

تهیه برنامه زیرقاب برای تحلیل دقیق دال‌های تخت و متکی بر تیر

ایرج محمودزاده کنی^{۱*}، نسیم سادات مقدسی بناب^۲ و میلاد حلاجی^۳

^۱ استاد دانشکده مهندسی عمران - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران

^۲ دانش‌آموخته کارشناسی ارشد عمران - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران

^۳ دانشجوی دکتری عمران - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۵/۸/۲۲، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۹/۱۰/۱، تاریخ تصویب ۸۹/۱۱/۲۶)

چکیده

روش جامع برای تحلیل انواع دال‌های دوطرفه، روش قاب معادل است. در این روش، با توجه به غیرمنشوری بودن مقاطع دال - تیرها و ستون‌ها، جداولی برای محاسبه ضرایب سختی، انتقال و لنگرهای گیرداری وجود دارد که برای ابعاد خاصی از مقاطع دال - تیرها و ستون‌ها و تنها برای بارگذاری یکنواخت در طول مشخصی کاربرد دارند. مقادیر این جداول، تقریبی بوده و محاسبات وقت‌گیری برای تحلیل یک دال را می‌طلبد. هدف از این مطالعه، تحلیل دقیق دال‌های دوطرفه با استفاده از روش قاب معادل با در نظر گرفتن همه تغییرات سختی در همه اعضا و با بهره‌گیری از معادلات شیب-افت در قالب یک نرم‌افزار تهیه شده است. درستی این نرم‌افزار در قالب یک مثال استخراج شده از ادبیات فنی تحقیق شد. سپس در مثال دوم، نتایج تحلیل‌های دستی، نرم‌افزار تهیه شده و روش اجزای محدود (مورد استفاده در نرم‌افزارهای پرکاربرد در مهندسی عمران) با هم مقایسه شدند که نشان‌دهنده اختلاف‌هایی در نتایج لنگرهای تکیه‌گاهی است.

واژه‌های کلیدی: دال دوطرفه، روش قاب معادل، تغییرات سختی، معادلات شیب-افت، برنامه کامپیوتری

مقدمه

در این مقاله به تهیه نرم‌افزاری برای به کارگیری دقیق روش قاب معادل برای تحلیل انواع دال‌های دوطرفه پرداخته شده است.

انواع دال دوطرفه و دیدگاه‌های آئین‌نامه‌ای

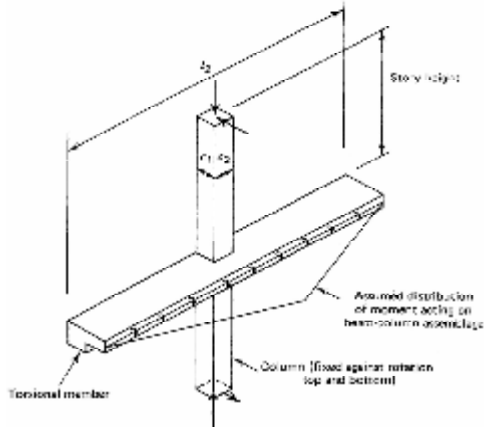
دال‌های دوطرفه می‌توانند در چهار طرف پانل متکی بر تیر یا بدون تیر باشند [۷]. دال‌های بتنی بدون تیر، شامل صفحات تخت که دال در آن به طور مستقیم روی ستون‌ها تکیه دارد، هستند. دال‌های تخت، سازه تکمیل‌یافته‌ای از صفحه تخت است که مشخصه آن، وجود سرستون در بالای ستون‌ها برای افزایش مقاومت برشی است و نیز مانند شبکه‌ای دوطرفه از تیرهای کم‌ارتفاع که بر ستون‌ها تکیه دارند، عمل می‌کند. دال‌های توپر یا مجوف نیز که تیرک‌ها یا تیرچه‌های کوچکی در دو جهت با فاصله کم از یکدیگر دارند، از نظر عملکرد مشابه دال‌های تخت هستند [۸].

اشکال (۱) و (۲) نمونه‌ای از انواع دال‌های دوطرفه را نشان می‌دهند. اگر چه تقسیم لنگر بین دال و تیرها در انواع دال‌ها با هم متفاوت است، ولی توزیع لنگر خمشی استاتیکی کل در هر دو آنها شبیه به هم است.

با وجود طراحی و ساخت تعداد بی‌شماری از دال‌های بتن مسلح، جزئیات رفتار و تحلیل الاستیک و پلاستیک آنها همواره به طور دقیق و کامل در نظر گرفته نمی‌شود که یکی از علل آن، پیچیدگی محاسبات ریاضی مربوط به آن است. بهینه‌سازی تحلیل و طراحی سازه‌ها، جزء مهم‌ترین اهداف طراحان بوده و توسط بسیاری از پژوهشگران مورد تحقیق قرار گرفته است [۱].

روش قاب معادل، دقت بالا و دامنه کاربرد وسیعی برای تحلیل انواع دال‌های دوطرفه دارد. به علاوه مدل و مفاهیم مطرح در این روش، قابل بسط برای تحلیل دال‌های با بار جانبی نیز بوده و توسط محققان مختلف بررسی شده است [۵-۲]. با توجه به غیرمنشوری بودن مقاطع اعضای سیستم دال در طول دهانه‌ها و ستون‌ها، نمی‌توان از ضرایب سختی و انتقال و لنگرهای گیرداری اعضا با ممان اینرسی ثابت استفاده کرد. جداولی برای به دست آوردن این مقادیر وجود دارد که برای ابعاد خاصی از اعضای سیستم دال و تنها برای بارگذاری یکنواخت در طول مشخصی از دهانه ارائه شده است [۶]. با توجه به تقریبی بودن مقادیر این جداول و طولانی بودن محاسبات و برای بالا بردن دقت نتایج حاصل از تحلیل به روش قاب معادل،

تیرهای هر طبقه می‌توانند به طور جداگانه تحلیل شوند که در این حالت انتهای ستون‌های متصل به طبقه باید به شکل گیردار منظور شوند. به این قسمت از قاب، جزء قاب یا زیرقاب گفته می‌شود. در این مدل، انتقال لنگر از دال - تیرها به ستون‌ها توسط اعضای پیچشی انجام می‌شود (شکل ۳).



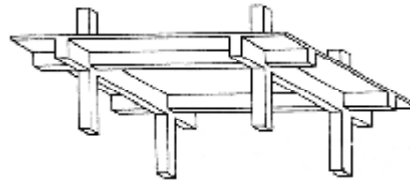
شکل ۳: زیرقاب و اعضای آن.

اولین گام در تحلیل یک قاب معادل، محاسبه سختی خمشی اعضای قاب است. برای تعیین سختی خمشی دال - تیرها و ستون‌ها باید ممان اینرسی آنها بر پایه سطح مقطع کل بتنی ترک‌نخورده محاسبه شود. به علاوه تغییرات ممان اینرسی در امتداد دهانه یا ستون و در حد فاصل دو تکیه‌گاه، منظور می‌شود. در مورد دال - تیرها ممان اینرسی از بر تکیه‌گاه (ستون، سرستون، کتیبه یا دیوار) تا محور تکیه‌گاه، برای در نظر گرفتن اثر افزایش سختی، از تقسیم ممان اینرسی دال - تیر در بر تکیه‌گاه به $(1 - c_2 / l_2)^2$ حاصل می‌شود. c_2 پهنای تکیه‌گاه در امتداد دهانه l_2 است. در مورد ستون‌ها نیز در صورت وجود سرستون، ممان اینرسی از پایه سرستون به شکل خطی تا زیر دال - تیر افزایش می‌یابد و همچنین در محل اتصال از بالای دال - تیر تا زیر آن، ممان اینرسی ستون بی‌نهایت فرض می‌شود.

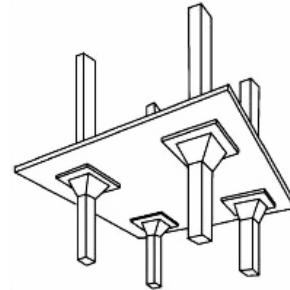
گام دوم، محاسبه سختی پیچشی، اعضای پیچشی و سختی معادل است. سختی پیچشی اعضای پیچشی از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$K_t = \sum \frac{9E_{cs}C}{l_2(1 - c_2 / l_2)^3} \quad (1)$$

در این رابطه E_{cs} مدول الاستیسیته بتن دال است. در



شکل ۱: دال دوطرفه متکی بر تیر در لبه‌ها.



شکل ۲: دال تخت دوطرفه .

در آئین‌نامه بتن ایران [۹]، برای تحلیل و طراحی مجموعه دال‌ها و تیرهای تکیه‌گاه‌ها، دو روش مستقیم و قاب معادل و برای تحلیل و طراحی دال‌ها به طور مجزا، دو روش ضرایب لنگر خمشی و پلاستیک معرفی شده‌اند. روش مستقیم، یک روش تقریبی است که گستره کاربرد آن چندان وسیع نیست. محدودیت‌های روش ضرایب لنگر خمشی نیز کاربرد آن را برای تحلیل دال‌های تخت که تیرهای زیرسری ندارند، مجاز نمی‌داند. روش‌های پلاستیک در مورد همه دال‌ها صرف نظر از شکل هندسی و شرایط مرزی آنها، تحت بارهای قائم در حالت حدی نهایی قابل کاربرد است، ولی، پیچیدگی‌های زیادی دارد. روش قاب معادل با توجه به گستره کاربرد وسیع و دقت مناسب آن، برای تحلیل انواع دال‌های دوطرفه روشی مطرح در آئین‌نامه‌های بتن مختلف از جمله آئین‌نامه بتن آمریکا [۱۰] است.

تحلیل دال‌های دوطرفه به روش قاب معادل

روش قاب معادل شکل گرفته بر پایه مدل عضو پیچشی عمود، نخستین بار در ویرایش ۱۹۷۱ آئین‌نامه بتن آمریکا ارائه شد [۳]. در مدل قاب معادل برای تحلیل قاب‌های دال - ستون، یک قاب سه‌بعدی با سیستم دال دوطرفه به تعدادی قاب معادل در هر امتداد، که در آن ستون‌ها به شکل ستون معادل و دال‌ها به شکل تیر (دال - تیر) مدل می‌شوند تبدیل می‌شود. هر قاب در کل ارتفاع سازه در نظر گرفته شده و عرض قاب نیز از وسط پانل‌های مجاور ستون منظور می‌شود [۱۱ و ۱۲]. در بارگذاری قائم، دال -

متوسط پیچش دال، $\theta_{t,avg}$ است [۱۴]:

$$\theta_{ec} = \theta_c + \theta_{t,avg} \quad (۵)$$

مقدار θ_c به ازای لنگر واحد، $I/\Sigma K_c$ است که ΣK_c ، مجموع سختی خمشی ستون‌های بالا و پایین دال است. به طور مشابه مقدار $\theta_{t,avg}$ برای یک لنگر واحد، I/K_t است. با جایگذاری در معادله بالا داریم:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\Sigma K_c} + \frac{1}{K_t} \quad (۶)$$

در آئین‌نامه برای تحلیل زیرقاب، به روش مشخصی اشاره نشده است، ولی شیوه رایج، به دلیل سهولت محاسبات دستی، روش توزیع لنگر است. با داشتن سختی معادل برای ستون معادل و سختی‌های خمشی دال‌های متصل به هر گره، می‌توان نسبت به تحلیل قاب اقدام کرد. برای ستون معادل، باید لنگر محاسبه‌شده را به نسبت سختی‌های ستون‌های زیرین و بالایی بین آنها تقسیم کرد.

محاسبه دقیق ضرایب سختی، انتقال و لنگرهای گیرداری انواع مقاطع مختلف

برای تحلیل یک زیرقاب، با در نظر گرفتن هر یک از دهانه‌ها به عنوان یک تیر و همچنین ستون‌ها، به شکل یک عضو مجزا به طول L ، با توجه به روابط زیر باید ضرایب k_{BA} ، k_{AB} ، k_B ، k_A برای هر یک محاسبه شود:

$$\begin{aligned} K_A &= k_A * EI/L && \text{سختی در انتهای A} \\ K_B &= k_B * EI/L && \text{سختی در انتهای B} \end{aligned} \quad (۷)$$

$$\begin{aligned} K_{AB} &= k_{AB} * EI/L && \text{سختی انتقال یافته از A به B} \\ K_{BA} &= k_{BA} * EI/L && \text{سختی انتقال یافته از B به A} \end{aligned} \quad (۸)$$

$$\begin{aligned} C_{AB} &= k_{AB} / k_A && \text{ضریب انتقال از A به B} \\ C_{BA} &= k_{BA} / k_B && \text{ضریب انتقال از B به A} \end{aligned} \quad (۹)$$

EI/L ، برای هر عضو مقداری مشخص است که در آن ممان اینرسی عضو در وسط دهانه است که سطح مقطع ثابت دارد. برای به‌دست آوردن این ضرایب ماتریس نرمی به صورت زیر قابل تشکیل است [۱۵]:

$$\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_{AB} \\ M_{BA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

درایه‌های ماتریس نرمی با استفاده از روش کار مجازی می‌توانند از روابط زیر حاصل شوند:

صورت وجود تیر در جهت I ، قسمت زیادی از لنگر منفی خارجی به طور مستقیم و بدون دخالت عضو پیچشی متصل به ستون انتقال می‌یابد. در این حالت سختی پیچشی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

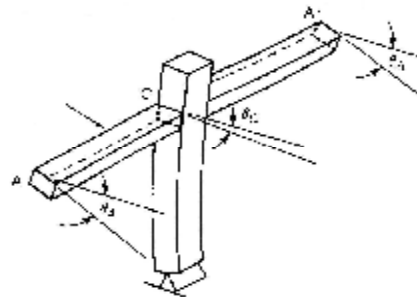
$$K_{ta} = K_t \times \frac{I_{sb}}{I_s} \quad (۲)$$

I_{sb} ممان اینرسی دال و تیر با هم و I_s ممان اینرسی دال با صرف نظر کردن از قسمت مربوط به تیر است. سطح مقطع اعضای پیچشی، برای مقاطع مختلف دال-تیرها و ستون‌ها متفاوت است و بر اساس آن، ثابت C در رابطه (۱) از تقسیم سطح مقطع به تعدادی مستطیل به گونه‌ای که منجر به بزرگ‌ترین مقدار C شود، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$C = \Sigma \left[\left(1 - 0.63 \frac{x}{y} \right) \frac{x^3 y}{3} \right] \quad (۳)$$

x وجه کوتاه‌تر مستطیل و y وجه بلندتر آن است.

برای در نظر گرفتن اعضای پیچشی، از مفهوم ستون معادل استفاده می‌شود که مطابق شکل (۴) یک جزء واحد شامل ستون‌های بالا و پایین کف و اعضای پیچشی متصل به آن است. از مفهوم ستون معادل که کلید اصلی روش قاب معادل با بار قائم است، در تحلیل با بار جانبی نیز استفاده می‌شود [۱۳].



شکل ۴: عملکرد قاب و پیچش اعضای پیچشی عمود

سختی ستون معادل، K_{ec} ، بیانگر ترکیب سختی ستون‌ها و اعضای پیچشی متصل به آن است. بنابراین زیر لنگر وارده M ، داریم:

$$K_{ec} = M / \quad (۴)$$

(چرخش متوسط اعضای پیچشی) معادل چرخش متوسط نرمی ستون معادل، I/K_{ec} ، معادل چرخش متوسط اتصال بین ستون و بقیه دال است. هنگامی که لنگری واحد از دال به ستون معادل منتقل می‌شود، این چرخش معادل متوسط چرخش انتهای ستون، θ_c ، به علاوه

ترتیب امکان انتگرال گیری معادلات ۱۱ تا ۱۳ به طور دقیق فراهم می شود.

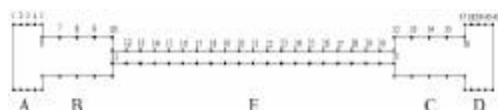
سختی در انتهای A برای عضو AB، لنگر مورد نیاز برای دوران آن به اندازه واحد است، به طوری که $\theta_A = 1$ و $\theta_B = 0$ باشد. در مورد انتهای B نیز به همین ترتیب می توان سختی را به دست آورد. با جایگذاری این مقادیر در معادله ۱۱ و حل آن خواهیم داشت:

$$f_{11} = \int \frac{m_1^2}{EI} dx = \int \frac{(L-x)^2}{EIL^2} dx \quad (11)$$

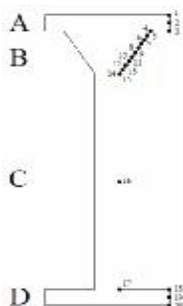
$$f_{22} = \int \frac{m_2^2}{EI} dx = \int \frac{x^2}{EIL^2} dx \quad (12)$$

$$f_{12} = f_{21} = \int \frac{m_1 m_2}{EI} dx = \int \frac{(L-x)x}{EIL^2} dx \quad (13)$$

m_1 و m_2 معادلات لنگر خمشی واحد وارد بر هر یک از دو انتهای عضو هستند که در شکل (۵) نشان داده شده اند.



الف- مقاطع در نظر گرفته شده برای ممان اینرسی در هر دهانه جهت محاسبه ماتریس نرمی



ب- مقاطع در نظر گرفته شده برای ممان اینرسی در هر ستون برای محاسبه ماتریس نرمی

شکل ۶: مقاطع در نظر گرفته شده برای ممان اینرسی برای محاسبه ماتریس نرمی.

$$K_A = M_A = \frac{f_{22}}{f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}}$$

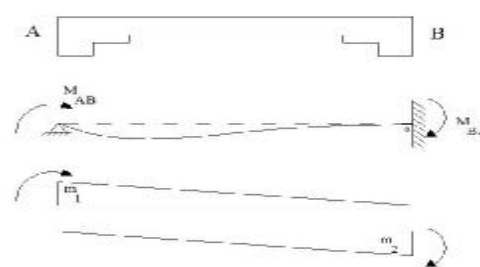
$$K_B = M_B = \frac{f_{11}}{f_{11}f_{22} - f_{21}f_{12}} \quad (14)$$

لنگر حاصل از ضرایب انتقال نیز به این ترتیب به دست می آید:

$$K_{AB} = K_A * \frac{f_{21}}{f_{22}}$$

$$K_{BA} = K_B * \frac{f_{12}}{f_{11}} \quad (15)$$

در نهایت، برای یک قاب n دهانه می توان سختی های به دست آمده را به شکل شکل (۷) نشان داد [۱۶]. با داشتن مقادیر سختی ذکر شده، لنگرهای برداری از روابط زیر به دست می آیند:



شکل ۵: نمودار لنگر خمشی واحد.

در برنامه تهیه شده برای محاسبه انتگرال ها از روش انتگرال گیری عددی سیمپسون استفاده شده است. برای انجام این انتگرال گیری، ممان اینرسی مقاطع مختلف باید محاسبه شوند. با در نظر گرفتن پنج بازه انتگرال گیری جدا برای هر دهانه و چهار بازه برای هر ستون، می توان همه تغییرات سختی انواع مقاطع را لحاظ کرد. با توجه به اینکه تعداد بازه ها در انتگرال گیری به روش سیمپسون با عدد زوجی باشد، بنابراین برای هر قسمت باید حداقل در سه نقطه ممان اینرسی را در انتگرال گیری وارد کرد. تفکیک مقاطع هر دهانه و هر ستون مطابق شکل (۶) است.

چنانکه ملاحظه می شود، برای ستون در بازه های A، C و D، ممان اینرسی در حداقل تعداد نقاط ممکن محاسبه می شود، زیرا در طول این بازه ها مقطع عضو ثابت است، ولی در بازه B به دلیل تغییر ممان اینرسی به شکل خطی، محاسبه آن در ۱۱ نقطه انجام می شود.

برای هر دهانه در بازه های A، B، C و D، در پنج نقطه ممان اینرسی در نظر گرفته می شود تا اگر طول ستون یا کتیبه زیاد بود، دقت انتگرال گیری کاهش نیابد و همچنین امکان محاسبه لنگر در هر یک از این مقاطع وجود داشته باشد. پس از ذخیره ممان اینرسی های بالا در ماتریس های مربوط به آن، مقادیر توابع m_1 و m_2 در همه این نقاط محاسبه شده و در ماتریس های آنها ذخیره می شوند. بدین

- ۴- حل دستگاه معادله بالا برای به دست آوردن دوران‌ها.
 ۵- قرار دادن دوران‌های به دست آمده در معادلات شیب-افت و محاسبه لنگرهای انتهایی.
 ۶- تعیین برش‌ها و لنگرهای هر دهانه و تکیه‌گاه.
 برای یک زیرقاب که n دهانه دارد، با اعضای غیرمنشوری، با داشتن ضرایب انتقال و سختی و لنگرهای گیرداری، $n+1$ معادله شیب-افت را می‌توان به صورت زیر تشکیل داد:

$$\begin{aligned} D_1 R_1 + E_1 R_2 &= F_1 \\ E_1 R_1 + D_2 R_2 + E_2 R_3 &= F_2 \\ &\vdots \\ E_{i-1} R_{i-1} + D_i R_i + E_i R_{i+1} &= F_i \\ &\vdots \\ E_n R_n + D_{n+1} R_{n+1} &= F_{n+1} \end{aligned} \quad (18)$$

با توجه به شکل (۷)، D_i مجموع سختی‌های دورانی وارد بر اتصال نام hsj که به این ترتیب به دست می‌آید:

$$D_i = (K_B)_{i-1} + (K_A)_i + (K_{ec})_i \quad (19)$$

در رابطه ۱۹، $(K_{ec})_i$ سختی ستون معادل در اتصال نام است. E_i متوسط دو مقدار سختی انتقال یافته از A به B و از B به A در اتصال نام است:

$$E_i = ((K_{BA})_{i-1} + (K_{AB})_i) / 2 \quad (20)$$

R_i دوران در گره نام و F_i تفاضل لنگرهای گیرداری انتهایی در تکیه‌گاه نام است.

حل همزمان دستگاه معادلات بالا برای به دست آوردن مقادیر دوران‌ها، R_i ، در هر تکیه‌گاه با استفاده از روش پیش‌حذفی و پس‌جایگزینی، مشابه به روش حذفی گاوس، به روشی که در ادامه تشریح می‌شود، انجام می‌گیرد. مقدار اولیه متغیرهای FF و DD به این ترتیب در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} FF &= F_i \\ DD &= D_i \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} M_{FA} &= K_A * \theta_A + K_{AB} * \theta_B \\ M_{FB} &= K_B * \theta_B + K_{BA} * \theta_A \end{aligned} \quad (16)$$

M_{FA} : لنگر گیرداری در انتهای A

M_{FB} : لنگر گیرداری در انتهای B

θ_A : دوران آزاد انتهای A

θ_B : دوران آزاد انتهای B

برای به دست آوردن دوران‌های آزاد هر انتها، با به کارگیری اصول کار مجازی می‌توان از روابط زیر استفاده کرد:

$$\begin{aligned} \theta_A &= \int \frac{m_s m_l}{EI} dx \\ \theta_B &= \int \frac{m_s m_2}{EI} dx \end{aligned} \quad (17)$$

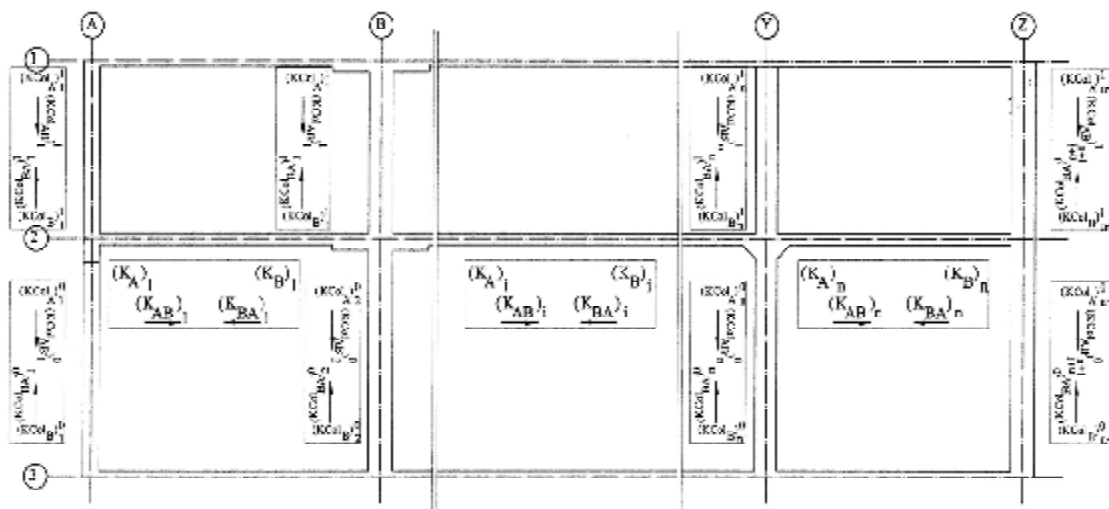
m_s ، نمودار لنگر خمشی آزاد در اثر بارهای وارد بر دهانه است.

برای محاسبه دوران آزاد هر انتها، چنانکه در معادله ۱۷ ملاحظه می‌شود، نیاز به داشتن مقادیر لنگر خمشی آزاد در نقاط مشخص شده در شکل (۶) است. بدین منظور با در نظر گرفتن هر دهانه به شکل یک تیر با تکیه‌گاه‌های ساده، لنگر خمشی آزاد به طور جداگانه برای بارهای مرده و زنده با توجه به نوع بارگذاری، در ۴۱ نقطه محاسبه می‌شود.

کاربرد معادلات شیب-افت برای تحلیل زیرقاب

مراحل تحلیل در یک زیرقاب به روش شیب-افت به این ترتیب است:

- ۱- تعیین ضرایب انتقال و سختی هر دهانه و هر ستون و سختی ستون معادل در هر تکیه‌گاه و محاسبه لنگرهای گیرداری هر دهانه.
- ۲- بیان همه لنگرهای انتهایی بر حسب لنگرهای گیرداری و دوران گره‌ها با استفاده از معادلات شیب-افت.
- ۳- نوشتن معادلات شرط تعادل گره‌ها که در آنها دوران تکیه‌گاه‌ها به عنوان مجهول در نظر گرفته شده و مجموع لنگرهای انتهایی اعضای که در یک نقطه به هم متصل شده‌اند، برابر صفر قرار داده می‌شود.



شکل ۷: سختی‌های زیرقاب.

• محاسبه سختی‌های دقیق برای انواع مقاطع دال-تیرها و ستون‌ها شامل صفحه تخت، دال دارای کتیبه، سرستون، تیر طولی و تیر عرضی و در نتیجه تحلیل دقیق قاب.

• امکان تعریف تعداد دهانه‌های نامحدود برای قاب. امکان اعمال چهار حالت بارگذاری متمرکز، گسترده، یکنواخت، گسترده مثلثی راست و چپ، بسته به نوع کاربرد مورد نظر.

• امکان انتخاب آئین‌نامه بتن ایران، آمریکا و انگلستان برای تعیین حالات بار بحرانی.

• امکان انجام بازتوزیع لنگر خمشی و محاسبه مجدد لنگرها و برش‌های دهانه‌ها و پوش آنها.

داده‌های ورودی از راه‌های محیط ویندوزی برنامه انجام می‌گیرد و استفاده از این برنامه سهل است و سرعت بالایی نیز دارد. فلوجارت برنامه در شکل (۱۰) آورده شده است.

مثال‌های نمونه

سیستم صفحه تخت دو طرفه

برای بررسی درستی عملکرد برنامه، اولین مثال یک سیستم صفحه تخت که در شکل (۸) نشان داده شده، از مرجع [۶] انتخاب شده است که مقاطع پیچیده ندارد.

برای مثال بالا، لنگرها و برش‌های به دست آمده از راه حل دستی با استفاده از ضرایب جداول موجود، منطبق با نتایج حاصل از برنامه است. این مثال توسط برنامه Safe نیز مورد تحلیل قرار گرفته است. نتایج حاصل از برنامه

حال طی تکرار یک روند، مقادیر FF و DD برای مقادیر $i=2$ تا $i=n+1$ به این ترتیب قابل محاسبه است:

$$\begin{aligned} FF &= (F_i - E_{i-1}) * FF/DD \\ DD &= D_i - ((E_{i-1})^2 / DD) \end{aligned} \quad (22)$$

پس از به دست آوردن مقادیر نهایی FF و DD مقدار R_n و R_{n+1} به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} R_{n+1} &= FF/DD \\ R_n &= (F_{n+1} - D_{n+1} * R_{n+1}) / E_n \end{aligned} \quad (23)$$

با محاسبه R_{n+1} و سپس محاسبه R_n به طریق بالا، سایر مقادیر R_i برای $i=2$ تا $i=n+1$ به شکل زیر قابل محاسبه است:

$$R_i = (F_{i+1} - D_{i+1} * R_{i+1} - E_{i+1} * R_{i+2}) / E_i \quad (24)$$

با محاسبه مقادیر دوران‌های $n+1$ گره قاب، R_i تا R_{n+1} ، مقادیر لنگرهای تکیه‌گاهی را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned} M1_i &= -((K_A)_i * R_i + (K_{AB})_i * R_{i+1}) + (M_{FA})_i \\ M2_i &= -((K_{BA})_i * R_i + (K_B)_i * R_{i+1}) + (M_{FB})_i \end{aligned} \quad (25)$$

$M1_i$ = لنگر انتهای چپ دهانه i ام

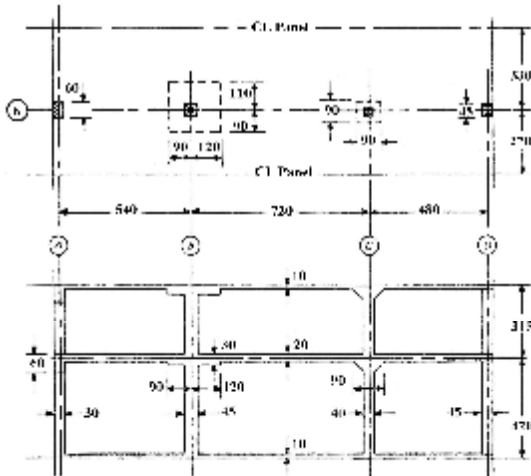
$M2_i$ = لنگر انتهای راست دهانه i ام

در نهایت با داشتن مقادیر لنگرهای تکیه‌گاهی، محاسبه لنگرها و برش‌ها در طول هر دهانه قابل حصول است.

معرفی نرم‌افزار تهیه‌شده

از ظرفیت‌ها و قابلیت‌های برنامه تهیه‌شده می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

انتقال و لنگرهای گیرداری، لنگرهای انتهای دهانه‌ها که توسط برنامه محاسبه شده است، اختلافی حدود ۱۰ درصد در دهانه‌های اول و دوم دارد. چنانکه ملاحظه می‌شود حداکثر لنگر مثبت وسط دهانه سوم محاسبه شده

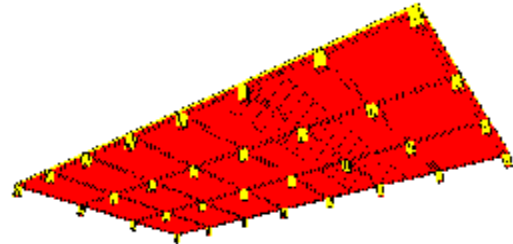


شکل ۹: سیستم دال تخت دوطرفه مثال ۲.

توسط برنامه، اختلافی حدود ۲۰ درصد با نتیجه راه حل دستی و برنامه Safe است. دلیل این موضوع آن است که در دو روش اخیر، این لنگر به عنوان لنگر وسط دهانه از تعادل استاتیکی به دست آمده است، در حالی که این دهانه به دلیل سختی بالای تکیه‌گاه سوم ناشی از وجود سرستون‌ها، نامتقارن بوده و چنانکه از نمودار زیر مشاهده می‌شود، حداکثر لنگر مثبت در وسط دهانه رخ نمی‌دهد؛ بنابراین محاسبه دقیق لنگر در برنامه تهیه شده منجر به این اختلاف شده است.

چنانکه از جدول (۳) و نمودار شکل (۱۱) ملاحظه می‌شود، لنگر تکیه‌گاه‌های خارجی حاصل از برنامه Safe، اختلاف زیادی با دو روش دیگر دارد. برش‌های به‌دست آمده از این برنامه نیز، اختلاف‌هایی با نتایج سایر روش‌ها دارند، ولی در مقایسه با اختلاف‌های چشمگیر لنگر‌ها، بسیار کوچک هستند، بخصوص در تکیه‌گاه سمت راست که با وجود ۹۴ درصد اختلاف برای لنگر، تنها ۶/۳ درصد اختلاف در برش وجود دارد. در مثال‌های ارائه شده در راهنمای نرم‌افزار Safe [۱۸] نیز به این نکته اشاره شده است که لنگر تکیه‌گاه‌های خارجی محاسبه شده در این نرم‌افزار با لنگرهای محاسبه شده توسط سایر روش‌ها، مانند روش مستقیم و قاب معادل تفاوت دارد، ولی دلیلی برای این تفاوت ذکر نشده است.

Safe در تکیه‌گاه‌های داخلی با نتایج دو راه حل دیگر مطابقت دارد، ولی در نتایج لنگر تکیه‌گاه‌های خارجی ۲۰ درصد اختلاف مشاهده می‌شود (جدول ۱).



شکل ۸: سیستم صفحه تخت دوطرفه مورد تحلیل برای بررسی درستی عملکرد برنامه.

سیستم دال تخت دوطرفه دارای تیر محیطی

سازه نمونه دوم، برای بررسی اثر مقاطع مختلف دال-تیرها و ستون‌ها در نتایج تحلیل، یک سیستم دال تخت دوطرفه دارای تیر محیطی و کتیبه و سرستون، با ابعاد و مشخصات نشان داده شده در شکل (۹)، از مرجع [۱۷] انتخاب شده است.

ضرایب سختی، انتقال و لنگرهای گیرداری محاسبه شده از راه حل دستی با استفاده از ضرایب جداول موجود و نتایج برنامه تهیه شده برای هر دهانه و هر ستون، در جدول (۲) آورده شده است. مدل مثال بالا توسط برنامه Safe نیز مورد تحلیل قرار گرفته است. نتایج لنگر‌ها و برش‌های حاصل از ضرایب جداول موجود، برنامه تهیه شده و تحلیل اجزای محدود با برنامه Safe در جدول (۳) و نمودار شکل (۱۱) نشان داده شده است.

ضریب سختی دال محاسبه شده توسط برنامه، در دهانه‌های اول و دوم که به دلیل وجود تیر عرضی و کتیبه در تکیه‌گاه‌های اول و دوم تغییرات سختی برای مقطع دال-تیر دارد، اختلافی بین ۶ درصد تا ۹ درصد دارد. در مورد ضرایب سختی ستون‌ها، در تکیه‌گاه سوم به دلیل وجود سرستون سختی به‌دست آمده برای انتهای بالایی ستون پایینی که به دال متصل است، ۱۸ درصد بزرگ‌تر از ضریب به‌دست آمده از جداول است که در نهایت منجر به ۷ درصد اختلاف در سختی ستون معادل شده است. لنگرهای گیرداری محاسبه شده توسط برنامه، اختلافی حدود ۸ درصد برای دهانه‌های اول و دوم دارد.

نتایج سایر موارد به دلیل نبود تغییرات سختی مقاطع، مطابقت دارد.

در نتیجه اختلاف‌های ذکر شده برای ضرایب سختی و

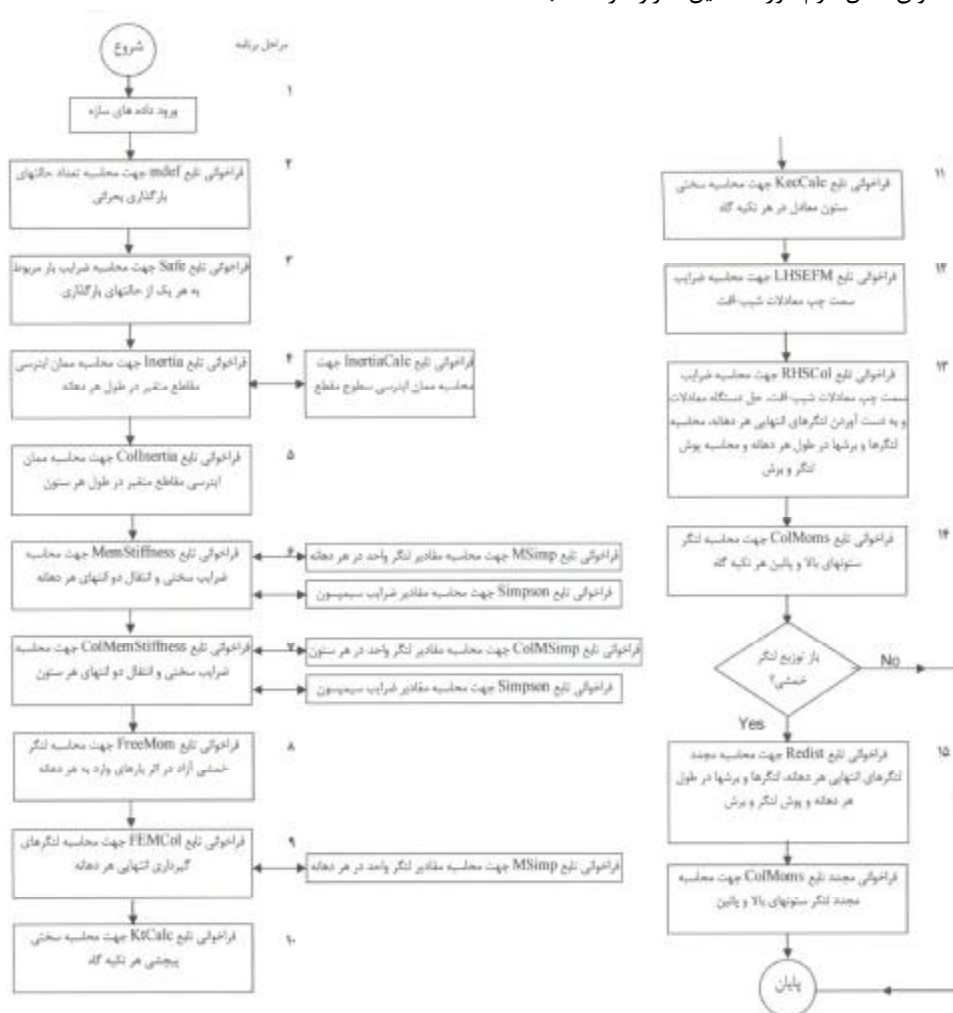
نتیجه گیری

در این تحقیق، برای به کارگیری دقیق روش قاب معادل که روشی جامع و مناسب برای تحلیل انواع دال-های دوطرفه است، با توجه به مقاطع متغیر دال-تیرها و ستون‌ها در انواع دال‌ها، به نحوه محاسبه دقیق ضرایب انتقال، سختی و لنگرهای گیرداری برای اعضای زیرقاب با استفاده از روش نرمی برای هر دهانه و هر ستون و تعمیم معادلات شیب-افت برای استفاده از آنها برای تحلیل دقیق زیرقاب در قالب برنامه کامپیوتری تهیه شده، پرداخته شد.

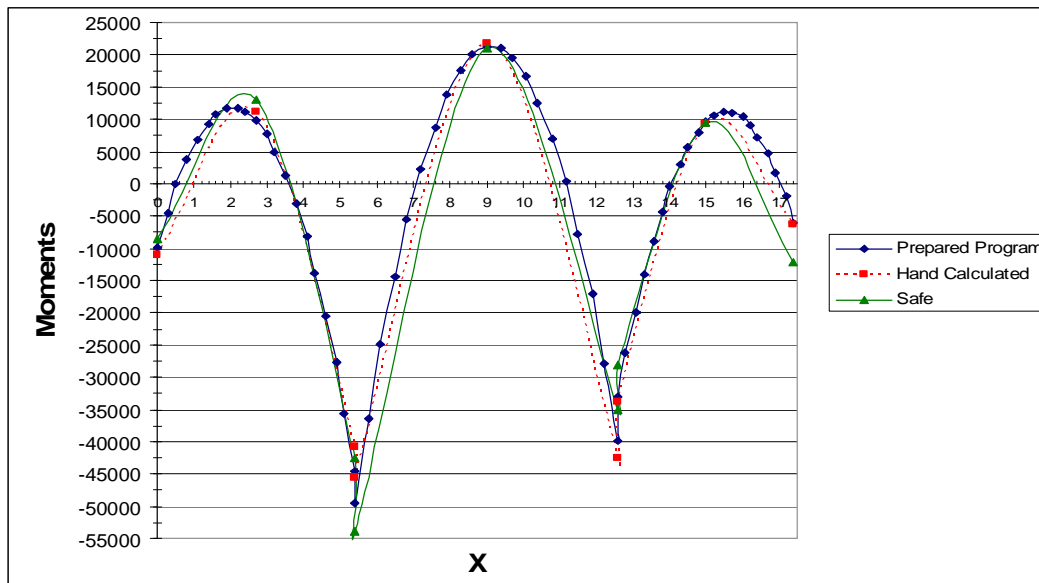
دو مثال برای بررسی درستی عملکرد برنامه و مقایسه نتایج حاصل از آن بررسی شد. مثال اول که تغییرات سختی زیادی در اعضای قاب ندارد، درستی عملکرد برنامه را تأیید کرد. یک سیستم تخت دوطرفه دارای تیر محیطی به عنوان مثال دوم مورد تحلیل قرار گرفت. به

دلیل تفاوت در محاسبه ضرایب سختی، انتقال و لنگرهای گیرداری، اختلافی حدود ۱۰ درصد برای لنگرهای انتهایی در دهانه‌های دارای تیرعرضی و کتیبه به دست آمد. دقت بالای به کار رفته در محاسبات مقادیر ذکر شده و همچنین استفاده از معادلات شیب-افت (که روش دقیقی برای توزیع لنگر است) توسط برنامه، منجر به اختلاف‌های ذکر شده می‌شود.

به علاوه، دو مثال بالا توسط برنامه Safe که از روش اجزای محدود بهره می‌جوید نیز مورد تحلیل قرار گرفت. اختلاف‌های بزرگ در لنگر تکیه‌گاه‌های خارجی به دست آمده از تحلیل به این روش، بیانگر این مطلب است که در تحلیل دال‌ها به این روش، با استفاده از نرم‌افزارهای تجاری موجود، لنگرهای محاسبه شده برای تکیه‌گاه‌های خارجی چندان قابل اطمینان نیستند.



شکل ۱۰: فلوجارت برنامه.



شکل ۱۱: نمودار مقایسه لنگرهای به دست آمده از راه حل دستی با ضرایب جداول موجود، برنامه تهیه شده و برنامه Safe برای مثال ۲.

جدول ۱: مقایسه ضرایب سختی و انتقال و لنگرهای گیرداری محاسبه شده از ضرایب جداول موجود و برنامه تهیه شده برای مثال ۱.

| شماره گره | ۱ | وسط دهانه | ۲ | | وسط دهانه | ۳ | | وسط دهانه | ۴ |
|-----------------|-------|-----------|-------|-------|-----------|-------|-------|-----------|-------|
| عضو | ۱-۲ | | ۲-۱ | ۲-۳ | | ۳-۲ | ۳-۴ | | ۴-۳ |
| لنگر | | | | | | | | | |
| مقادیر حل دستی | -۵۲/۷ | ۵۰/۰ | -۹۵/۲ | -۸۶/۴ | ۳۷/۵ | -۸۶/۴ | -۹۵/۲ | ۵۰/۰ | -۵۲/۷ |
| مقادیر برنامه | -۵۲/۹ | ۵۰/۸ | -۹۵/۱ | -۸۶/۳ | ۳۷/۶ | -۸۶/۳ | -۹۵/۱ | ۵۰/۸ | -۵۲/۹ |
| درصد اختلاف (%) | ۰/۴ | ۱/۶ | -۰/۱ | -۰/۱ | ۰/۳ | -۰/۱ | -۰/۱ | ۱/۶ | ۰/۴ |
| Safe | -۶۳/۰ | ۴۶/۲ | -۹۳/۱ | -۸۶/۱ | ۳۷/۶ | -۸۶/۱ | ۹۳/۱ | ۴۶/۲ | -۶۳/۰ |
| درصد اختلاف (%) | ۱۹/۵ | -۷/۶ | -۲/۲ | -۰/۳ | ۰/۳ | -۰/۳ | -۲/۲ | -۷/۶ | ۱۹/۵ |
| برش | | | | | | | | | |
| مقادیر حل دستی | ۲۵/۲ | | -۲۹/۹ | ۲۷/۵ | | -۲۷/۵ | ۲۹/۹ | | -۲۵/۲ |
| مقادیر برنامه | ۲۵/۲ | | -۲۹/۹ | ۲۷/۵ | | -۲۷/۵ | ۲۹/۹ | | -۲۵/۲ |
| درصد اختلاف (%) | ۰/۰ | | ۰/۰ | ۰/۰ | | ۰/۰ | ۰/۰ | | ۰/۰ |
| Safe | ۲۵/۳ | | -۲۸/۶ | ۲۶/۹ | | -۲۶/۹ | ۲۸/۶ | | -۲۵/۳ |
| درصد اختلاف (%) | ۰/۵ | | -۴/۳ | -۲/۰ | | -۲/۰ | -۴/۳ | | ۰/۵ |

جدول ۲: مقایسه ضرایب سختی و انتقال و لنگرهای گیرداری محاسبه شده از ضرایب جداول موجود و برنامه تهیه شده برای مثال ۲.

| شماره گره | ۱ | | ۲ | | ۳ | | ۴ |
|-------------------------|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | عضو | | ۱-۲ | ۲-۱ | ۲-۳ | ۳-۲ | ۳-۴ |
| ضریب سختی دال-تیر | مقادیر برنامه | ۴/۳۳۶ | ۵/۴۶۰ | ۵/۵۴۲ | ۴/۵۶۸ | ۴/۴۱۹ | ۴/۱۸۸ |
| | راه حل دستی | ۴/۱۱ | ۵/۹۷ | ۵/۹۴ | ۴/۳۴ | ۴/۵ | ۴/۱۳ |
| درصد اختلاف (%) | | ۶ | -۹ | -۷ | ۵ | -۲ | ۱ |
| ضریب انتقال | مقادیر برنامه | ۰/۶۰۴ | ۰/۴۹۰ | ۰/۵۰۲ | ۰/۶۱۳ | ۰/۵۰۴ | ۰/۵۳۴ |
| | راه حل دستی | ۰/۵۱ | ۰/۵۹ | ۰/۵۹ | ۰/۵۲ | ۰/۵۲ | ۰/۵۱ |
| درصد اختلاف (%) | | ۱۸ | -۱۷ | -۱۵ | ۱۸ | -۵ | ۵ |
| ضریب سختی ستون بالا | مقادیر برنامه | ۵/۵۳۶ | ۴/۸۹۹ | | ۵/۰۶۷ | | ۴/۷۱۷ |
| | راه حل دستی | ۵/۵۶ | ۴/۹۱ | | ۴/۷۹ | | ۴/۷۵ |
| درصد اختلاف (%) | | ۰ | ۰ | | ۶ | | -۱ |
| ضریب سختی ستون پایین | مقادیر برنامه | ۶/۸۶۵ | ۵ | | ۵/۴۷۷ | | ۴/۵۲۱ |
| | راه حل دستی | ۶/۸۸ | ۵/۰۵ | | ۴/۶۶ | | ۴/۵۴ |
| درصد اختلاف (%) | | ۰ | -۱ | | ۱۸ | | ۰ |
| سختی معادل | مقادیر برنامه | ۳۶۷۲ | ۲۴۵۵ | | ۳۸۷۷ | | ۳۴۱۳ |
| | راه حل دستی | ۳۶۸۲ | ۲۴۵۹ | | ۳۶۳۴ | | ۳۴۱۷ |
| درصد اختلاف (%) | | ۰ | ۰ | | ۷ | | ۰ |
| لنگرهای گیرداری انتهایی | مقادیر برنامه | ۲۲۸۷۲ | ۳۰۱۵۸ | ۵۳۲۷۴ | ۴۱۴۱۸ | ۳۰۸۵۱ | ۱۹۱۲۹ |
| | راه حل دستی | ۲۴۸۶۴ | ۲۷۸۲۴ | ۴۸۹۴۴ | ۴۴۷۳۴ | ۳۰۳۵۱ | ۱۹۶۵۰ |
| درصد اختلاف (%) | | -۸ | ۸ | ۹ | -۷ | ۲ | -۲ |

جدول ۳: مقایسه لنگرها و برش‌های محاسبه شده از راه حل دستی با ضرایب جداول موجود، برنامه تهیه شده و برنامه Safe برای مثال ۲.

| شماره گره | ۱ | وسط دهانه | ۲ | | وسط دهانه | ۳ | | وسط دهانه | ۴ | |
|-----------------|---------------|-----------|-------|--------|-----------|-------|--------|-----------|-------|--------|
| | | | ۲-۱ | ۲-۳ | | ۳-۲ | ۳-۴ | | | |
| لنگر | | | | | | | | | | |
| عضو | راه حل دستی | -۱۱۰/۱۱ | ۱۱۱۰۰ | -۴۰۷۸۵ | -۴۵۵۰۷ | ۲۱۷۹۰ | -۴۲۴۸۴ | -۳۲۷۵۹ | ۹۲۴۸ | -۶۲۲۶ |
| | مقادیر برنامه | -۹۸۹۳ | ۱۱۷۸۱ | -۴۴۵۱۷ | -۴۹۴۵۳ | ۲۱۱۱۷ | -۳۹۸۸۳ | -۳۳۰۹۶ | ۱۱۱۳۴ | -۶۱۶۰ |
| درصد اختلاف (%) | | -۱۰/۲ | ۶/۱ | ۹/۲ | ۸/۷ | -۳/۱ | -۶/۱ | -۲ | ۲۰/۴ | -۱/۱ |
| Safe | | -۸۵۸۰ | ۱۳۰۰۳ | -۴۲۵۶۲ | -۵۳۲۹۰ | ۲۱۰۲۲ | -۳۵۱۵۴ | -۲۸۰۴۹ | ۹۵۱۶ | -۱۲۰۷۷ |
| درصد اختلاف (%) | | -۲۲/۱ | -۱۷/۱ | ۴/۴ | -۱۸/۲ | -۳/۵ | -۱۷/۳ | -۱۶/۹ | ۲/۹ | ۹۴ |
| لنگر ستون‌ها | | | | | | | | | | |
| ستون بالا | راه حل دستی | ۶۶۴۹ | | ۴۶۸۸ | | | ۷۶۱۹ | | | ۴۲۷۳ |
| | ستون پایین | ۶۱۶۵ | | ۳۶۱۶ | | | ۵۵۵۹ | | | ۳۰۶۴ |
| ستون بالا | مقادیر برنامه | ۶۰۴۷ | | ۵۲۱۵ | | | ۶۶۰۷ | | | ۴۳۰۲ |
| | ستون پایین | ۵۶۲۵ | | ۳۹۹۲ | | | ۵۳۵۶ | | | ۳۰۹۲ |
| درصد اختلاف (%) | | -۹/۱ | | ۱۱/۲ | | | -۱۳/۳ | | | -۰/۷ |
| | | -۸/۸ | | ۱۰/۴ | | | -۳/۷ | | | ۰/۹ |
| برش | | | | | | | | | | |
| راه حل دستی | راه حل دستی | ۲۱۸۹۷ | | -۳۲۹۲۴ | ۳۶۹۶۷ | | -۳۶۱۳۷ | ۳۰۱۰۰ | | -۱۸۶۲۹ |
| | مقادیر برنامه | ۲۰۹۹۹ | | -۳۳۸۲۲ | ۳۷۸۷۶ | | -۳۵۲۱۸ | ۲۹۹۷۶ | | -۱۸۷۵۳ |
| درصد اختلاف (%) | | -۴/۱ | | ۲/۷ | ۲/۵ | | -۲/۵ | -۰/۴ | | ۰/۷ |
| Safe | | ۲۰۵۱۹ | | -۳۳۳۳۹ | ۳۷۷۳۳ | | -۳۲۷۳۵ | ۲۶۵۲۰ | | -۱۹۷۹۸ |
| درصد اختلاف (%) | | -۶/۳ | | -۱/۸ | ۲/۱ | | -۹/۴ | -۱۱/۹ | | ۶/۳ |

مراجع

- 1 - Al-Assaf, A. and Saffarini, S. (2004). "Optimization of Slabs Using Object Oriented Programming." *Computers & Structures, Elsevier*, Vol. 82, No. 9-10, PP. 741-752.
- 2 - Allen, F. and Darvall, P. (1977). "Lateral Load Equivalent Frame." *ACI Structural Journal*, Proceedings Vol. 74, No. 7, PP. 294-299.
- 3 - Vanderbilt, M. D. and Corely, W. G. (1983). "Frame Analysis of Concrete Buildings." *Concrete International Journal*, Vol. 5, No. 12.
- 4 - Luo, Y. H. and Durrani, A. J. (Jan.-Feb. 1995). "Equivalent Beam Model for Flat-Slab Buildings- Part I: Interior Connections.", *ACI Structural Journal*, Vol. 92, No. 1, PP. 115-124.
- 5 - Luo, Y. H. and Durrani, A. J. (1995). "Equivalent Beam Model for Flat-Slab Buildings- Part II: Exterior Connections.", *ACI Structural Journal*, Vol. 92, No. 2, PP. 250-257.
- 6 - Ghosh, S. K., Fanella, D. A. and Rabbat, B. G. (1996). *Notes On ACI 318-95*. Portland Cement Association.
- 7 - Park, R. and Gamble, W. L. (2000). *Reinforced Concrete Slabs*. Second Edition, John Wiley & Sons Inc.
- 8 - Ferguson, P. M., Breen, J. E. and Jirsa, J. O. (1988). *Reinforced Concrete Fundamentals*. Fifth Edition, John Wiley & Sons Inc.
- 9 - Technical Affairs Deputy, Department of Technical Affairs and Development of Standards, (2005), Iranian Concrete Code, Revision 1, 7th Edition.
- 10 - American Concrete Institute. (2002). *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-02) and Commentary (ACI 318R-02)*. Farmington Hills, MI.
- 11 - Erberik, M. A. and Elnashai, A. S. (2003). "Seismic Vulnerability of Flat-Slab Structures." *Technical Report, Mid-America Earthquake Center*, DS-9 Project, Civil and Environmental Engineering Dept., University of California, Los Angeles.
- 12- Corley, W. G. and Jirsa, J. O. (1970). "Equivalent frame analysis for slab design", *ACI Structural Journal*, Proceedings, Vol. 67, No. 11, pp. 875-884.
- 13 - Dovich, L. M. and Wight, J. K. (2005). "Effective Slab Width Model for Siesmic Analysis of Flat Slab Frames." *ACI Structural Journal*, Vol. 102, No. 6.
- 14 - MacGregor, J. G. (1997). *Reinforced Concrete Mechanics and Design*. Third Edition, Prentice-Hall
- 15 - Hulse, R. and Mosley, W. H. (1986). *Reinforced Concrete Design by Computer*. MacMillan Education LTD.
- 16 - Moghaddasi Bonab, N. S. (2007). Computer Program for Analysis of Substitute Frame of Flat Slabs Supported on Beams and Study of their Lateral Load Analysis, M.Sc. Degree Thesis, Faculty of Engineering, University of Tehran.
- 17 - Keynia, A. M. (2007). Analysis and Design of Reinforced Concrete Structures, Technical University of Isfahan Publications, 16th Edition.
- 18 - Computers and Structures Inc. (2004). *Verification Manual*. Berkeley, California.