی‌بی‌ام (IBM) مقاله‌ای تحت عنوان بهینه‌سازی به روش SA را در نشریه ساینس [۱] منتشر کردند. در این مقاله یک الگوریتم رایانه‌ای برای یافتن حل مسائل بهینه‌سازی ارائه شد. اساس این روش این بود که انرژی درونی یک ماده جامد کریستالی در هنگام پخت به گونه‌ای کم (بهینه‌سازی) می‌شود که بعد از پخت، ناهنجاری‌ها و عیوب کریستالی در ساختار اتمی از بین می‌رود.

فرضیه اساسی این روش وجود حداقل یک ساختار اتمی در مواد با کمترین مقدار انرژی درونی در دمای صفر مطلق است. این کمترین انرژی در یک ساختار اتمی کاملاً قانونمند که تمام اتمها در یک چینش منظم قرار گرفته باشند حاصل می‌شود. ساختارهای اتمی فراوانی وجود دارد که پایدار هستند، در حالی که انرژی کمینه کلی در آنها به وجود نیامده است. این ساختارها در صفر مطلق پایدار هستند، زیرا حرکت جزئی

نمایش داده شده است.

ایده اصلی در اکثر روش‌هایی که برای موازی‌سازی در الگوریتم SA استفاده می‌شوند، استفاده از چند پردازنده مختلف برای اجرای الگوریتم است؛ و استفاده از یک پردازنده تنها چندان مورد توجه قرار نگرفته است. یکی از مهمترین روش‌هایی که از چندین پردازنده به طور موازی استفاده می‌نماید، روشی با نام شبیه‌سازی پخت فلز با دمای موازی (TPSA) است [۱۳]. در این روش چند پردازنده به طور همزمان استفاده شده که هر کدام در یک دمای ثابت و متفاوت از دیگر پردازنده‌ها به اجرای الگوریتم می‌پردازند. این پردازنده‌ها از یک درجه حرارت پایین (نزدیک به دمای انجماد سیستم) تا یک دمای نسبتاً بالا در کنار هم پیچیده شده‌اند.



شکل ۱- دسته‌بندی روش‌های محاسبات موازی در فرایند SA

حل جاری در دو پردازنده همجوار می‌تواند با یکدیگر معاوضه شود. هرگاه مقدار انرژی (یا همان تابع هزینه) در پردازنده با دمای بالاتر، پایین‌تر از پردازنده دیگر با دمای پایین‌تر باشد آنگاه حل جاری معاوضه می‌شود [۱۴]؛ و در غیر این صورت اگر مقدار انرژی در پردازنده با درجه حرارت بالاتر، بیشتر از پردازنده دیگر با درجه حرارت پایین‌تر باشد آنگاه با در نظر گرفتن احتمال  $P_{EX}$  حل جاری در دو پردازنده می‌تواند معاوضه گردد. این احتمال بستگی به مقدار اختلاف درجه حرارت و انرژی در دو پردازنده دارد. در هر پردازنده، الگوریتم SA به طور مستقل در حال اجرا بوده و احتمال پذیرش در آن  $P_{AC}$  می‌باشد.

افزایش می‌یابد. در مرجع [۶] از احتمال پذیرش یک نقطه تصادفی به عنوان یک پارامتر کنترلی در الگوریتم SA استفاده شده و از این طریق درجه حرارت هر حلقه بر اساس دستیابی به احتمال مشخصی از پذیرش تکرارها تعیین می‌شود. این روش در حقیقت گسترش روش متداول تعیین دمای اولیه بر اساس رسیدن به احتمال معینی از تکرارها، در حلقه‌ای با طول ثابت (مثلاً ۱۰۰ تکرار) می‌باشد. روشی دو مرحله‌ای برای تعیین درجه حرارت شروع سردکاری ( $T_0$ ) در مرجع [۷] معرفی شده است. در این مرجع رابطه‌ای گسترش داده شده که با استفاده از مشخصه‌های آماری به دست آمده از تحلیل‌های اولیه در دماهای مختلف، درجه حرارت مناسبی تقریب زده می‌شود.

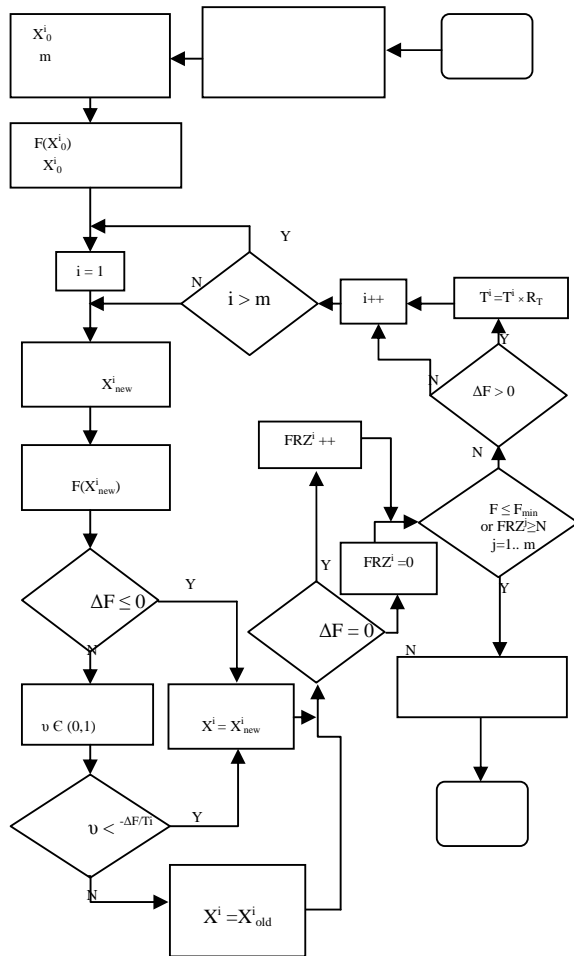
علاوه بر تحقیقات انجام شده برای ارتقای سرعت روش با استفاده از حدس هوشمندانه درجه حرارت اولیه و یا برنامه سردکاری، در زمینه‌های دیگر از جمله تغییر در نحوه حرکت متغیرها [۹-۸] و یا ترکیب روش با سایر روش‌ها از جمله الگوریتم ژنتیک [۱۰]، جستجوی محدود شونده [۱۱] و یا ترکیب روش SA با روش‌های گرادیان [۱۲] نیز تحقیقات زیادی صورت گرفته است.

### محاسبات موازی در بهینه‌سازی SA

از آنجا که مهمترین ضعف روش SA پایین بودن سرعت آن است، تحقیقاتی نیز برای افزایش سرعت روش از طریق تغییر در نحوه محاسبات انجام گرفته که یکی از مهمترین این تلاش‌ها، موازی‌سازی محاسبات روش SA می‌باشد.

در یک جمع‌بندی کلی می‌توان روش‌های موازی را به دو گروه روش‌های موازی با چند زنجیره ماکوفی (MMC) و روش‌های موازی با یک زنجیره ماکوفی (SMC) تقسیم کرد. روش‌های موازی با چند زنجیره ماکوفی خود به دو دسته روش‌های همزمان و روش‌های غیر همزمان تقسیم می‌شوند. روش‌های همزمان نیز به دو دسته روش‌های موازی همزمان با برهمکنش و روش‌های موازی همزمان بدون برهمکنش (MIR) تقسیم می‌شوند. روش‌های موازی با یک زنجیره ماکوفی نیز به نوبه خود به دو دسته تقسیم می‌شوند که دسته اول روش‌هایی هستند که در آنها در هر مرحله فقط یک حرکت تصادفی ایجاد می‌شود و دسته دوم روش‌هایی هستند که در هر مرحله چند حرکت تصادفی وجود دارد. این دسته‌بندی در شکل (۱)

مسئله مورد نظر طراحی شده در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲- فرایند گسترش داده شده برای روش SA موازی

شمارنده‌ای است که بیانگر ثابت بودن  $F$  در تکرارهای متوالی است و در صورت رسیدن آن به  $N$  تکرار، اجرای برنامه متوقف می‌شود.  $m$  تعداد پردازش‌های موازی و  $i$  شماره الگوریتم جاری است.  $T_{FRZ}$  دمای نهایی و  $F_{min}$  مقدار قانع‌کننده تابع هدف است که رسیدن به آن جزء معیارهای پایان است.

### تابع هزینه

تابع هزینه در مسئله طراحی ورق‌های ساخته شده از مواد مرکب را می‌توان بر اساس خواص ارتجاعی مؤثر چندلایه و وزن آن تعریف کرد. در اینجا هشت خاصیت ارتجاعی مؤثر (دو مدول سختی کششی مؤثر، یک مدول برشی مؤثر، یک ضریب پواسون اصلی مؤثر، دو مدول سختی خمشی مؤثر، یک مدول

$$P_{EX} = \begin{cases} 1 & \Delta T \cdot \Delta E < 0 \\ \exp\left(-\frac{\Delta T \cdot \Delta E}{T \cdot T'}\right) & \Delta T \cdot \Delta E \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$P_{AC} = \begin{cases} 1 & \Delta E < 0 \\ \exp\left(-\frac{\Delta E}{T}\right) & \Delta E \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

که در آن  $T$  درجه حرارت،  $E$  انرژی،  $\Delta T$  و  $\Delta E$  به ترتیب اختلاف درجه حرارت و انرژی در دو موقعیت مجاور و  $T'$  نیز درجه حرارت در موقعیت مجاور است. یکی از مزایای الگوریتم TPSA این است که نیاز به برنامه سردکاری ندارد.

موازی‌سازی فرایند SA از جوانب مختلف مورد توجه قرار گرفته است. در مرجع [۱۵] دو نوع الگوریتم برای موازی‌سازی فرایند SA معرفی شده است. یکی از این فرایندها، پردازش موازی روی تعدادی پردازشگر مستقل بوده که در آنها نقطه شروع با استفاده از الگوریتم ژنتیک به دست آمده است. در فرایند دیگر، ارتباط بین پردازشگرها به منظور استفاده از جواب تکرارهای قابل قبول برقرار شده است. در مرجع [۱۶] نیز روشی برای موازی‌سازی محاسبات SA پیشنهاد شده که بر اساس آن در درجه حرارت‌های بالا، پردازشگرها به طور مستقل به محاسبه پرداخته و در درجه حرارت‌های پایین ارتباط و همزمانی بین پردازشگرها ایجاد شده است.

در مقاله حاضر از پردازش موازی از نوع MMC همزمان و بدون برهمکنش برای طراحی صفحات ساخته شده از مواد مرکب لایه‌ای به منظور دستیابی به خصوصیات سختی پیش‌فرض استفاده شده است. در این نوع پردازش، چند آنالیز با دماهای متفاوت به طور همزمان از یک نقطه واحد روی یک پردازشگر انجام می‌شود. لازم به ذکر است که به علت طبیعت تصادفی بودن روش، می‌توان انتظار داشت که برای تعداد محدودی اجرای موازی، مجموع تعداد تکرارهای لازم برای همگرایی روش به طور آماری از یک اجرا کمتر باشد. همچنین می‌توان انتظار داشت که کیفیت روش (احتمال رسیدن به بهینه مطلق) از روش‌های معمولی بیشتر باشد. در این مقاله، به علت استفاده از یک پردازشگر، تمامی اجراهای موازی به طور همزمان انجام شده و تعداد کل تکرار (محاسبه تابع هدف) تا دستیابی به همگرایی، به عنوان معیار سرعت در همگرایی منظور شده است. فرایند الگوریتم موازی SA که برای اعمال به

مختصات سراسری ورق بوده و ضرایب  $A_{ij}$  و  $D_{ij}$  نیز ضرایب سختی ماتریس [ABD] بوده که با استفاده از روابط کلاسیک چندلایه‌ها قابل محاسبه می‌باشند [۲۱]. علامت || نیز مبین دترمینان ماتریس است.

جدول (۱) پارامترهای سختی استفاده شده در تابع هزینه

تعریف	رابطه سختی	خاصیت مؤثر
سختی مؤثر کششی در جهت طولی	$E_x = \frac{ A }{(A_{22}A_{66} - A_{26}^2)t}$	$P_1$
سختی مؤثر کششی در جهت عرضی	$E_y = \frac{ A }{(A_{11}A_{66} - A_{16}^2)t}$	$P_2$
سختی مؤثر برشی	$G_{xy} = \frac{ A }{(A_{11}A_{22} - A_{12}^2)t}$	$P_3$
نسبت پواسون مؤثر	$\nu_{xy} = \frac{A_{12}A_{66} - A_{16}A_{26}}{(A_{11}A_{22} - A_{12}^2)}$	$P_4$
سختی مؤثر خمشی در جهت طولی	$E_x^f = \frac{12 D }{(D_{22}D_{66} - D_{26}^2)t^3}$	$P_5$
سختی مؤثر خمشی در جهت عرضی	$E_y^f = \frac{12 D }{(D_{11}D_{66} - D_{16}^2)t^3}$	$P_6$
سختی مؤثر برشی خمشی	$G_{xy}^f = \frac{12 D }{(D_{11}D_{22} - D_{12}^2)t^3}$	$P_7$
نسبت پواسون مؤثر خمشی	$\nu_{xy}^f = \frac{D_{11}D_{66} - D_{16}D_{26}}{(D_{11}D_{22} - D_{12}^2)}$	$P_8$

### برنامه سردکاری

روش‌های مختلفی برای کاستن درجه حرارت در طی فرآیند بهینه‌سازی وجود دارد که برخی از آنها به صورت لگاریتمی، نمایی، پله‌ای و شیب ثابت می‌باشد. البته پرکاربردترین فرآیند سردکاری به صورت معادله (۴) است که در آن شیب تابع درجه حرارت به صورت متغیر و کم‌شونده است.

$$T_i = R_T \times T_{i-1} \quad (4)$$

در معادله بالا،  $R_T$  عددی بین صفر و ۱ است. اگر ضریب  $R_T$  عددی نسبتاً کوچک باشد، تنزل درجه حرارت به صفر بسیار سریع انجام می‌شود. بنابراین در عمل ضریب  $R_T$  عددی نزدیک به ۱ در نظر گرفته می‌شود.

برشی خمشی مؤثر و یک ضریب پواسون خمشی مؤثر) در نظر گرفته شده است [۱۷]. تابع هزینه برای بهینه‌سازی هشت خاصیت ارتجاعی مؤثر مورد نظر و وزن چندلایه به صورت معادله (۳) تعریف می‌شود.

$$C(t_1, \theta_1, t_2, \theta_2, \dots, t_n, \theta_n) = \left[ \sum_{i=1}^8 \lambda_i \left( \frac{P_i^c - P_i^r}{P_i^r} \right)^2 + \lambda_9 \left( \frac{W^c - W^r}{W^r} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$t_i^L \leq t_i \leq t_i^U \quad i=1,2,\dots,n$$

$$\theta_i^L \leq \theta_i \leq \theta_i^U \quad i=1,2,\dots,n$$

$$t^L \leq \sum_{i=1}^n t_i \leq t^U$$

که در آن  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_9$  ضرایب اهمیت بوده که مجموع آنها برابر واحد است (بدیهی است که برای خارج کردن هر یک از مدول‌ها از تابع هزینه می‌توان ضریب اهمیت مربوطه را برابر صفر قرار داد). بالانویس‌های  $u$  و  $L$  به ترتیب حد بالا و حد پایین متغیرها می‌باشند.  $t$  نیز بیانگر ضخامت کلی ورق ماده مرکب است. در رابطه (۳)، بالانویس‌های  $r$  مقادیر پیش‌فرض این ضرایب و بالانویس‌های  $c$  مقادیر محاسبه شده این ضرایب در هر تکرار بوده که توسط طراح داده می‌شوند. لذا،  $W^r$  مبین وزن خواسته شده و  $W^c$  بیانگر وزن محاسبه شده در هر تکرار می‌باشد که تابعی از تعداد لایه‌ها (ضخامت لایه‌ها) است. رابطه (۳)، تابعی ضمنی از ضخامت لایه‌ها و زوایای الیاف هر لایه است. لذا این معادله برای یک  $n$  لایه، دارای  $2n$  متغیر است که با محاسبه صحیح این متغیرها، خواصی که با بالانویس  $c$  مشخص شده‌اند، به مقادیر پیش‌فرض رسیده و مقدار تابع هزینه صفر می‌شود (توجه شود که در صورتی که متقارن بودن لایه‌چینی نیز به عنوان قید تعریف شود، تعداد لایه‌ها صرفاً زوج در نظر گرفته شده و تعداد متغیرهای طراحی نصف می‌شود).

رابطه (۳) به طور کلی یک رابطه غیرمحدب<sup>۵</sup> برحسب متغیرهای طراحی بوده که اعمال بسیاری از روش‌های بهینه‌سازی متداول (عمدتاً روش‌های بر مبنای گرادیان) به آن، معمولاً به نقطه کمینه موضعی همگرا می‌شوند [۱۸]. به همین علت در برخی منابع از جمله مرجع [۱۹] از الگوریتم استاندارد SA برای طراحی مواد مرکب (با متغیرهای زوایای الیاف و ضخامت لایه‌ها) به منظور دستیابی به استحکام حداکثر یا سختی حداکثر استفاده شده است. روابط مدول‌های سختی مؤثر در جدول (۱) داده شده‌اند. در این جدول،  $x$  و  $y$  جهات

## معیار پایان

توانایی روش را در دستیابی به حل بهینه نشان می‌دهد. محدوده تغییر ضخامت از حد پایین  $0.13 \text{ mm}$  تا حد بالای  $1/3 \text{ mm}$  و محدوده تغییر زاویه الیاف نیز بین  $0^\circ$  تا  $180^\circ$  تعریف شده است.

### روش سردکاری سازگار

برخلاف روش‌های استاندارد که در آنها کاهش درجه حرارت در مقاطعی خاص و تعریف شده رخ می‌دهد، در روش گسترش داده شده در این مقاله، احتمال کاهش درجه حرارت در هر تکرار وجود دارد؛ به طوری که در هر تکراری که مقدار تابع هزینه ثابت بوده یا کاهش داشته باشد درجه حرارت ثابت و بدون تغییر باقی می‌ماند. متقابلاً در صورت افزایش تابع هزینه در آن مرحله مقدار درجه حرارت با استفاده از رابطه (۴) کاهش داده می‌شود. بدین صورت برنامه سردکاری به صورت پله‌ای است که عرض پله‌ها متغیر بوده و این پله‌ها روی منحنی با شیب متغیر که با رابطه (۴) تعریف می‌شود، قرار گرفته‌اند. در اغلب منابع موجود، کاهش درجه حرارت معمولاً بعد از تعدادی تکرار که به صورت پیش‌فرض مشخص می‌شود، کاهش پیدا می‌کند. در این روش سردکاری پیشنهادی انتظار می‌رود که حساسیت به دمای اولیه  $T_0$  بالا کاسته شده و احتمال خروج از نقطه کمینه محلی افزایش یابد. علاوه بر آن از حساسیت نرخ سردکاری به مقدار  $R_T$  نیز کاسته شود. شکل (۳) شمایی از تغییرات درجه حرارت را در محدوده‌ای کوچک از تکرارها نشان می‌دهد. در این شکل دیده می‌شود که برخلاف روش‌های سردکاری استاندارد، در روش سازگار پیشنهادی، تغییرات درجه حرارت در هر تکرار قابل قبول، وجود دارد.

به منظور بررسی همگرایی روش با فرایند سردکاری معرفی شده، تحلیل مسأله روی یک پردازشگر از نقطه شروع داده شده در جدول (۴) با درجه حرارت اولیه  $T_0=1$  انجام شده است. نتایج همگرایی تحلیل نیز در جدول (۴) آمده است. روند تغییر مقادیر تابع در شکل (۴) نمایش داده شده است. مقدار تابع هزینه در همگرایی عددی بسیار کوچک ( $10^{-1} \times 895$ ) است که نشان دهنده همگرایی به نقطه کمینه مطلق تابع و دستیابی به مدول‌های مؤثر خواسته شده در جدول (۳) می‌باشد.

تغییرات تابع هزینه بر حسب تکرار در شکل‌های (۴) و (۵) نشان داده شده است. در شکل (۴) از الگوریتم سردکاری سازگار پیشنهادی استفاده شده در حالی که شکل (۵) نتایج

در الگوریتم SA معیارهای متعددی برای پایان محاسبه وجود دارد؛ که از آن جمله می‌توان به روش‌های قرار دادن یک حد برای تعداد تکرارها، رسیدن به یک جواب قانع‌کننده، رسیدن درجه حرارت به حد معین و یا ثابت ماندن مقدار تابع هدف به تعداد  $N$  تکرار اشاره کرد. در این مقاله از ترکیب موارد فوق استفاده شده، به گونه‌ای که اگر مقدار تابع هدف به مقدار از پیش تعیین‌شده‌ای برسد یا از آن کمتر شود محاسبات متوقف می‌شود و از سوی دیگر اگر مقدار تابع هدف برای  $N$  تکرار متوالی ثابت باشد نیز محاسبات پایان می‌یابد.

### طراحی یک ورق هشت‌لایه ماده مرکب متقارن

در این مقاله یک ورق هشت‌لایه متقارن به منظور طراحی مورد نظر قرار گرفته است. ضخامت هر لایه  $0.13 \text{ mm}$  بوده و خواص ارتجاعی و چگالی جرمی تک‌لایه نیز مطابق جدول (۲) می‌باشند. هدف یافتن ضخامت لایه‌ها و زوایای الیاف برای دستیابی به خواص داده شده در جدول (۳) است. برای این منظور ضرایب اهمیت  $\lambda_1$  تا  $\lambda_8$  برابر  $0.1$  و ضریب اهمیت وزن ( $\lambda_9$ ) برابر  $0.2$  قرار داده شده است.

جدول (۲) خواص ارتجاعی ماده در طراحی ورق چندلایه (اندیس ۱ نشان دهنده جهت الیاف است)

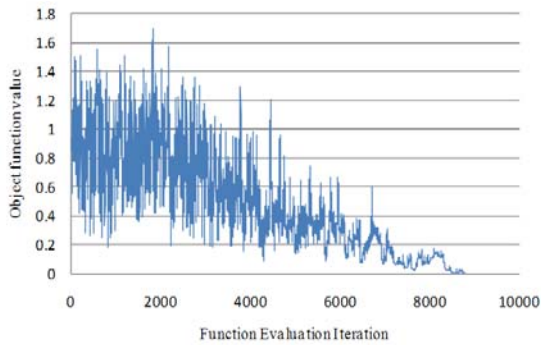
$E_1=170 \text{ GPa}$	$E_2=12 \text{ GPa}$	$G_{12}=4.5 \text{ GPa}$
$\nu_{12}=0.3$	$\rho=0.056 \text{ kg/mm}^3$	

جدول (۳) خواص خواسته شده در طراحی ورق چندلایه

$E_x=192.208 \text{ GPa}$	$E_y=31.850 \text{ GPa}$	$G_{xy}=24.239 \text{ GPa}$	$\nu_{xy}=0.4474$	$E'_x=197.700 \text{ GPa}$	$E'_y=28.094 \text{ GPa}$	$G'_{xy}=20.539 \text{ GPa}$	$\nu'_{xy}=0.4452$
---------------------------	--------------------------	-----------------------------	-------------------	----------------------------	---------------------------	------------------------------	--------------------

لازم به توجه است که در این مسأله، متغیر ضخامت به صورت گسسته (غیرپیوسته) و ضریبی از ضخامت تک‌لایه ( $0.13 \text{ mm}$ ) و متغیر زاویه الیاف نیز به صورت گسسته با ضریبی از  $5^\circ$  تعریف شده است. در مرجع [۱۷] که در آن از الگوریتم استاندارد SA بهره‌برداری شده برای مسأله مشابه از متغیرهای پیوسته استفاده شده است. بدیهی است که استفاده از متغیرهای غیرپیوسته علاوه بر تضمین کاربردی بودن نتایج،

معمولاً بیشتر روش‌های بهینه‌سازی بر مبنای گرادیان، به نقطه کمینه موضعی همگرا می‌شوند. برای بررسی این موضوع و اهمیت استفاده از روش‌های بهینه‌سازی مطلق (از جمله روش SA)، مسئله حاضر با استفاده از روش بیشترین شیب<sup>۷</sup> (مشابه روشی که در مرجع [۲۰] تشریح شده است) نیز حل شده است. با نقطه شروع داده شده، مسئله حاضر با ۲۸۵۶ مرتبه محاسبه تابع هدف به می‌نیم موضعی  $(37^\circ, 41/11)$ ،  $(28.7^\circ, 41/0.2)$ ،  $(66.2^\circ, 11/8)$  همگرا شده است که در آن متغیرها به صورت پیوسته داده شده است. مشاهده می‌شود که گرچه تعداد محاسبات تابع هدف در این روش بسیار کمتر از روش SA (۶۸۷۹ تکرار) است، ولیکن انتخاب نقطه شروع در این روش برای همگرایی به نقطه می‌نیم مطلق ضروری است. و لذا برای نیل به نقطه می‌نیم مطلق نیاز به چند مرتبه اجرا با نقاط شروع مختلف است. ضمناً به علت اینکه، نقطه می‌نیم مطلق معمولاً از قبل معلوم نیست، در عمل نمی‌توان در مورد حل بدست آمده بطور قاطع اظهار نظر کرد بلکه تنها می‌توان در مورد مقدار تابع هزینه قضاوت نمود. علاوه بر این، در مسائلی که تعداد متغیرها زیاد است (به عنوان نمونه طراحی ورق‌هایی با ۴۰ یا بیشتر گروه لایه) محاسبه گرادیان‌ها نیاز به تعداد زیادی محاسبه تابع هدف دارد که در این صورت، روش SA از نظر محاسباتی نسبت به روش‌های گرادیان مقرون به صرفه نیز خواهد بود.

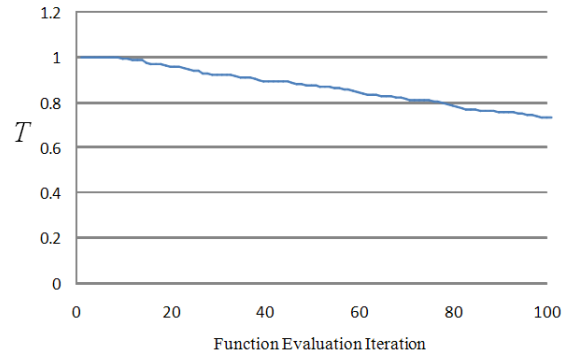


شکل ۵- نحوه تغییرات مقدار تابع در روش استاندارد

#### مقایسه آماری روش سازگار با روش استاندارد

در الگوریتم SA همیشه احتمال نرسیدن به نقطه کمینه کلی وجود دارد؛ که مقدار این احتمال به کیفیت حل بستگی دارد. اگر الگوریتم را به تعداد  $m$  بار با اعداد تصادفی مختلف اجرا

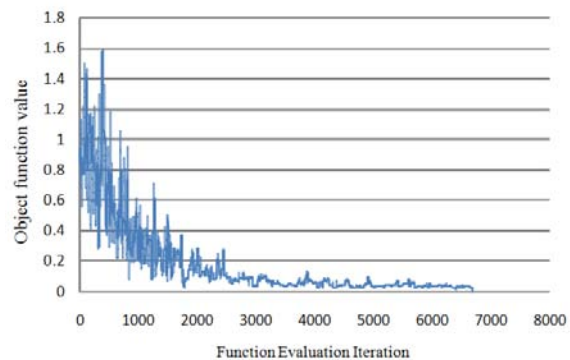
تحلیل در الگوریتم استاندارد با سردکاری رابطه (۴) و بر اساس آنالیز مرجع [۱۷] را نشان می‌دهد. دیده می‌شود که روش پیشنهادی موجب نوسان کمتر تابع هزینه و همگرایی سریع‌تر روش شده است.



شکل ۳- نحوه تغییرات درجه حرارت در روش سازگار پیشنهادی

جدول ۴- نقطه شروع و حل همگرا شده با فرایند سازگار

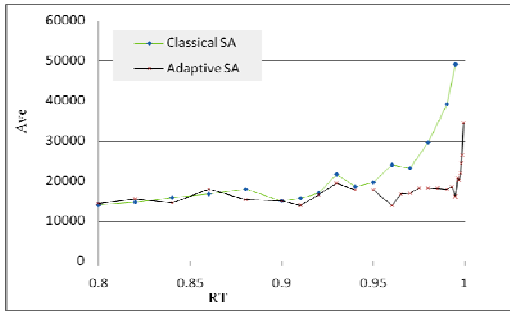
	(deg)	(mm)	(deg)	(mm)
	/	/	/	/
	/	/	/	/
	/	/	/	/
	/	/	/	/
	/	/	/	/
	/	/	/	/
	/	/	/	/



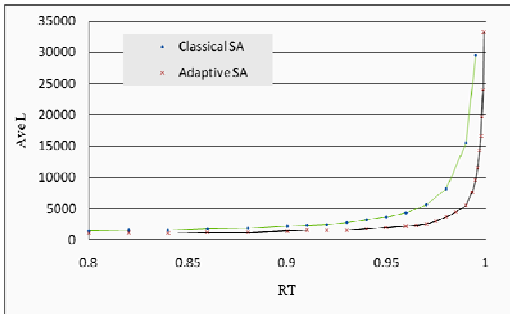
شکل ۴- نحوه تغییرات مقدار تابع در روش سازگار پیشنهادی

همانطوری که پیشتر بیان گردید، رابطه (۳) به طور کلی یک رابطه غیرمحدب برحسب متغیرهای طراحی است و لذا

اجراها شده و در مجموع زمان اجرا کاهش می‌یابد؛ از طرف دیگر در اجرای موازی احتمال رسیدن به نقطه کمینه کلی به میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد که خود باعث کاهش مقدار  $Ave$  و در نتیجه افزایش سرعت روش خواهد شد.



شکل ۶- مقایسه نمودار  $Ave$  در  $R_T$  های مختلف



شکل ۷- مقایسه نمودار  $Ave_L$  در  $R_T$  های مختلف

برای مقایسه، الگوریتم SA در حالت موازی برای مسأله مورد نظر به تعداد ۵۰۰ بار برای  $R_T$  های مختلف اجرا شده و  $Ave$  حاصل به همراه نتایج حاصل از اجرای منفرد در شکل (۸) نمایش داده شده است. اجرای موازی با استفاده از فرایند داده شده در شکل (۲) انجام شده است. دیده می‌شود که تا ۱۰ مرحله اجرای موازی می‌تواند دارای تعداد تکرارهای کمتر و سرعت اجرای بیشتری نسبت به اجرای منفرد باشد؛ همچنین دیده می‌شود که با افزایش تعداد اجراهای موازی به بیش از ۱۰ پردازشگر، سرعت روش کاسته شده و اثر روش معکوس می‌شود.

تغییرات متوسط تعداد تکرارها در اجراهای موفق ( $Ave_L$ ) در  $R_T$  های مختلف برای تعداد مختلف پردازش‌های موازی در شکل (۱۰) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش تعداد پردازشگرها،  $Ave_L$  در کلیه مقادیر  $R_T$  افزایش می‌یابد.

نموده و تعداد اجراهای موفق را  $LUCK$  و تعداد اجراهای ناموفق را  $FAIL$  بنامیم و متوسط تعداد تکرارها در اجراهای موفق را با  $Ave_L$  و متوسط تعداد تکرارها در اجراهای ناموفق را با  $Ave_F$  نمایش دهیم، در این صورت تعداد متوسط تکرارهایی که الگوریتم یک اجرای موفق داشته ( $Ave$ ) را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$Ave = Ave_L + \frac{Fail}{Luck} Ave_F \quad (5)$$

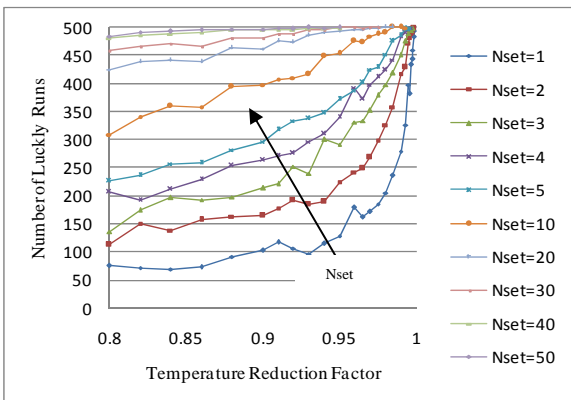
در رابطه (۵)،  $Ave$  کمیتی است که می‌تواند بیانگر کیفیت روش در رسیدن به جواب باشد. برای مقایسه، الگوریتم هر دو روش سازگار و استاندارد را در مقادیر مختلف  $R_T$  به تعداد ۵۰۰ بار اجرا کرده و  $Ave$  و  $Ave_L$  حاصل را در نمودارهایی نمایش داده‌ایم (اشکال (۶) و (۷) را ببینید). همانگونه که ملاحظه می‌شود روش سازگار دارای تعداد تکرارهای کمتر و در نتیجه سرعت اجرای بیشتری است.

از شکل (۶) دیده می‌شود که در  $R_T$  های بالا (نزدیک به عدد ۱) روش پیشنهادی نسبت به روش استاندارد مزیت داشته و دارای  $Ave$  کمتری است. به عبارت دیگر، سرعت اجرای برنامه در رسیدن به نقطه کمینه کلی در روش پیشنهادی برای  $R_T$  های نزدیک به ۱ بیشتر است. ولی در  $R_T$  های نسبتاً کم، روش پیشنهادی مزیتی نسبت به روش استاندارد نشان نمی‌دهد. علت آن این است که در  $R_T$  های کم، درجه حرارت به سرعت به صفر نزدیک می‌شود و لذا روش بهینه‌سازی عملاً مونت کارلو است و نه SA. و لیکن در  $R_T$  های بالاتر که روش عملاً SA است، روش پیشنهادی دارای سرعت بیشتری نسبت به روش استاندارد می‌باشد. شکل (۷) نیز نشان می‌دهد که متوسط تعداد تکرارها در اجراهای موفق ( $Ave_L$ ) نیز در روش پیشنهادی همواره کمتر از روش استاندارد است.

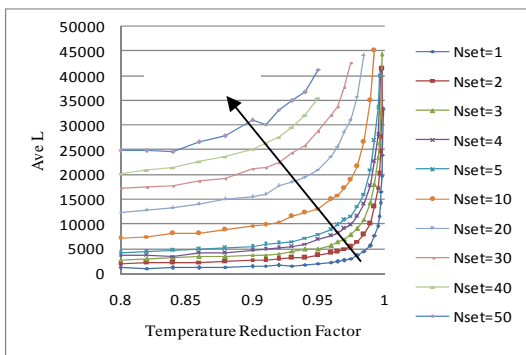
### اجرای موازی الگوریتم

در استفاده از الگوریتم سازگار به تجربه دیده شده است که پراکندگی تعداد تکرارها در اجراهای مختلف خیلی بیشتر از روش استاندارد می‌باشد. از این امر نتیجه‌گیری گردید که روش سازگار را می‌توان در اجرای موازی در یک پردازنده منفرد نیز مورد استفاده قرار داد؛ زیرا وقتی چند اجرا به طور موازی در جریان است، زودتر به جواب رسیدن یک اجرا باعث توقف دیگر





شکل ۹- تغییرات تعداد اجراهای موفق در  $R_T$  های مختلف برای تعداد پردازشگرهای مختلف (تعداد اجراهای موازی است)

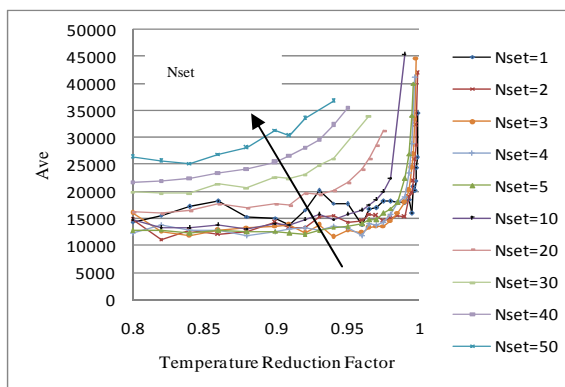


شکل ۱۰- تغییرات متوسط تعداد تکرارها در اجراهای موفق در  $R_T$  های مختلف برای تعداد پردازشگرهای مختلف (تعداد اجراهای موازی است)

### نتیجه‌گیری

روش بهینه‌سازی شبیه‌سازی پخت فلز علاوه بر سادگی الگوریتم کارایی خوبی در حل مسائل طراحی ورق‌های ساخته شده از مواد مرکب چندلایه دارد. در این مقاله، طراحی ضخامت و زوایای الیاف برای دستیابی به مدول‌های مؤثر پیش‌فرض بر اساس آنالیز کلاسیک چندلایه‌ها انجام شده است. بدین منظور، تابع هزینه‌ای گسترش داده شده که می‌تواند هشت مدول مؤثر و وزن چندلایه را به طور همزمان در بهینه‌سازی وارد کند. در این مقاله همچنین روشی برای سردکاری گسترش داده شده که سرعت روش را افزایش داده و موجب ارتقای کیفیت تحلیل می‌شود (یعنی احتمال همگرایی به نقاط حداکثر/حداقل موضعی را کاهش می‌دهد). در ادامه، استفاده از تحلیل موازی با این روش سردکاری سازگار در یک پردازنده منفرد بررسی شده و نشان داده شده است که با

لازم به تأکید است که در الگوریتم SA صرفاً کاهش تعداد اجراها مبین مؤثر بودن روش نمی‌باشد؛ در حقیقت افزایش کیفیت روش (یعنی کم بودن تعداد اجراهای ناموفق) نیز یکی از ملاک‌های مهم در مؤثر بودن روش محسوب می‌شود. لذا گرچه با انجام محاسبات موازی متوسط تعداد تکرارها در اجراهای موفق افزایش می‌یابد و لیکن کیفیت همگرایی روش نیز افزایش یافته و تأثیر این دو عامل (همانطوری که در معادله (۵) لحاظ شده است) به گونه‌ای است که با انجام محاسبات موازی سرعت روش ارتقاء می‌یابد.



شکل ۸- نمودار Ave در  $R_T$  های مختلف با تعداد پردازشگرهای مختلف (تعداد اجراهای موازی است)

نمودارهای شکل (۹) تعداد اجراهای موفق را در  $R_T$  های مختلف برای تعداد پردازشگرهای موازی نشان می‌دهد. دیده می‌شود که با افزایش تعداد پردازش‌ها، تعداد اجراهای موفق در کلیه مقادیر  $R_T$  افزایش می‌یابد. لذا گرچه با افزایش تعداد پردازشگرها به بیش از ۱۰ پردازشگر، تعداد اجراهای لازم برای همگرایی نسبت به حالت اجرای منفرد افزایش می‌یابد، ولیکن احتمال همگرایی با افزایش تعداد پردازشگرها به طور مستقل از فاکتور کاهش درجه حرارت افزایش می‌یابد.

- pp. 99-0186 1999.
- [11] Rama Mohan Rao, A.; Shyju, P.P.; "Development of a Hybrid Meta-Heuristic Algorithm for Combinatorial Optimisation and its Application for Optimal Design of Laminated Composite Cylindrical Skirt", Computers & Structures, Vol. 86, pp. 796-815, 2008.
- [12] Ali, M.M.; Torn, A.; Viitanen, S.; "A Direct Search Variant of the Simulated Annealing Algorithm for Optimization Involving Continuous Variables", Computers & Operations Research, Vol. 29, pp. 87-102, 2000.
- [13] Miki, M.; Hiroyasu, T.; "Temperature Parallel Simulated Annealing with Adaptive Neighborhood for Continuous Optimization Problem", Computational Intelligence and Applications, 149-154, 2002.
- [14] Chu, K-W; Deng, Y.; Reinitz, J.; "Parallel Simulated Annealing by Mixing of States", J. of Computational Physics, Vol. 148, pp. 646-662, 1999.
- [15] Janaki Ram, D.; Sreenivas, T.H.; Ganapathy Subraminam, K.; "Parallel Simulated Annealing Algorithms", J. of Parallel and Distributed Computing, Vol. 37, pp. 207-212, 1996.
- [16] Iyempreumal, A.; Rajagopalan, S.P.; "An Adaptive Approach for Simulated Annealing", Int. J. of Soft Computing, Vol. 3(2), pp. 134-138 2008.
- [17] Javidrad, F.; "Stiffness Optimization of Laminated Plates using a Simulated Annealing Method", Proceedings of the Second International and the Fifth National Conference of Iranian Aerospace Society, Aerospace Research Department, Isfahan, Iran, 2004.
- [18] Ghiasi, H.; Pasini, D.; Lessard, L.; "Optimum Stacking Sequence Design of Composite Materials Part 1: Constant Stiffness Design", Composite structures, Vol. 90, pp. 1-11, 2009.
- [19] Erdel, O.; Sonmez, F.O.; "Optimum Design of Composite Laminates for Maximum Buckling Load Capacity using Simulated Annealing", Composite Structures, Vol. 71, pp. 45-52, 2005.
- [20] Zhang, W.; Evans, K.E., "A Fortran Program for the Design of Laminate with Required Mechanical Properties", Composite Structures, Vol. 45, pp. 919-939, 1992.

[۲۱] جاویدراد، فرهاد؛ محمودی، علی اصغر؛ میرخانی، حمیدرضا؛  
 تحلیل و طراحی سازه‌های مواد مرکب، مگفا - مؤسسه  
 فرهنگی انتشاراتی آیه، تهران، ایران، ۱۳۸۲.

استفاده از تعداد محدودی تحلیل موازی، سرعت روش و کیفیت حل ارتقای بیشتری خواهد داشت.

#### پی‌نوشت‌ها

- ۱ Simulated Annealing
- ۲ Tabu Search
- ۳ Cost function
- ۴ Annealing schedule
- ۵ Non-Convex
- ۶ Classical lamination theory
- ۷ Steepest Descent Optimization Method

#### منابع و مراجع

- [1] Kirkpatrick, S.; Gelatt, Jr., C.D. ; Vecchi, M.P. ; "Optimization by Simulated Annealing", Science, Vol. 220 (4598), pp. 671-680, 1983.
- [2] de Vicente, J.; Lanchares, J. ; Hermida, R. ; "Placement by Thermodynamic Simulated Annealing", Physics Letters A, Vol. 317, pp. 415-423, 2003.
- [3] Azizi, N.; Zolfaghari, S.; "Adaptive Temperature Control for Simulated Annealing: A Comparative Study", Computers & Operations Research, Vol. 31, pp. 2439-2451, 2004.
- [4] Ingber A.L. ; "Simulated Annealing; Practice versus Theory", J. of Mathematical Computation modelling, Vol. 18, No. 11, pp. 29-57, 1993.
- [5] Ingber A.L. ; "Very Fast Simulated Re-annealing", J. of Mathematical Computation modelling, Vol. 12, 967-973, 1989.
- [6] Poupaert, E.; Deville, Y. ; "Simulated Annealing with Estimated Temperature", AI communications, Vol. 13, pp. 19-26, 2000.
- [7] Varanelli, J.M. ; Cohoon, J.P. ; "A Two-Stage Simulated Annealing Methodology", Proceedings 5th Great Lakes Symposium on VLSI, Buffalo, NY, USA, pp. 50-53, 1995.
- [8] Genovese, K. ; Lamberti, L.; Pappalitere, C.; Improved Global-Local Simulated Annealing Formulation for Solving Non-Smooth Engineering Optimization Problems, International J. of Solids and Structures, Vol. 42, pp. 203-237, 2005.
- [9] Szkyman, S. ; Schmidt, L.; Shetty, H.; "Improving the Efficiency of Simulated Annealing Optimization Through Detection of Productive Search", Proceedings of DETA'97, ASME Design Engineering Technical Conferences, Sacramento, California, USA, pp. 14-17, 1997.
- [10] Besnard, E.; Cordier-lalloute, N.; kural, O. ; Chen, H-P; "Design/Optimization with Advanced Simulated Annealing", AIAA paper,