



طراحی خودخلبان با استفاده از روش کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقه H_{∞}

معافی مدنی، سید محمد جواد^۱، محمدزمان، ایمان^{۲*}

۱- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

۲- استادیار، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(دریافت مقاله: ۹۰/۰۲/۰۵ تاریخ پذیرش: ۹۰/۱۲/۱۵)

چکیده

در این مقاله خودخلبان مقاوم برای یک رهگیر زمین به هوا برد و ارتفاع کوتاه بدون نیاز به جدول بندی بهره که تضمین کننده پایداری در تمام پوش پروازی رهگیر باشد؛ طراحی شده است. ابتدا با استفاده از ابزار v-gap Metric نقطه کار مناسبی که بتوان با طراحی کنترل کننده مقاوم در آن نقطه، پایداری سیستم حلقه بسته را در تمام پوش پروازی تضمین نمود، انتخاب می شود. سپس دینامیک غیرخطی رهگیر در نقطه انتخاب شده خطی شده و در نهایت کنترل کننده مقاوم شکل دهی حلقه H_{∞} طراحی شده است. همچنین الگوریتمی به منظور کاهش پیچیدگی طراحی وزن های شکل دهی حلقه که توصیف کننده کارآیی می باشد، ارائه گردیده که با بهینه سازی این وزن ها حاشیه پایداری مقاوم سیستم را به بیشینه محلی می رساند. نشان داده می شود که حاشیه پایداری مقاوم حاصل شده می تواند پایداری رهگیر را برای تمام پوش پروازی تامین نماید.

واژه های کلیدی: خودخلبان مقاوم، شکل دهی حلقه H_{∞} ، کنترل کننده استاتیکی، بهینه سازی وزن ها، v-gap metric

مقدمه

به چند مدل خطی محلی است و سپس با فیدبک از شتاب و سرعت زاویه ای رهگیر و با استفاده از کنترل کننده های خطی، حلقه کنترل طراحی می شود. در نتیجه با این ایده می توان از ابزارهای کنترل خطی که ابزارهای بسیار قدرتمندی هستند، در طراحی کنترل کننده برای سیستم خطی بهره برد. کنترل کننده های مذکور می توانند کارایی و پایداری را در اطراف نقطه کار تضمین کرده و با دور شدن از آن، عملکرد این کنترل کننده کاهش می یابد. این امر به خاطر آن است که مدل خطی رهگیر با فرض تغییرات کوچک مدل غیرخطی در اطراف نقطه تعادل تقریب زده می شود و اگر رهگیر به دلیل مانور و یا افزایش سرعت، دچار تغییرات در پارامترهای جدول بندی بهره شود، دیگر مدل خطی تقریب دقیقی از مدل غیرخطی نخواهد بود و در نتیجه کنترل کننده کلاسیک طراحی شده برای مدل خطی قادر به تامین کارآیی و پایداری مدل واقعی نمی باشد. لذا با استفاده از روش های مختلف درون بابی بین کنترل کننده های خطی و سوئیچینگ بین آن ها کنترل کننده مناسب فراگیر برای

طراحی خودخلبان رهگیرها از دیرباز یکی از مسایل مورد توجه محققین بوده که علت آن پیچیدگی مساله به خاطر وجود نامعینی، دینامیک غیرخطی و پارامترهای متغیر با زمان در آن می باشد [۱]-[۳]. در رهگیرهای امروزی تنها داشتن قابلیت مانور بالا و یا اجرای سریع دستورات ورودی همزمان با حفظ پایداری کافی نیست. بلکه این رهگیرها باید توانایی خود را در مسیرهای مختلف پروازی حفظ کرده و در برابر تغییرات در پارامترهای سیستم مقاومت خوبی داشته باشند. تغییر در جرم، وجود نامعینی در نمودار سوخت و اثرات نامعینی در سطوح بالکها باعث پدید آمدن رفتارهای پیش بینی نشده و غیرخطی در دینامیک رهگیر می شود.

معمولاً در طراحی کنترل کننده برای سیستم های غیرخطی و متغیر با پارامتر و به خصوص سیستم های هوافضایی از جدول بندی بهره استفاده می شود [۳]. مهمترین ویژگی این روش تبدیل مدل غیرخطی متغیر با پارامتر در اطراف نقاط کار

پایین و یا بدون درجه (استاتیکی) که قادر باشند کارآیی خوب، پایداری و همچنین یک سطح مشخصی از قوام را برای سیستم به دست آورند، انجام شده است [۱۴]-[۱۹]. در [۱۵] روشی برای طراحی کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقه H_{∞} ارائه شده که شرایط وجود کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقه H_{∞} بر اساس وجود جواب برای دو نامساوی ماتریسی خطی می باشد. در این روش، کنترل کننده طراحی شده از جنس بهره خالص بوده و درجه کنترل کننده نهایی تنها برابر درجه وزن های شکل دهی حلقه می باشد که بسیار درجه پایینی است و لذا این روش در طراحی کنترل کننده ی سیستم های پروازی مورد توجه قرار گرفته است [۱۷] و [۱۹]. ولیکن در این روش ابتدا باید پلانیت نامی توسط وزن های مناسب در حوزه فرکانس، شکل دهی شود، به گونه ای که پلانیت شکل دهی شده تمامی معیارهای کارآیی را برآورده سازد و پس از طراحی وزن های شکل دهی حلقه، کنترل کننده مقاوم برای پلانیت شکل دهی شده طراحی می گردد. اگر حاشیه پایداری مقاوم حاصل شده به اندازه کافی بزرگ نبود، باید طراحی وزن های شکل دهی حلقه دوباره تکرار گردد. علاوه بر آن در صورت کوچک بودن حاشیه پایداری مقاوم، طراح باید به اندازه کافی تجربه داشته باشد تا بتواند تشخیص دهد چه عاملی در وزن های شکل دهی حلقه باعث کاهش حاشیه پایداری مقاوم شده است و سپس بتواند این عامل را بدون آن که کارآیی خراب شود اصلاح نماید. این امر کاری پیچیده و زمان بر بوده و ممکن است طراح مجبور باشد تا چندین بار طراحی وزن ها را انجام دهد و علاوه بر آن ممکن است به کارآیی و یا حاشیه پایداری مقاوم مطلوب نرسد. در مرجع [۱۱] از الگوریتم PSO، در مرجع [۲۰] یک مساله بهینه سازی و در مرجع [۲۱] از الگوریتم ژنتیک برای آسان سازی طراحی وزن ها در شکل دهی حلقه استاندارد استفاده شده است. ولیکن تا به حال روشی برای طراحی سیستماتیک وزن ها در روش کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقه H_{∞} ارائه نشده است.

در این مقاله خودخلبان مقاوم با ترکیب الگوریتم بهینه سازی بیان شده در مرجع [۲۰] با کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقه H_{∞} ، طراحی شده و مشکل درجه بالای کنترل کننده مقاوم و پیچیدگی طراحی وزن ها به صورت همزمان برطرف شده است. توسط این الگوریتم وزن های شکل دهی حلقه به صورت همزمان با کنترل کننده استاتیکی مقاوم طراحی شده و همزمان حاشیه پایداری مقاوم سیستم نیز به بهینه محلی

سیستم غیرخطی طراحی شود [۴]. ولیکن در حالت کلی و پس از درون یابی بین کنترل کننده در نقاط کار مختلف، نمی توان پایداری کلی سیستم غیرخطی جدول بندی شده را تضمین نمود [۴]. هرچند جدول بندی بر اساس روش های طراحی LPV و شبه LPV تضمین کننده پایداری هستند اما دارای پیچیدگی زیاد در طراحی می باشند و منجر به کنترل کننده های محافظه کار خواهند شد [۵]. لذا اگر بتوان خودخلبان را طوری طراحی نمود تا بدون نیاز به جدول بندی بهره و تنها با استفاده از یک کنترل کننده خطی مقاوم بتواند در تمام پوش پروازی عملکرد مناسبی داشته باشد و پایداری را تضمین نماید، می توان از مشکلات استفاده از جدول بندی بهره رهایی یافته و پایداری سیستم حلقه بسته را نیز که یکی از موارد مهم در طراحی خودخلبان می باشد، تضمین نمود. برای نیل به این هدف، بایستی ابتدا نقطه کار مناسب به منظور خطی سازی مدل غیرخطی انتخاب شده و سپس کنترل کننده مقاوم طوری طراحی شود تا حاشیه پایداری سیستم، بیشینه باشد. در این حالت کنترل کننده مقاوم قادر به تضمین پایداری سیستم حلقه بسته خواهد بود.

روش های مختلفی برای طراحی کنترل کننده مقاوم ارائه شده است. از آن جایی که در نظریه کنترل H_{∞} ملاحظات قوام و کارآیی به طور همزمان در نظر گرفته می شود، استفاده از این نظریه در طراحی خودخلبان رهگیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۶]-[۷]. در اواخر دهه ۸۰ و اوایل دهه ۹۰ با استفاده از نظریه کنترل H_{∞} روشی به نام روش شکل دهی حلقه H_{∞} ارائه شد که در این روش، نامعینی در فرکانس های پایین و بالا به راحتی مدل شده و بر خلاف روش سنتز μ و ترکیب توابع حساسیت دیگر نیازی به طراحی وزن های پیچیده برای توصیف نامعینی نیست [۸]-[۹]. این روش برای سیستم های ناکمینه فاز، سیستم های چندمتغیره و سیستم های با تزویج بالا بین محورهای مختلف نیز معتبر بوده و در کاربردهای متنوع به خصوص در سیستم های متغیر با پارامتر بسیار مورد استفاده قرار گرفته است [۱۰]-[۱۳]. ولیکن در این روش درجه کنترل کننده نهایی بالا بوده و برابر مجموع درجه پلانیت نامی و درجه وزن های شکل دهی حلقه می باشد که پیاده سازی آن را با مشکل مواجه کرده و کاربرد آن را در سیستم های پروازی نامطلوب می سازد. برای حل این مشکل، تحقیقات فراوان پیرامون طراحی کنترل کننده های فیدبک خروجی H_{∞} با درجه

W_2, W_1 ، کنترل کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه H_∞ که با k_∞ نمایش داده می‌شود باید به‌گونه‌ای طراحی شود که نرم بی‌نهایت تابع تبدیل حلقه‌بسته از اغتشاش (w_2, w_1) به خروجی (z_2, z_1) مطابق رابطه زیر کمینه گردد [۲۲]:

$$\left\| \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} \right\| \rightarrow \left\| \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \right\|_\infty = \min_{\text{stab } k_\infty} \left\| \begin{bmatrix} k_\infty \\ I \end{bmatrix} (I - G_s k_\infty)^{-1} [I \quad G_s] \right\|_\infty < \gamma \quad (2)$$

عدد γ در رابطه فوق معکوس حاشیه‌پایداری مقاوم سیستم حلقه‌بسته می‌باشد. پلانٹ شکل‌دهی شده G_s را می‌توان توسط ضرایب نرمالیزه‌شده از سمت چپ نسبت به هم اول طبق رابطه زیر توصیف کرد [۲۳]:

$$G_s = \tilde{N} \tilde{M}^{-1} \quad (3)$$

به‌جای اعمال نامعینی روی پلانٹ شکل‌دهی شده G_s ، می‌توان نامعینی را روی ضرایب نرمالیزه‌شده از سمت چپ نسبت به هم اول اعمال کرد. نامعینی روی ضریب \tilde{N} معادل نامعینی ضرب‌شونده و نامعینی روی ضریب \tilde{M} معادل نامعینی ضرب‌شونده معکوس می‌باشد [۲۲]. از آن جایی که مدل نامعینی ضرب‌شونده، پایداری مقاوم را در برابر اغتشاشات فرکانس بالا تضمین کرده و مدل نامعینی ضرب‌شونده معکوس، پایداری مقاوم را در برابر اغتشاشات فرکانس پایین تضمین می‌کند می‌توان نتیجه گرفت با استفاده از ضرایب نرمالیزه‌شده از سمت چپ نسبت به هم اول پلانٹ شکل‌دهی شده G_s ، می‌توان پایداری مقاوم را در تمام محدوده فرکانسی تضمین کرد [۲۲]. با استفاده از تحقق فضای حالت پلانٹ شکل‌دهی شده G_s می‌توان عبارتی برای توصیف ضرایب \tilde{N}, \tilde{M} به‌دست‌آورد. تحقق فضای حالت پلانٹ شکل‌دهی شده G_s را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$G_s = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (4)$$

که در آن $A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times n_u}, C \in R^{n_y \times n}, D \in R^{n_y \times n_u}$ می‌باشند. ضرایب نرمالیزه‌شده از چپ نسبت به هم اول پلانٹ G_s را بصورت زیر می‌توان نوشت [۲۳]:

$$\begin{bmatrix} \tilde{N} & \tilde{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+LC & B+LD & L \\ E^{-1/2}C & E^{-1/2}D & E^{-1/2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

که در آن:

$$L = -(B D^T + Z C^T) E^{-1} \quad (6)$$

$$E = I + D D^T \quad (7)$$

می‌رسد. با استفاده از این ایده کنترل کننده مقاوم با درجه پایین در یک نقطه کار مشخص طراحی می‌گردد. همان‌طور که بیان شد به‌منظور جلوگیری از جدول‌بندی بهره، این نقطه باید به‌گونه‌ای انتخاب شود که کنترل کننده طراحی شده در آن نقطه، توانایی تامین پایداری در تمام پوش پروازی را داشته باشد. در این مقاله برای انتخاب نقطه کار از ابزار v -gap metric استفاده شده است. این ابزار بیانگر فاصله بین سیستم نامی و سیستم غیر نامی است و نشان داده می‌شود که رابطه مستقیمی با حاشیه‌پایداری مقاوم سیستم نامی دارد. با استفاده از این ابزار می‌توان پایداری سیستم حلقه‌بسته را در تمام مسیر پروازی آزمود. اگر پایداری سیستم حلقه‌بسته تامین نشد آن‌گاه نقطه کار دیگری انتخاب شده و دوباره فرآیند طراحی کنترل کننده مقاوم تکرار می‌گردد. این کار تا جایی انجام می‌گردد که پایداری سیستم حلقه‌بسته در تمام مسیر پروازی تضمین شود.

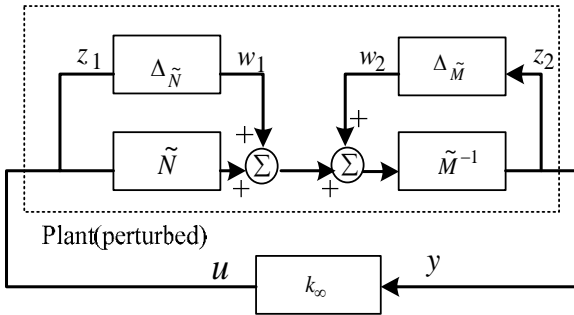
در نهایت با استفاده از شبیه‌سازی شش‌درجه آزادی راستی آزمایی طراحی صورت پذیرفته است. نشان داده می‌شود ملاحظات عملی در نظر گرفته‌شده برای رهگیر به‌خوبی رعایت شده و معیارهای کارآیی و قوام مورد انتظار به‌دست می‌آید. علاوه بر آن نشان داده می‌شود علی‌رغم ناکمینه‌فاز بودن سیستم رهگیر و محدودیت‌های ناشی از آن روی سرعت و قوام سیستم الگوریتم بهینه‌سازی ارائه‌شده قادر خواهد بود با انتخاب مناسب وزن‌ها این محدودیت‌ها را تا حد ممکن کاهش دهد و در ضمن تا حد زیادی از پیچیدگی طراحی وزن‌ها به‌خاطر این موضوع جلوگیری کند.

کنترل کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه H_∞

در این قسمت به بیان روابط مورد نیاز و روش طراحی کنترل کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه H_∞ پرداخته شده است. در این روش قبل از طراحی کنترل کننده استاتیکی مقاوم، بایستی ابتدا پلانٹ نامی G با وزن‌های مناسب W_2, W_1 شکل‌دهی شود تا پلانٹ شکل‌دهی شده G_s تمامی معیارهای کارآیی را داشته باشد. پلانٹ شکل‌دهی شده G_s بصورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$G_s = W_2 G W_1 \quad (1)$$

در شکل ۱ دیاگرام بلوکی روش شکل‌دهی حلقه H_∞ نشان داده شده است [۲۲]. پس از طراحی وزن‌های شکل‌دهی حلقه



شکل ۲- نامعینی روی ضرایب نرمالیزه شده از سمت چپ نسبت به هم اول

قضیه ۱: تحقق فضای حالت پلانت شکل دهی شده G_s را مطابق رابطه (۴) در نظر بگیرید. کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقه H_∞ (k_∞) به گونه ای که نرم بی نهایت تابع تبدیل حلقه بسته از اغتشاش به خروجی مطابق رابطه (۱۰) کمینه گردد؛ وجود دارد، اگر $\gamma > 1$ و ماتریس معین مثبت R وجود داشته باشد بطوریکه دو نامساوی زیر را ارضا نمایند [۱۵]:

$$R(A+LC)^T + (A+LC)R < 0 \quad (10)$$

(۱۱)

$$\begin{pmatrix} AR+RA^T - \gamma BB^T & RC^T - \gamma BD^T & -LE^{1/2} \\ CR - \gamma BD^T & -\gamma E & E^{1/2} \\ -E^{1/2}L^T & E^{1/2} & -\gamma I_{n_y} \end{pmatrix} < 0$$

که در روابط فوق L از رابطه (۶) به دست می آید و z جواب یک معادله جبری ریکاتی (۸) است. با توجه به قضیه ۱، کنترل کننده استاتیکی با استفاده از لم کران حقیقی به صورت زیر محاسبه می شود [۱۵]:

$$k_\infty = \tilde{k} (I + D\tilde{k})^{-1} \quad (12)$$

که در رابطه فوق \tilde{k} با حل نامساوی زیر حاصل می شود:

$$\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{k}\tilde{C} + \tilde{C}^T\tilde{k}^T\tilde{B}^T < 0 \quad (13)$$

و ماتریس های \tilde{C} , \tilde{B} , \tilde{A} در رابطه (۱۴) به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} AR+RA^T & 0 & RC^T & -LE^{1/2} \\ 0 & -\gamma I_{n_u} & 0 & 0 \\ CR & 0 & -\gamma I_{n_y} & E^{1/2} \\ -E^{1/2}L^T & 0 & E^{1/2} & -\gamma I_{n_y} \end{pmatrix} \quad (14)$$

و ماتریس z در رابطه (۶) جواب یک معادله جبری ریکاتی زیر می باشد:

(۸)

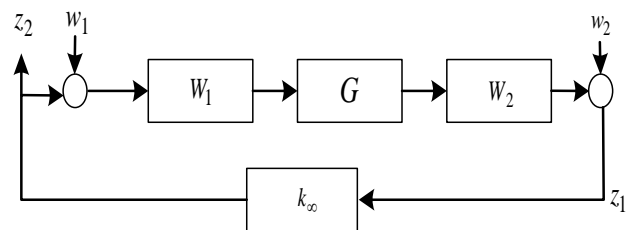
$$(A - BF^{-1}D^TC)Z + Z(A - BF^{-1}D^TC)^T - ZC^TE^{-1}CZ + BF^{-1}B^T = 0$$

که در رابطه فوق $F = I + D^TD$ می باشد.

با استفاده از ضرایب نرمالیزه شده از سمت چپ نسبت به هم اول پلانت شکل دهی شده G_s ، سیستم حلقه بسته به صورت شکل ۲ می باشد. با استفاده از ویژگی های ضرایب \tilde{N}, \tilde{M} می توان نشان داد رابطه (۲) معادل رابطه زیر است [۲۳]:

$$\min_{stab k_\infty} \left\| \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \right\| \rightarrow \left\| \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \right\|_{\infty} = \min_{stab k_\infty} \left\| \begin{bmatrix} k_\infty \\ I \end{bmatrix} (I - G_s k_\infty)^{-1} \tilde{M}^{-1} \right\|_{\infty} < \gamma \quad (9)$$

با حل روابط (۲) یا (۱۰) با استفاده از معادلات جبری ریکاتی، می توان کنترل کننده شکل دهی حلقه H_∞ استاندارد را طراحی کرد که درجه این کنترل کننده برابر درجه پلانت شکل دهی شده G_s می باشد [۲۳]. اما با حل این روابط با استفاده از ویژگی های نامساوی ماتریسی خطی، می توان درجه کنترل کننده را در طول فرآیند طراحی تحت نظارت قرار داد. در مرجع [۱۵] با استفاده از ویژگی های نامساوی ماتریسی خطی شرایط لازم برای وجود کنترل کننده استاتیکی (بدون درجه) شکل دهی حلقه H_∞ استخراج شده است. قضیه زیر شرایط کافی برای وجود کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقه H_∞ برای پلانت شکل دهی شده G_s را بیان می کند.



شکل ۱- دیاگرام بلوکی روش شکل دهی حلقه H_∞

است که سیستم فیدبک نشان داده شده بین G_s و k_∞ در شکل (۱) را پایدار داخلی می کنند. یعنی:

(۱۸)

$$\Psi(G_s) = : \{ k_\infty : [G_s, k_\infty] : \text{is internally stable} \}$$

به سادگی می توان نشان داد که حاشیه پایداری مقاوم با رابطه زیر نیز بیان می شود [۲۰]:

(۱۹)

$$\varepsilon[G_s, k_\infty] = \left\| \left[\begin{array}{c} G_s \\ I \end{array} \right] (I - k_\infty G_s)^{-1} \left[\begin{array}{cc} -k_\infty & I \end{array} \right] \right\|_\infty^{-1}$$

بنابراین بیشترین مقدار حاشیه پایداری مقاوم به صورت $\varepsilon_{opt}(G_s) = \sup_{k_\infty} \varepsilon[G_s, k_\infty]$ تعریف می شود. همچنین مجموعه ماتریس های قطری با ابعاد $n \times n$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\Lambda_n = \left\{ \text{diag}(x_i) : x_i \in R \forall i \right\} \quad (۲۰)$$

فرض کنید $\wp(\gamma, R)$ مجموعه تمام $\gamma > 1$ و ماتریس معین متقارن مثبت R است به گونه ای که جواب دو نامساوی ماتریسی (۱۱) و (۱۲) باشند.

مساله بهینه سازی زیر که از ترکیب مساله بهینه سازی مرجع [۲۰] با روش کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقه H_∞ حاصل شده است را در نظر بگیرید:

$$\max \varepsilon_{opt}(G_s)$$

such that :

$$\exists W_1, W_2 \in \mathcal{L}H_\infty, \gamma, R \in \wp(G_s), k_\infty \in \Psi(G_s) \quad (۲۱)$$

$$|\underline{s}(j\omega)| < \sigma_i(G_s(j\omega)) < |\bar{s}(j\omega)| \quad \forall i, \omega,$$

که در آن توابع فرکانسی $\underline{s}(j\omega)$ و $\bar{s}(j\omega)$ به گونه ای انتخاب می شوند که بیانگر محدوده مجاز برای حرکت شکل فرکانسی تابع حلقه باز باشد. با انتخاب مناسب این توابع می توان معیارهای کارایی را تعریف کرد. در حقیقت این مساله بیان می کند کنترل کننده استاتیکی k_∞ و وزن های W_2, W_1 را به گونه ای بیابید که حاشیه پایداری مقاوم بهینه گردد و همزمان معیارهای کارایی نیز ارضا گردند. حال این مساله بهینه سازی باید به گونه ای بیان شود که توسط نرم افزار قابل حل باشد. با استفاده

$$\tilde{B} = \begin{pmatrix} B \\ I_{n_u} \\ D \\ 0 \end{pmatrix} \quad (۱۵)$$

$$\tilde{C} = \begin{pmatrix} CR & 0 & 0 & E^{1/2} \end{pmatrix} \quad (۱۶)$$

و در نهایت کنترل کننده نهایی با رابطه زیر مشخص می شود:

$$k_s = W_2 k_\infty W_1 \quad (۱۷)$$

الگوریتم طراحی همزمان وزن ها و کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقه H_∞

مطابق مطالب بیان شده در بخش قبل، برای طراحی کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقه H_∞ ابتدا بایستی پلان نامی توسط وزن های مناسب W_2, W_1 شکل دهی شده تا معیارهای کارایی حاصل گردد. اگر بعد از انتخاب وزن ها و بعد از حل نامساوی های (۱۱) و (۱۲) عدد γ به دست آمده (معکوس حاشیه پایداری مقاوم) خیلی بزرگ بود باید انتخاب وزن های W_2, W_1 دوباره تکرار شود. در این حالت ابتدا باید عامل کاهش حاشیه در شکل دهی حلقه طراحی مشخص شده و سپس بایستی این عامل را بدون تحت تاثیر قرار دادن کارایی اصلاح کرد تا حاشیه پایداری افزایش یابد. اما درک رابطه بین وزن ها و حاشیه پایداری مقاوم سخت می باشد. در نتیجه ممکن است لازم باشد برای رسیدن به حاشیه پایداری قابل قبول چندین بار فرآیند طراحی وزن های شکل دهی حلقه تکرار شود و علاوه بر آن با قاطعیت نمی توان گفت حاشیه پایداری بهینه حاصل شده است. در این بخش برای حل این مساله و ساده سازی فرآیند انتخاب وزن های شکل دهی حلقه و همچنین بهینه کردن حاشیه پایداری مقاوم، مساله بهینه سازی معرفی می گردد که مبتنی بر مساله بهینه سازی مرجع [۲۰] است. در مرجع [۲۰] این الگوریتم برای طراحی همزمان وزن ها و کنترل کننده شکل دهی حلقه H_∞ ارائه شده است. اما در این جا این مساله بهینه سازی با کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقه H_∞ ترکیب شده و الگوریتمی حاصل می شود که توسط این الگوریتم فرآیند طراحی وزن ها سیستماتیک و ساده شده و حاشیه پایداری مقاوم بهینه می گردد و در نهایت کنترل کننده نهایی دارای درجه پایینی می باشد.

فرض کنید $\Psi(G_s)$ بیانگر مجموعه تمام کنترل کننده هایی

$$\begin{aligned} A_{1\omega} &= W_1^{-*} W_1^{-1} \in \Lambda_n \\ A_{2\omega} &= W_2^* W_2 \in \Lambda_m \end{aligned} \quad (25)$$

با در اختیار داشتن $\Lambda_{2\omega}$ و $\Lambda_{1\omega}$ می‌توان به‌سادگی توابع W_2, W_1 را روی ℓH_∞ با منطبق کردن توابع تبدیل می‌نیمم فاز روی قطر اصلی $(\Lambda_{1\omega})^{-1/2}$ و $(\Lambda_{2\omega})^{1/2}$ بدست آورد. با جایگذاری $\Lambda_{2\omega}$ و $\Lambda_{1\omega}$ از رابطه (۲۶) در مساله (۲۵) می‌توان نوشت:

$$\min \gamma_\omega^2 \text{ at each } \omega$$

such that :

$$\begin{aligned} \exists A_{1\omega} \in \Lambda_n, A_{2\omega} \in \Lambda_m \\ \gamma, R \in \wp(G_s), k_\infty \in \Psi(G_s) \end{aligned}$$

$$(a) \begin{bmatrix} 0 & G \\ 0 & I \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} A_{2\omega} & 0 \\ 0 & A_{1\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & G \\ 0 & I \end{bmatrix} \leq \gamma_\omega^2 \begin{bmatrix} I & G \\ k_\infty & I \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} A_{2\omega} & 0 \\ 0 & A_{1\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & G \\ k_\infty & I \end{bmatrix} \quad \forall \omega,$$

$$(b) |\underline{s}(\omega)|^2 (A_{1\omega}) < G^* (A_{2\omega}) G < |\bar{s}(\omega)|^2 (A_{1\omega}) \quad \forall \omega$$

مساله بهینه‌سازی فوق دارای سه متغیر $A_{1\omega}$ و $A_{2\omega}$ و k_∞ می‌باشد و چون این مساله برای تمام متغیرها محدب نیست باید از تکنیکی مشابه روش بازگشتی DK برای حل آن استفاده کرد. ورودی‌های این الگوریتم پلانته نامی G و توابع فرکانسی $\underline{s}(j\omega)$ و $\bar{s}(j\omega)$ هستند که بیانگر محدوده مجاز برای پاسخ فرکانسی تابع حلقه‌باز شکل‌دهی شده می‌باشد. مراحل الگوریتم پیشنهادی به‌صورت زیر می‌باشد:

۱- قرار دهید $\hat{W}_{1,0} = I_n, \hat{W}_{2,0} = I_m, i=0$ (بیانگر شماره تکرار الگوریتم می‌باشد). ماتریس‌های همانی، یک انتخاب اولیه برای وزن‌های شکل‌دهی حلقه می‌باشند.

۲- پلانته شکل‌دهی شده $G_{s,i} = \hat{W}_{2,i} G_i \hat{W}_{1,i}$ را محاسبه کنید. برای پلانته شکل‌دهی شده $G_{s,i}$ ماتریس $R_i > 0$ و متغیر عددی γ_i را که جواب دو نامساوی (۱۱) و (۱۲) هستند پیدا کنید. اگر این دو نامساوی قابل حل نبودند الگوریتم متوقف می‌شود و دیگر قادر به ادامه نخواهد بود. در غیر این‌صورت با استفاده از R_i و γ_i به‌دست‌آمده کنترل‌کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه H_∞ را توسط رابطه (۱۳) و کنترل‌کننده نهایی k_s را توسط رابطه (۱۸) بیابید. علاوه بر آن حاشیه‌پایداری

از رابطه (۲۰) مساله بهینه‌سازی (۲۱) به‌صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$(22)$$

$$\min \left\| \begin{bmatrix} G_s \\ I \end{bmatrix} (I - k_\infty G_s)^{-1} \begin{bmatrix} -k_\infty & I \end{bmatrix} \right\|_\infty$$

such that :

$$\exists W_1, W_2 \in \ell H_\infty, \gamma, R \in \wp(G_s), k_\infty \in \Psi(G_s)$$

$$|\underline{s}(j\omega)| < \sigma_i(G_s(j\omega)) < |\bar{s}(j\omega)| \quad \forall i, \omega$$

با استفاده از روابط (۱) و (۱۸) مساله بهینه‌سازی فوق را می‌توان به‌صورت زیر نوشت [۲۰]:

$$(23)$$

$$\min \left\| \begin{bmatrix} W_2 & 0 \\ 0 & W_1^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & G \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & G \\ k_\infty & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_2^{-1} & 0 \\ 0 & W_1 \end{bmatrix} \right\|_\infty$$

such that :

$$\exists W_1, W_2 \in \ell H_\infty, \gamma, R \in \wp(G_s), k_\infty \in \Psi(G_s)$$

$$|\underline{s}(j\omega)| < \sigma_i(W_2(j\omega)G(j\omega)W_1(j\omega)) < |\bar{s}(j\omega)| \quad \forall i, \omega$$

مساله بهینه‌سازی فوق را به‌سادگی با استفاده از روابط ریاضی می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$(24)$$

$$\min \gamma_\omega^2 \text{ at each } \omega$$

such that :

$$\exists W_1, W_2 \in \ell H_\infty, \gamma, R \in \wp(G_s), k_\infty \in \Psi(G_s)$$

$$(a) \begin{bmatrix} 0 & G \\ 0 & I \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} W_2^* W_2 & 0 \\ 0 & W_1^{-*} W_1^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & G \\ 0 & I \end{bmatrix} \leq \gamma_\omega^2 \begin{bmatrix} I & G \\ k_\infty & I \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} W_2^* W_2 & 0 \\ 0 & W_1^{-*} W_1^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & G \\ k_\infty & I \end{bmatrix} \quad \forall \omega,$$

$$(b) |\underline{s}(\omega)|^2 (W_1^{-*} W_1^{-1}) < G^* (W_2^* W_2) G < |\bar{s}(\omega)|^2 (W_1^{-*} W_1^{-1}) \quad \forall \omega$$

از آن‌جایی که وزن‌های W_2, W_1 قطری هستند توابع $W_1^{-*} W_1^{-1}$ و $W_2^* W_2$ نیز قطری بوده که به‌صورت زیر نمایش داده می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx} \dot{P} \\ I_{yy} \dot{Q} \\ I_{zz} \dot{R} \end{bmatrix} \quad (29)$$

نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی در روابط بالا به صورت زیر تعیین می‌شوند [۲۴]:

$$Y = QS \left(C_{y\beta} \beta + C_{y\delta_r} \delta_r + C_{y_r} \cdot \frac{D}{2U} R \right) \quad (30)$$

$$Z = QS \left(C_{z\alpha} \alpha + C_{z\delta_e} \delta_e + C_{z_q} \cdot \frac{D}{2U} Q \right)$$

$$L = QSD \left(C_{l\delta_a} \delta_a + C_{l_p} \cdot \frac{D}{2V} P \right)$$

$$M = QSD \left(C_{m\alpha} \alpha + C_{m\delta_e} \delta_e + C_{m_q} \cdot \frac{D}{2U} Q \right) \quad (31)$$

$$N = QSD \left(C_{n\beta} \beta + C_{n\delta_r} \delta_r + C_{n_r} \cdot \frac{D}{2U} R \right)$$

از آن جایی که کنترلی روی شتاب در راستای محور x بدنی رهگیر صورت نمی‌پذیرد، نیروی وارد بر راستای x بدنی، در رابطه (۳۰) تحلیل نشده است.

پس از خطی‌سازی معادلات (۲۸) و (۲۹) و ساده‌سازی می‌توان توابع تبدیل کانال‌های رول، پیچ و یاو را بدست آورد. برای اختصار تنها توابع تبدیل کانال‌های رول و پیچ نشان داده می‌شوند زیرا تابع تبدیل کانال سمت مشابه کانال پیچ می‌باشد. تابع تبدیل کانال رول بصورت زیر می‌باشد [۲۴]:

$$\frac{p_\delta(s)}{\delta a_\delta(s)} = \frac{L_{\delta A}}{sI_x - L_p} \quad (32)$$

همچنین تابع تبدیل کانال پیچ بصورت زیر می‌باشد [۲۴]:

$$\frac{q_\delta(s)}{\delta e_\delta(s)} = \frac{M_{\delta e} s + (Z_{\delta e} M_\alpha - Z_\alpha M_\delta)}{s^2 - (M_q + Z_\alpha/V)s + ((Z_\alpha M_q - M_\alpha Z_q)/V - M_\alpha)} \quad (33)$$

$$\frac{a_z(s)}{q_\delta(s)} = \frac{Z_\delta s^2 + (M_\delta Z_q - Z_\delta M_q)s + (Z_\alpha M_\delta - Z_{\delta e} M_\alpha)}{s^2 - (M_q + Z_\alpha/V)s + ((Z_\alpha M_q - M_\alpha Z_q)/V - M_\alpha)} \quad (34)$$

به اندازه کافی بزرگ بود از برنامه خارج شوید. در غیر این صورت به گام سوم بروید.

۳- مساله بهینه‌سازی شبه‌محدب (۲۷) را در هر فرکانس ω حل کنید. $A_{2\omega}$ ، $A_{1\omega}$ مقادیری از $A_{2\omega}$ و $A_{1\omega}$ هستند که به ازای آن می‌نیمم مقدار γ_ω در مساله بهینه‌سازی (۲۷) در هر فرکانس ω حاصل شود.

۴- قرار دهید $i = i + 1$.

۵- ماتریس‌های توابع تبدیل قطری $\hat{W}_{2,i}(s)$ ، $\hat{W}_{1,i}(s)$ را در tH_∞ با منطبق کردن توابع تبدیل می‌نیمم فاز روی مقادیر روی قطر اصلی $(\hat{A}_{2\omega})^{1/2}$ ، $(\hat{A}_{1\omega})^{-1/2}$ به ترتیب بدست آورید و به گام دوم برگردید.

در

شکل ۳ نمودار گردش الگوریتم ارائه شده، نشان داده شده است.

مدل دینامیکی رهگیر

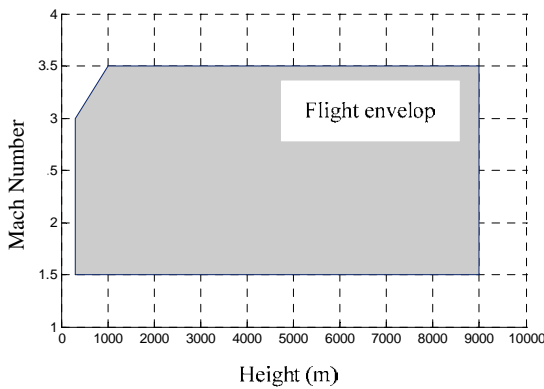
مدل ریاضی بیان شده در این بخش، توصیف کننده دینامیک یک رهگیر آیرودینامیکی TST^۲ زمین به هوا با کنترل دم در سه محور رول، پیچ و یاو می‌باشد. هدف از طراحی خودخلبان آن است که رهگیر مورد نظر بتواند با تغییر زاویه بالک الویتور، رادر و ایلرون $(\delta_e, \delta_r, \delta_a)$ ، دستورات متغیر شتاب در محورهای پیچ و یاو (a_{y_r}, a_{z_r}) را به خوبی تعقیب نموده و علاوه بر آن سرعت زاویه‌ای کانال رول را صفر کند. تابع تبدیل عملگر بالک‌ها بصورت زیر می‌باشند:

$$\frac{\delta(s)}{\delta_c(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (27)$$

که در آن فرکانس طبیعی عملگر برابر 200 rad/sec و ضریب میرایی برابر 0.7 می‌باشد. با فرض تقارن آیرودینامیکی در کانال غلت و کوچک بودن نرخ تغییر زاویه غلت (p)، معادلات شش درجه آزادی رهگیر در دستگاه بدنی به صورت زیر می‌باشد [۲۴]:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} (\dot{U} + QW - RV) \\ (\dot{V} + RU) \\ (\dot{W} - QU) \end{bmatrix} \quad (28)$$

ناحیه پروازی رهگیر زمین به هوای برد و ارتفاع کوتاه که در این مقاله در نظر گرفته شده است مطابق شکل ۴ می‌باشد.



شکل ۴- ناحیه پروازی رهگیر

طراحی خودخلبان مقاوم با استفاده از الگوریتم

پیشنهادی

به منظور طراحی خودخلبان مقاوم با استفاده از الگوریتم پیشنهادی و به منظور عدم استفاده از جدول بندی بهره، ابتدا بایستی نقطه کار مناسب را انتخاب کرده و تابع تبدیل مدل خطی را در اطراف نقطه کار بدست آورد. به منظور انتخاب نقطه کار از ابزار v-gap metric استفاده شده است. ابزار v-gap metric برای بیان فاصله بین دو سیستم LTI مورد استفاده قرار می‌گیرد.

تعریف: v-gap metric به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۵]:

(۳۶)

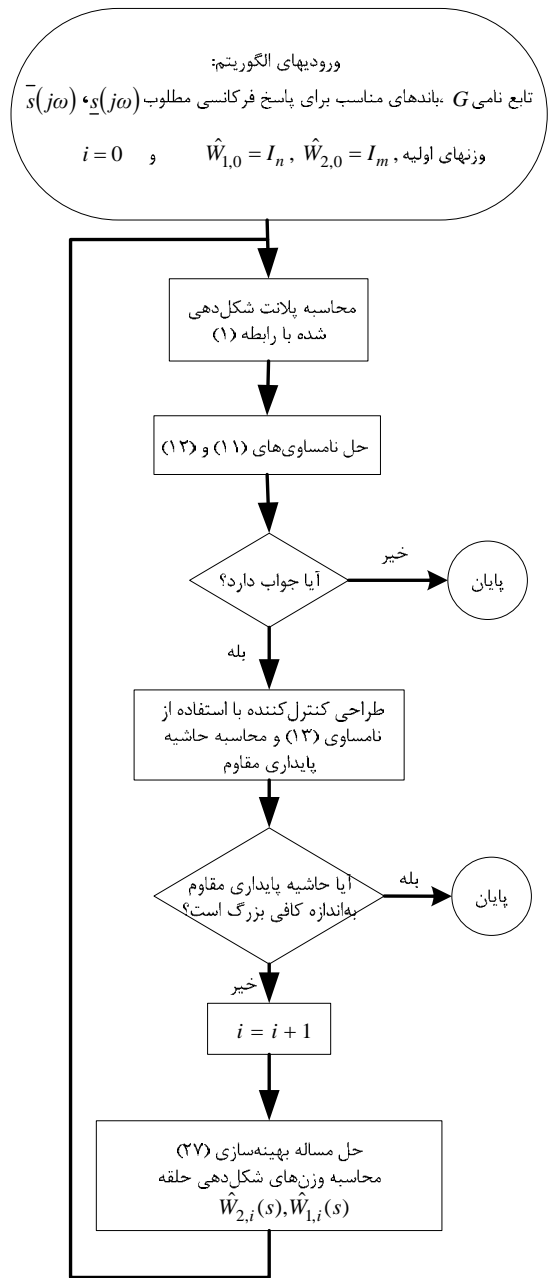
$$\delta_v(P_1, P_2) = \begin{cases} \|\Psi(P_1, P_2)\|_{\infty}, & \det \theta(j\omega) \neq 0 \quad \forall \omega, \text{ wnodet} \theta(s) = 0 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases}$$

که در آن:

$$\Psi(P_1, P_2) =: -\tilde{N}_2 M_1 + \tilde{M}_2 N_1 \quad (37)$$

$$\theta(s) =: \tilde{N}_2 N_1 + \tilde{M}_2 M_1 \quad (38)$$

و $\tilde{N}_2, N_1, \tilde{M}_2, M_1$ ضرایب نرمالیزه شده نسبت به هم اول پلانت های P_1, P_2 بوده و $\text{wnodet} \theta(s)$ برابر تعداد چرخش تابع $\theta(s)$ در جهت عقربه های ساعت حول مبدأ می‌باشد که در نمودار نایکوئیست مشخص است. قضیه زیر بیان گر شرایطی است که اگر کنترل کننده ای بتواند پلانت نامی G را به صورت مقاوم پایدار کند، آن گاه خواهد توانست پلانت غیر نامی G_{Δ} را نیز پایدار کند [۲۵]:



شکل ۳- نمودار گردش الگوریتم بهینه سازی ارائه شده

که در این روابط:

$$\begin{aligned} L_{\delta\alpha} &= QSDC_{l_{\delta\alpha}} & Z_q &= \frac{SQDC_{z_q}}{m} \\ L_p &= QSDC_{l_p} \left(\frac{D}{2V} \right) & M_{\delta} &= \frac{SQDC_{m_{\delta}}}{I_y} \\ Z_{\delta} &= \frac{SQDC_{z_{\delta}}}{m} & M_{\alpha} &= \frac{SQDC_{m_{\alpha}}}{I_y} \\ Z_{\alpha} &= \frac{SQDC_{z_{\alpha}}}{m} & M_q &= \frac{SQD^2 C_{m_q}}{I_y V} \end{aligned} \quad (35)$$

کنترل کننده مقاوم طراحی می گردد. تابع حلقه باز نامی G برای نقطه کار انتخابی مطابق رابطه زیر به دست می آید:

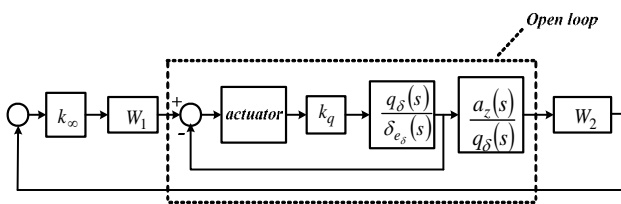
$$G = \frac{k_q \cdot G_a \cdot \frac{q\delta}{\delta_{e\delta}}}{1 + k_q \cdot G_a \cdot \frac{q\delta}{\delta_{e\delta}}} \cdot \frac{az}{q\delta} \quad (40)$$

$$G = \frac{863878246(s-30)(s+25)}{(s+121)(s+3)(s^2+20+7933)}$$

در شکل ۶ پاسخ فرکانسی تابع G در نقطه کار انتخابی نشان داده شده است. خودخلبان بایستی طوری طراحی شود تا توانایی حفظ پایداری و کارایی مطلوب را داشته باشد. با توجه به مشخصات مورد نیاز، معیارهای پایداری و کارایی که در این مقاله تعریف شده به صورت زیر می باشد:

معیار نخست کارایی: $t_r < 0.65 \text{ sec}$, $OV < 10\%$, $e_{ss} < 0.01$
معیار دوم کارایی: بیشینه نرخ تغییر زاویه بالک های رادر و الویتور ($\delta_{e\delta}, \delta_{r\delta}$) برای دستور پله ۱g، از ۲۸ deg/sec کمتر باشد.

معیار نخست مقاومت: رهگیر باید علی رغم ۲۵٪ تغییر در ضرایب آیرودینامیکی و در تمام مسیر پرواز، پایداری مقاوم داشته باشد. معیار دوم مقاومت: بهره سیستم حلقه باز در فرکانس ۳۰۰ rad/sec باید ۲۵ dB تضعیف گردد (به منظور حذف دینامیک های فرکانس بالای عملگر و همچنین حذف نویز).



شکل ۵- دیاگرام بلوکی مدل خطی رهگیر در کانال پیچ به همراه عملگر و وزن های شکل دهی حلقه و کنترل کننده مقاوم

در روش کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقه H_∞ ، پاسخ فرکانسی تابع حلقه باز رهگیر (G)، باید به گونه ای مناسب توسط وزن های W_2, W_1 شکل دهی شود (

شکل ۵). در این بخش برای طراحی وزن های W_2, W_1 از الگوریتم ارائه شده در مقاله استفاده می شود.

با استفاده از این الگوریتم دیگر نیازی به طراحی وزن های شکل دهی حلقه به صورت تجربی نیست و مقدار زیادی از پیچیدگی طراحی وزن های شکل دهی حلقه کاسته می شود. در

قضیه ۲: پلانت نامی G داده شده است و $\beta \leq \alpha < \varepsilon_{opt}(G)$ است. برای کنترل کننده داده شده K و برای تمام پلانت های غیر نامی که دارای ویژگی $\delta_v(G, G_\Delta) \leq \beta$ هستند، رابطه زیر برقرار است:

$$\text{arc sin } \varepsilon[G, K] > \text{arc sin } \alpha - \text{arc sin } \beta \quad (39)$$

اگر و فقط اگر: $\varepsilon[G, K] > \alpha$.

قضیه فوق بیان می کند که اگر کنترل کننده K بتواند پلانت نامی G را با حاشیه پایداری مقاوم β پایدار کند، می تواند هر پلانتی که فاصله v-gap آن از پلانت نامی، کمتر از β باشد را نیز پایدار نماید [۲۵].

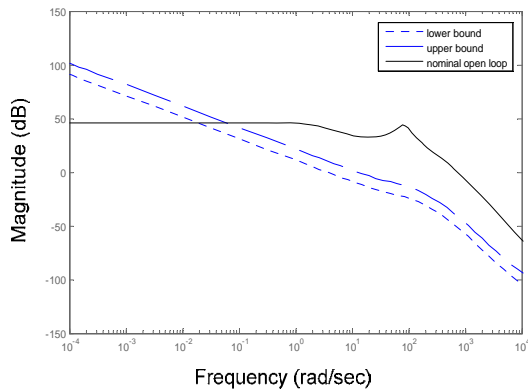
این قضیه از آن جهت حائز اهمیت است که اگر بتوان در ناحیه پروازی رهگیر، پلانت نامی G مناسبی یافت به گونه ای که فاصله v-gap آن با سایر پلانت های دیگر درون ناحیه پروازی، کمتر از حاشیه پایداری مقاوم $\varepsilon[G, K]$ باشد آن گاه می توان مطمئن بود که کنترل کننده K تمامی پلانت های موجود درون ناحیه پروازی رهگیر را نیز پایدار خواهد کرد. برای پیدا کردن پلانت نامی مناسب درون ناحیه پروازی رهگیر از تجربه طراح و روش سعی و خطا استفاده شده است. ابتدا یک نقطه درون ناحیه پروازی رهگیر انتخاب شده و کنترل کننده مقاوم K برای آن طراحی می شود. سپس فاصله v-gap بین پلانت نامی و سایر پلانت های درون ناحیه پروازی محاسبه می شود. اگر بیشترین فاصله به دست آمده از حاشیه پایداری مقاوم پلانت شکل دهی شده نامی کمتر بود آن گاه کنترل کننده مقاوم K پایداری سایر پلانت های درون ناحیه پروازی را تضمین کرده و در غیر این صورت نقطه جدیدی انتخاب می شود و همین فرآیند دوباره تکرار می گردد.

در نهایت در این مقاله نقطه کار مناسب به صورت $M = 1.625, h = 2000m$ انتخاب شده است. برای این نقطه کار وزن های W_2, W_1 و کنترل کننده استاتیکی شکل دهی حلقه H_∞ طراحی می شود. به منظور داشتن پاسخ گذرای مناسب در حلقه خودخلبان، از حلقه داخلی سرعت زاویه ای استفاده می شود. با استفاده از ژيروسکوپ نرخی و با فیدبک گرفتن از سرعت زاویه ای کانال پیچ می توان به سادگی کنترل کننده تناسبی k_q را مطابق شکل ۴ طراحی کرد. این مقدار برابر $k_q = -0.45$ انتخاب شده است. سپس برای تابع حلقه باز نامی G که به صورت خط چین در شکل ۵ نشان داده شده است، وزن های W_2, W_1 و

به‌گونه‌ای انتخاب شده است که پاسخ فرکانسی تابع حلقه‌باز شکل‌دهی شده G_s ، درون محدوده‌های فرکانسی $\underline{s}(j\omega)$ و $\bar{s}(j\omega)$ قرار می‌گیرد. حال می‌توان با اطمینان گفت که تابع G_s تمام معیارهای کارآیی را برآورده می‌کند. شکل ۸ حاشیه‌پایداری مقاوم حاصل شده در هر بار تکرار الگوریتم را در نقطه کار نشان می‌دهد. همان‌گونه که از این شکل مشخص است حاشیه‌پایداری مقاوم حاصل شده از این الگوریتم بعد از پنج‌بار تکرار به مقدار 0.5346 می‌رسد. در نهایت تابع وزنی W_2 و همچنین کنترل‌کننده استاتیکی مقاوم k_∞ به‌صورت زیر بدست می‌آیند:

$$W_2 = \frac{0.006s^3 + 0.21s^2 + 42.6s + 126.6}{s^3 + 231.5s^2 + 3823s + 0.4} \quad (42)$$

$$k_\infty = -0.8$$



شکل ۶- پاسخ فرکانسی تابع حلقه‌باز نامی به همراه ناحیه‌های طراحی شده برای بیان معیارهای کارآیی

حال با استفاده از ابزار v-gap metric پایداری سیستم حلقه‌بسته در تمام مسیر پروازی سنجیده می‌شود. همان‌گونه که از روابط (۳۱)-(۳۶) مشاهده می‌شود معادلات دینامیکی موشک به سه متغیر فشار دینامیکی، عدد ماخ و زاویه حمله بستگی دارد.

فشار دینامیکی وابسته به عدد ماخ و ارتفاع می‌باشد. چنانچه عدد ماخ را به‌عنوان یک متغیر جدول‌بندی بهره انتخاب شود، می‌توان به‌جای فشار دینامیکی از ارتفاع به‌عنوان متغیر دیگر جدول‌بندی بهره استفاده نمود. با توجه به بررسی انجام شده از آن‌جا که محدوده زاویه حمله کوچک می‌باشد، تغییرات زاویه حمله در این رهگیر تاثیر چندانی در رفتار غیرخطی سیستم نخواهد داشت و می‌توان از آن به‌عنوان پارامتر جدول‌بندی بهره صرف‌نظر نمود.

ابتدا باید محدوده‌های فرکانسی $\underline{s}(j\omega)$ و $\bar{s}(j\omega)$ را به‌گونه‌ای مناسب تعیین کرد. این توابع مشخص‌کننده چگونگی حرکت پاسخ فرکانسی تابع شکل‌دهی شده می‌باشد. با تعریف مناسب این توابع می‌توان تمامی معیارهای کارآیی و مقاومت را به‌خوبی تعریف کرد.

با توجه به معیارهای کارایی و مقاومت و اصول ذکر شده در شکل‌دهی حلقه، محدوده‌های فرکانسی $\underline{s}(j\omega)$ و $\bar{s}(j\omega)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

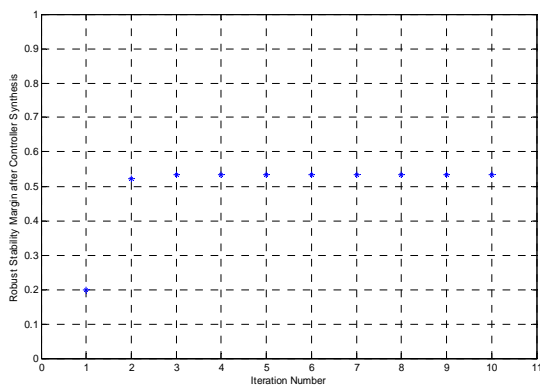
$$\underline{s}(j\omega) = \frac{3(s+40)(s+3000)}{(s+0.00001)(s+100)(s+200)(s+1000)}$$

$$\bar{s}(j\omega) = \frac{10(s+40)(s+3000)}{(s+0.00001)(s+100)(s+200)(s+1000)} \quad (41)$$

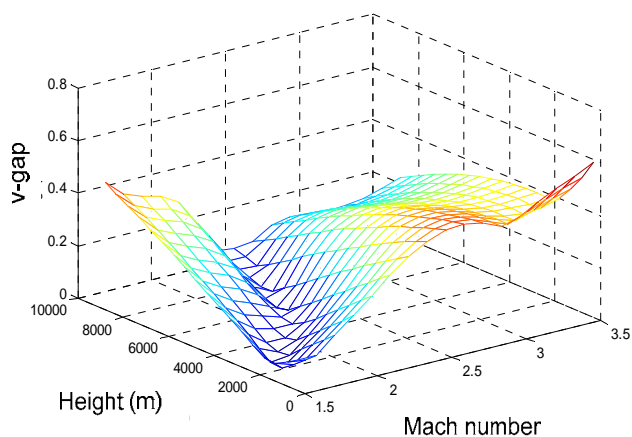
شکل ۶ پاسخ فرکانسی تابع حلقه‌باز نامی G و محدوده‌های فرکانسی $\underline{s}(j\omega)$ و $\bar{s}(j\omega)$ را نشان می‌دهد. حال می‌توان مساله طراحی وزن‌های شکل‌دهی حلقه را به این صورت بیان کرد که توابع W_2, W_1 را به‌گونه‌ای بیابید که با ضرب این توابع در تابع حلقه‌باز نامی G_s ، تابع شکل‌دهی شده G_s (رابطه (۱))، درون ناحیه نشان داده شده در شکل ۶ قرار گیرد. از آن‌جایی که محدوده‌های نشان داده شده در شکل ۶ به‌خوبی بیانگر معیارهای کارآیی و معیار دوم مقاومت هستند می‌توان مطمئن بود که تابع شکل‌دهی شده G_s تمامی معیارهای کارآیی را دارا می‌باشد.

تابع حلقه‌باز نامی G به همراه محدوده‌های فرکانسی $\underline{s}(j\omega)$ و $\bar{s}(j\omega)$ ، به‌عنوان ورودی به الگوریتم پیشنهادی داده می‌شوند. تابع وزنی W_1 برای سادگی برابر یک انتخاب شده و الگوریتم بهینه‌سازی اجرا می‌شود. محدوده فرکانسی انتخاب‌شده برای الگوریتم از 10^{-4} تا 10^4 است که به‌صورت لگاریتمی به ۱۰۰ نقطه تقسیم شده است. در هر بار تکرار الگوریتم به ازای این ۱۰۰ نقطه، نامساوی‌های ماتریسی خطی حل شده و مقدار وزن W_2 در ۱۰۰ نقطه فرکانسی به‌دست می‌آید. با منطبق کردن یک تابع تبدیل کمینه‌فاز روی مقادیر به‌دست آمده در این ۱۰۰ نقطه می‌توان تابع تبدیل W_2 را به‌دست آورد. این الگوریتم تا جایی تکرار می‌شود که حاشیه‌پایداری مقاوم حاصل شده به می‌نیم خود برسد. خروجی این الگوریتم تابع تبدیل W_2 به همراه کنترل‌کننده استاتیکی مقاوم k_∞ می‌باشد.

شکل ۷ پاسخ فرکانسی تابع تبدیل حلقه‌باز شکل‌دهی شده G_s را در نقطه کار به همراه محدوده‌های فرکانسی $\underline{s}(j\omega)$ و $\bar{s}(j\omega)$ نشان می‌دهد. همان‌گونه که انتظار می‌رفت وزن W_2

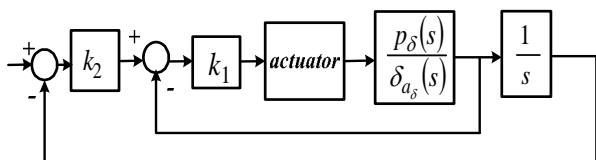


شکل ۸- حاشیه پایداری مقاوم حاصل شده بعد از هر بار تکرار الگوریتم

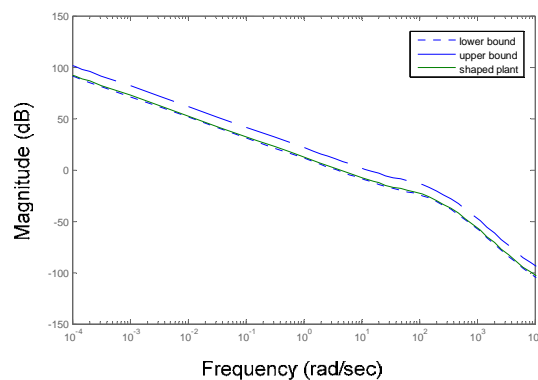


شکل ۹- v-gap بین توابع حلقه‌باز شکل دهی شده در تمام ناحیه پروازی نسبت به حالت نامی

ضرایب k_2, k_1 به صورت $k_2 = 10, k_1 = -0.27$ طراحی می‌شوند به گونه‌ای که پهنای باند سیستم حلقه‌بسته در کانال رول در شکل ۱۰ بزرگتر از پهنای باند کانال‌های پیچ و یاو باشد. زیرا سرعت زاویه‌ای کانال رول باید سریعتر از کانال‌های دیگر صفر شود و در غیر این صورت تزویج بین کانال‌های پیچ و یاو رخ خواهد داد.



شکل ۱۰- دیاگرام بلوکی مدل خطی رهگیر در کانال رول به همراه حلقه فیدبک



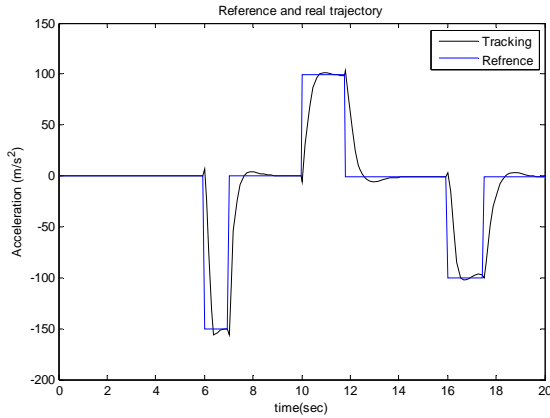
شکل ۷- پاسخ فرکانسی تابع حلقه‌باز شکل دهی شده درون ناحیه‌های فرکانسی طراحی شده قرار گرفته است

برای این کار ابتدا ناحیه پروازی معین شده در شکل ۴ به صورت مناسبی شبکه‌بندی می‌شود. سپس تابع حلقه‌باز G_i که به صورت خط‌چین در

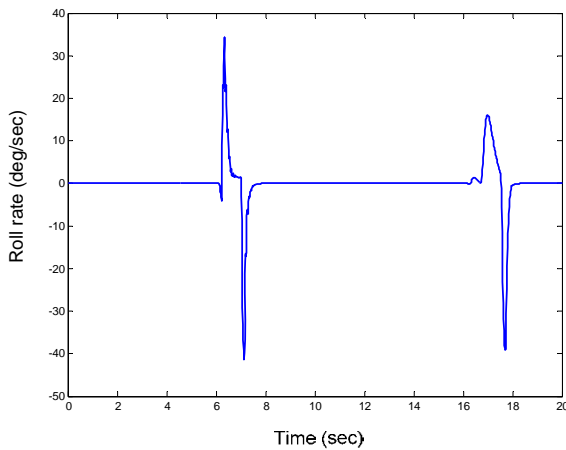
شکل ۵ نشان داده شده است به‌ازای تمام i نقطه موجود درون این ناحیه محاسبه شده و سپس با استفاده از وزن طراحی شده تمامی این توابع شکل دهی می‌شوند. در نتیجه i تابع شکل دهی $G_{s,i}$ حاصل می‌شود. آن‌گاه فاصله v-gap بین تمام $G_{s,i}$ ها با تابع شکل دهی شده نامی G_s مطابق شکل ۹ محاسبه می‌شود. اگر ماکزیمم فاصله بین پلانت‌های شکل دهی شده $G_{s,i}$ با پلانت شکل دهی شده نامی G_s ، از حاشیه پایداری مقاوم به‌دست آمده برای نقطه نامی کمتر بود آن‌گاه طبق قضیه ۲، کنترل کننده استاتیکی k_∞ طراحی شده برای این نقطه کار تضمین کننده پایداری در تمام ناحیه مشخص شده در شکل ۴ خواهد بود. همان گونه که از شکل ۹ مشخص است، ماکزیمم v-gap به‌دست آمده در پوش پروازی برای این نقطه کار برابر ۰/۵ می‌باشد که کوچکتر از حاشیه پایداری مقاوم به‌دست آمده در نقطه کار انتخابی می‌باشد. بنابراین طبق قضیه ۲، کنترل کننده طراحی شده قادر به تضمین پایداری برای تمام ناحیه پروازی می‌باشد.

در ادامه به طراحی خودخلبان رهگیر به منظور صفر کردن نرخ زاویه‌ای حلقه رول پرداخته می‌شود. از آنجایی که در به‌دست آوردن معادلات خطی رهگیر به منظور جلوگیری از تزویج بین کانال‌های پیچ و یاو، فرض شده است که سرعت زاویه‌ای کانال رول صفر باشد پس باید سرعت زاویه‌ای کانال رول را با طراحی یک کنترل کننده فیدبک ساده مطابق شکل ۱۰ صفر کرد.

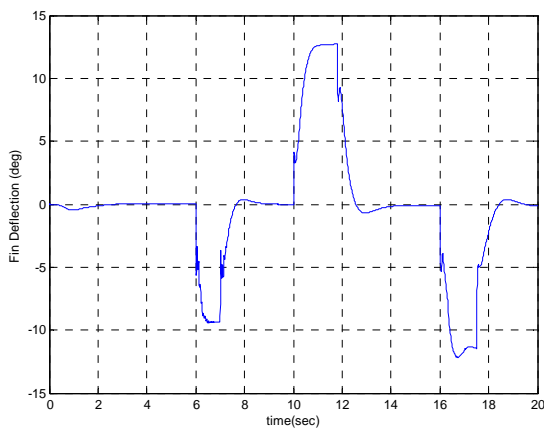
نهایی برای این ۶۰ نقطه عملکرد ترسیم می‌شود. مطابق شکل ۲۲، بهره سیستم‌های حلقه‌باز در فرکانس 300 rad/sec بین ۲۲db تا ۳۴db تضعیف می‌شود که با توجه به معیار کارایی بیان شده، مقدار قابل قبولی می‌باشد.



شکل ۱۱- شتاب ورودی و شتاب رهگیر در کانال z



شکل ۱۲- سرعت زاویه‌ای حلقه رول



شکل ۱۳. سیگنال کنترلی ورودی به عملگر

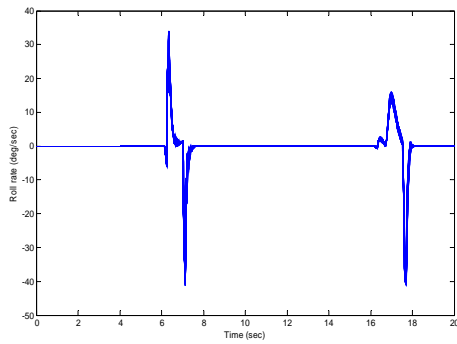
شبیه‌سازی شش درجه آزادی

بعد از طراحی کنترل‌کننده استاتیکی شکل‌دهی حلقه H_m و وزن‌های شکل‌دهی حلقه W_2, W_1 در حالت خطی، به‌منظور اطمینان از عملکرد سیستم بایستی آن‌را به شبیه‌سازی شش درجه آزادی غیر خطی اعمال نمود.

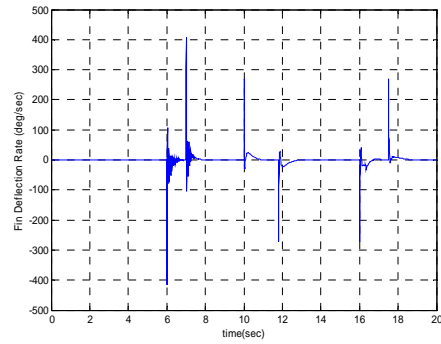
هدف از شبیه‌سازی شش‌درجه آزادی این است که نشان داده شود کنترل‌کننده طراحی شده قادر است معیارهای کارایی و پایداری که در بخش قبل بیان شد را برای سیستم غیرخطی حفظ کند. برای آن که کارایی کنترل‌کننده مقاوم نشان داده شود، دستور شتاب ورودی به‌صورت پله در شش نقطه مطابق شکل ۱۱ به سیستم اعمال می‌شود و معیارهای کارایی در این نقاط بررسی می‌شوند. شکل ۱۱ شتاب خروجی رهگیر در کانال z را به همراه دستور ورودی نشان می‌دهد. همان‌گونه که بیان شد ابتدا می‌بایست نرخ زاویه‌ای حلقه رول صفر گردد. این کار مطابق شکل ۱۲ به خوبی انجام شده است. در شکل ۱۳ سیگنال کنترلی ورودی به عملگر نشان داده شده است. همچنین در شکل ۱۴ نرخ تغییرات سیگنال کنترلی نشان داده شده است. در جدول ۱ کارایی به‌دست آمده در نقاط مختلف آمده است. با توجه به معیارهای کارایی بیان‌شده، همان‌گونه که از نتایج جدول ۱ مشاهده می‌شود در تمامی نقاط کارایی مطلوبی برآورده شده است. در شکل ۱۴ و ۱۵ نیز زاویه حمله و سرعت زاویه‌ای کانال پیچ نشان داده شده است.

تحلیل نتایج در حالت اغتشاش یافته

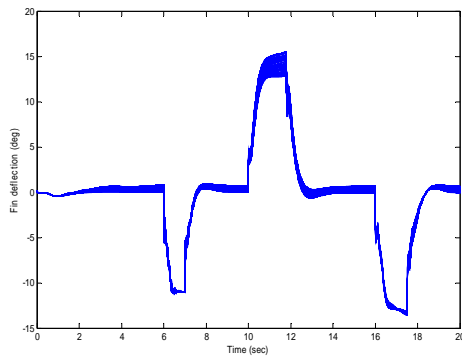
به‌منظور تحلیل پایداری سیستم حلقه‌بسته در برابر نامعینی در ضرایب آیرودینامیکی، آزمون مونت کارلو به‌صورت زیر انجام می‌گیرد. تمامی ضرایب آیرودینامیکی به‌صورت تصادفی و به‌اندازه ۲۵٪ تغییرات حول مقدار نامی تغییر داده شده و این تغییرات تصادفی در ضرایب آیرودینامیکی ۲۰۰ بار تکرار می‌شود. مطابق شکل ۱۷، تعقیب شتاب ورودی توسط شتاب رهگیر به‌خوبی در هر ۲۰۰ بار تکرار انجام می‌شود. در شکل ۱۸ سرعت زاویه‌ای حلقه رول، شکل ۱۹ زاویه حمله، شکل ۲۰ سیگنال ورودی به عملگر و سرعت زاویه‌ای کانال پیچ در حالت اغتشاش‌یافته نمایش داده شده است. برای بررسی تضعیف بهره سیستم در فرکانس‌های بالا (300 rad/sec) ۶۰ نقطه کاری درون پوش پروازی رهگیر به‌صورت تصادفی انتخاب شده و پاسخ فرکانسی سیستم حلقه‌باز



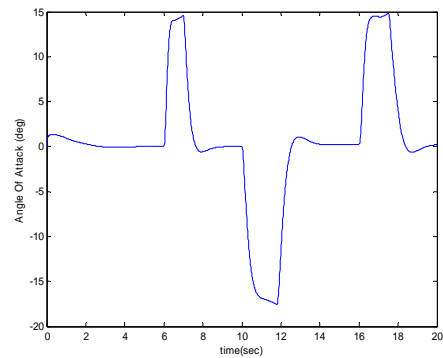
شکل ۱۸- سرعت زاویه‌ای حلقه رول در حالت اغتشاش یافته



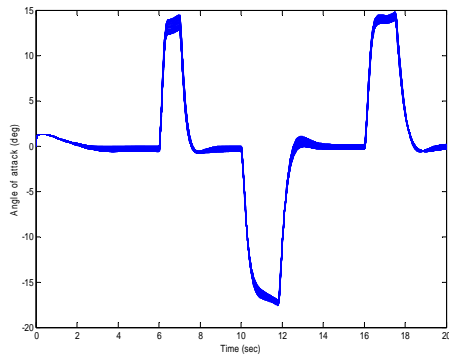
شکل ۱۴- مشتق سیگنال ورودی به عملگر



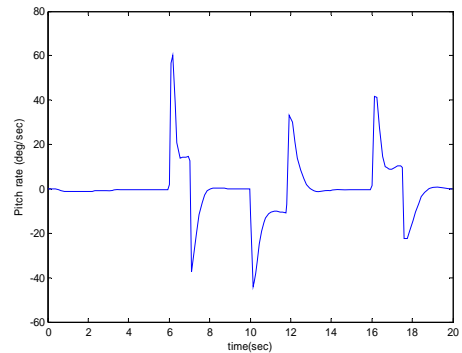
شکل ۱۹- زاویه حمله در حالت اغتشاش یافته



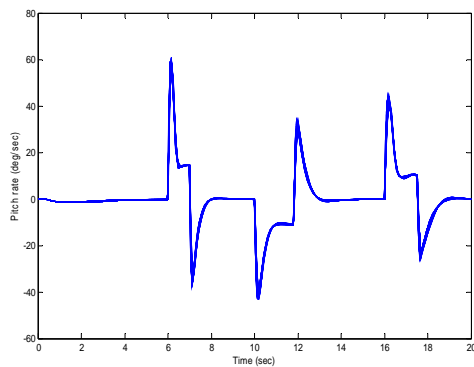
شکل ۱۵- زاویه حمله



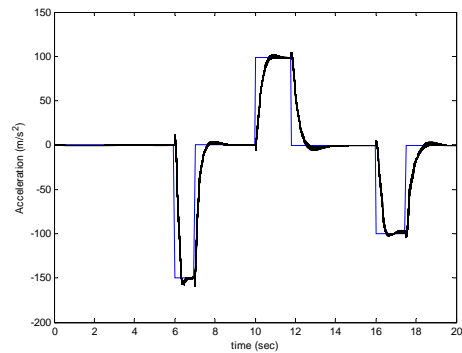
شکل ۲۰- سیگنال کنترلی ورودی به عملگر در حالت اغتشاش یافته



شکل ۱۶- سرعت زاویه‌ای کانال پیچ

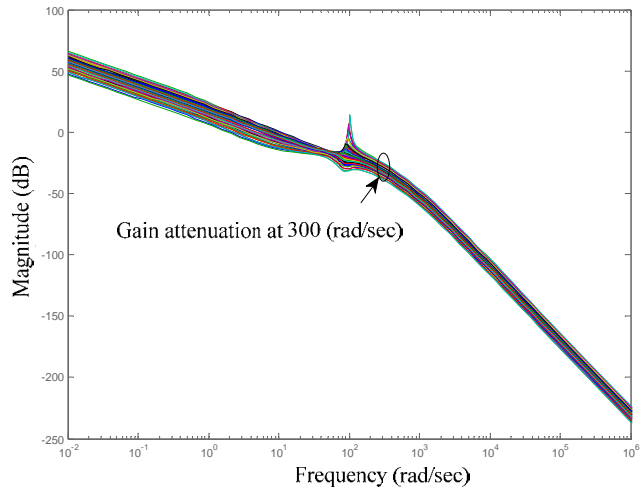


شکل ۲۱- سرعت زاویه‌ای کانال پیچ در حالت اغتشاش یافته



شکل ۱۷- شتاب ورودی و شتاب رهگیر به‌ازای ۲۵٪ تغییر در ضرایب آیرودینامیکی و برای ۲۰۰ بار تکرار

استاتیکی شکل دهی حلقه H_∞ استفاده شد. طراحی کنترل کننده استاتیکی مقاوم و همچنین طراحی وزن های شکل دهی حلقه با ارائه الگوریتمی جدید انجام شد. با این الگوریتم مشکل پیچیدگی طراحی وزن های شکل دهی حلقه بر طرف گردیده و علاوه بر آن حاشیه پایداری مقاوم سیستم حلقه بسته نیز به بهینه محلی خود رسید. علاوه بر آن کنترل کننده نهایی نیز درجه بسیار پایینی دارد که پیاده سازی و کاربرد آن را مطلوب می سازد. برای اثبات پایداری از ابزار v-gap metric استفاده شد. در این حالت اگر حاشیه پایداری مقاوم حاصل شده از الگوریتم ارائه شده، از بیشترین v-gap بین سیستم های حلقه باز درون پوش پروازی با سیستم حلقه باز نامی بیشتر باشد، آن گاه کنترل کننده مقاوم طراحی شده برای نقطه نامی، پایداری را برای تمام نقاط درون پوش پروازی تامین می نماید. در نهایت شبیه سازی شش درجه آزادی انجام شده و نشان داده شد که خودخلبان طراحی شده معیارهای کارایی و مقاومت را تامین می نماید.



شکل ۲۲- تضعیف بهره پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز در فرکانس 300 rad/sec برای ۶۰ نقطه کاری تصادفی درون پوش پروازی رهگیر

جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله خودخلبان مقاوم برای یک رهگیر زمین به هوای برد و ارتفاع کوتاه بدون نیاز به جدول بندی بهره طراحی شد. نشان داده شد که خودخلبان طراحی شده پایداری رهگیر را در تمام پوش پروازی به خوبی تضمین می نماید. به منظور تضمین پایداری ابتدا یک نقطه کار مناسب درون پوش پروازی رهگیر انتخاب شده و سپس مدل خطی رهگیر در آن نقطه استخراج گردید. برای طراحی کنترل کننده مقاوم از روش کنترل کننده

جدول ۱- نمایش کارایی خودخلبان مقاوم در نقاطی که پله به سیستم اعمال شده است

نقطه اول	نقطه دوم	نقطه سوم	نقطه چهارم	نقطه پنجم	نقطه ششم
۰/۳۶	۰/۶۴	۰/۶۹	۰/۷۵	۰/۵۳	۰/۸۳
٪۴	٪۳	٪۲	٪۶	٪۳	٪۳
٪۱	٪۱	٪۱	٪۱	٪۱/۵	٪۱
۲۷/۵	۲۷/۵	۲۷/۵	۲۷/۵	۲۷/۵	۲۷/۵

فهرست علائم لاتین

- $[P \ C]$: فیدبک استاندارد بین پلانت P و کنترل کننده C
 \mathcal{RH}_∞ : فضای توابع کسری حقیقی محدود و آنالیتیک
 \mathcal{LH}_∞ : فضای توابعی که در \mathcal{RH}_∞ یکه باشند.
 $\bar{\sigma}(\cdot)$: بزرگترین مقدار تکین ماتریس
 $\underline{\sigma}(\cdot)$: کوچکترین مقدار تکین ماتریس
 $\|\cdot\|_\infty$: نرم بی نهایت ماتریس

بالانویس‌ها

ابعاد ماتریس	: $m \times n$
پاسخ بهینه	: \hat{u}
ترانهاده ماتریس	: T
ترانهاده مزدوج ماتریس	: $*$
معکوس ماتریس	: $-$

پی نوشت

۱ Normalized Coprime Factor

۲ Skid To Turn

منابع و مراجع

- [۱] M. A. Sharbafi, A. Mohammadinejad, J. Roshanian, A. Kh. Sedigh, "Stability proof of gain scheduling controller for skid-to-turn missile using kharitonov theorem", JAST, Vol. ۶, No. ۲, pp. ۷۱-۷۸, ۲۰۰۹.
- [۲] علی اکبرزاده کلات، حمیدرضا مومنی، "طراحی کنترل کننده اتوپیلوت موشک به روش جدول بندی بهره فازی"، نشریه مهندسی برق و مهندسی کامپیوتر ایران، سال ۵، شماره ۲، تابستان ۱۳۸۶، صفحه ۵۹-۶۸
- [۳] D. J. Stilwell, "State-space interpolation for a gain-scheduled autopilot", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. ۲۴, No. ۳, pp. ۴۶۰-۴۶۵, ۲۰۰۱.
- [۴] D.J. Stilwell, "Stability preserving interpolation methods for the synthesis of gain scheduled controllers". Automatica, Vol. ۳۶, pp. ۶۶۵-۶۷۱, ۲۰۰۰.
- [۵] W.J. Rugh, J.S. Shamma, "Research on gain scheduling". Automatica, Vol. ۳۶, pp. ۶۶۵-۶۷۱, ۲۰۰۰.
- [۶] G. A. Gracia, S. Keshmiri, R. D. Colgren, "Advanced H infinity Trainer autopilot", AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference, August ۲۰۱۰, Toronto, Canada.
- [۷] S. Kang, H.J. Kim, J.I. Lee, B.E. Jun, and M.J. Tahk, "Roll-pitch-yaw integrated robust autopilot design for a high angle-of attack missile", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. ۳۲, No. ۵, pp. ۱۶۲۲-۱۶۲۸,

 $\mathcal{E}[Gs, k_\infty]$: حاشیه پایداری مقاوم سیستم $[G_s, k_\infty]$

γ :	معکوس حاشیه پایداری مقاوم
Q:	فشار دینامیکی
S:	سطح مرجع
D:	قطر
I:	ماتریس همانی
V:	سرعت رهگیر
X:	نیروی وارد بر رهگیر در راستای X بدنی
Y:	نیروی وارد بر رهگیر در راستای Y بدنی
Z:	نیروی وارد بر رهگیر در راستای Z بدنی
L:	گشتاور حول محور رول
M:	گشتاور حول محور پیچ
N:	گشتاور حول محور یاو
P:	سرعت زاویه‌ای حول محور X بدنی
Q:	سرعت زاویه‌ای حول محور Y بدنی
R:	سرعت زاویه‌ای حول محور Z بدنی
δ :	زاویه بالک
$C_{l_{\delta\alpha}}$:	ضریب گشتاور رول ناشی از جابجایی الویتور
C_{l_p} :	ضریب گشتاور رول ناشی از نرخ غلت
$C_{z_{\delta\epsilon}}$:	ضریب نیروی Z ناشی از جابجایی الویتور
$C_{z_{\alpha}}$:	ضریب نیروی Z ناشی از تغییرات زاویه حمله
C_{z_q} :	ضریب نیروی Z ناشی از تغییرات Q
$C_{m_{\delta\epsilon}}$:	ضریب گشتاور M ناشی از جابجایی الویتور
$C_{m_{\alpha}}$:	ضریب گشتاور M ناشی از تغییرات زاویه حمله
C_{m_q} :	ضریب گشتاور M ناشی از تغییرات Q

زیرنویس‌ها

r:	سیگنال مرجع
c:	سیگنال دستور
δ :	متغیر دیفرانسیلی
ss:	حالت دائم
-:	سمت چپ محور موهومی
+::	سمت راست محور موهومی

- [۱۷] S. Ricardo., P. Sanches, K.R, Phalguna, B, Dario, "New results on Linear time invariant and parameter varying static output feedback", Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. ۳۱, No. ۵, pp. ۱۲۳۰-۱۲۳۸, ۲۰۰۸
- [۱۸] S. Patra., S. Sen., and G. Ray, "Design of static H_∞ loop shaping controller in four-block framework using LMI". Automatica, Vol. ۴۴, pp. ۲۲۱۴-۲۲۲۰, ۲۰۰۸
- [۱۹] S. Theodoulis, G. Duc, "Missile autopilot design: Gain scheduling and the gap metric" Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. ۳۲, No. ۳, pp. ۹۸۶-۹۹۶, ۲۰۰۹.
- [۲۰] A. , Lanzon, "Weight optimization in H_∞ loop shaping" Automatica, Vol. ۴۱, No. ۷, pp. ۱۲۰۱-۱۲۰۸, ۲۰۰۵
- [۲۱] M. Ejaz, M. Arbab, "Automativ weight selection in H_∞ loop shaping using genetic algorithm", In: ICET '۰۶ international conference on emerging technologies, ۱۳-۱۴ November, pp.۳۳۴-۳۴۲, ۲۰۰۶
- [۲۲] G. Papageorgiou, K. Glover., H_∞ loop shaping: Why is it a sensible procedure for designing robust flight controllers? AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. ۱۹۹۹, pp. ۱۱۴.
- [۲۳] K. Zhou, J.C. Doyle, and K. Glover, "Robust and optimal control", Prentice Hall, first edition, ۱۹۹۶.
- [۲۴] G.M. Siouris, "Missile guidance and control systems", New York, Springer-verlag, Inc., ۲۰۰۴.
- [۲۵] Vinnicombe. G "Frequency Domain Uncertainty and the Graph Topology". IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.۳۸, No.۹, pp. ۱۳۷۱-۱۳۸۳, ۱۹۹۳.
- [۸] C.F. McFarlane, K. Glover, "A loop shaping design procedure using H_∞ synthesis," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. ۳۷, No. ۶, pp. ۷۵۹-۷۶۹, ۱۹۹۲
- [۹] K. Glover, and D. McFarlane, "Robust stabilization of normalized coprime factor plant descriptions with H_∞ -bounded uncertainty," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. ۳۴, No. ۸, pp. ۸۲۱-۸۳۰, ۱۹۸۹.C.F
- [۱۰] J. Petrich, D.J. Stilwell, "Robust control for an autonomous underwater vehicle that suppresses pitch and yaw", Ocean Engineering, Vol. ۳۸, pp. ۱۹۷۲-۲۰۴, ۲۰۱۱.
- [۱۱] S. Kaitwanidvilai, P. Olanthichachat, "Robust loop shaping-fuzzy gain scheduling control of servo-pneumatic system using particle swarm optimization approach" Mechatronics, volume. ۲۱, pp. ۱۱۲۱, ۲۰۱۱.
- [۱۲] G. Papageorgiou., K. Glover, and R.A. Hyde. Robust Flight Control: A Design Challenge, GARTEUR, volume ۲۲۴ of Lecture Notes in Control and Information Sciences, chapter ۲۹, pages ۴۶۴-۴۸۳. Springer-Verlag, ۱۹۹۷.
- [۱۳] Hiert, G. Duc, P. Friang, and D. Farret, "Linear parameter varying/loop shaping H_∞ synthesis for missile autopilot design", Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol.۲۴, No. ۵, pp. ۸۷۹-۸۸۶, ۲۰۰۱.
- [۱۴] J. Gadewadikar, F.L. Lewis, L. Xie., V. Kucera., and M. Abu-Khalaf, "Parametrization of all stabilizing H_∞ static state-feedback gains: Application to output feedback design". Automatica, Vol. ۴۳, pp. ۱۵۹۷-۱۶۰۴, ۲۰۰۷
- [۱۵] E. Prempain, I. Postlethwaite, "Static H_∞ loop shaping control of a fly-by-wire helicopter" Automatica, Vol. ۴۱, pp. ۱۵۱۷-۱۵۲۸, sept. ۲۰۰۵
- [۱۶] J. Gadewadikar, F.L. Lewis, and M. Abu-Khalaf, "Necessary and sufficient conditions for H_∞ static output-feedback control" Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. ۲۹, No. ۴, pp. ۹۱۵-۹۲۰, ۲۰۰۶