

# مدل‌های آسیب و شناسایی پارامترهای وابسته در فولاد A533B

محمد مشایخی<sup>۱</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۰۴/۰۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۸/۱۰/۲۱)

## چکیده

در این مقاله، یک روش کاراً برای محاسبه پارامترهای مدل آسیب لمتر به کمک ضرایب مدل گرسون ارائه می‌شود. در ابتدا، دو مدل آسیب پیوسته لمتر و گرسون معرفی می‌شوند و در ادامه پلی بین این دو مدل برقرار می‌شود. به کمک این ارتباط، پارامترهای مدل آسیب لمتر که وابسته به ماده هستند، با استفاده از ضرایب مدل آسیب گرسون، استخراج می‌شوند. در این تحقیق، با توجه به تأثیر این دو مدل روی سطح تسلیم ماده، پل ارتباطی بین دو مدل برقرار می‌شود. سپس، با استفاده از روابط رشد آسیب، پارامترهای مدل آسیب لمتر بر حسب ضرایب مدل گرسون محاسبه می‌شوند. روش ارائه شده به کمک نتایج تجربی در فولاد A533B مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. تطابق مطلوب پارامترهای به دست آمده از روش پیشنهادی با پارامترهای مدل آسیب لمتر که از روش تجربی حاصل شده، کارایی این روش را نشان می‌دهد.

**واژه‌های کلیدی:** مکانیک آسیب، مدل آسیب لمتر، مدل گرسون، فولاد A533B

## Damage Models and Identification Procedures for A533B Steel

M. Mashayekhi

Mech. Eng. Dept., Isfahan Univ. of Tech.

### ABSTRACT

In this paper, a method to determine the material parameters of the Lemaitre damage model from the knowledge of the Gurson model parameters is proposed. As for porosity damage, the Gurson model neglects the coupling of elasticity with damage, allowing to use the stress softening effect to make a link between both theories up to a fast identification procedure (based on the expressions of the yield surfaces of the damaged material). An experimental procedure to identify the Gurson damage parameters has been established for A533B alloy steel under stress triaxiality condition. This method is evaluated in the experimental results of A533B steel. The comparisons indicate good agreements between the result obtained by the proposed method and those of experiments.

**Key Words:** Damage Model, Lemaitre Model, Gurson Model, A533B Steel

### فهرست علائم

|                                  |                          |
|----------------------------------|--------------------------|
| $D$                              | متغیر آسیب               |
| $E$                              | مدول الاستیسیته          |
| $f_v$                            | کسر حجمی حفره            |
| $q_1, q_2, f_N, \epsilon_n, S_N$ | ضرایب مدل گرسون          |
| $p$                              | کرنش پلاستیک             |
| $S$                              | تانسور تنش انحرافی کوشی  |
| $r, s$                           | پارامترهای مدل آسیب لمتر |
| $Y$                              | نرخ رهایی انرژی آسیب     |
| $\sigma$                         | تانسور تنش کوشی          |
| $\sigma_H$                       | تنش هیدروستاتیکی         |
| $\sigma_{eq}$                    | تنش معادل فون میزز       |
| $\sigma_y$                       | تنش تسلیم                |
| $\dot{\gamma}$                   | ضریب پلاستیک             |
| $\nu$                            | نسبت پواسون              |

### مقدمه

بررسی رفتار مکانیکی حاکم بر فلزات نرم بر اساس مکانیک شکست کلاسیک با محدودیت‌هایی همراه است، کاربرد روش مکانیک شکست کلاسیک تنها برای موادی با قابلیت شکل‌پذیری اندک و مدل‌هایی با هندسه ترک محدود، میسر است [۱]. وسعت ناحیه گسستگی در مواد نرم و محدودیت نواحی نوک ترک، توصیف رفتار ماده بر اساس مکانیک شکست را با دشواری روبه‌رو می‌کند. امروزه مکانیک آسیب‌پیوسته<sup>۱</sup> به عنوان ابزاری کارآمد در شبیه‌سازی شکست نرم بوده و به خوبی رفتار شکست در مواد نرم را ارزیابی می‌کنند. مدل‌های مکانیک آسیب می‌توانند فرآیند جوانه‌زنی، رشد و به هم پیوستن حفره‌ها را با استفاده از معادلات مکانیک محیط‌های پیوسته شبیه‌سازی کنند. مزیت بارز این روش در مقایسه با مکانیک شکست کلاسیک، وابستگی پارامترهای مدل تنها به ماده و استقلال آن‌ها از هندسه مدل است. مدل‌های مکانیک آسیب، امکان ارزیابی آسیب در هر نقطه سازه را بدون توجه به هندسه مدل و بارگذاری اعمالی بر آن، به کمک مکانیزم رشد آسیب و میدان تنش-کرنش فراهم می‌سازند [۲].

پدیده‌ی آسیب در مواد نرم، در نتیجه جوانه‌زنی، رشد و به هم پیوستن حفره‌های میکروسکوپی به وجود می‌آید. فلزات در اثر فرآیند بارگذاری سرانجام به نقطه ناپایداری می‌رسند؛ در این نقطه، سختی کرنشی توانایی جبران کاهش سطح مقطع در ماده را ندارد از این رو فرآیند جوانه‌زنی ریزحفره‌ها، به واسطه ناخالصی‌ها و ذرات فاز دوم، در ساختار ماده آغاز می‌شود. رشد حفره‌ها تا رسیدن به اندازه‌ای بحرانی ادامه می‌یابد. با شکل‌گیری جریانی ماکروسکوپی، به واسطه رشد تدریجی حفره‌ها، ناپایداری پلاستیک موضعی بین حفره‌ها افزایش می‌یابد. به واسطه این تغییر شکل پلاستیک ریزحفره‌ها به یکدیگر می‌پیوندند و ریزترک‌هایی در مقیاس ماکروسکوپی به وجود می‌آورند که به گسیختگی نهایی ماده منجر می‌شود [۱].

استفاده از مکانیک آسیب در تحلیل فرآیندهای شکل‌دهی تخمین دقیق‌تری از نیروهای مؤثر فرآیند، نقاط آسیب‌پذیر ماده، نیروهای بحرانی فرآیند، پیش‌بینی نقاط شروع ترک و نقاط شکست در ماده را در اختیار طراح قرار می‌دهد.

تاکنون مدل‌های متنوعی برای پیش‌بینی رشد ریزحفره‌ها ارائه شده است در این تحقیق به مدل‌های آسیب پیوسته لمتر<sup>۲</sup> و آسیب گرسون<sup>۳</sup> پرداخته می‌شود. مدل آسیب گرسون توانایی مدل نمودن وقوع ریزحفره‌ها، رشد و به هم پیوستن آنها را دارد. از این مدل برای پیش‌بینی زوال و شکست نهایی در سازه‌های مکانیکی سود برده می‌شود. از آنجا که این مدل منحصر به بارگذاری تناسبی است در سازه‌ای که تحت بارگذاری ترکیبی به ویژه بارهای برشی قرار می‌گیرد نتایج رضایت‌بخشی حاصل نمی‌شود. در این موارد استفاده از یک مدل کارآمد، نظیر مدل آسیب لمتر توصیه شده است. قبل از به‌کارگیری مدل آسیب لمتر لازم است پارامترهای مدل، که وابسته به ماده هستند، به کمک آزمایش‌های تجربی استخراج گردند. در مواردی که پارامترهای مدل آسیب لمتر در اختیار نیست معمولاً از روش کالیبره اجزای محدود، پارامترهای مدل را محاسبه می‌کنند در

2-Lemaitre  
3-Gurson

1-Continuum Damage Mechanics

حفره سلولی واحد سه بعدی با تأثیر دادن جهت کریستال‌ها در شبکه ماده نشان داد که رشد و به هم پیوستن حفره‌ها به طور قابل ملاحظه‌ای به ناهمسانی ماده در اطراف حفره بستگی دارد [۶]. هم‌چنین بانفو<sup>۵</sup> نشان داد که با در نظر گرفتن مدل اصلاح شده‌ی گرسون<sup>۶</sup> توسعه آسیب از محل ذرات فاز دوم موجود در شبکه چندکریستالی ماده شروع خواهد شد [۷].

در دومین گروه، زوال ماده با توجه به یک عامل بحرانی پیش‌بینی می‌شود. در این مدل‌ها هرگاه یکی از متغیرهای خارجی مستقل، به مقدار بحرانی خود برسد، شکست اتفاق می‌افتد. مدل رایس<sup>۷</sup> و تریسی<sup>۸</sup> (۱۹۶۹) نمونه‌ای از این گروه است. در این مدل، رشد حفره تا رسیدن به مقدار بحرانی خود به عنوان معیار شکست معرفی می‌شود. کاهش استحکام ماده در مدل رایس و تریسی با ارزیابی رفتار یک حفره کروی در یک محیط تغییر شکل‌پذیر مورد بررسی قرار می‌گیرد [۸].

در سومین گروه، آسیب در قالب یک متغیر داخلی، که ناظر بر زوال ماده است، به عنوان متغیر آسیب معرفی می‌شود. متغیر آسیب به صورت دانسیته سطحی ریزترک‌ها و ریزحفره‌ها در هر صفحه تعریف می‌شود. اگر  $A_D$  معرف مساحت حفره‌ها در یک حجمک ماده، و  $A$  سطح مقطع حجمک باشد، متغیر آسیب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$D = \frac{A_D}{A} \quad (1)$$

با این تعریف، متغیر اسکالر آسیب در محدوده زیر قرار می‌گیرد:

$$0 \leq D \leq 1 \quad (2)$$

$D = 0$  معرف وضعیت بدون آسیب، و  $D = 1$  بیانگر وقوع شکست حجمک و تفکیک آن به دو قسمت خواهد بود. در این مدل، بر اساس اصل کرنش معادل رفتار تغییر شکل ماده متأثر از آسیب می‌تواند بر اساس معادلات ساختاری ماده بدون آسیب توصیف شود، مشروط بر آن‌که تنش مؤثر جایگزین تنش کوشی گردد [۲]. مدل مکانیک

این صورت پارامترهای مدل با تقریب همراه خواهد بود. در این تحقیق، با ارائه یک کارآ پارامترهای مدل آسیب کمتر با استفاده از ضرایب مدل گرسون استخراج می‌گردند. این روش هنگامی که پارامترهای مدل آسیب کمتر در دسترس نیست بسیار سودمند خواهد بود. در ادامه برای صحت و ارزیابی روش ارائه شده، این روش در فولاد A533B مورد راستی آزمایی قرار می‌گیرد.

## ۲- مکانیک آسیب

مکانیک آسیب، حوزه‌ای از مکانیک است که یکی از واقعیت‌های موجود در ماده را که همانا ترک‌های ریز، ریزحفره‌ها و سایر عیوب هستند، با ظرافت مدل کرده و با تکنیک‌های خاص قابلیت پیاده‌سازی عددی آنها را فراهم می‌سازد. مبانی اولیه مکانیک آسیب در سال ۱۹۵۸، با ارائه اولین مدل آسیب توسط کاجانف<sup>۱</sup> پایه‌ریزی گردید. رشد آسیب در مدل کاجانف به ریزترک‌های ماده نسبت داده شده و به کمک یک پارامتر آسیب ماکروسکوپی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. این مدل در مسایل خزش به کار گرفته شد. از سال ۱۹۵۸ تاکنون، مدل‌های آسیب متعددی معرفی شده است، که می‌توان آنها را در سه گروه پلاستیسیته متخلخل، مدل‌های بر مبنای معیار شکست ناگهانی و مکانیک آسیب پیوسته تقسیم‌بندی نمود [۲].

در اولین گروه، تأثیر آسیب بر رفتار ماده نرم در شرایط تسلیم ماده منظور می‌شود. مدل گرسون (۱۹۷۷) و اصلاحات صورت پذیرفته روی آن، توسط تورگارد (۱۹۸۲) و تورگارد<sup>۲</sup>-نیدلمن<sup>۳</sup> (۱۹۸۴) از این دسته به شمار می‌آیند [۳-۴]. این مدل در ادامه به تفصیل مورد بررسی قرار می‌گیرد. اخیراً با معرفی روش حفره سلولی واحد در روش اجزای محدود، که بر پایه میکرومکانیک بنا نهاده شده است، ارتباط بین رشد حفره‌ها و تابع تسلیم ماده در مقیاس ماکروسکوپی فراهم گردیده است. تورگارد و نیاردسن<sup>۴</sup> اثر اندازه ابعاد حفره سلولی واحد را در یک مدل غیر محلی پلاستیک برای آسیب نرم مورد بررسی قرار داده‌اند [۵]. ساخت با در نظر گرفتن یک

5-Bonfoh

6-Gurson

7-Rice

8-Tracy

1-Kachanov

2-Tvergaard

3-Needleman

4-Niordoson

ساختاری کرنش برای ماده آسیب دیده و ماده بدون آسیب یکسان فرض می‌شود و تنها تنش متعارف با تنش مؤثر،  $\sigma/(1-D)$ ، جایگزین خواهد شد و تغییر دیگری در معادلات ساختاری ایجاد نمی‌شود (معادله ۳).

$$\begin{array}{l} \text{ماده بدون آسیب} \\ D = 0 \\ \varepsilon = f(\sigma, \dots) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ماده آسیب دیده} \\ 0 \leq D < 1 \\ \varepsilon = f\left(\frac{\sigma}{1-D}, \dots\right) \end{array} \quad (3)$$

تابع یکسان

در مدل آسیب لمتر معادله رشد آسیب عبارت است از:

$$\dot{D} = \dot{\gamma} \frac{1}{1-D} \left( \frac{-Y}{r} \right)^s \quad (4)$$

در این رابطه،  $r$  و  $s$  پارامترهای آسیب ماده هستند که از آزمایش تجربی محاسبه می‌شوند.  $\dot{\gamma}$  ضریب پلاستیک و  $Y$  نرخ رهایی انرژی آسیب یعنی متغیر وابسته  $D$  برابر است با:

$$Y = -\frac{\sigma_{eq}^2 R_V}{2E(1-D)^2} \quad (5)$$

$$R_V = \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left( \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2$$

$\sigma_{eq}$  تنش معادل فون میزز،  $\sigma_H$  تنش هیدروستاتیکی،  $E$  مدول الاستیسیته و  $\nu$  نسبت پواسون است.

### ۳-۲- مدل آسیب گرسون

فرمول‌بندی اولیه این مدل توسط گرسون (۱۹۷۷) ارائه، سپس به وسیله تورگارد (۱۹۸۲)، و در ادامه توسط تورگارد و نیدلمن (۱۹۸۴) مورد اصلاح قرار گرفت [۳-۴]. آنالیز جریان پلاستیک در مدل گرسون در یک محیط متخلخل و با فرض رفتار پیوسته ماده صورت می‌پذیرد. حفره‌ها در این مدل به طور غیر مستقیم حضور داشته و تنها بر رفتار کلی ماده تأثیر می‌گذارند. این تأثیر در سراسر ماده میانگین‌گیری شده و اثر آن بر شرایط تسلیم ماده لحاظ می‌گردد. سطح تسلیم در مدل گرسون،

آسیب لمتر (۱۹۸۵) نمونه‌ای از این گروه به شمار می‌رود [۹]. بر مبنای مدل اولیه لمتر، تاکنون چندین مدل بر مبنای پتانسیل اتلاف آسیب بیان شده که می‌توان به مدل‌های تای<sup>۱</sup> و یانگ<sup>۲</sup> (۱۹۸۶) [۱۰]، تای (۱۹۹۰) [۱۱] [۱۱] و چندراکانث<sup>۳</sup> و پندی<sup>۴</sup> (۱۹۹۳) [۱۲] در این زمینه زمینه اشاره کرد.

گسترش تکنیک‌های تجربی و مدل‌های اجزای محدود، زمینه کاربرد مکانیک آسیب پیوسته را در فرآیندهای مکانیکی به ویژه شکل‌دهی فلزات فراهم ساخته است. از سال ۱۹۹۸ مکانیک آسیب برای تحلیل دقیق‌تر فرآیندهای شکل‌دهی، به دست آوردن نقاط آسیب و پیش‌بینی نقاط شکست در فرآیند مورد توجه محققان قرار گرفته است. از جمله تحقیقاتی که در این زمینه صورت گرفته می‌توان به مدل آسیب همسان برای شبیه‌سازی فرآیند اکستروژن و پیش‌بینی محل بروز آسیب در این فرآیند [۱۳]، پیش‌بینی آسیب در فرآیندهای خمکاری [۱۴]، شبیه‌سازی ترک‌های مرکزی در فرآیند اکستروژن [۱۵] و به‌کارگیری مکانیک آسیب برای بررسی شکست در فرآیند شکل‌دهی ورق‌های فلزی [۱۶] اشاره نمود. از دیگر کاربردهای مکانیک آسیب پیش‌بینی شکست در سازه‌هاست. شبیه‌سازی ترک‌های موجود در یک خط لوله و پیش‌بینی بروز شکست در خط لوله از نمونه‌ای از این کاربرد مکانیک آسیب است [۱۷].

### ۳-۱- مدل آسیب لمتر

در مدل آسیب لمتر، یک متغیر ترمومکانیکی، که بیان‌گر کاهش تحمل بار در یک فرآیند برگشت‌ناپذیر است، به عنوان متغیر آسیب معرفی می‌شود. به عبارت دیگر، آسیب ضعیف شدن ماده را بیان می‌کند. این تضعیف در حالت الاستیک باعث کاهش مدول الاستیسیته، و یا به عبارت ساده‌تر باعث نرمی ماده می‌شود و در حالت پلاستیک، آسیب موجب کاهش تنش تسلیم خواهد شد. در مدل آسیب لمتر برای پرهیز از آنالیز میکرومکانیک از اصل کرنش معادل استفاده می‌شود. مطابق این اصل، معادلات

1-Tai  
2-Yang  
3-Chandranth  
4-Pandey

$$F = \frac{\sigma_{eq}^2}{\sigma_y^2} + 2q_1 f_v^* \cosh\left(\frac{3}{2}q_2 \frac{\sigma_H}{\sigma_y^2}\right) - (1 + q_1 f_v^{*2}) = 0 \quad (۸)$$

در این رابطه دو ضریب  $q_1$  و  $q_2$  آثار متقابل حفره‌ها را نشان می‌دهند و ضرایب مرتبط با ماده هستند که از آزمایش‌های تجربی به دست می‌آیند. تنش تسلیم ماده است.  $f_v^*$  ضریب تخلخل ماده است که برای تعیین اثر به هم پیوستن ریزحفره‌ها در رابطه (۸) آمده است.  $f_v^* = 0$  معرف ماده کاملاً متراکم بوده و در این حالت سطح تسلیم گرسون به سطح تسلیم فون میز کلاسیک تقلیل می‌یابد. همچنین  $f_v^* = 1$  بر ماده کاملاً متخلخل (حفره‌دار)، که فاقد ظرفیت تحمل تنش است، دلالت دارد.

$f_v^*$  به صورت زیر بیان می‌شود:

$$f_v^* = \begin{cases} f_v & \text{if } f_v < f_c \\ f_c + \frac{f_u - f_c}{f_F - f_c} (f_v - f_c) & \text{if } f_v > f_c \end{cases} \quad (۹)$$

$f_c$  و  $f_F$  به ترتیب معرف کسر حجمی حفره بحرانی (جایی که حفره‌ها به یکدیگر می‌پیوندند) و کسر حجمی حفره در هنگام تفکیک نهایی ماده هستند. معمولاً  $f_u^* = 1/q_1$  در نظر گرفته می‌شود. نرخ رشد کسر حجمی حفره،  $f_v^*$ ، بر حسب نرخ کرنش پلاستیک،  $p$  برابر است با:

$$\dot{f}_v = \left[ \frac{3}{2}q_1 q_2 f_v \sinh\left(\frac{3}{2}q_2 \frac{\sigma_H}{\sigma_y}\right) + A_n(p) \right] \dot{p} \quad (۱۰)$$

و  $A_n$  برابر است با:

$$A_n(p) = \frac{f_N}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \sinh\left(\frac{p - \varepsilon_n}{S_N}\right)\right] \quad (۱۱)$$

$\varepsilon_n$ ،  $S_N$  و  $f_N$  ضرایبی از مدل گرسون هستند که فرآیند جوانه‌زنی حفره را نشان می‌دهند [۴].

به مقدار اندکی به تنش هیدروستاتیک،  $\sigma_H$ ، وابسته است، در حالی که سطح تسلیم در پلاستیسیته کلاسیک مستقل از تنش هیدروستاتیک در نظر گرفته می‌شود. بر خلاف برخی مدل‌های مشابه (نظیر مدل رایس و تریسی)، امکان پیش بینی شکست بر اساس یک معیار گسیختگی در مدل گرسون وجود دارد. اساس مدل گرسون بر استفاده از تابع تسلیم گرسون برای یک ماده پلاستیک متخلخل با داشتن کسر حجمی حفره استوار است [۳].

تابع تسلیم گرسون، که برای فلزاتی با تجمع اندک حفره‌ها ( $f < 0.1$ ) به کار برده می‌شود، در سال ۱۹۷۷ توسط گرسون به شکل زیر ارائه گردید:

$$F = \frac{3 S_{ij} S_{ij}}{2 \bar{\sigma}^2} + 2f \cosh\left(\frac{3 \sigma_H}{2 \bar{\sigma}}\right) - (1 + f^2) = 0 \quad (۶)$$

که در آن،  $S_{ij}$  در معادله فوق معرف مؤلفه انحرافی تانسور تنش کوشی  $\sigma_{ij}$  است و به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_H \delta_{ij} \quad (۷)$$

که در آن،  $\delta_{ij}$  نماد دلتای کرونیکر است. تنش کوشی به صورت نیروی وارد بر هر سطح واحد جاری، متشکل از ماده و حفره، تعریف می‌شود. بنابراین  $f = 0$  معرف ماده کاملاً متراکم بوده، و بر این اساس سطح تسلیم گرسون به سطح تسلیم فون میز کلاسیک، با سختی ایزوتروپیک، تقلیل می‌یابد. همچنین  $f = 1$  بر ماده کاملاً متخلخل (حفره‌دار)، که فاقد ظرفیت تحمل تنش است، دلالت دارد. پیش‌بینی کرنش‌های گسیختگی در مواد کاربردی بر اساس معادله فوق، بسیار فراتر از حد واقعی صورت می‌پذیرد، که این موضوع از ضعف‌های اساسی مدل گرسون به شمار می‌رفت. در سال ۱۹۸۲، تورگارد با افزودن دو ضریب قابل تنظیم  $q_1$  و  $q_2$  به تصحیح مدل گرسون پرداخت. معرفی دو ضریب  $q_1$  و  $q_2$  به منظور توجه آثار متقابل حفره‌ها در آرایش چند حفره‌ای، و نیز تطبیق با داده‌های تجربی صورت پذیرفت. اعمال این تغییرات در مدل گرسون، به تقویت تأثیر تنش هیدروستاتیک منجر گردید. شکل اصلاح شده این مدل، که به مدل گرسون-تورگارد (G-T) معروف است، به صورت زیر ارائه گردید [۴]:

$$f_v = \exp \left[ \frac{3}{2} q_1 q_2 f_v \sinh \left( \frac{3}{2} q_2 \frac{\sigma_H}{\sigma_y} \right) p \right] + \int_0^p A_n(p) \exp \left[ \frac{3}{2} q_1 q_2 \sinh \left( \frac{3}{2} q_2 \frac{\sigma_H}{\sigma_y} \right) p \right] dp \quad (15)$$

که در آن،

$$A_n(p) = \frac{f_N}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \sinh^2 \left( \frac{p - \varepsilon_n}{S_N} \right) \right] \quad (16)$$

است. با قرار دادن رابطه (۱۵) در رابطه (۱۴)، پارامتر آسیب،  $D$  به صورت تابعی از کرنش پلاستیک،  $p$  به دست می‌آید.

از طرف دیگر پارامتر آسیب،  $D$  در بازگذاری تک محوره برای مدل آسیب لمتر برابر است با:

$$D = \left( \frac{\sigma_y^2 R_v}{2Er} \right)^s (p - \varepsilon_{pD}) \quad (17)$$

در کشش ساده،  $R_v = 1$  است. به کمک برازش منحنی معادله (۱۷) روی منحنی معادله (۱۴) و اجرای یک فرآیند بهینه‌سازی پارامترهای  $r$  و  $s$  قابل محاسبه هستند. مراحل محاسبه پارامترهای مدل آسیب در این روش در شکل ۱ آمده است.

برای محاسبه مقدار آسیب بحرانی می‌توان از رابطه (۱۴) سود برد. کافی است در این رابطه بصورت زیر  $f_v^* = f_R$  قرار داد:

$$D_C = 1 - \sqrt{1 + (q_1 f_R)^2 - 2q_1 f_R \cos(q_2/2)} \quad (18)$$

به عنوان مثال، برای  $f_R = 0.1$  مقدار آسیب بحرانی برابر است با:  $D_C = 0.17$ .

#### ۴-۱- استخراج ضرایب مدل گرسون برای فولاد A533B

در تحقیق حاضر، هفت ضریب مدل آسیب گرسون با اجرای یک آزمون کشش تحت شرایط تنش سه بعدی و شبیه‌سازی اجزای محدود استخراج می‌گردد. اولین گروه از این ضرایب  $q_1$  و  $q_2$  هستند، که به سختی ماتریسی ماده مربوط می‌شوند. ضرایب  $\varepsilon_n$ ،  $S_N$  و  $f_N$  گروه

#### ۳-۳- استخراج پارامترهای مدل آسیب لمتر از ضرایب مدل گرسون

در این تحقیق، با ارائه یک روش پارامترهای مدل آسیب لمتر به کمک ضرایب مدل آسیب گرسون به دست می‌آید. در مدل آسیب پیوسته لمتر، پارامتر آسیب همسان به کمک کاهش مدول الاستیسیته و یا کاهش سطح تسلیم ماده قابل ارزیابی است. در مدل‌های آسیب متخلخل از جمله مدل گرسون از همبستگی خواص الاستیسیته با آسیب صرف‌نظر می‌شود. از این رو جهت ارتباط این دو مدل آسیب، از ارتباط سطح تسلیم در ماده آسیب دیده که سطح تسلیم آن کاهش یافته، سود برده می‌شود. در قدم اول، سعی می‌گردد پارامتر آسیب  $D$  بر حسب کرنش پلاستیک انباشته،  $p$ ، به کمک مدل گرسون به دست می‌آید. در مدل آسیب گرسون تابع تسلیم به صورت زیر بیان گردید:

$$\frac{\sigma_{eq}^2}{\sigma_y^2} + 2q_1 f_v^* \cosh \left( \frac{3}{2} q_2 \frac{\sigma_H}{\sigma_y} \right) - (1 + q_1 f_v^{*2}) = 0 \quad (12)$$

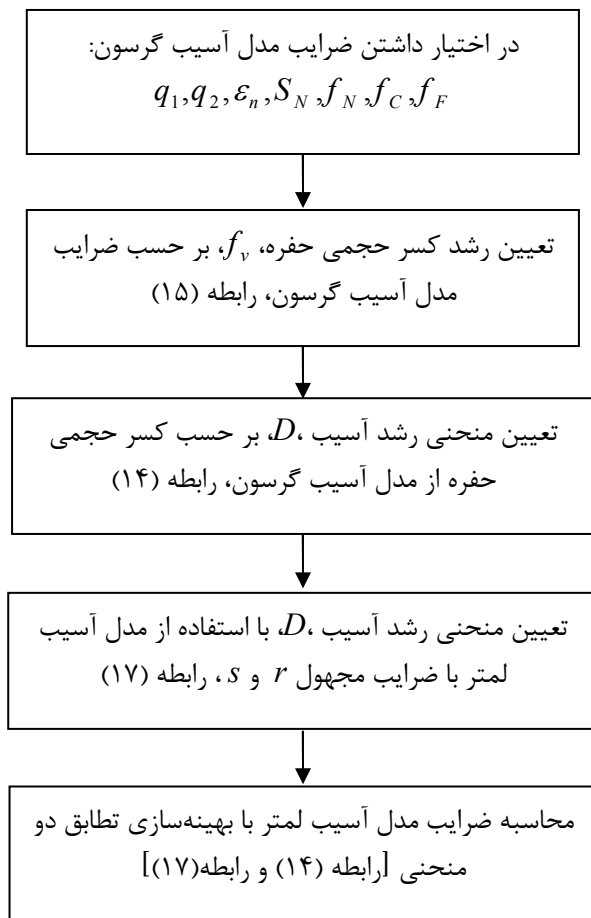
و برای مدل آسیب لمتر معیار تسلیم برابر است با:

$$\frac{\sigma_{eq}}{1-D} - \sigma_y = 0 \quad (13)$$

با جایگزینی رابطه (۱۲) در رابطه (۱۳) پارامتر آسیب  $D$  بر حسب کسر حجمی حفره،  $f_v^*$ ، به صورت زیر به دست می‌آید:

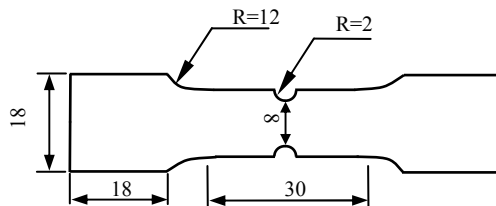
$$D = 1 - \sqrt{1 + (2q_1 f_v^*)^2 - 2q_1 f_v^* \cosh \left( \frac{3}{2} q_2 \frac{\sigma_H}{\sigma_y} \right)} \quad (14)$$

برای محاسبه پارامترهای آسیب مدل لمتر، با فرض  $f_v^* = f_v$  می‌توان با انتگرال‌گیری از معادله (۱۰) رشد کسر حجمی حفره بر حسب نرخ کرنش پلاستیک را به صورت زیر نوشت:



شکل (۱): مراحل محاسبه پارامترهای مدل آسیب به کمک ضرایب مدل آسیب گرسون.

شکل (۲): هندسه نمونه شیاردار برای تعیین ضرایب مدل



آسیب گرسون (ابعاد بر حسب میلی‌متر است).

جدول (۱): آنالیز شیمیایی نمونه‌ای از فولاد A533B

| Si % | Cr % | Ni %  | Mo %  |
|------|------|-------|-------|
| 0.20 | 0.13 | 0.69  | 0.48  |
| C    | Mn % | P %   | S %   |
| 0.19 | 1.41 | 0.011 | 0.011 |

دیگری از ضرایب مدل گرسون هستند که به فرآیند جوانه‌زنی حفره ارتباط دارند. آخرین گروه از ضرایب مدل گرسون، ضرایب مربوط به شکل‌گیری و به هم پیوستن حفره‌ها،  $f_C$  و  $f_F$ ، هستند که تحت عنوان ضرایب معیار گسیختگی متخلخل شناخته می‌شوند.

به منظور تطابق با شرایط واقعی حاکم بر مسائل کاربردی، هندسه نمونه کششی در این تحقیق به گونه‌ای اختیار شده است که شرایط تنش سه بعدی در آن به وجود آید (شکل ۲). ماده مورد بررسی، فولاد A533B از یک بلوک فولادی با ضخامت ۱۱۰ میلی‌متر است. این فولاد در مخازن تحت فشار کاربرد دارد. آنالیز شیمیایی نمونه‌ای از این فولاد در جدول ۱ آمده است. به منظور تعیین خواص مکانیکی نمونه، آزمون کشش ساده مطابق استاندارد ASTM E8 صورت گرفت و خواص مکانیکی حاصل در جدول ۲ آمده است.

برای استخراج ضرایب مدل آسیب گرسون تحت شرایط تنش سه بعدی، یک میله تخت مستطیل شکل با شیار جانبی از فولاد تهیه، و مورد آزمایش قرار گرفت (شکل ۱). یک کرنش سنج با ابعاد  $10 \times 8 \text{ mm}^2$  در ناحیه‌ای که نمونه کمترین سطح مقطع را داراست، با چسب اپوکسی به نمونه متصل گردید. نمونه مورد مطالعه در یک ماشین کشش با ظرفیت اعمال بار  $100 \text{ kN}$  و سرعت بارگذاری  $0.5 \text{ mm/min}$  تحت کشش قرار گرفت. فرآیند بارگذاری تا پایان محدوده کاری کرنش سنج ادامه یافت و برای تعویض کرنش سنج باربرداری کامل از نمونه صورت گرفت. سپس نمونه از دستگاه خارج شد و کرنش سنج جدید روی آن نصب گردید. نمودار "نیرو-تغییر مکان" حاصل از این آزمایش در شکل ۳ رسم شده است.

جدول (۲): خواص مکانیکی نمونه‌ای از فولاد A533B

| $\sigma_Y^0$<br>MPa | $\sigma_{T.S.}$<br>MPa | $\epsilon_u$<br>% | $E$<br>GPa | $k (MPa)^*$ | $n^*$ |
|---------------------|------------------------|-------------------|------------|-------------|-------|
| 430                 | 600                    | 9.3               | 200        | 998         | 0.18  |

\*- کار سختی ماده به صورت  $\sigma_Y = k \epsilon_p^n$  در نظر گرفته شده است.

ضرایب مدل گرسون برای فولاد A533B از جدول ۳ در رابطه (۱۴) می‌توان تغییرات آسیب D را بر حسب کرنش پلاستیک ترسیم نمود (شکل ۴، نمودار خط پیوسته). اکنون با برازش منحنی آسیب از مدل لمتر (رابطه ۱۷)، می‌توان مقادیر  $r$  و  $s$  را به دست آورد (شکل ۴، نمودار خط-نقطه). برای تعیین بهینه این ضرایب از کمینه نمودن تابع تفاضل مربعات این دو منحنی سود برده می‌شود، یعنی:

$$Q(\alpha) = \sum_{i=1}^{n-point} \frac{[W_i^{gurson}(\alpha) - W_i^{Lemaitre}(\alpha)]^2}{[W_i^{gurson}(\alpha)]^2} \quad (20)$$

که در آن،  $\alpha$ ، پارامترهای مدل مرتبط با ماده و  $W_i^{gurson}$  و  $W_i^{Lemaitre}$  به ترتیب منحنی رشد آسیب با ضرایب مدل گرسون و منحنی رشد آسیب،  $n - point$  تعداد نقاط نتایج در فرآیند بهینه‌سازی هستند. پارامترهای مدل مرتبط با ماده در مدل لمتر،  $\alpha = \{s, r\}$  هستند. به عبارت دیگر، در این بهینه‌سازی پارامترهای مدل لمتر به گونه‌ای اختیار می‌شود که بیشترین تطابق بین این دو منحنی حاصل شود.

مقادیر بهینه پارامترهای آسیب برای فولاد A533B برابر با  $r = 2.4 MPa$  و  $s = 1$  به دست آمده است.

#### ۴-۳- استخراج پارامترهای مدل لمتر به روش تجربی برای فولاد A533B

پارامترهای مدل لمتر،  $r$  و  $s$ ، از یک آزمون کشش تحت شرایط تنش سه بعدی استخراج گردید. از آنجا که آسیب به صورت مستقیم قابل اندازه‌گیری نیست، ارزیابی آسیب به کمک اندازه‌گیری پارامترهای فیزیکی مرتبط با الاستیسیته، صورت می‌پذیرد. برای تعیین ضرایب مدل لمتر،  $r$  و  $s$ ، به روش پیشنهادی مرجع [۲] اقدام گردید. مطابق رابطه (۳) با ازدیاد تغییر شکل پلاستیک در ماده و رشد آسیب، مقدار مدول الاستیسیته کاهش می‌یابد.

جهت تعیین ضرایب مدل آسیب گرسون از تطابق نتایج روش اجزای محدود با نتایج تجربی سود برده می‌شود. در این روش ضرایب مدل در یک فرآیند بهینه‌سازی در تطبیق نتایج عددی بر نتایج تجربی به دست می‌آیند. برای این منظور با داشتن نمودار "بار-تغییر مکان" برای نمونه کششی از آزمون تجربی، به عنوان نتایج تجربی انتخاب گردید و شبیه‌سازی اجزای محدود آزمون تجربی با شرایط منطبق بر آزمایش، به عنوان نتایج عددی اختیار گردید. سرانجام، با کمینه نمودن تابع تفاضل مربعات این دو نتیجه، ضرایب آسیب گرسون به دست آمد:

$$Q(\alpha) = \sum_{i=1}^{n-point} \frac{[Z_i^{sim}(\alpha) - Z_i^{exp}(\alpha)]^2}{[Z_i^{exp}(\alpha)]^2} \quad (19)$$

که در آن،  $\alpha$ ، ضرایب مدل مرتبط با ماده،  $Z_i^{sim}$  و  $Z_i^{exp}$  به ترتیب نتایج شبیه‌سازی و نتایج تجربی،  $n - point$  تعداد نقاط فرآیند بهینه‌سازی هستند. ضرایب مدل مرتبط با ماده در مدل گرسون،  $\alpha = \{q_1, q_2, \epsilon_n, S_N, f_N, f_C, f_F\}$  هستند. به عبارت دیگر، در هر مرحله تغییر تاریخچه بارگذاری حاصل از شبیه‌سازی با مقادیر تجربی مقایسه می‌شود، در نهایت ضرایب مدل گرسون به گونه‌ای اختیار می‌شود که بیشترین تطابق بین نتایج اجزای محدود و مقادیر تجربی برقرار گردد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی اجزای محدود با ضرایب بهینه‌ی مدل گرسون همراه با مقادیر حاصل از آزمایش در شکل ۳ با یکدیگر مقایسه شده است. ضرایب مدل آسیب گرسون، که با اجرای فرآیند بهینه‌سازی رابطه (۱۹) حاصل شده، در جدول ۳ ارائه شده است.

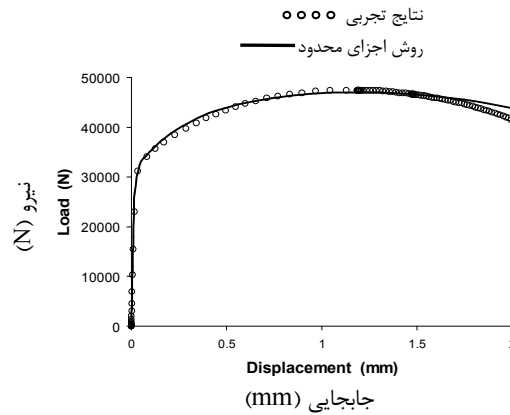
#### ۴-۲- استخراج پارامترهای مدل آسیب لمتر از ضرایب مدل گرسون برای فولاد A533B

برای تعیین پارامترهای مدل آسیب لمتر با ضرایب مدل گرسون از الگوریتم شکل ۱ استفاده می‌شود. با قرار دادن

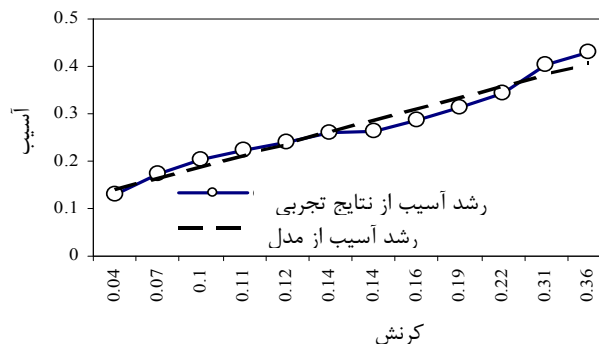


جدول (۳): ضرایب بهینه‌ی مدل آسیب گرسون.

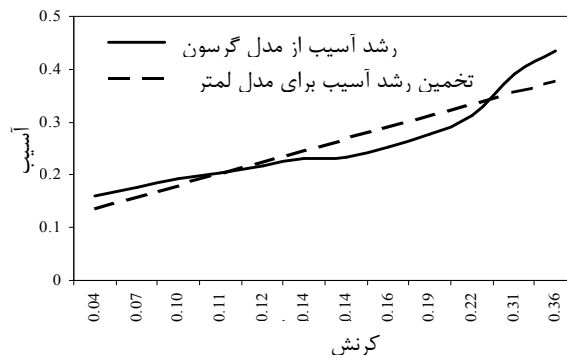
| $q_1$ | $q_2$ | $\varepsilon_n$ | $S_N$ | $f_N$ | $f_C$ | $f_F$ |
|-------|-------|-----------------|-------|-------|-------|-------|
| 1.5   | 0.95  | 0.2             | 0.05  | 0.041 | 0.04  | 0.19  |



شکل (۳): کالیبره نمودن ضرایب مدل آسیب گرسون با تطبیق تاریخچه‌ی بارگذاری یک نمونه‌ی کششی حاصل از آزمایش و روش اجزای محدود.



شکل (۴): منحنی رشد آسیب. منحنی خط پیوسته: رشد آسیب با استفاده رابطه (۱۴). منحنی خط-نقطه: منحنی رشد آسیب در مدل کمتر که پارامترهای آن از ضرایب مدل آسیب گرسون به دست آمده است.



شکل (۵): منحنی رشد آسیب. منحنی خط-نقطه: رشد آسیب از آزمون تجربی، خط-چین: منحنی رشد آسیب در مدل کمتر که پارامترهای آن از آزمون تجربی به دست آمده است.

مجموعه‌ی ضرایب، تطابق مدل شبیه‌سازی شده با نتایج تجربی است،

ب- در ضرایب معرفی شده این مرجع، برای تطبیق بهتر نتایج شبیه‌سازی بر نتایج تجربی، ضریب  $f_c$  به عنوان یک متغیر در نظر گرفته شده است در صورتی که در این پژوهش ضریب  $f_c$  مقدار ثابتی منظور شده است و

پ- با توجه به درصد عناصر تشکیل دهنده فولاد A533B در مرجع [۱۹] و تفاوت آن با فولاد مورد بررسی در این تحقیق، اختلاف کم این ضرایب ممکن است.

از طرف دیگر، برای راستی آزمایشی پارامترهای مدل آسیب لمتر برای فولاد A533B، با توجه به منابع قابل دسترس، تنها یک تحقیق در این زمینه منتشر شده است [۱۸]. از این رو، تطابق نتایج تجربی و روش اجزای محدود در مرجع [۱۸] صحت پارامترهای مدل آسیب لمتر را نشان می‌دهد.

همان‌گونه که شکل ۴ نشان می‌دهد، الگو رشد آسیب بر حسب کرنش پلاستیک در فولاد A533B تقریباً یک رفتار خطی است این مفهوم بیانگر آن است که تا مراحل نهایی شکست، شرایط پایدار بر فرآیند بارگذاری حاکم است. در صورتی که در فولادهای با استحکام متوسط، رفتار آسیب از الگوی توابع نمایی تبعیت می‌کنند؛ یعنی با بزرگ شدن کرنش پلاستیک، آسیب سریعاً رشد می‌کند.

شکل‌های ۴ و ۵ نشان می‌دهند که منحنی رشد آسیب در مدل لمتر که پارامترهای مدل از ضرایب مدل گرسون به دست آمده است، تطابق خوبی با منحنی رشد آسیب که پارامترهای آن از روش تجربی به دست آمده است وجود دارد. تفاوت مقدار  $r$  از روش ارایه شده و نتایج تجربی را می‌توان به تاثیر  $R_V$  نسبت داد. در آزمایش تجربی که در شرایط کشش ساده، صورت گرفت  $R_V$  برابر با یک است در صورتی شرایط آزمایش اجازه مقادیر متفاوت  $R_V$  را فراهم سازد، مقدار  $r$  دقیق‌تری حاصل می‌گردد.

از شکل ۵ می‌توان ملاحظه نمود که رشد آسیب در مدل گرسون دارای یک رفتار غیر خطی است در صورتی که منحنی رشد آسیب در مدل لمتر به یک الگوی خطی نزدیک‌تر است از این رو استخراج پارامترهای مدل لمتر از ضرایب مدل گرسون با مقداری خطا همراه خواهد بود.

از آنجایی که پدیده آسیب به صورت محلی عمل می‌کند، ضروری است از کرنش‌سنج‌های دقیق و با ابعاد کوچک استفاده شود. جزئیات استخراج ضرایب مدل لمتر در مرجع [۱۸] آمده است. مقدار  $r$  حاصل از این آزمایش برابر با  $2/8$  MPa بدست آمد. مقدار  $S$  با اقتباس از [۲] برابر با ۱ اختیار گردید. با قرار دادن مقادیر  $r$  و  $S$  در رابطه (۱۷) می‌توان رشد آسیب بر حسب کرنش پلاستیک برای فولاد A533B در مدل آسیب لمتر رسم نمود. شکل ۵، منحنی رشد آسیب را بر حسب کرنش پلاستیک حاصل از آزمایش (منحنی خط-نقطه) و منحنی رشد آسیب در مدل لمتر که پارامترهای آن از آزمایش به دست آمده است (منحنی خط-چین)، را نشان می‌دهد.

#### ۵- بررسی نتایج

از آنجا که ضرایب مدل آسیب گرسون به صورت مستقیم قابل محاسبه نیستند لازم است این ضرایب به روش غیر مستقیم به دست آیند. در این تحقیق، ضرایب این مدل بر مبنای تطابق نتایج روش اجزای محدود و مقادیر تجربی- که یکی از متداول‌ترین روش‌های محاسبه ضرایب مدل گرسون است- محاسبه شده‌اند. برای ارزیابی و صحت ضرایب مدل آسیب گرسون که در این پژوهش برای فولاد A533B به دست آمد نتایج تحقیق کپن هویفر در جدول ۴ ارائه شده است [۱۹].

جدول (۴): ضرایب مدل آسیب گرسون از مرجع [۱۹]

| $q_1$ | $q_2$ | $\varepsilon_n$ | $S_N$ | $f_N$ | $f_c$ | $f_F$ |
|-------|-------|-----------------|-------|-------|-------|-------|
| 1.25  | 1     | 0.2             | 0.025 | 0.005 | متغیر | 0.2   |

با مقایسه جداول ۳ و ۴، وجود اختلاف بین ضرایب استخراج شده و مرجع [۱۹] را می‌توان به موارد زیر نسبت داد:

الف- از آنجا که ضرایب این مدل به صورت یک مجموعه بر رفتار الاستیک-پلاستیک-آسیب ماده تاثیرگذار هستند. از این رو یک مجموعه منحصر به فرد برای ضرایب این مدل وجود ندارد و می‌توان تعدادی مجموعه مجزای برای یک ماده پیشنهاد نمود. شرط قابل قبول بودن هر

7. Bonfoh, N., Lipinski, P., Carmasol, A., and Tiem, S., "Micromechanical Modeling of Ductile Damage of Polycrystalline Materials with Heterogeneous Particles", *Int. J. Plasticity*, Vol. 20, No. 2, pp. 85-106, 2004.
8. Rice, J.R. and Tracy, D.M., "On Ductile Enlargement of Triaxial Stress Field", *J. Mech. Physics Solids*, Vol. 17, No. 3, pp. 210-217, 1969.
9. Lemaitre, J., "A Continuous Damage Mechanics Model for Ductile Fracture", *J. Mater. Sci. Tech.*, Vol. 107, No. 1, pp. 83-89, 1985.
10. Tai, H.W. and Yang, B.X., "A New Microvoid-damage Model for Ductile Fracture", *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 25, No. 3, pp. 377-384, 1986.
11. Tai, H.W., "Plastic Damage and Ductile Fracture in Mild Steels", *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 36, No. 4, pp. 853-880, 1990.
12. Chandrakanth, S. and Pandey, P.C., "A New Ductile Damage Evolution Model", *Int. J. Fracture*, Vol. 60, No. 2, pp. 73-79, 1993.
13. Hambli, R. and Badie-Levet, D., "Damage and Fracture Simulation During the Extrusion Processes", *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 86, No. 1, pp. 109-120, 2000.
14. Hambli, R., Mkademb, A., and Potiron A., "Finite Element Damage Modeling in Bending Processes", *J. Eng. Mater. Tech.*, Vol. 147, No. 1, pp. 302-310, 2004.
15. Saanouni, K., Mariage, J., Cherouat, A., and Lestriez, P., "Numerical Prediction of Discontinuous Central Bursting in Axisymmetric Forward Extrusion by Continuum Damage Mechanics", *Comput. Struct.*, Vol. 82, No. 2, pp. 2309-2332, 2004.
16. Khelifa, M., Oudjene, M., and Khennane, A., "Fracture in Sheet Metal Forming: Effect of Ductile Damage Evolution", *Comput. Struct.*, Vol. 85, No. 1, pp. 205-212, 2007.
17. Chen, Y. and Lambert, S., "Analysis of Ductile Tearing of Pipeline-steel in Single Edge Notch Tension Specimens", *Int. J. Fracture*, Vol. 124, No. 4, pp. 179-199, 2003.
18. Mashayekhi, M. and Ziaei-Rad, S., "Identification and Validation of a Ductile Damage Model for A533 Steel", *J. Materials Processing Tech.*, Vol. 177, No. 1, pp. 291-295, 2006.
19. Koppenhoefer, K.C. and Dodds, R.H., "Ductile Crack Growth in Pre-cracked CVN Specimens: Numerical Studies", *Nucl. Eng. Design*, Vol. 180, No. 1, pp. 221-241, 1998.

## ۶- نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر، با استفاده از سطح تسلیم ماده بین دو مدل آسیب گرسون و لمتر ارتباط برقرار گردید و پارامترهای مدل آسیب لمتر با استفاده از ضرایب مدل گرسون استخراج شد سپس روش ارائه شده برای فولاد A533B مورد راستی آزمایی قرار گرفت. نتایج به دست آمده از آزمایش‌های تجربی و شبیه‌سازی‌های صورت گرفته در این پژوهش نشان می‌دهد:

- ۱- مدل آسیب گرسون با ضرایب بهینه شده به خوبی می‌تواند فرآیند کشش تک محوره را تا رسیدن به مرحله نهایی شکست شبیه‌سازی کند،
- ۲- الگوی رشد آسیب در فولاد A533B یک رفتار خطی است و بیانگر آن است که تا مراحل نهایی شکست شرایط پایدار بر فرآیند بارگذاری حاکم است و
- ۳- پارامترهای مدل آسیب لمتر که از ضرایب مدل گرسون محاسبه گردید، تطابق خوبی را با پارامترهای مدل که از آزمایش تجربی به دست آمده است نشان می‌دهد. تطابق نزدیک نتایج حاصل شده، توانایی روش ارائه شده را جهت استخراج پارامترهای مدل آسیب لمتر نشان می‌دهد.

## مراجع

1. Anderson, T.L., "Fracture Mechanics", CRC Press. Inc, New York, 1995.
2. Lemaitre, J., "A Course on Damage Mechanics", Springer-Verlag, Berlin, 1992.
3. Gurson, A.L., "Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I- Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile", *J. Eng. Mater. Technol. Trans ASME*, Vol. 99, No. 1, pp. 2-15, 1977.
4. Needleman, A. and Tvergaard, V., "An Analysis of Ductile Rupture in Notched Bars", *J. Mech. Physics Solids*, Vol. 32, No. 1, pp. 461-490, 1984.
5. Tvetrgaard, V. and Niordoson, C., "Non-local Plasticity Effects on Interaction of Different Size Voids", *Int. J. Plasticity*, Vol. 20, No. 1, pp. 981-1038, 2004.
6. Schacht, T., Untermann, N., and Steck, E., "The Influence of Crystallographic Orientation on the Deformation Behavior of Single Crystals Containing Microvoids", *Int. J. Plasticity*, Vol. 19, No. 2, pp. 1605-1626, 2003.