شمـــاره ۲، جلـــد ۲۱، تابستـــان ۱۳۸۹
نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنایـــع و مدیـــریت تولیـــد
نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید
دانشگاه علم و صنعت ایران
ISSN: 2008-4870
Journal Website: http://IJIEPM.iust.ac.ir/

Comparing of Utilizing "Theory of Constraints" Versus "Fuzzy Linear Programming" in Fuzzy Product-Mix Problems

S. Ghazinoory*, R. Sadeghian & P. Samouei

S. Ghazinoory, *Department of Information Technology Management,Tarbiat Modares University,Tehran, Iran*
R. Sadeghian*, Department of Industrial Eng., Bu Ali Sina University, Hamedan, Iran*
P. Samouei*, Department of management., Azad Islamic University, Qazvin, Iran*

Keywords

Theory of constraints,
one bottleneck,
multi bottlenecks,
fuzzy linear programming,
fuzzy processing time,
fuzzy capacity, product mix

ABSTRACT

In the recent years, theory of constraints (TOC) has emerged as an effective management philosophy for solving product mix problem with the aim of profit maximization by considering the bottleneck. Furthermore, Fuzzy set theory has been used to model systems that are hard to define precisely and represents an attractive tool to aid research in production management when the dynamics of the production environment limit the specification of model objectives, constraints and the precise measurement of model parameters.
In this research, an algorithm based TOC is proposed for product mix problem with bottleneck(s) and fuzzy processing time and fuzzy capacity. The efficiency of this algorithm compared with Fuzzy Linear Programming(FLP), TOC heuristic, Revised-TOC(RTOC), Hybrid Tabu-SA, genetic algorithm, and tabu search through three illustrative examples but in this comparison, we focused on FLP. The results have shown inefficiency of TOC in fuzzy state.

مقایسه عملکرد تئوری محدودیت‌ها با برنامه‌ریزی خطی فازی در مسائل تولید ترکیبی فازی

سید سپهر قاضی نوری، رامین صادقیان و پروانه سموئی

کلمات کلیدی

تولید ترکیبی،
تئوری محدودیت‌ها،
تک گلوگاهی، چندگلوگاهی،
برنامه‌ریزی خطی فازی،
زمان پردازش فازی، ظرفیت فازی

چکیده:

طی سالیان اخیر تئوری محدودیت‌ها[2] به عنوان یک فلسفه‌ی مدیریتی موثر برای مسائل تولید ترکیبی در جهت افزایش سود به کار گرفته شده‌است. هدف اصلی این تئوری، کسب پول و سودآوری از طریق شناسایی گلوگاه‌ها و رفع یا هموار نمودن آنهاست. از سویی در اغلب

تاریخ وصول: ۸۸/۱۱/۵
تاریخ تصویب: ۸۹/۳/۵

دکتر سید سپهر قاضی نوری دانشیار گروه مدیریت فناوری اطلاعات، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ghazinoory@modares.ac.ir
دکتر رامین صادقیان استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، rsadeghian@basu.ac.ir
پروانه سموئی مدرس دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه آزاد قزوین، Samouei_parvaneh@yahoo.com

[2] *Theory Of Constraints*

سیستم‌های تولیدی برخی پارامترها، قطعی نبوده و با نوعی ابهام همراه هستند. از اینرو تئوری مجموعه‌های فازی به عنوان ابزاری مفید می‌تواند در این موارد، مورد استفاده قرار گیرد.
در این مقاله دو مسأله تولید ترکیبی به کمک دو روشِ تئوری محدودیت‌ها و برنامه‌ریزی خطی فازی، حل شده و مورد بررسی قرار می‌گیرند و در عین حال که نتایج آنها با هم مقایسه می‌شوند، الگوریتمی نیز بر مبنای تئوری محدودیت‌ها جهت حل مسائل تولید ترکیبی با زمان پردازش و ظرفیت فازی ارائه می‌گردد. نتایج اولیه نشان می‌دهند که تئوری محدودیت‌ها در مسائل چندگلوگاهی دارای کارایی چندانی نبوده و فقط در مسائل تک گلوگاهی می‌توانند مفید واقع شوند، در حالی‌که روش برنامه‌ریزی خطی فازی می‌تواند در کلیه مسائل تک گلوگاهی و چند گلوگاهی جواب‌های مناسبی به دست آورد. این در حالی است که در برخی از روش‌های حل برنامه‌ریزی خطی فازی، محدودیت‌هایی وجود دارند که نمی‌توان همواره جواب شرایط مورد نظر را در آنها یافت.

۱. مقدمه

یکی از سیستم‌های مدیریت تولیدی که در راستای افزایش بهره‌وری شکل گرفته‌است تئوری محدودیت‌ها است. این تئوری که توسط گلدرات ارائه شده است، با شناسایی محدودیت‌های موجود و به کمک یک سری مفاهیم، سیستم را در جهت کسب پول هدایت می‌نماید. برای این کار نیز ۳ فاکتور سود، موجودی و هزینه‌ی عملیاتی را در نظر می‌گیرد، که این فاکتورها می‌توانند با شاخص‌هایی نظیر سود خالص، نرخ بازگشت سرمایه و جریان مالی بیان شوند[۱]. گلدرات برای مدیریت محدودیت‌ها، فرایند ۵ مرحله‌ای زیر را پیشنهاد می‌دهد:

۱. شناسایی محدودیت‌های سیستم
۲. تصمیم‌گیری در زمینه‌ی چگونگی محافظت و ارتقای محدودیت‌های سیستم
۳. هدایت تمام عوامل در جهت قدم دوم
۴. از میان برداشتن محدودیت‌های سیستم
۵. بازگشت به قدم اول، در صورت از بین رفتن محدودیتی در قدم قبل

اما در اغلب سیستم‌های تولیدی پارامترهایی وجود دارند که ممکن است مقادیر قطعی و مشخصی نداشته باشند. لذا بررسی عدم قطعیت این پارامترها در مدیریت این سیستم‌ها امری لازم و ضروری به نظر می‌رسد. با این اوصاف محققینی که از تئوری محدودیت‌ها در مسائل تولیدی استفاده کرده‌اند، فقط حالت تک گلوگاهی شامل داده‌های قطعی را بررسی نموده‌اند.
از این‌رو ما در این مقاله سعی خواهیم نمود، مدل را تعمیم داده و علاوه براینکه مدل‌های چندگلوگاهی را مدنظر قرار خواهیم داد، اثرات استفاده از داده‌های غیرقطعی را نیز بررسی کنیم. طی تحقیقات گذشته روش‌ها و مدلهای گوناگونی در مسائل تولید ترکیبی مورد استفاده قرار گرفته‌اند، که از آن جمله می‌توان به موارد ذیل اشاره نمود:

لی و پلنرت[۱] در سال ۱۹۹۳ به بررسی کارایی روش TOC در زمانی که یک محصول جدید به خط تولید موجود اضافه می‌شود، پرداختند. آنها نشان دادند که برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح در این شرایط، ابزار مناسب‌تری نسبت به TOC در دستیابی به سود ماکزیمم می‌باشد [۲]. پِلنِرت در سال ۱۹۹۳ مثالی را مطرح کرد که دارای چندین منبع محدود بود سپس نشان داد که روش TOC حل بهینه‌ی شدنی را در اختیار قرار نمی‌دهد[۳]. فِردِندال و لی[۲] نیز الگوریتم TOC تجدید نظر شده(RTOC)[3] را برای مسائل تولید ترکیبی که نمی‌توان با روش TOC حل نمود، مورد بررسی قرار دادند. در اغلب موارد نتایج به دست آمده از این روش با نتایج برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برابر بودند[۴].
کی و اشمیت[۴] با ترکیب TOC و ABC[۵] روشی ارائه دادند که کارایی بیشتری نسبت به هر یک از این دو روش داراست[۵].
کومان ورونِن[۶] در سال ۲۰۰۰ به فرموله نمودن مسائل با منابع خارجی، اقدام نمودند. آنها نشان دادند که روش TOC نسبت به برنامه‌ریزی خطی دارای قابلیت‌های پایین‌تری است[۶]. در همین سال بالاکریشنان و چِنگ[۷] نیز نشان دادند که برنامه‌ریزی خطی ابزار مفیدی در تحلیل TOC است[۷]. فینچ و لوب[۸] به مقایسه‌ی روش TOC ساده و روشی که TOC با استفاده از LP[۹] و دنبال کردن یک پروسه‌ی بهبود ۵ مرحله‌ای به حل مسئله می‌پردازد، اقدام نمودند. همچنین آنها الگوریتمی ارائه دادندکه می‌تواند توسط ILP[10] به بهبود مسائل تولید ترکیبی دست یابد[۸].

[1] *Lee & Plenart*
[2] *Fredenall & Lea*
[3] *Revised Theory Of Constraints*
[4] *Kee & Schmidt*
[5] *Activity based costing*
[6] *Coman & Ronen*
[7] *Balakrishnan & Cheng*
[8] *Luebbe & Finch*
[9] *Linear Programming*
[10] *Integer Linear Programming*

اُنووبولو[1] از روش جستجوی ممنوعه[2] برای حل مسائل چندگلوگاهی استفاده نمودند. اگرچه روش وی حل بهینه را با کیفیت بالا و در زمان معقولی ارائه می‌داد و از روشTOC سنتی بهتر بود، اما با این حال به خوبی روش‌های RTOC وILP نیز نبود[۹]. اُنوُبولو و موتینگی[3] در سال ۲۰۰۱ از الگوریتم ژنتیک[4] بر مبنای تئوری محدودیت‌ها برای مسائل تولید ترکیبی با ابعاد بزرگ، استفاده نمودند[۱۰]. آنها همچنین از الگوریتم ژنتیک برای مسائل تولید ترکیبی که با برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح و تکنیک‌های مشابه قابل حل نبودند، استفاده کردند[۱۱].

آریانژاد و کمیجان یک الگوریتم بهبود دهنده ارائه کردند که توانایی دستیابی به حل بهینه‌ی تولید ترکیبی تحتTOC را دارا بود. به علاوه آنها کارایی الگوریتم خود را با روش ILP فردندال و لی نیز مقایسه نمودند[۱۲].

چان و همکارانش[5] برای حل مسائل ترکیب تولید چندگلوگاهی روشی که از ترکیب دو روش جستجوی ممنوعه[6] و انجماد تدریجی[7] به دست می‌آید، پیشنهاد دادند. آنها این الگوریتم را با توجه به تئوری محدودیت‌ها استفاده کرده و جواب‌های به دست آمده را با روش‌های TOC، RTOC، ILP، SA وTS مقایسه نمودند[۱].

بابو و همکارانش[8] از تئوری محدودیت‌ها و برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برای شناسایی ماشین‌های بحرانی در سیستم‌های تولیدی بزرگ استفاده نمودند. نتایج به کارگیری این روش در صنایع وابسته به اتومبیل‌سازی نشان‌دهنده‌ی افزایش خروجی و کاهش سرمایه‌گذاری‌های لازم می‌باشد[۱۳].

بهاتاچاریا و وَسَنت[9] در مسائل تولید ترکیبی تحت تئوری محدودیت‌ها، سطح رضایت تصمیم‌گیرندگان را نیز لحاظ نمودند. آنها برای سطح رضایت تصمیم‌گیرندگان که مقداری فازی است، از تابع عضویت S شکل استفاده کردند[۱۴].

چهارسوقی و جعفری در سال ۲۰۰۷ از الگوریتم SA برای مسئله‌ی ترکیب تولید استفاده کرده و الگوریتم خود را با روش‌های TOC، RTOC، ILP، TSوGA مقایسه نمودند. الگوریتم آنها برای مسائلی که دارای تعداد زیادی ماشین و یا محصول بودند، کاربرد داشت. در ابعاد بزرگ نتایج به دست آمده از روشSA بهتر از جواب‌های به دست آمده از روش‌های TS و الگوریتم ژنتیک بودند[۱۵].

به طور کل می‌توان مشاهده نمود که در راستای یافتن پاسخ مناسب برای مسائل تولید ترکیبی روش‌هایی نظیر تئوری محدودیت‌ها، تئوری محدودیت‌های اصلاح شده، برنامه‌ریزی‌خطی، برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح، جستجوی ممنوعه، انجماد تدریجی و یا ترکیبی از آنها پیشنهاد شده‌است. هر کدام از این روش‌ها به نوبه‌ی خود دارای مزایا و محدودیت‌هایی هستند. به طور مثال در برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح علیرغم اینکه قابلیت ماکزیمم‌سازی سود به مقدار قابل توجهی وجود دارد، ممکن است حل مسئله به زمان زیادی احتیاج داشته باشد. علاوه بر این، نکته‌ای که در تمام این روش‌ها مشاهده شد، این بود که تمام پارامترهای تولید نظیر زمان پردازش و ظرفیت، قطعی درنظر گرفته شده‌اند. این در حالی است که در دنیای واقعی معمولاً تمام پارامترها قطعی نمی‌باشند.

در میان روش‌های نام برده، روش تئوری محدودیت‌ها، یک روش بسیار ساده و در عین حال قابل فهم است. لذا در این تحقیق علاوه بر نگرش فازی به پارامترهای تولیدی نظیر زمان پردازش و ظرفیت، به بررسی مسائل تولید ترکیبی تک و چندگلوگاهی تحت تئوری محدودیت‌ها پرداخته و نتایج حاصل نیز با روش برنامه ریزی خطی فازی مقایسه می‌گردد.

به دلایل ذیل ما زمان پردازش و ظرفیت را دراین مقاله فازی درنظر می‌گیریم:

- در واقعیت کمتر دیده می‌شود که زمان‌های پردازش، قطعی و مشخص باشند و هیچ شناوری و انعطافی نداشته باشند. این پدیده مخصوصاً زمانی که میزان اتوماسیون کمتر بوده و نقش انسان در تولید پررنگ‌تر است، بیشتر دیده می‌شود.
- عدم قطعیت در زمان پردازش، در مواقعی که حجم تولید بالا است، مقدار قابل توجهی را به خود اختصاص داده و به راحتی نمی‌توان از آن چشم‌پوشی نمود.
- در طراحی یک سیستم تولید، معمولاً اطلاعات دقیقی از زمان پردازش و ظرفیت تولید وجود نداشته و می‌بایست برای برنامه‌ریزی‌های هرچه دقیق‌تر، از پارامترهای غیرقطعی استفاده نمود تا در مواقع لزوم بتوان واکنش‌های مناسب‌تری را به رخدادهای مختلف نشان داد.

در ادامه این مقاله، در بخش دوم تعاریف مورد نیاز بیان شده و در بخش سوم، علاوه بر ذکر مدل ریاضی مسائل تولید ترکیبی فازی، الگوریتم پیشنهادی نیز ارائه می‌گردد. در بخش چهارم نیز ۲ مثال عددی ارائه شده که از دو روش برنامه‌ریزی خطی فازی و تئوری محدودیت‌ها حل می‌شوند.

۲. تعاریف

زمان پردازش: مدت زمانی است که برای انجام عملیات خاصی در ایستگاه معینی مورد نیاز است.

ظرفیت: مدت زمانی است که هر ایستگاه می‌تواند صرف تولید نماید. قابل توجه است که این مقدار پس از کسر زمان نصب و راه-اندازی محاسبه شده است.

[1] *Onwubolu*
[2] *Tabu Search*
[3] *Onwubolu & Mutingi.*
[4] *Genetic Algorithm(GA)*
[5] *et al Chan*
[6] *Tabu Search(TS)*
[7] *Simulated Annealing(SA)*
[8] *Babu et al*
[9] *Bhattacharya & Vasant.*

گلوگاه: محلی در سیستم است که مانع به دست آوردن خروجی بیشتر می‌گردد.

۳. الگوریتم پیشنهادی برای حل مسائل تولید ترکیبی فازی به کمک تئوری محدودیت‌ها

در الگوریتم پیشنهادی، فرضیات زیر درنظر گرفته می‌شوند:

۱. زمان پردازش برای هر قطعه روی ماشین های مختلف مشخص و مقداری فازی است.
۲. ظرفیت هر منبع مشخص و مقداری فازی است.
۳. ظرفیت کل خط وابسته به ظرفیت ایستگاه گلوگاه است و با تغییر ظرفیت ایستگاه گلوگاه، ظرفیت کل خط دچار تغییر می‌شود.
۴. هزینه‌ی عملیاتی مقداری ثابت است.

همچنین پارامترهای زیر مورد استفاده قرار گرفته‌اند:

$\tilde{b}_j$: ظرفیت منبع j ام که به صورت یک عدد فازی مثلثی تعریف می‌شود.

S_j: تفاوت ظرفیت مورد نیاز و ظرفیت در دسترس که به صورت فازی است.

D_i : تقاضای محصول نوع i

n : تعداد منابع

m : تعداد انواع محصولات

X_i: تعداد محصولات ترکیب شده‌ی نوع i

C_i: سود حاصل از تولید ترکیبی محصول نوع i

$\tilde{T}_{ij}$: زمان مورد نیاز برای پردازش محصول نوع i روی منبع j که یک مقدار فازی مثلثی می‌باشد.

الف) الگوریتم حل مسائل تولید ترکیبی فازی به کمک تئوری محدودیت‌ها:

گام صفر: شروع

گام ۱: برای هر ایستگاه زمان پردازش را در میزان تقاضا(پتانسیل فروش) ضرب کنید [1].

$$D_i\tilde{T}_{ij}=(D_iT_{ij1},\ D_iT_{ij2},\ D_iT_{ij3})\quad i=1,\ldots,m\quad j=1,\ldots,n \qquad (۱)$$

گام ۲: مجموع زمان پردازشی را که در هر ایستگاه صرف می‌شود به دست آورید. این عدد، ظرفیت مورد نیاز هر ایستگاه جهت تامین کل تقاضا را نشان می‌دهد.

$$\sum_{i=1}^{m}D_i\tilde{T}_{ij}=(\sum_{i=1}^{m}D_iT_{ij1},\sum_{i=1}^{m}D_iT_{ij2},\sum_{i=1}^{m}D_iT_{ij3})\quad j=1,\ldots,n \qquad (۲)$$

گام ۳: دو مجموعه با نام‌های گلوگاه و غیرگلوگاه تشکیل دهید. چنانچه تمام روابط ۳ تا ۵ برای هر ایستگاه (j=1,2,…,n) برقرار بود آن ایستگاه را در مجموعه‌ی غیرگلوگاه‌ها درغیراینصورت آن‌را در مجموعه‌ی گلوگاه‌ها قرار دهید:

$$\sum_{i=1}^{m}D_iT_{ij1}\le b_{j1} \qquad (۳)$$

$$\sum_{i=1}^{m}D_iT_{ij2}\le b_{j2} \qquad (۴)$$

$$\sum_{i=1}^{m}D_i\mathrm{T}_{ij3}\le b_{j3} \qquad (۵)$$

گام۴: تعداد اعضای مجموعه‌ی گلوگاه را با q نشان دهید.
مقدار (s_{1k},s_{2k},s_{3k}) را برای هر ایستگاه گلوگاه به کمک رابطه ۶ به دست آورید:

$$(b_{k1},b_{k2},b_{k3})-(\sum_{i=1}^{m}D_i\mathrm{T}_{ik1},\sum_{i=1}^{m}\mathrm{D_iT_{ik2}},\sum_{i=1}^{m}\mathrm{D_iT_{ik3}})=(s_{1k},s_{2k},s_{3k})\quad k=1,\ldots,q \qquad (۶)$$

گام۵: مقدار $\frac{s_{1k}+2s_{2k}+s_{3k}}{4}$ را به ازای k=1, 2, …, q محاسبه نموده و به طور صعودی مرتب کنید. اگر برخی از این اعداد مرتب نشده باقی ماندند، به گام ۶ بروید، در غیر این صورت به گام ۸ بروید[2].

گام ۶:مقادیر مُد (s_{2k}) اعداد باقیمانده را مقایسه کنید و به همراه اعداد گام قبل رتبه‌بندی نمایید. اگر برخی از این اعداد مرتب نشده باقی ماندند، به گام ۷ بروید، و در غیر این صورت به گام ۸ بروید.

گام ۷: دامنه‌ی داده‌ها را مقایسه نمایید و به همراه اعداد به دست آمده در گام‌های ۵ و ۶ رتبه‌بندی نموده و به گام۸ بروید.

گام۸: برای هر عضو مجموعه‌ی مرتب شده در گام ۷ سود هر واحد از محصول را بر زمان پردازش صرف شده برای تولید آن محصول، در ایستگاه مورد نظر تقسیم نمایید.

$$(C_i,C_i,C_i)\div(T_{ik1},T_{ik2},T_{ik3})=(\frac{C_i}{T_{ik3}},\frac{C_i}{T_{ik2}},\frac{C_i}{T_{ik1}})\quad i=1,\ldots,m\quad k=1,\ldots,q \qquad (۷)$$

---

[1] اپراتورهای زیادی برای ترکیب اعداد فازی در مقالات و کتاب‌های مختلف به کار رفته است. برای مثال منابع [۱۶] و [۱۷] برخی از این اپراتورها را نشان می‌دهند. ولی در این مقاله برای ترکیب اعداد فازی از روابط منبع [۲۲] استفاده شده است.

[2] علیرغم اینکه روابط زیادی برای رتبه‌بندی اعداد فازی وجود دارد. در این مقاله از روابطی که در مرجع ۲۲ آمده است، استفاده شده است. خوانندگان برای مطالعه‌ی بیشتر می‌توانند به مراجع [۱۸]، [۱۹] و [۲۰] مراجعه نمایند.

گام۹: مقدار $\frac{(\frac{C_i}{T_{ik3}} + 2\frac{C_i}{T_{ik2}} + \frac{C_i}{T_{ik1}})}{4}$ را برای k=1,…, q و i=1, …, m محاسبه نموده و به طور صعودی مرتب کنید. اگر برخی از این اعداد مرتب نشده باقی ماندند، به گام ۱۰ بروید، در غیر این صورت به گام ۱۲ بروید.

گام ۱۰: مقادیر مُد اعداد باقیمانده را مقایسه کنید و به همراه اعداد گام ۹ رتبه‌بندی نمایید. اگر برخی از این اعداد مرتب نشده باقی ماندند، به گام ۱۱ بروید، در غیر این صورت به گام ۱۲ بروید.

گام ۱۱: دامنه‌ی داده‌ها را مقایسه نموده و به همراه اعداد به دست آمده در گام‌های ۹ و ۱۰ رتبه‌بندی نمایید و به گام ۱۲ بروید.

گام ۱۲ : با توجه به اولویت‌های به دست آمده در گام‌های ۹ تا ۱۱ میزان تولید هر محصول را با توجه به ایستگاه گلوگاه مورد نظر تعیین کنید.

گام ۱۳ :آیا سایر ایستگاه‌هامی‌توانند مقادیر به دست آمده در گام ۱۲ را تولید کنند یا خیر؟ اگر قادر به تولید این تعداد نیستند، تعداد جدید تولید را محاسبه کنید. بدین صورت که از محصولی که در آخرین اولویت برنامه‌ی تولید به دست آمده قرار دارند بکاهید تا مشکل ظرفیت برطرف گردد.

گام۱۴ : مقادیر به دست آمده در گام ۱۳ را در میزان سود هر واحد محصول ضرب کنید و سود کل را محاسبه نمایید.

گام ۱۵ : بیشترین سودی را که می‌توان به دست آورد، به عنوان سود نهایی در نظر بگیرید.

ب) مدل ریاضی مسائل تولید ترکیبی فازی:

مدل ریاضی که از فرموله کردن مسئله حاصل می‌شود به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} &\max: \quad TH = \sum_{i=1}^{m} C_i X_i \\ &s.to: \quad \sum_{i=1}^{m} \tilde{T}_{ij} X_i \le \tilde{b}_j \qquad j = 1,2,\ldots,n \\ &\qquad\qquad X_i \le D_i \qquad i = 1,2,\ldots,m \\ &\qquad\qquad X_i : \text{integer} \end{aligned} \tag{۸}$$

تابع هدف نشان‌دهنده‌ی ماکزیمم نمودن سود است. اولین محدودیت نیز بیانگر این نکته است که مجموع زمانی که صرف تولید هر نوع محصول در یک ایستگاه معین می‌شود، نباید از ظرفیت آن ایستگاه تجاوز کند. محدودیت دوم نیز نشان می‌دهد که تعداد تولید هر محصول نباید از میزان تقاضای آن بیشتر باشد.

۴. کاربرد مدل و ارائه مثال عددی

در این بخش از بین مثال‌های متعدد حل شده، دو مثال را جهت کاربرد مدل و مقایسه روش‌های تئوری محدودیت‌ها و برنامه‌ریزی خطی فازی، ارائه خواهیم داد. علت انتخاب این مثال‌ها آن است که قبلاً در چندین مقاله دیگر استفاده شده‌اند.

۴-۱. مثال چندگلوگاهی[۱۴]

کارخانه‌ای۴ نوع محصول R، T،S و U را تولید می‌کند. زمان پردازش تولید محصولات در ایستگاه‌های مختلف در جدول (۱) و میزان پتانسیل فروش و سود هر محصول در جدول (۲)آمده است. ظرفیت ایستگاه‌های A، C، E و G برابر با (۲۶۰۰، ۲۴۰۰، ۲۱۰۰) و ظرفیت ایستگاه‌هایB ، Dو F معادل (۲۸۰۰، ۲۵۰۰، ۲۳۰۰) واحد زمانی می‌باشند.

جدول۱. زمان پردازش و ظرفیت هر ایستگاه

ایستگاه	محصول R	S	T	U
A	(15,20,22)	(7,10,12)	(7,10,12)	(3,5,6)
B	(3,5,6)	(7,10,12)	(3,5,6)	(14,15,18)
C	(7,10,12)	(3,5,6)	(7,10,12)	(7,10,12)
D	(0,0,0)	(25,30,33)	(14,15,18)	(3,5,6)
E	(3,5,6)	(3,5,6)	(15,20,22)	(3,5,6)
F	(3,5,6)	(3,5,6)	(3,5,6)	(14,15,18)
G	(15,20,22)	(3,5,6)	(7,10,12)	(0,0,0)

جدول۲. میزان پتانسیل فروش و سود هر محصول

	R	S	T	U
میزان پتانسیل فروش	۷۰	۶۰	۵۰	۱۵۰
سود	۸۰	۶۰	۵۰	۳۰

۱-۴-۱. حل مسئله به کمک تئوری محدودیت‌ها:

جدول (۳) گام‌های ۱ و ۲ الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد. سطر آخر این جدول ظرفیت مورد نیاز هر ایستگاه را نشان می‌دهد

جدول۳. ظرفیت مورد نیاز هر ایستگاه

محصول	ایستگاه A	B	C	D	E	F	G
R	(۱۰۵۰, ۱٤۰۰, ۱٥٤۰)	(۲۱۰, ۳٥۰, ٤۲۰)	(٤۹۰, ۷۰۰, ۸٤۰)	(۰, ۰, ۰)	(۲۱۰, ۳٥۰, ٤۲۰)	(۲۱۰, ۳٥۰, ٤۲۰)	(۱۰٥۰, ۱٤۰۰, ۱٥٤۰)
S	(٤۲۰, ٦۰۰, ۷۲۰)	(٤۲۰, ٦۰۰, ۷۲۰)	(۱۸۰, ۳۰۰, ۳٦۰)	(۱٥۰۰, ۱۸۰۰, ۱۹۸۰)	(۱۸۰, ۳۰۰, ۳٦۰)	(۱۸۰, ۳۰۰, ۳٦۰)	(۱۸۰, ۳۰۰, ۳٦۰)
T	(۳٥۰, ٥۰۰, ٦۰۰)	(۱٥۰, ۲٥۰, ۳۰۰)	(۳٥۰, ٥۰۰, ٦۰۰)	(۷۰۰, ۷٥۰, ۹۰۰)	(۷٥۰, ۱۰۰۰, ۱۱۰۰)	(۱٥۰, ۲٥۰, ۳۰۰)	(۳٥۰, ٥۰۰, ٦۰۰)
U	(٤٥۰, ۷٥۰, ۹۰۰)	(۲۱۰۰, ۲۲٥۰, ۲۷۰۰)	(۱۰٥۰, ۱٥۰۰, ۱۸۰۰)	(٤٥۰, ۷٥۰, ۹۰۰)	(٤٥۰, ۷٥۰, ۹۰۰)	(۲۱۰۰, ۲۲٥۰, ۲۷۰۰)	(۰,۰,۰)
مجموع	(۲۲۷۰, ۳۲٥۰, ۳۷٦۰)	(۲۸۸۰, ۳٤٥۰, ٤۱٤۰)	(۲۰۷۰, ۳۰۰۰, ۳٦۰۰)	(۲٦٥۰, ۳۳۰۰, ۳۷۸۰)	(۱٥۹۰, ۲٤۰۰, ۲۷۸۰)	(۲٦٤۰, ۳۱٥۰, ۳۷۸۰)	(۱٥۸۰, ۲۲۰۰, ۲٥۰۰)

طبق گام سوم با مقایسه‌ی مقادیر عدد فازی میزان ظرفیت مورد نیاز و ظرفیت در دسترس در می‌یابیم که فقط ایستگاه G از تمام ظرفیت خود استفاده نمی‌کند، بنابراین این مسئله یک مسئله‌ی چندگلوگاهی است. در گام چهارم الگوریتم، باید مابه‌التفاوت ظرفیت در دسترس و ظرفیت مورد نیاز هر ایستگاه را به دست آورد. این مقادیر به شرح زیر است:

A: (۲۱۰۰,۲۴۰۰,۲۶۰۰) -(۲۲۷۰,۳۲۵۰,۳۷۶۰) = (-۱۶۶۰,-۸۵۰ ,۳۳۰)
B: (۲۳۰۰,۲۵۰۰,۲۸۰۰) -(۲۸۸۰,۳۴۵۰,۴۱۴۰) =(-۱۸۴۰,-۹۵۰ ,-۸۰)
C: (۲۱۰۰,۲۴۰۰,۲۶۰۰) -(۲۰۷۰,۳۰۰۰,۳۶۰۰)=(-۱۵۰۰,-۶۰۰ ,۵۳۰)
D: (۲۳۰۰,۲۵۰۰,۲۸۰۰) -(۲۶۵۰,۳۳۰۰,۳۷۸۰)=(-۱۴۸۰,-۸۰۰ ,۱۵۰)
E: (۲۱۰۰,۲۴۰۰,۲۶۰۰) -(۱۵۹۰,۲۴۰۰,۲۷۸۰) =(-۶۸۰, ۰,۱۰۱۰)
F: (۲۳۰۰,۲۵۰۰,۲۸۰۰) -(۲۶۴۰,۳۱۵۰,۳۷۸۰)=(-۱۴۸۰,-۶۵۰ ,۱۵۰)

در گام‌های ۵ تا ۷ باید گلوگاه‌ها را با استفاده از رتبه‌بندی فازی مرتب نمود. با این کار جدول زیر حاصل خواهد شد:

جدول ۴. رتبه‌بندی گلوگاه‌ها

ایستگاه	A	B	C	D	E	F
رتبه	۴	۱	۵	۲	۶	۳

با توجه به جدول فوق درمی‌یابیم که ایستگاه B در شرایط بحرانی‌تری می‌تواند قرار گیرد. لذا بایستی اولویت و تعداد تولید محصولات را با توجه به این ایستگاه به دست آورد. برای این کار نیز، سود حاصل از هر محصول بر زمان پردازش ایستگاهی که به عنوان گلوگاه در نظر گرفته‌شده است، تقسیم می‌شود. محاسبات گام ۸ عبارتند از:

(۸۰, ۸۰, ۸۰)÷ (۳, ۵, ۶) = (۱۳،۳۳, ۱۶, ۲۶،۶۶)
(۶۰, ۶۰, ۶۰)÷ (۷, ۱۰, ۱۲) = (۵, ۶, ۸،۵۷)
(۵۰, ۵۰, ۵۰)÷ (۳, ۵, ۶) = (۸،۳۳, ۱۰, ۱۶،۶۶)
(۳۰, ۳۰, ۳۰)÷ (۱۴, ۱۵, ۱۸) = (۱،۶۶, ۲, ۲،۱۴)

برای تعیین اولویت تولید مطابق گام‌های ۹ تا ۱۱ نیز مجدداً از رتبه‌بندی فازی استفاده می‌شود. بدین ترتیب اولویت‌های تولیدی با توجه به ایستگاه B برابر است با:

$$R \geq T \geq S \geq U \qquad (۹)$$

مقادیر تولید که در گام ۱۲ با توجه به اولویت‌های به دست آمده حاصل می‌شود، در جدول زیر آمده است.

جدول ۵. مقدار تولید با توجه به ایستگاه B

اولویت	محصول	مقدار	زمان مورد نیاز	زمان تجمعی
۱	R	۷۰	(۲۱۰,۳۵۰,۴۲۰)	(۲۱۰,۳۵۰,۴۲۰)
۲	T	۵۰	(۱۵۰,۲۵۰,۳۰۰)	(۳۶۰,۶۰۰,۷۲۰)
۳	S	۶۰	(۴۲۰,۶۰۰,۷۲۰)	(۷۸۰,۱۲۰۰,۱۴۴۰)
۴	U	۷۵	(۱۰۵۰,۱۱۲۵,۱۳۵۰)	(۱۸۳۰,۲۳۲۵,۲۷۹۰)

با مراجعه به گام ۱۳ مشخص می‌شود که ایستگاه A قادر به تولید بیش از ۳۸ واحد محصول S نیست. لذا مقادیر به دست آمده و میزان سود(گام ۱۴) به شکل زیر تغییر خواهند کرد:

R=۷۰ T=۵۰ S=۳۸ U=۰ Z=۱۰۳۸۰

قابل توجه است که در این مرحله ایستگاه B، به عنوان گلوگاه در نظر گرفته شد، ولی مشکل ظرفیت سایر ایستگاه‌ها باعث شد که این ایستگاه با ۱۰۰٪ ظرفیت خود کار نکند. عملیات گام‌های ۸ تا ۱۴ باید برای سایر ایستگاه‌های گلوگاه تکرار شود. جدول(۶) خلاصه‌ای از نتایج این عملیات را برای ایستگاه‌های گلوگاه نشان می‌دهد.

جدول۶. میزان تولید و سود با توجه به تمام گلوگاه‌ها

گلوگاه	R	S	T	U	Z
A	۰	۸	۰	۱۵۰	۴۹۸۰
B	۷۰	۳۸	۵۰	۰	۱۰۳۸۰
C	۷۰	۶۰	۲۸	۰	۱۰۶۰۰
D	۷۰	۰	۰	۱۳۲	۹۵۶۰
E	۷۰	۶۰	۰	۵۶	۱۰۸۸۰
F	۷۰	۶۰	۲۸	۰	۱۰۶۰۰

با مراجعه به جدول فوق مشخص می‌شود که سیستم نهایتاً قادر به جذب ۱۰۸۸۰ واحد پولی می‌باشد(گام ۱۵). همچنین مشخص می‌گردد که در حل مسائل چندگلوگاهی به روش تئوری محدودیت‌ها همیشه ایستگاهی که وضعیت بحرانی‌تری دارد(ایستگاه B)، تعیین‌کننده‌ی سود نهایی نیست.

۱-۴-۲. حل مسئله به روش برنامه‌ریزی خطی فازی

برای حل مسئله‌ی مدل برنامه‌ریزی خطی فازی به کمک روش فنگ و همکارانش [۲۱] پس از تعیین توابع عضویت مدل زیر به وجود خواهد آمد:

$$Min\ \ Z = -80R - 60S - 50T - 30U$$

$$S.To:$$

$$\begin{bmatrix} 2t_1-22 & 2t_1-12 & 2t_1-12 & t_1-6 \\ t_2-6 & 2t_2-12 & t_2-6 & 3t_2-18 \\ 2t_3-12 & t_3-6 & 2t_3-12 & 2t_3-12 \\ 0 & 3t_4-33 & 3t_4-18 & t_4-6 \\ t_5-6 & t_5-6 & 2t_5-22 & t_5-6 \\ t_6-6 & t_6-6 & t_6-6 & 3t_6-18 \\ 2t_7-22 & t_7-6 & 2t_7-12 & 0 \\ -5t_8-15 & -3t_8-7 & -3t_8-7 & -2t_8-3 \\ -2t_9-3 & -3t_9-7 & -2t_9-3 & -t_9-14 \\ -3t_{10}-7 & -2t_{10}-3 & -3t_{10}-7 & -3t_{10}-7 \\ 0 & -5t_{11}-25 & -t_{11}-14 & -2t_{11}-3 \\ -2t_{12}-3 & -2t_{12}-3 & -5t_{12}-15 & -2t_{12}-3 \\ -2t_{13}-3 & -2t_{13}-3 & -2t_{13}-3 & -t_{13}-14 \\ -5t_{14}-15 & -2t_{14}-3 & -3t_{14}-7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ S \\ T \\ U \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 200t_1-2600 \\ 200t_2-2600 \\ 200t_3-2600 \\ 200t_4-2600 \\ 200t_5-2600 \\ 200t_6-2600 \\ 200t_7-2600 \\ -300t_8-2100 \\ -300t_9-2100 \\ -300t_{10}-2100 \\ -300t_{11}-2100 \\ -300t_{12}-2100 \\ -300t_{13}-2100 \\ -300t_{14}-2100 \end{bmatrix} \qquad (۱۰)$$

$$R \leq 70$$

$$S \leq 60$$

$$T \leq 50$$

$$U \leq 150$$

$$R,S,T,U\ integer \qquad \forall t_i \in [\alpha, 1]$$

همان‌طور که مدل نشان می‌دهد برای مرحله‌ی اول حل، احتیاج به سطح α و مقادیر $t_1, t_2, ..., t_{14}$ می‌باشد. به این دلیل $\alpha = 0.9$ و مقادیر زیر به طور دلخواه به کار گرفته شدند.

$$t^1 = (t_1^1, t_2^1, t_3^1, t_4^1, t_5^1, t_6^1, t_7^1, t_8^1, t_9^1, t_{10}^1, t_{11}^1, t_{12}^1, t_{13}^1, t_{14}^1) =$$
$$(0.91, 0.95, 0.92, 0.98, 0.95, 0.94, 0.99, 0.91, 0.95, 0.92, 0.98, 0.95, 0.94, 0.99)$$

با حل این مسئله به کمک روش فنگ و همکاران جواب‌های بهینه‌ی زیر حاصل خواهند شد.

(R^*, S^*, T^*, U^*) = (۴۸, ۴۱, ۴۸, ۱۰۶) Z^*=۱۱۸۸۰

۱-۴-۳. تحلیل حساسیت

الف. تحلیل حساسیت به کمک تئوری محدودیت‌ها:

- **افزایش زمان پردازش در ایستگاه گلوگاه:** برای تحقیق در این مورد می‌توان به طور مثال تغییر زمان پردازش محصول S در ایستگاه B را از(۱۲، ۱۰، ۷) به (۲۳، ۲۱، ۱۸) بررسی نمود. از آنجا که زمان جدید از زمان قبلی بزرگتر بوده، لذا این ایستگاه همچنان گلوگاه باقی می‌ماند. پس بایستی محاسبات لازم را برای تعیین اولویت‌ها انجام داد. با انجام این محاسبات مشخص می‌شود که اولویت‌ها همچنان R≥T≥S≥U باقی مانده‌اند ولی نتایج به شکل زیر تغییر خواهند کرد:

R=۷۰ T=۵۰ S=۳۸ U=۰ Z=۱۰۳۸۰

تغییر در مقدار زمان پردازش ایستگاه گلوگاه بر میزان تولید و سود کل نهایی تاثیرگذار می‌باشد.(در این مثال با افزایش زمان پردازش محصول S در ایستگاه B، سود کل از ۱۰۸۸۰ به ۱۰۸۵۰ واحد پولی کاهش پیدا کرد). چنین امری نیز طبیعی است چرا که افزایش زمان پردازش(هدر دادن زمان) در یک ایستگاه گلوگاه رخ داده است و مطابق یکی از قواعد تئوری محدودیت‌ها یک ساعت از دست رفته در گلوگاه معادل یک ساعت از دست رفته در کل سیستم می‌باشد.

- **کاهش زمان پردازش در ایستگاه گلوگاه:** بدین منظور تغییر زمان پردازش محصول T در ایستگاه E از (۲۲، ۲۰، ۱۵) به (۱۷، ۱۵، ۱۳) مورد بررسی قرار می‌گیرد. محاسبات لازم نشان می‌دهد که این ایستگاه از حالت گلوگاهی به غیرگلوگاه تبدیل می‌شود و مطابق روش TOC نیازی به بررسی اولویت و میزان تولید ندارد. از سوی دیگر مشاهده می‌شود که این ایستگاه نقش ترمزی در میزان تولید سایر ایستگاه‌ها نداشته است لذا عملاً نباید میزان تولید و سود نهایی تغییر کند. ولی چون این ایستگاه به غیرگلوگاه تبدیل شده است، اولویت‌های تولید با توجه به این ایستگاه دیگر محاسبه نمی‌شود. در اینجا تناقضی که به وجود می‌آید این است که با برطرف شدن یک گلوگاه انتظار می‌رود که سود اگر افزایش نیابد، حداقل تغییری نکند ولی در اینجا سود از ۱۰۸۸۰ به ۱۰۶۰۰ واحد پولی کاهش می‌یابد.

- **کاهش زمان پردازش در ایستگاه غیرگلوگاه:** در این راستا تغییر زمان پردازش محصول R در ایستگاه G از (۲۲، ۲۰، ۱۵) به(۲۰، ۱۸، ۱۳) مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه ایستگاه G یک ایستگاه غیرگلوگاه است و زمان مورد نظر نیز کاهش یافته است، پس این ایستگاه همچنان غیرگلوگاه باقی می‌ماند و از آنجا که طبق یکی از اصول تئوری محدودیت‌ها، صرفه‌جویی زمان در یک ایستگاه غیرگلوگاه، کاری واهی است، نیازی به بررسی بیشتر وجود ندارد.

ب. تحلیل حساسیت به کمک برنامه‌ریزی خطی فازی:

a) **تغییرات در میزان سطح α:** برای بررسی این تغییرات هم می‌توان این پارامتر را کاهش و هم افزایش داد. با کاهش سطح α از ۰،۹ به ۰،۸ نتایج زیر حاصل خواهد شد:

(R*, S*, T*, U*) = (۵۰, ۴۶, ۳۹, ۱۰۳) Z*=۱۱۸۰۰

مشاهده می‌شود که با کاهش سطح α سود کمتری نیز حاصل شده است.

به همین صورت اگر α از۰،۹ به ۰،۹۵ افزایش یابد، پاسخی که با ۲ مرحله تکرار الگوریتم فنگ و همکارانش به دست می‌آید برابر با مقادیر زیر می‌باشد:

(R, S, T, U) = (۴۸, ۴۱, ۴۹, ۱۰۶) Z=-۱۱۹۳۰

اما با این حال، چون الگوریتم بهینگی را نشان نمی‌دهد بایستی این مراحل مجدداً تکرار گردد. با ادامه‌ی این کار مشخص می‌شود که مسئله در یک حلقه‌ی تکرار قرار گرفته است. لذا الگوریتم فنگ و همکارانش در حل این مسئله به بن‌بست می‌رسد. با ارائه‌ی این توضیحات مشخص می‌شود که نمی‌توان مقدار α را در این روش به هر میزان دلخواه تغییر داد.

b) **تغییرات زمان پردازش:** برای بررسی این تغییرات می‌توان فرض نمود چنانچه زمان پردازش محصول T در ایستگاه E از (15, 20,22) به (13, 15, 17) برسد چه تغییراتی حاصل خواهد شد؟

با استفاده از این زمان در مدل برنامه‌ریزی خطی فازی و در سطح [α, 1]=[0.9, 1] میزان تولید برابر خواهد بود با:

R=۴۸ S=۴۱ T=۴۸ U=۱۰۶ Z=۱۱۸۸۰

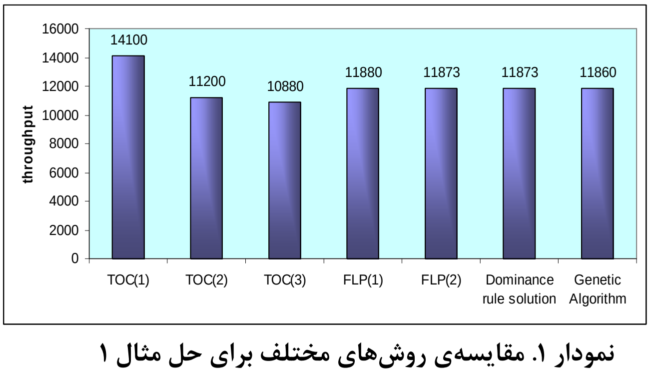
مشاهده می‌شود که میزان تولید و سود، نسبت به حالت قبل از تغییرات هیچ تفاوتی نکرده است. چنین چیزی نیز می‌تواند منطقی باشد چرا که یک ایستگاه گلوگاه به غیرگلوگاه تبدیل شده است. با این حال روش تئوری محدودیت‌ها چنین چیزی را نشان نداد.

c) **تغییر در میزان ظرفیت:** با آنالیز حل به‌دست آمده از برنامه‌ریزی خطی فازی و عدد صحیح(توسط نرم افزار

LINGO) مشخص می‌شود که هیچ یک از متغیرهای کمکی صفر نشده‌اند و قیمت سایه‌ی هیچ کدام مثبت نمی‌باشند. این نشان می‌دهد همچنان سیستم دارای ظرفیت می‌باشد. ولی مشاهده می‌شود محدودیت متناظر ایستگاه ۲ دارای کمترین میزان متغیر کمکی است. پس به بررسی این موضوع که اگر ظرفیت این ایستگاه از (۲۸۰۰، ۲۵۰۰، ۲۳۰۰) به (۴۰۰۰، ۳۵۰۰، ۳۰۰۰) برسد میزان سود چه تغییری خواهد کرد، پرداخته می‌شود. با جایگذاری مقادیر جدید در مدل برنامه‌ریزی خطی فازی مقادیر تولید عبارتند از:

R=۵۵, S=۵۹, T=۷, U=۱۲۴, Z=۱۲۰۱۰

d) مقایسه با سایر مقالات و روش‌های حل: این مثال در چند مقاله‌ی دیگر مورد بررسی قرار گرفته است. البته در تمام آنها همه‌ی پارامترها مقادیری قطعی می‌باشند. مقایسه‌ی پاسخ‌های به دست آمده از این روش‌ها و روش به کار گرفته شده در این مقاله در نمودار زیر آمده است. در این نمودار، TOC(1) نشان‌دهنده‌ی روشی است که تئوری محدودیت‌ها ایستگاهی را که از سایر ایستگاه‌ها بحرانی‌تر باشد در نظر گرفته و از سایر گلوگاه‌ها چشم‌پوشی می‌نماید(البته باید اشاره کرد که سایر گلوگاه‌ها مانعی برای کسب مقدار بیان شده می‌باشند. TOC(2) نیز بیانگر استفاده از روش تئوری محدودیت‌ها و به دست آوردن اولویت تولید و سود نهایی ماکزیمم براساس تمام گلوگاه‌ها می‌باشد. در این روش گلوگاهی باقی نمی‌ماند. TOC(3) و FLP(1) نیز روش‌هایی هستند که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته‌اند. FLP(2) هم روشی است که در آن پارامترهای زمان و ظرفیت قطعی لحاظ گردیده ولی میزان رضایت تصمیم‌گیرندگان به عنوان یک پارامتر فازی منظور شده است.



نمودار ۱. مقایسه‌ی روش‌های مختلف برای حل مثال ۱

۲-۴. مثال تک گلوگاهی

مسئله‌ای با داده‌های جدول زیر را در نظر بگیرید. مطلوبست ترکیب بهینه‌ی تولید محصولات P و Q را با توجه به اینکه ظرفیت ایستگاه‌های C ،A و D برابر با (۲۳۵۰,۲۴۰۰,۲۴۵۰) و ظرفیت ایستگاه B معادل (۱۸۰۰,۲۰۰۰,۲۲۰۰)باشند، به‌دست آورید.

جدول ۷. داده‌های مثال تک گلوگاهی

سود	تقاضا	D	C	B	A	
۴۵	۱۰۰	(۹,۱۰,۱۲)	(۱۲,۱۵,۱۶)	(۳,۵,۶)	(۱۲,۱۵,۱۶)	P
۶۰	۵۰	(۳,۵,۶)	(۳,۵,۶)	(۲۸,۳۰,۳۵)	(۹,۱۰,۱۲)	Q

۲-۴-۱. حل مسئله به کمک تئوری محدودیت‌ها

ظرفیت مورد نیاز برای تامین کل تقاضا در جدول(۸) آورده شده است.

جدول ۸. ظرفیت مورد نیاز هر ایستگاه

ظرفیت مورد نیاز	ایستگاه
(۱۶۵۰,۲۰۰۰,۲۲۰۰)	A
(۱۷۰۰,۲۰۰۰,۲۳۵۰)	B
(۱۳۵۰,۱۷۵۰,۲۱۰۰)	C
(۹۵۰,۱۲۵۰,۱۵۰۰)	D

در این حالت ایستگاه B تنها گلوگاه سیستم، می‌باشد که در حالت ماکزیمم ممکن است با مشکل مواجه شود. مطابق روش حل مسئله برای به‌دست آوردن اولویت‌های تولیدی باید مقدار سود را بر زمان پردازش تقسیم نمود.نتایج حاصل عبارتند از:

(۴۵, ۴۵, ۴۵)÷ (۳, ۵, ۸) = (۵.۶۲۵, ۹, ۱۵)

(۶۰, ۶۰, ۶۰)÷ (۲۸, ۳۰, ۳۵) = (۱.۷۱, ۲, ۲.۲۴)

با مقایسه‌ی این دو عدد فازی متوجه خواهیم شد که اولویت اول با تولید محصول P و اولویت دوم با محصولQ می‌باشد.

جدول ۹. اولویت و تولید محصولات با توجه به ایستگاه B

زمان تجمعی	زمان مورد نیاز	تعداد	محصول	اولویت
(۳۰۰,۵۰۰,۸۰۰)	(۳۰۰,۵۰۰,۸۰۰)	۱۰۰	P	1
(۱۵۶۰,۱۸۵۰,۲۳۷۵)	(۱۲۶۰,۱۳۵۰,۱۵۷۵)	۴۵	Q	2

چون مسئله تنها دارای یک گلوگاه است، سایر ایستگاه‌ها نیز با این تعداد تولید مشکلی نخواهند داشت. پس مقادیر بهینه‌ی به دست آمده از روش پیشنهادی برابر است با:

P=۱۰۰ Q=۴۵ Z=۷۲۰۰

۲-۴-۲. حل مسئله به کمک برنامه‌ریزی خطی فازی

با نوشتن مدل برنامه‌ریزی خطی فازی مسئله و حل آن به کمک روش فنگ و همکارانش و در سطح $[\alpha,1]=[0.9, 1]$ مقادیر بهینه‌ی زیر حاصل خواهند شد:

P=۱۰۰ Q=۴۹ Z=۷۴۴۰

۲-۴-۳. تحلیل حساسیت

الف. تحلیل حساسیت به کمک تئوری محدودیت‌ها:

- **تغییر ظرفیت:** با افزایش ظرفیت ایستگاه B از(۲۲۰۰، ۱۸۰۰، ۲۰۰۰) به (۲۴۰۰، ۲۲۰۰، ۲۰۰۰) مشخص می‌شودکه این ایستگاه از حالت گلوگاهی خارج می‌شود. در این حالت دیگر سیستم با

مشکل ظرفیت تولید مواجه نبوده و قادر به تولید کل تقاضای بازار می‌باشد. پس میزان تولید و سود نهایی در این حالت برابر است با:

P=۱۰۰ Q=۵۰ Z=۷۵۰۰

ب. تحلیل حساسیت به کمک برنامه‌ریزی خطی فازی:

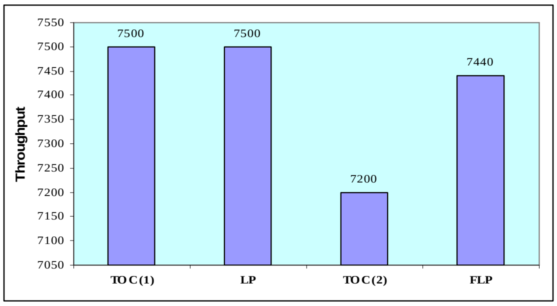
- **تغییر سطح α :** با افزایش سطح α از ۰،۹ به ۰،۹۵ نتایج غیر بهینه‌ی زیر حاصل خواهند شد:

P=۹۹ Q=۵۰ Z=۶۳۵۰

این نشان می‌دهد که در مسائل تک گلوگاهی نیز مقدار α نمی‌تواند هر تغییری را به خود بپذیرد.

ج. مقایسه‌ی حالات فازی با قطعی:

چنانچه مقدار مُد در عدد فازی مثلثی را به عنوان عدد قطعی در نظر بگیریم، در این صورت سیستم، گلوگاهی نخواهد داشت و سود کل برابر با ۷۵۰۰ واحد پولی می‌باشد.



شکل ۲. مقایسه‌ی روش‌های مختلف برای حل مثال ۲

۵. نتیجه‌گیری و ارائه‌ی پیشنهادهای آتی

در این مقاله الگوریتمی بر مبنای تئوری محدودیت‌ها با زمان پردازش و ظرفیت فازی ارائه شد و نتایج با برنامه ریزی خطی فازی مقایسه گردید. مثالهایی نیز برای مقایسه آنها ارائه شد. از جمله نتایجی که در این مقاله می‌توان به آنها اشاره نمود، عبارتند از:

۱. روش TOC ساده ایستگاهی را که نسبت به سایر ایستگاه‌ها دارای وضعیت بحرانی‌تری است و به ظرفیت بیشتری احتیاج دارد، به عنوان گلوگاه اصلی در نظر می‌گیرد و سود را تنها با توجه به همان ایستگاه به دست می‌آورد. در این حالت ممکن است ایستگاه‌های دیگر همچنان گلوگاه باقی بمانند و نتوان به سودی که حتی از این روش محاسبه شده است، دست یافت. مثال اول نشان داد که در مسائل چندگلوگاهی ایستگاه بحرانی‌تر همیشه تعیین‌کننده نیست.

۲. تئوری محدودیت‌ها اولویت‌های تولیدی را با توجه به ایستگاه‌های گلوگاه در نظر می‌گیرد و از اولویت‌های تولیدی بهتری که ممکن است ایستگاه‌های غیرگلوگاه ایجاد کنند، صرف نظر می‌کند. مثال اول نشان داد که ایستگاه E تا زمانی که گلوگاه بود، با اولویت‌هایی که ایجاد می‌کرد بیشترین سودآوری را نسبت به سایر ایستگاه‌ها به دست می‌آورد. ولی موقعی که این ایستگاه به غیرگلوگاه تبدیل شد، سودآوری این ایستگاه لحاظ نگردید. به عبارت دیگر به جای اینکه با از بین رفتن یک گلوگاه سود یا زیاد شود و یا حداقل تغییری نکند، کاهش سود را از خود نشان داد. به گونه‌ای که سود از ۱۰۸۸۰ به ۱۰۶۰۰ واحد پولی کاهش یافت. که البته این یکی از نقص‌های این تئوری می‌باشد.

۳. در مقایسه‌ی دو روش تئوری محدودیت‌ها و برنامه‌ریزی خطی فازی مشخص می‌شود که برنامه‌ریزی خطی فازی، تمام محدودیت‌ها را در نظر می‌گیرد، در حالی که تئوری محدودیت‌ها تنها یک سری محدودیت‌های لازم را مدنظر قرار می‌دهد و به این دلیل ممکن است جواب‌های به دست آمده از تئوری محدودیت‌ها، جواب‌هایی زیر بهین باشند.

۴. با حل مثال چندگلوگاهی به کمک برنامه‌ریزی خطی فازی و انجام تحلیل حساسیت روی مقادیر α مشخص شد، که نمی‌توان با هر مقدار α دلخواه مسئله را حل نمود. که البته این نیز یکی از نقص‌های حل مسئله در یکی از روش‌های حل برنامه ریزی خطی فازی می‌باشد. ولی با این حال جواب‌هایی که حتی در حالت غیر بهینه توسط این روش به دست می‌آمدند، می‌توانست برای تصمیم‌گیرنده‌ای که به دنبال جواب مناسب می‌باشد، قانع کننده باشد.

۵. به طور کل می‌توان گفت از آنجا که تئوری محدودیت‌ها در حل مسائل ترکیب تولید فازی تک گلوگاهی با مشکلی مواجه نمی‌شود، می‌توان پیشنهاد داد پس از تعیین تعداد گلوگاه‌ها، تصمیم به روش حل پیشنهادی گرفت. به گونه‌ای که برای مسائل تک گلوگاهی از روش تئوری محدودیت‌ها و برای سیستم‌های چندگلوگاهی از برنامه‌ریزی خطی فازی استفاده نمود(البته قبل از این کار بایستی نظر تصمیم‌گیرنده را برای دستیابی به جواب خوب و یا تنها جواب بهینه دانست).

برای تحقیقات آتی این مقاله نیز پیشنهادهای زیر وجود دارد:

۱. استفاده از سایر روش‌های رتبه‌بندی فازی در اولویت‌بندی گلوگاه‌ها

۲. استفاده از سایر پارامترهای فازی برای حل مسائل تک گلوگاهی مثل تقاضای فازی

۳. استفاده از سایر تکنیک‌های حل مدل برنامه‌ریزی خطی فازی

۴. استفاده از روش تئوری محدودیت‌های اصلاح‌شده (RTOC) در حالت فازی برای حل مسائل چندگلوگاهی

مراجع

[1] Chan, F.T.S., Mishara, N., Prakash, Tiwari, M.K., Shankar, R., "*Hybrid Tabu-Simulated Annealing Based Approach to Solve Multi-Constraint Product-Mix*

Decision Problem", Expert System with Application 29, 2005, pp. 446-454.

[2] Lee, T.N., Plenert, G., *"Optimizing Theory of Constraints When New Product Alternatives Exist*", Production and Inventory Management Journal 34, 1993, pp. 51-57.

[3] Plenert, G., *"Optimized Theory of Constraints When Multiple Constrained Resources Exist*", European Journal of Operational Research 70, 1993, pp. 126–133.

[4] Fredendall, L.D., Lea, B.R., "*Improving the Product-Mix Heuristic in the Theory of Constraints*", International Journal of Production Research 35, 1997, pp. 1535-1544.

[5] Kee, R., Schmidt, C., *"A Comparative Analysis of Utilizing Activity-Based Costing and the Theory of Constraints for Making Product-Mix Decisions*", International Journal of Production Economics 63, 2000, pp. 1-17.

[6] Coman, A., Ronen, B., "*Production Outsourcing: A Linear Programming Model for the Theory of Constraints*", International Journal of Production Research 38, 2000, pp. 1631–1639.

[7] Balakrishnan, J., Cheng, C.H., "*Theory of Constraints and Linear Programming: A Re-Examination*", International Journal of Production Research 38, 2000, pp. 1459-1463.

[8] Finch, J., Luebbe, R.L., *"Response to Theory of constraints and Linear Programming: A Re-Examination"*, International Journal of Production Research 38, 2000, pp.1465-1466.

[9] Onwubolu, G.C., *"Tabu Search-Based Algorithm for the TOC Product-Mix Decision*", International Journal of Production Research 39, 2000, pp. 2065–2067.

[10] Onwubolu, G.C., Mutingi, M., (1), *"Optimizing the Multiple Constrained Resources Product Mx Problem Using Genetic Algorithms"*, International Journal of Production Research 39, 2001, pp. 1897-1910.

[11] Onwubolu, G.C., Mutingi, M., (2), *"A Genetic Algorithm Approach to the Theory of Constraints Product Mix Problems"*, Production Planning and Control 12, 2001, pp. 21-27.

[12] Aryanezhad, M.B., Rashidi Komijan, A.R., *"An Improved Algorithm for Optimizing Product-Mix Under the Theory of Constraints"*, International Journal of Production Research 42, 2004, pp. 4221-4233.

[13] Babu, R., Rao, K.S.P., Uma Maheshwaran, C., "*Application of TOC Embedded ILP for Increasing Throughput of Production Lines*", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 33, 2006, pp. 812-818.

[14] Bhattacharya, A., Vasant, P., "*Soft-Sensing of Level of Satisfaction in TOC Product-Mix Decision Heuristic Using Robust Fuzzy-LP"*, European Journal of Operational Research 177, 2007, pp. 55-70.

[15] Chaharsooghi, S.K., Jafari, N., *"A Simulated Annealing Approach for Product Mix Decisions*", Scientia Iranica 3, 2007, pp. 230-235.

[16] Lee, C.M., Kloks, T., Kratsch, D., Liu, J., "*Improved Bottleneck Domination Algorithms*", discrete applied mathematic 154, 2006, PP. 1578-1592.

[17] Suer, G.A., Arikan, F., Babayigit, G., *"Effect of Different Fuzzy Operators on Fuzzy Bi-Objective Cell Loading Problem in Labor Intensive Manufacturing Cells"*, Computers & Industrial engineering, 2008.

[18] Chang, P.T., Lee, E.S., *"Ranking of Fuzzy Sets Based On the Concept of Existence*", Computers and Mathematics With Applications 1994, 27, pp. 1-21.

[19] Flaig, A., Barner, K.E., Arce, G.R., *"Fuzzy Ranking: Theory and Applications"*, Signal Processing 80, 2000, pp. 1017-1036.

[20] Yuan, Y., "*Criteria for Evaluating Fuzzy Ranking Methods"*, Fuzzy sets and Systems 44, 1991, pp. 139-157.

[21] Fang, S.C., Hu, C.F., Wang, H.F., Wu, S.Y., *"Linear Programming with Fuzzy Coefficients in Constraints*", Computes & Mathematics with Application 37, 1999, pp. 63-76.

[۲۲] آذر، عادل. و فرجی، حجت.، "علم مدیریت فازی"، انتشارات مهربان نشر، چاپ اول،۱۳۸۶، ۸۶-۸۹.

پیوست(۱)

جدول واژگان اختصاری

نام اختصاری	واژه کامل انگلیسی	معادل فارسی
TOC	Theory Of Constraints	تئوری محدودیت‌ها
RTOC	Revised Theory Of Constraints	تئوری محدودیت‌های اصلاح شده(تجدید نظر شده)
ABC	Activity based costing	هزینه یابی بر مبنای فعالیت
LP	Linear Programming	برنامه‌ریزی خطی
ILP	Integer Linear Programming	برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح
GA	Genetic Algorithm	الگوریتم ژنتیک
SA	Simulated Annealing	ذوب تدریجی
TS	Tabu Search	جستجوی ممنوعه
FLP	Fuzzy Linear Programming	برنامه‌ریزی خطی فازی