

تعیین دقیق تصحیحات اُرتومتریک در شبکه ارتفاعی ایران

Precise determination of the orthometric corrections in the height network of Iran

سی‌د عبدالرضا سعادت^۱، مهدی نجفی علمداری^۲ و یحیی جمور^۱

۱. تهران، میدان آزادی، خیابان معراج، سازمان نقشه برداری کشور، تلفن: ۰۲۱-۶۶۰۷۱۰۰۱-۷
۲. تهران، میدان ونک، تقاطع خیابان ولی‌عصر و میرداماد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی ژئودزی و ژئوماتیک تلفن: ۰۲۱-۸۷۷۸۶۲۱۲-۳

۱. چکیده:

سی‌ستم ارتفاعی اُرتومتريک به عنوان اصلی‌ترین مبنای تعیین موقعیت مطلق ارتفاعی در ژئودزی، در کاربردهای عملی با افزودن تصحیح اُرتومتريک به مشاهدات ترازیبی بدست می‌آید. مساله اساسی در محاسبه این تصحیح، تعیین مقدار شتاب ثقل متوسط در امتداد خط‌شاغولی در داخل زمین، بین سطح آن و ژئوئید، می‌باشد. معمولاً در اکثر کشورها بدلیل سادگی روابط از روش **Helmert** (1890) که مبتنی بر گرادیان ثقل پوانکاره-پری^۱ است، برای تعیین این کمیت استفاده می‌شود. در این مقاله مقدار شتاب ثقل متوسط با استفاده از روش‌های محاسباتی دقیق حذف توپوگرافی و جایگزینی مجدد آن^۲ محاسبه شده و بر اساس آن تقریب‌های استفاده شده در این روش اصلاح می‌گردد. با محاسبات انجام شده بر روی تعدادی از ایستگاه‌های شبکه ترازیبی درجه ۱ ایران در منطقه تست با ماکزیمم ارتفاع $2700m$ ، مقدار تصحیحات بدست آمده نسبت به روش **Helmert** می‌تواند به $-18cm$ برسد که ناشی از در نظر گرفتن اثر پوسته کروی بوگه، عوارض با طول موج‌های کوتاه و بلند ناهمواری‌های توپوگرافی، تغییرات جانبی دانسیته توپوگرافی و گرادیان ارتفاعی هوای آزاد در میدان ثقل زمین واقعی است. به منظور برآورد دقت روش ارائه شده، با مقایسه شتاب ثقل متوسط اندازه‌گیری شده در چاه اکتشافی در کشور آلمان تا عمق $499.7m$ و محاسبات مربوطه، انحرافی به اندازه $0.481mGal$ از مقدار شتاب ثقل متوسط واقعی بدست آمد که خطایی کمتر از $0.1cm$ در محاسبات مربوط به تعیین ارتفاع اُرتومتريک نقطه مذکور، ایجاد خواهد کرد.

واژه‌های کلیدی: ارتفاع اُرتومتريک **Helmert**، تصحیح اُرتومتريک، شتاب ثقل متوسط، اثر جاذبی ناهمواری‌های توپوگرافی و گرادیان ارتفاعی هوای آزاد.

۲. مقدمه:

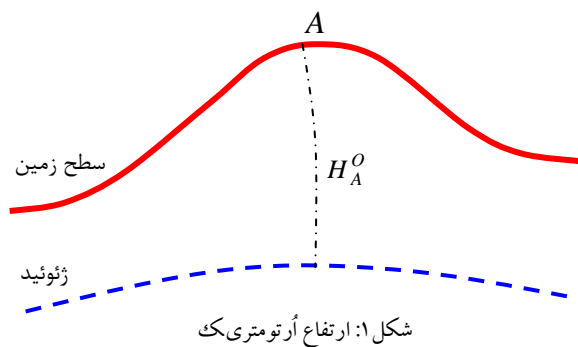
از مباحث اصلی در ژئودزی، یکی تعیین موقعیت ارتفاعی نقاط واقع در سطح زمین می‌باشد و آن عبارت است از فاصله هندسی نقاط در امتداد خط‌شاغولی از سطح زمین تا سطح دریا که تحت عنوان ارتفاع اُرتومتريک نقاط شناخته شده و با روش مستقیم ترازیبی تعیین می‌گردد. از آنجا که مشاهدات و اندازه‌گیری‌های ترازیبی در فضای فیزیکی میدان ثقل زمین انجام می‌شوند، بنابراین لازم است تصحیح فیزیکی میدان ثقل برای تعیین کمیت هندسی ارتفاع اُرتومتريک اعمال گردد. این تصحیح به نام تصحیح ارتفاعی اُرتومتريک، در ایجاد شبکه ارتفاعی (اُرتومتريک) کشورها برای مشاهدات ترازیبی محاسبه می‌شود. تصحیح اُرتومتريک یک تأثیر سیستماتیک بوده که بایستی قبل از سرشکنی شبکه‌های ارتفاعی، به مشاهدات ترازیبی اعمال گردد. مساله اساسی در محاسبه این تصحیح، تعیین مقدار

شتاب ثقل متوسط در امتداد خط شاغولی از نقطه مورد نظر تا سطح ژئوئید می‌باشد. اغلب در محاسبات مربوطه برای تعین این کمیت از روش (Helmert (1890) با فرض خطی بودن تغییرات ارتفاعی شتاب ثقل در داخل زمین و نزدیک سطح آن و گرادیان ارتفاعی شتاب ثقل پوآنکاره- پری استفاده می‌شود. در این روش شتاب ثقل متوسط لازم در هر نقطه، از انتقال مقدار شتاب ثقل اندازه‌گیری شده در سطح زمینی به نقطه میانی مسیر امتداد خط شاغولی تا سطح ژئوئید بدست می‌آید. همچنین در این روش بجای دانسیته واقعی در داخل توپوگرافی، مقدار متوسط آن یعنی $\rho = 2670 \text{Kg/m}^3$ به عنوان مقدار ثابت در روابط مربوطه استفاده می‌شود.

۳. ارتفاع اُرتومتریک:

ارتفاع اُرتومتریک نقطه A در سطح زمین (H_A^O) برابر فاصله هندسی نقطه در امتداد خط شاغولی آن نقطه تا سطح ژئوئید می‌باشد (شکل ۱). در صورتی که عدد ژئوپتانسیل این نقطه معلوم باشد، می‌توان ارتفاع اُرتومتریک نقطه A را با تقسیم عدد ژئوپتانسیل آن بر مقدار شتاب ثقل متوسط در امتداد خط شاغولی با استفاده از فرمول زیر، (Heiskanen and Moritz, 1967)، محاسبه نمود:

$$H_A^O = \frac{C_A}{g'_A} \quad (1)$$



در رابطه (۱)، C_A عدد ژئوپتانسیل نقطه A (پتانسیل ژئوئید W_0 : $C_A = W_0 - W_A$) و \bar{g}'_A متوسط تابعی شتاب ثقل در امتداد خط شاغولی آن از سطح زمین تا سطح ژئوئید است. در عمل اختلاف ارتفاع اُرتومتریک ΔH_{AB}^O با افزودن تصحیح اُرتومتریک OC_{AB} به اختلاف ارتفاع‌های تراز یابی Δh_{AB} بین دو نقطه A و B محاسبه می‌گردد. این تصحیح را می‌توان با استفاده از فرمول زیر، (Heiskanen and Moritz, 1967)، بدست آورد:

$$OC_{AB} = \sum_{i=A}^B \frac{g_i^* - \gamma_0}{\gamma_0} \Delta h_i + \alpha H_A^O - \beta H_B^O \quad (2)$$

در این رابطه، g_i^* مقدار متوسط شتاب ثقل اندازه‌گیری شده در سطح زمین برای دو نقطه در ابتدا و انتهای دهنه Δh_i ، γ_0 شتاب ثقل نرمال در عرض جغرافیایی متوسط منطقه و ضرایب α و β به ترتیب برابر $\frac{\bar{g}'_A - \gamma_0}{\gamma_0}$ و $\frac{\bar{g}'_B - \gamma_0}{\gamma_0}$ می‌باشند که در آنها \bar{g}'_A و \bar{g}'_B برابر شتاب ثقل‌های متوسط در امتداد خط شاغولی در نقاط A و B هستند. همچنین در این رابطه H_A^O و H_B^O ارتفاع اُرتومتریک ابتدا و انتهای

مسیر ترازیبی است که می‌توان بدلیل کوچکی ضرایب α و β از مقدار تقریبی ارتفاع حاصل از ترازیبی بدون اعمال تصحیح اُرتومتریک استفاده نمود.

۴. ارتفاع اُرتومتريک Helmert و تصحیحات مربوطه:

تقریب (1890) Helmert که معمولاً برای تعیین ارتفاع اُرتومتریک در اکثر کشورها استفاده می‌شود، بر اساس گرادیان ارتفاعی شتاب ثقل مدل پوآنکاره-پری، می‌باشد که در آن مقدار شتاب ثقل متوسط با میانگین گیری از شتاب ثقل اندازه گیری شده در سطح زمین و شتاب ثقل محاسبه شده بر روی ژئوئید با استفاده از فرمول زیر، (Heiskanen and Moritz, 1967)، محاسبه می‌گردد:

$$\bar{g}'_A = g_A - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial H} H_A - 2\pi G \rho_0 H_A^O \quad (3)$$

در این رابطه، g_A مقدار شتاب ثقل اندازه گیری شده در سطح زمینی، $\frac{\partial \gamma}{\partial H}$ مولفه قائم گرادیان ارتفاعی ثقل پوآنکاره-پری ($\sim 0.3086 \text{ mGal/m}$)، $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{Kg s}^2$ ثابت جهانی جاذبه، $\rho_0 = 2670 \text{ Kg/m}^3$ دانسیته توپوگرافی ثابت می‌باشد. ترم آخر رابطه (۳) نیز در واقع مجموع اثر پلیت‌بوگه بر روی سطح زمین و ژئوئید تقسیم بر دو ($0.1119 H_A^O \text{ mGal}$) بوده که در آن اثر ناهمواری‌های زمینی صرف نظر شده است. تقریبات استفاده شده در این روش نشان می‌دهد که این نوع ارتفاع اُرتومتریک، ارتفاع چندان دقیقی نیست. تقریبات استفاده شده در این روش نشان می‌دهد که این نوع ارتفاع اُرتومتریک، ارتفاع چندان دقیقی نیست. در این مقاله با استفاده از روش‌های محاسباتی دقیق حذف توپوگرافی و جایگزینی مجدد آن، شتاب ثقل در نقاط مختلف در ارتفاع‌های پایین $H_i(\Omega)$ در مسیر خط‌شاغولی محاسبه شده و با میانگین گیری وزن دار از آنها مقدار شتاب ثقل متوسط برای هر نقطه بدست می‌آید. در نهایت مقدار تصحیحات لازم نسبت به روش Helmert محاسبه شده و با نتایج برخی از روش‌های دیگر اشاره شده، مقایسه می‌گردد.

۵. انتقال شتاب ثقل به پایین:

مسئله اصلی در محاسبه ارتفاع اُرتومتریک، تعیین دقیق شتاب ثقل متوسط در داخل توپوگرافی و در امتداد خط‌شاغولی از سطح زمین تا سطح ژئوئید (مبنای ارتفاعی) می‌باشد. مقدار این کمیت را می‌توان با در نظر گرفتن تقریب کروی با استفاده از فرمول زیر بدست آورد:

$$\bar{g}(\Omega) = \frac{1}{H^O(\Omega)} \int_{r=R}^{R+H^O(\Omega)} g(r, \Omega) dr \quad (4)$$

در این رابطه نماد Ω نشان‌دهنده موقعیت مسطحاتی (φ, λ) نقطه‌ی معنی $[\varphi \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), \lambda \in (0, 2\pi)]$ r مشخص‌کننده شعاع ژئوسنتریک و R شعاع متوسط کره زمین است. بنابراین برای تعیین مقدار شتاب ثقل متوسط، باید مقدار شتاب ثقل $g(r, \Omega)$ در داخل توپوگرافی در امتداد خط‌شاغولی مشخص باشد. اگر $g(r_i, \Omega)$ مقدار شتاب ثقل اندازه گیری شده در سطح زمینی باشد، مقدار شتاب ثقل $g(r_i, \Omega)$ در ارتفاع پائین

$H_i(\Omega)$ در مسیر خط‌شاغولی در داخل زمین را می‌توان از بسط مقدار شتاب ثقل به عنوان یک تابع (تحلیلی) از متغیر ارتفاع به سری تیلور، (Heiskanen and Moritz, 1967)، بدست آورد:

$$g(r_i, \Omega) = g(r_i, \Omega) - \left(\frac{\partial g(r, \Omega)}{\partial H} \right)^{FA} (H^O(\Omega) - H_i(\Omega)) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g(r, \Omega)}{\partial H^2} \right)^{FA} (H^O(\Omega) - H_i(\Omega))^2 - \dots \quad (5)$$

در این رابطه، $\left(\frac{\partial g(r, \Omega)}{\partial H} \right)^{FA}$ و $\left(\frac{\partial^2 g(r, \Omega)}{\partial H^2} \right)^{FA}$ گرادیان‌های ارتفاعی مرتبه اول و دوم هوای آزاد^۳ می‌باشند. رابطه (5) در صورتی می‌تواند برای انتقال شتاب ثقل به ارتفاع پائین مورد استفاده قرار گیرد که هیچ جرمی بین سطح زمین تا ارتفاع پائین $H_i(\Omega)$ وجود نداشته و یا به روش محاسباتی، اثر جاذبی اجرام توپوگرافی واقع بین سطح زمین و ارتفاع پائین از شتاب ثقل مشاهده شده در سطح زمین حذف (remove) شده باشد. البته بعد از انتقال شتاب ثقل به ارتفاع پائین بایستی شکل توپوگرافی به حالت اولیه خود برگشته (restore) و برای این کار اثر جاذبی آن در موضع بالای نقطه انتقال به شتاب ثقل انتقال یافته (با سری تیلور) مجدداً اعمال گردد. بنابراین برای انتقال شتاب ثقل به ارتفاعات مختلف پائین، توپوگرافی بالای ژئوئید به طبقات مختلف مطابق با انتخاب موقعیت ارتفاعات پائین، تفکیک شده و در هر طبقه مجموعه محاسبات مدنظر در قالب روش remove & restore بصورت زیر در سه مرحله انجام می‌گردد:

✓ مرحله ۱: اثر جاذبی اجرام توپوگرافی در زیر نقطه مورد محاسبه تا ارتفاع پایین $H_i(\Omega)$ از شتاب ثقل اندازه‌گیری شده در سطح زمین $(g(r_i, \Omega))$ حذف می‌گردد:

$$g'(r_i, \Omega) = g(r_i, \Omega) - g^T(r_i, \Omega) \quad (6)$$

✓ مرحله ۲: سپس شتاب ثقل محاسبه شده در سطح زمین $(g'(r_i, \Omega))$ با استفاده از گرادیان ارتفاعی هوای آزاد در میدان ثقل زمین واقعی، به ارتفاع پایین $H_i(\Omega)$ انتقال می‌یابد:

$$g'(r_i, \Omega) \approx g'(r_i, \Omega) - \left(\frac{\partial g(r, \Omega)}{\partial H} \right)^{FA} (H^O(\Omega) - H_i(\Omega)) \quad (7)$$

✓ مرحله ۳: در نهایت اثر جاذبی اجرام توپوگرافی حذف شده در بالای نقطه مورد نظر در ارتفاع پایین $H_i(\Omega)$ به آن برگردانده می‌شود:

$$g(r_i, \Omega) = g'(r_i, \Omega) - g^T(r_i, \Omega) \quad (8)$$

بنابراین می‌توان شتاب ثقل هر نقطه در امتداد خط‌شاغولی را (با توجه به نرخ تغییرات خطی شتاب ثقل در مسیرهای کوتاه) با در نظر گرفتن تنها ترم خطی رابطه (5) و حذف اثر جاذبی توپوگرافی و برگرداندن مجدد آن بدست آورد:

$$g(r_i, \Omega) \approx g(r_i, \Omega) - [\delta g^T(r_i, \Omega)] - \left(\frac{\partial g(r, \Omega)}{\partial H} \right)^{FA} (H^O(\Omega) - H_i(\Omega)) \quad (9)$$

که در این رابطه $\delta g^T(r_i, \Omega)$ مجموع اثر جاذبی توپوگرافی در سطح زمین و در ارتفاع پائین $H_i(\Omega)$ در نقطه (r_i, Ω) می‌باشد.

۶. محاسبه اثرات جاذبی توپوگرافی تا ارتفاع پایین $H_i(\Omega)$:

اثر توپوگرافی بر روی شتاب ثقل و یا اثر جاذبی توپوگرافی را می‌توان با مشتق‌گیری شعاعی از پتانسیل $V^T(r, \Omega)$ در نقطه (r, Ω) و در نظر گرفتن تقریب کروی با استفاده از فرمول زیر، (Martinec, 1998)، محاسبه کرد:

$$g^T(r, \Omega) \approx - \left. \frac{\partial V^T(r, \Omega)}{\partial r} \right|_r \quad (10)$$

همچنین در روابط مربوطه از مقدار دانسیته متوسط $(\bar{\rho}(\Omega))$ استفاده می‌گردد که می‌توانیم آن را حاصل جمع دانسیته ثابت $\rho_0 = 2670 \text{ kg/m}^3$ و مقدار آنامولی دانسیته $\delta\bar{\rho}(\Omega)$ از این مقدار ثابت، در نظر بگیریم:

$$\bar{\rho}(\Omega) = \rho_0 + \delta\bar{\rho}(\Omega) \quad (11)$$

۷. گرادیان ارتفاعی هوای آزاد شتاب ثقل در میدان زمین واقعی:

برای انتقال و محاسبه شتاب ثقل در ارتفاع پایین $H_i(\Omega)$ پس از حذف اثر جاذبی اجرام توپوگرافی، از نظر تئوری نیاز به تعیین گرادیان ارتفاعی هوای آزاد شتاب ثقل در میدان زمین واقعی است. گرادیان ارتفاعی هوای آزاد استفاده شده در روش Helmert در واقع متعلق به میدان ثقل نرمال می‌باشد. برای این منظور می‌توان رابطه مربوط به آن را به شتاب ثقل نرمال و آنامولی جاذبه تقسیم نمود. در نتیجه داریم:

$$\frac{\partial g(r, \Omega)}{\partial H} = \frac{\partial \gamma(r, \varphi)}{\partial H} + \frac{\partial \Delta g(r, \Omega)}{\partial H} \quad (12)$$

در این رابطه، $\frac{\partial \gamma(r, \varphi)}{\partial H}$ گرادیان ارتفاعی هوای آزاد شتاب ثقل نرمال بوده و با در نظر گرفتن تقریب کروی، برابر 0.3086 mGal/m ، (Heiskanen and Moritz, 1967)، است.

۸. محاسبه ارتفاع ارتومتریک دقیق:

بنابراین شتاب ثقل یک نقطه در ارتفاع پایین $H_i(\Omega)$ با استفاده از شتاب ثقل اندازه‌گیری شده در سطح زمین $(g(r_i, \Omega))$ ، با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌گردد:

$$g(r_i, \Omega) \approx g(r_i, \Omega) - \left[\left(\delta g_B^T(r_i, \Omega) + \delta g_R^T(r_i, \Omega)^L + \delta g_R^T(r_i, \Omega)^L \right)_{\rho_0} + \delta g_{\delta\rho}^T(r_i, \Omega) \right] - \left(\frac{\partial g(r, \Omega)}{\partial H} \right)^{FA} (H^O(\Omega) - H_i(\Omega)) \quad (13)$$

در این رابطه علامت تقریب، به علت صرف نظر کردن از اثر اجرام اتمسفریک و تغییرات شعاعی دانسیته توپوگرافی و ترم‌های غیرخطی گرادیان ارتفاعی هوای آزاد است. در نتیجه مقدار شتاب ثقل متوسط با استفاده از الگوریتم ارائه شده در امتداد خط شاغولی از سطح زمین تا ژئوئید را می‌توان با استفاده از فرمول زیر بدست آورد:

$$\bar{g}^{KNTU}(\Omega) \approx g(r_i, \Omega) - \left[\left(\bar{\delta g}_B^T(\Omega) + \bar{\delta g}_R^T(\Omega)^L + \bar{\delta g}_R^T(\Omega)^L \right)_{\rho_0} + \bar{\delta g}_{\delta\rho}^T(\Omega) \right] - \left(\frac{\partial g(r, \Omega)}{\partial H} \right)^{FA} H^O(\Omega) \quad (14)$$

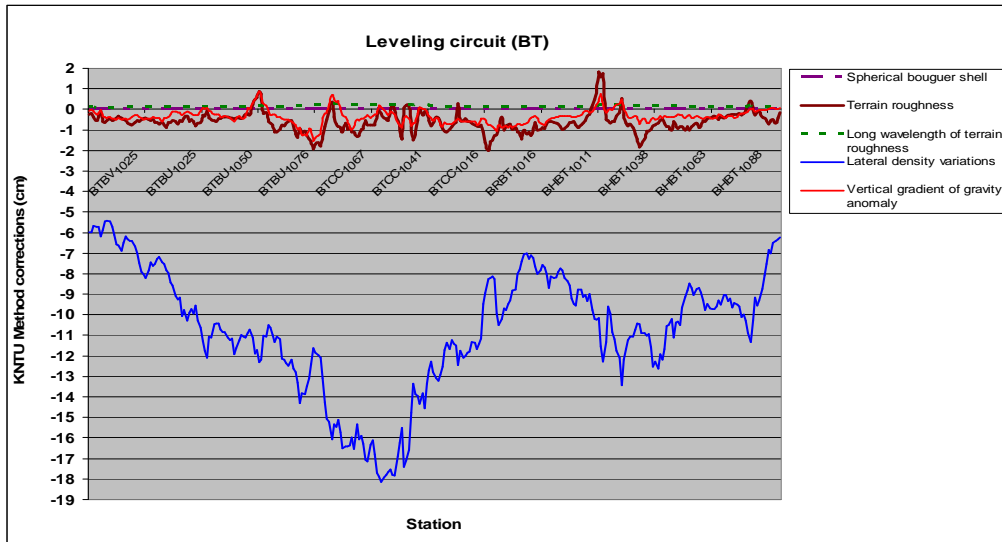
در مقایسه شتاب ثقل متوسط محاسبه شده با این الگوریتم و روش Helmert می‌توان به تصحیحات زیر اشاره نمود:

$$\begin{aligned}
\bar{g}^{KNTU}(\Omega) &= \bar{g}^H(\Omega) \\
&- \left[\bar{\delta g}_B^T(\Omega) - 2\pi G \rho_0 H^o(\Omega) \right]_{p_0} \rightarrow c_1 \\
&- \left[\bar{\delta g}_R^T(\Omega) \right]_{p_0} \rightarrow c_2 \\
&- \left[\bar{\delta g}_R^T(\Omega) \right]_{L, p_0} \rightarrow c_3 \\
&- \left[\bar{\delta g}_{\partial p}^T(\Omega) \right] \rightarrow c_4 \\
&- \left[\left(\left(\frac{\partial g(r, \Omega)}{\partial H} \right)^{FA} - \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma(r, \varphi)}{\partial h} \right) H^o(\Omega) \right] \rightarrow c_5
\end{aligned} \tag{15}$$

که از آنجا پنج ترم تصحیحی اثر جاذبی باقیمانده پوسته کروی بوگه (c_1)، اثر جاذبی عوارض با طول موج کوتاه ناهمواری‌های توپوگرافی (c_2)، اثر جاذبی عوارض با طول موج‌های بلند ناهمواری‌های توپوگرافی (c_3)، اثر تغییرات جانبی دانسیته توپوگرافی (c_4) و اثر گرادیان ارتفاعی آنامولی جاذبه (c_5) محاسبه می‌گردد.

۹. محاسبات عددی:

به منظور بررسی و محاسبه تصحیح‌آرتومتریک با استفاده از روش ارائه‌شده، یک منطقه تست واقع بین محدوده عرض جغرافیایی $33^\circ N$ تا $36^\circ N$ و طول جغرافیایی $48^\circ W$ تا $51^\circ W$ در شمال غربی ایران در نظر گرفته شده است، جایی که تا حداقل شعاع سه درجه اطراف این منطقه تست داده‌های رقومی ارتفاعی (DEM)، اطلاعات دانسیته توپوگرافی و همچنین اندازه‌گیری‌های شتاب ثقل، موجود باشد. در این منطقه تست سه لوپ ترازیبی درجه یک BH، BR و BT شامل ۶۹۱ ایستگاه ترازیبی درجه ۱ با ماکزیمم ارتفاع 2700m قرار داشته که تصحیحات لازم بر روی ایستگاه‌های ترازیبی این مسیرها، محاسبه شده است. پس از انجام محاسبات عددی مقادیر پنج ترم تصحیحی بر روی این ایستگاه‌های ترازیبی محاسبه شده است. شکل ۲ مقدار این تصحیحات نسبت به روش Helmert را بعنوان نمونه در لوپ BT نشان می‌دهد. نتایج عددی بدست آمده برای این نقاط نشان می‌دهد که اثر باقیمانده پوسته کروی بوگه بسیار کوچک بوده ($0.005cm \leq$) و قابل صرف نظر کردن است. همچنین اثر جاذبی عوارض با طول موج کوتاه ناهمواری‌های توپوگرافی بر روی این ایستگاه‌های ترازیبی در حدود 2.6cm محاسبه گردید. ولی بیشترین مقدار ترم تصحیحی بعلا تغییرات زیاد دانسیته در منطقه، مربوط به اثر تغییرات جانبی دانسیته توپوگرافی و برابر 18cm- می‌باشد. ماکزیمم مقدار اثرات جاذبی عوارض با طول موج‌های بلند ناهمواری‌های توپوگرافی و گرادیان ارتفاعی آنامولی جاذبه نیز به ترتیب 0.3cm و 1.5cm- بدست آمده است. جدول ۱ اطلاعات آماری مربوط به پنج ترم تصحیحی محاسبه شده بر روی ایستگاه‌های این لوپ‌های ترازیبی را در منطقه تست نشان می‌دهد. بنابراین با در نظر گرفتن مجموع اثرات این ترم‌های تصحیحی، مقدار تصحیح لازم نسبت به روش Helmert برای این نقاط محاسبه گردید.



شکل ۲: تصحیحات محاسبه شده با استفاده از روش KNTU (نسبت به روش Helmert) در لوپ ترازایی BT

جدول ۱: تصحیحات محاسبه شده با استفاده از روش ارائه شده (نسبت به روش Helmert) بر روی ایستگاه‌های لوپ‌های ترازایی

	Spherical bouguer shell (cm)	Terrain roughness (cm)	Long wavelength of terrain roughness (cm)	Lateral density variations (cm)	Vertical gradient of gravity anomaly (cm)
Max	0.005	2.591	0.300	-3.152	1.024
Min	0.001	-1.989	0.041	-18.145	-1.521
Mean	0.004	-0.502	0.137	-9.332	-0.275
SD	0.001	0.496	0.052	2.874	0.320

۱۰. برآورد دقت محاسبات شتاب ثقل متوسط:

به منظور برآورد دقت روش ارائه شده در این مقاله و روش‌های دیگر محاسبه شتاب ثقل متوسط، از یک ایستگاه مربوط به پروژه KTB^۱ در کشور آلمان در موقعیت جغرافیایی $\varphi = 49.8164$ و $\lambda = 12.1194$ با ارتفاع $H \approx 499.7m$ که در آن اندازه‌گیری‌های شتاب ثقل در اعماق مختلف (Borehole gravimetry) انجام شده است، استفاده گردید. با توجه به اندازه‌گیری‌های انجام شده در عمق‌های مختلف و میانگین‌گیری از آنها، مقدار شتاب ثقل متوسط تا عمق مورد نظر (499.7m)، در حدود $980964.746mGal$ تعیین شد. با انجام محاسبات مربوطه بر اساس روش ارائه شده در این مقاله مقدار شتاب ثقل متوسط برای این نقطه در حدود $980964.265mGal$ محاسبه گردید که با مقدار شتاب ثقل متوسط تعیین شده برای این چاه اکتشافی به اندازه $0.481mGal$ اختلاف دارد. در جدول ۲ مقادیر شتاب ثقل متوسط محاسبه شده با استفاده از روش‌های مختلف نشان داده شده است.

جدول ۲: مقادیر شتاب ثقل متوسط محاسبه شده برای نقطه تست

	Value (mGal)	Difference with observed gravity (mGal)
Helmert Method	980963.377	1.369
KNTU Method	980964.265	0.481

۱۱. نتیجه گیری و پیشنهادات:

روش متداول برای تعیین ارتفاع اُرتومتریک نقاط در بیشتر کشورها، استفاده از روش Helmert (1890) بر اساس گرادیان ثقل پوآنکاره- پری است. نتایج بدست آمده بر روی تعدادی از ایستگاه‌های ترازبایی درجه ۱ ایران با استفاده از روش ارائه شده، نشان می‌دهد که تقریب‌های استفاده شده در این روش می‌تواند بخصوص در مناطق مرتفع و دارای تغییرات وسیع دانسیته توپوگرافی از مقدار متوسط 2670 kg/m^3 ، دقت تعیین موقعیت مطلق ارتفاعی را تا چندین دسی متر کاهش دهد. در نتیجه با در نظر گرفتن تقریبات استفاده شده در روش Helmert، پنج ترم تصحیحی بعلت اثر جاذبی باقیمانده پوسته کروی بوگه، عوارض با طول موج‌های کوتاه و بلند ناهمواری‌های توپوگرافی، تغییرات جانبی دانسیته توپوگرافی و گرادیان ارتفاعی هوای آزاد در میدان ثقل زمین واقعی محاسبه گردید. با انجام محاسبات مربوطه در این منطقه تست، اثر جاذبی باقیمانده پوسته کروی بوگه، ناشی از اختلاف اثر پلایت بوگه و پوسته کروی، دارای تاثیر کوچکی بوده و تغییر قابل ملاحظه‌ای در نتایج نهایی ایجاد نخواهد کرد. اما نادیده گرفتن اثر جاذبی عوارض با طول موج‌های کوتاه ناهمواری‌های توپوگرافی در مناطق مرتفع دقت محاسبه ارتفاع اُرتومتریک را تا چند سانتیمتر کاهش می‌دهد. همچنین نتایج بدست آمده بر روی ایستگاه‌های موجود در منطقه تست حاکی از آن است که اثر جاذبی عوارض با طول موج‌های بلند ناهمواری‌های توپوگرافی، ناشی از گسترش نیافتن محاسبات عددی انتگرال‌های مربوطه، برای این نقاط کمتر از 0.5 cm می‌باشد. در این محاسبات، با توجه به تغییرات وسیع دانسیته توپوگرافی از مقدار دانسیته متوسط در منطقه تست، ترم تصحیحی مربوط به آن دارای بیشترین تاثیر (18 cm ~ در منطقه تست) بر روی ارتفاع اُرتومتریک محاسبه شده با استفاده از روش Helmert است. همچنین در نظر گرفتن گرادیان ارتفاعی هوای آزاد در میدان ثقل زمین واقعی بجای آنامولی هوای آزاد نرمال می‌تواند نتایج مربوطه را در حدود چند سانتی متر بهبود بخشد.

۱۲. تشکر و قدردانی:

در پایان از سازمان نقشه برداری کشور که اطلاعات و داده‌های مناسب را جهت انجام محاسبات مربوطه در اختیار ما قرار دادند و همچنین از کلیه دوستان و عزیزانی که در تهیه این مقاله ما را یاری رساندند، تشکر و قدردانی می‌گردد.

۱۳. مراجع:

- Heiskanen, W.A. and Moritz, H. (1967). *Physical geodesy*. W.H. Freeman and Company, San Francisco, USA, 364 pp.
- Helmert, F.R. (1890). *Die Schwerkraft im Hochgebirge insbesondere in den Tyroler Alpen in geodetischer und geologischer Beziehung, Veröffentlichung Konigliche Preussische Geodatischen Institutes und Gentralbureaus der Internationalen Erdmessung, No. 1, Berlin, Germany, 52 pp.*
- Hwang, C. and Hsiao, Y.-S. (2003). *Orthometric height correction from leveling, gravity, density and elevation data: a Case Study in Taiwan. Journal of Geodesy 77(5-6):292-302.*

- Mader, K. (1954). *Die orthometrische Schwerekorrektion des Prazisions-Nivellements in den Hohen Tauern*. *Osterreichische Zeitschrift fur Vermessungswesen, Sonderheft 15*, Vienna.
- Martinec, Z. (1998). *Boundary value problem for gravimetric determination of a precise geoid*. *Lecture notes in Earth Science, Vol. 73*, Springer, Berlin Heidelberg New York.
- Nahavandchi, H. (2003). *A comparison of different procedures of handling the effects of close and distant topographic masses in gravimetric geoid computations with the classical and recent formulae*. *Newton's Bulletin - 1*, pp. 55-77, Dec. 2003 - ISSN 1810-8555, Bureau gravimétrique international, Toulouse, FRANCE, INIST-CNRS, Cote INIST : 10508, 35400014242177.0060.
- Niethammer, T. (1932). *Nivellement und Schwere als Mittel zur Berechnung wahrer Meereshohen*. *Schweizerische Geodatische Kommission, Berne*, 76 pp.
- Rapp, R.H. (1961). *The orthometric height*, Master of Science Thesis, Department of Geodetic Science, Ohio State University, Columbus, USA, 117 pp.
- Santos, M.C., Vanicek, P., Featherstone, W.E., Kingdon, R., Ellmann, A., Martin, B.-A., Kuhn, M. and Tenzer, M. (2006). *The relation between rigorous and Helmert's definitions of orthometric height*. *Journal of Geodesy, Vol. 80, No. 12*, pp. 691-704. doi: 10.1007/s00190-006-0086-0.
- Tenzer, R., Vanicek, P., Santos, M., Featherstone, W.E. and Kuhn, M. (2005). *The rigorous determination of the orthometric height*. *Journal of Geodesy, Vol. 78, No. 1-3*, pp. 82-92, doi: 10.1007/s00190-005-0445-2.
- Vanicek, P., Najafi, M., Martinec, Z., Harrie, L. and Sjoberg LE. (1995). *Higher-degree reference field in the generalized Stokes-Helmert scheme for geoid computation*. *Journal of Geodesy 70:176-182*
- اردلان، ع.ا. و جزائری ج.، س.ش. (۱۳۸۴). روشی برای محاسبه شتاب گرانشی میانگین در داخل زمین به منظور افزایش دقت محاسبه ارتفاع اورتومتریک، مجله فیزیک زمین و فضا، جلد ۳۱، شماره ۲، ص. ۳۵-۴۴.
- قراخانی، س.، حاتم، ی.، ونیچک، پ.، نجفی علمداری، م.، سعادت، س.ع.، چراغی، ح.، جموری، ی.، کی‌نگدان، ر.، نظری، ح.، صدیقی، م.، عیوضی، ه. (۱۳۸۵). تهیه یک مدل عددی دانسیته با تغیری رات جانبی برای ایران و محاسبه اثر آن بر روی ژئوئید و ارتفاع اورتومتریک، سازمان نقشه برداری کشور.