

گسترش TOPSIS در محیط فازی برای تصمیم‌گیری گروهی

بهرام عاقلی عضو هیات علمی دانشگاه

مجید مهدی زاده آلاستی عضو باشگاه پژوهشگران جوان

دانشگاه آزاد اسلامی واحد قائم‌شهر [email:mehdizadeh_77216@yahoo.com](mailto:mehdizadeh_77216@yahoo.com)

چکیده

هدف از این مقاله گسترش TOPSIS در محیط فازی می‌باشد. بسیاری از مفاهیم مبهم در موضوعات تصمیم‌گیری وجود دارند که ارزش‌های قطعی نامناسبی در زندگی واقعی دارند. در این مقاله، ارزش‌های هر گزینه و اهمیت وزنی معیارها با اصطلاحات زبانی توصیف و با اعداد فازی مثلثی گسترش می‌یابند. در این روش رأسی پیشنهادی فاصله بین دو عدد فازی مثلثی محاسبه شده است. طبق مفهوم TOPSIS، نزدیک‌ترین ضریب با مقایسه همه گزینه‌ها تعریف و با محاسبه هم‌زمان فاصله هر حلال ایده‌ال مثبت فازی (FPIS) و حلال ایده‌ال منفی فازی (FNIS) مشخص می‌شود. در پایان با یک مثال، جالب بودن کار روش پیشنهادی را نشان می‌دهیم.

کلمات کلیدی: TOPSIS، متغیرهای زبانی، اعداد فازی مثلثی و MCDM.

۱ مقدمه

مسائل تصمیم‌گیری روشی برای انتخاب بهترین گزینه از میان همه گزینه‌های موجود می‌باشد. در اکثر مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره دآوری گزینه‌ها نمود پیدا می‌کند. بنابراین در بسیاری از مسائل، تصمیم‌گیرنده می‌خواهد مشکل در تصمیم‌گیری چند معیاره (MCDM) را حل کند. یک مسئله MCDM می‌تواند به صورت ماتریس زیر بیان شود:

$$D = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & \dots & C_n \\ A_1 & \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix} \\ A_2 & \\ \vdots & \\ \vdots & \\ A_m & \end{matrix}, W = [w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_n],$$

که A_i ($i=1, 2, \dots, m$)، گزینه‌های ممکن برای تصمیم‌گیرندگانی که مجبورند انتخاب کنند و C_j ($j=1, 2, \dots, n$)، معیارهایی هستند که عملکرد گزینه‌ها را بیان می‌کنند. x_{ij} ارزش A_i در مقابل C_j و w_j اهمیت وزن C_j می‌باشد. تکنیک اجرای حکم تشابه حلال فرضی (TOPSIS) یکی از روش‌های شناخت MCDM است. روشی برای نشان دادن تقدم با یک ایده‌ال حلال (TOPSIS) توسط Hwang, Voon معرفی شد [۱۰]. این روش بر مبنای این مفهوم که گزینه ایده‌ال در سطح بهتری نسبت به همه بررسی می‌شود قرار دارد، در صورتی که ایده‌ال منفی کمترین مقادیر را دارد. TOPSIS فازی یک حلال تعریف شده برای گزینه‌ای است که هم زمان دورتر از ایده‌ال منفی و نزدیکتر به ایده‌ال می‌باشد. در TOPSIS فازی، ارزش‌های نسبت داده شده با اعداد فازی ارزیابی می‌شوند. در استفاده از روش پیشنهادی ارزش تخصیص داده شده توسط تصمیم‌گیرندگان برای هر گزینه در برابر معیارهای گوناگون و وزن تخصص داده شده توسط تصمیم‌گیرندگان برای معیارهای مختلف در ابتدا میانگین‌گیری می‌شوند [۷، ۹، ۱۰].

ارزش‌ها و وزن‌های میانگین‌گیری شده با مقیاس قابل مقایسه نرمالیزه می‌شوند. تابع عضویت ارزش وزنی نرمالیزه شده برای هر گزینه در برابر هر معیار را می‌توان با استفاده از فاصله حسابی اعداد فازی گسترش داد. برای اجتناب از تجمع پیچیده اعداد فازی بی‌قاعده، ارزش‌های وزنی نرمالیزه شده با روش مقیاسه اعداد فازی به مقادیر قطعی غیر فازی می‌شوند [۱۱]. نزدیک‌ترین ضریب تعریف شده با مقیاسه گزینه‌ها از طریق محاسبه مسافت (فاصله) دو گزینه ایده‌ال و ایده‌ال منفی حلال محاسبه می‌شود. در پایان مقاله با یک مثال عددی امکان پذیر بودن روش پیشنهادی را نشان می‌دهیم.

۲ تعاریف

تعریف ۱-۲: یک مجموعه فازی \tilde{A} در مجموع مرجع X با تابع عضویت $\mu_{\tilde{A}}(x)$ منتهی که هر عضو x در X با یک عدد حقیقی در فاصله $[0, 1]$ عضویت دارند. تابع ارزش $\mu_{\tilde{A}}(x)$ درجه عضویت x در \tilde{A} را بیان می‌کند [۱۴].

تعریف ۲-۲: فرض کنید $\tilde{m} = (m_1, m_2, m_3)$ و $\tilde{n} = (n_1, n_2, n_3)$ دو عدد فازی مثلثی باشند. در روش رأسی فاصله بین دو عدد فازی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$d(\tilde{m}, \tilde{n}) = \sqrt{\frac{1}{3}[(m_1 - n_1)^2 + (m_2 - n_2)^2 + (m_3 - n_3)^2]}$$

تعریف ۲-۳: عدد فازی حقیقی A به عنوان هر زیر مجموعه فازی R با تابع عضویت f_A دارای ویژگی زیر می‌باشد:

(الف) به ازای هر x متعلق به فاصله $(-\infty, a]$ ، $f_A(x) = 0$ است.

(ب) f_A در فاصله $[a, b]$ صعودی می‌باشد.

(ج) به ازای هر x متعلق به فاصله $[b, c]$ ، $f_A(x) = 1$ است.

(د) f_A در فاصله $[c, d]$ نزولی می‌باشد.

(ه) به ازای هر x متعلق به فاصله $(d, -\infty)$ ، $f_A(x) = 0$ است.

که a, b, c, d حقیقی هستند. عدد فازی A می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$f_A(x) = \begin{cases} f_A^L(x) & , a \leq x \leq b \\ 1 & , b \leq x \leq c \\ f_A^R(x) & , c \leq x \leq d \\ 0 & , etc \end{cases} \quad (1)$$

۳. روش تصمیم‌گیری فازی

در این بخش روشی برای گسترش TOPSIS در محیط فازی پیشنهاد شده است. روش پیشنهادی برای تصمیم‌گیری در محیط فازی بسیار مفید و ساده می‌باشد. در این مقاله اهمیت وزنی هر معیار و ارزش گزینه‌ها با متغیرهای زبانی بیان و با اعداد فازی مثلثی گسترش داده می‌شوند (جدول ۱ و ۲). در اینجا تصمیم‌گیرنده به آسانی از متغیرهای زبانی برای ارزیابی اهمیت معیار و نرخ بندی‌های گزینه‌ها با توجه به معیار متفاوت ذهنی استفاده می‌کند. فرض کنید که یک گروه تصمیم K نفر دارد و اهمیت هر معیار و نرخ گزینه‌ها با توجه به هر معیار می‌تواند به صورت زیر محاسبه شود:

$$\tilde{X}_{ij} = \frac{1}{K} [\tilde{X}_{ij}^1 (+) \tilde{X}_{ij}^2 (+) \dots (+) \tilde{X}_{ij}^K] \quad (12)$$

$$\tilde{W}_{ij} = \frac{1}{K} [\tilde{W}_{ij}^1 (+) \tilde{W}_{ij}^2 (+) \dots (+) \tilde{W}_{ij}^K] \quad (13)$$

جایی که \tilde{X}_{ij}^K و \tilde{W}_{ij}^K نرخ و اهمیت وزن K امین تصمیم‌گیرنده.

شوند. همونور که در بالا بیان شده، یک روش تصمیم گیری چند معیاری برای انتخاب مسئله مکان DC می تواند به صورت ماتریس زیر بیان شود:

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11} & \tilde{x}_{12} & \cdots & \tilde{x}_{1n} \\ \tilde{x}_{21} & \tilde{x}_{22} & \cdots & \tilde{x}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \tilde{x}_{m1} & \tilde{x}_{m2} & \cdots & \tilde{x}_{mn} \end{bmatrix} \quad \tilde{W} = [\tilde{w}_1 \quad \tilde{w}_2 \quad \cdots \quad \tilde{w}_n],$$

که \tilde{x}_{ij} ارزش وزنی گزینه ها با توجه به معیار C_j و وزن معیار C_j اهمیت وزنی هر معیار متغیر های زبانی هستند که بصورت اعداد فازی بیان می شوند $\tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ و $\tilde{w}_j = (w_{j1}, w_{j2}, w_{j3})$ به منظور تضمین انطباق بین ارزیابی معیار تابع هدف و نرخ های وزنی، تبدیل مدرجه خطی استفاده می شود تا در جه های معیار متفاوت را بصورت در جه قابل مقایسه تبدیل کند. بنابراین، ما می توانیم ماتریس تصمیم فازی نرمال شده را بدست آوریم:

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= [\tilde{r}_{ij}]_{m \times n} \quad , \\ \tilde{r}_{ij} &= \left(\frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \right) \quad , \quad j \in B \\ r_{ij}^- &= \left(\frac{a_j^-}{c_{ij}}, \frac{a_j^-}{b_{ij}}, \frac{a_j^-}{a_{ij}} \right) \quad , \quad j \in C \\ c_j^* &= \max_i c_{ij} \quad \text{if } j \in B \quad , \\ a_j^- &= \min_i a_{ij} \quad \text{if } j \in C \quad , \end{aligned} \tag{14}$$

روش نرمالیزه کردن ذکر شده در بالا خاصیتی که درجه های نرمالیزه عدد فازی مثلثی را در فاصله $[0, 1]$ نگه می دارد. فرض کنید با اهمیت مختلف هر معیار، ما می توانیم یک ماتریس تصمیم فازی نرمالیزه وزنی را بسازیم:

$$\tilde{V} = [\tilde{V}_{ij}]_{m \times n} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, m \quad , \quad j = 1, 2, \dots, n \tag{16}$$

که $\tilde{V}_{ij} = \tilde{r}_{ij}(\cdot) \tilde{w}_j$. طبق ماتریس تصمیم نرمالیزه وزنی، ما می دانیم که عنصر \tilde{V}_{ij} (برای هر j و i) عدد فازی مثلثی مثبت نرمالیزه شده و درجه آن ها متعلق به فاصله بسته $[0, 1]$ می باشد. پس ما می توانیم حلال ایدهال مثبت فازی $(FPIS, A^*)$ و ایدهال حلال منفی فازی $(FNIS, \bar{A})$ را به صورت $A^* = (\tilde{V}_1^*, \tilde{V}_2^*, \dots, \tilde{V}_n^*)$ و $\bar{A} = (\tilde{V}_1^-, \tilde{V}_2^-, \dots, \tilde{V}_n^-)$ تعریف کنیم. کوه $\tilde{V}_j^* = (1, 1, 1) \quad j = 1, 2, \dots, n$ و $\tilde{V}_j^- = (0, 0, 0)$ فاصله هر گزینه از A^* و \bar{A} می تواند به صورت زیر محاسبه شود:

$$d_i^+ = \sum_{j=1}^n d(\tilde{V}_{ij}, \tilde{V}_j^+) \quad i = 1, 2, \dots, m \tag{17}$$

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{V}_{ij}, \tilde{V}_j^-) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (18)$$

که d (.,.) اندازه بین دو عدد فازی می‌باشد.

نزدیک‌ترین ضریب تعریفی با مقایسه همه گزینه‌های d_i^* , d_i^- محاسبه می‌شود که گزینه A_i در بین محاسبات می‌باشد. نزدیک‌ترین ضریب هر گزینه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^+, d_i^-} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (19)$$

واضح است که گزینه A_i نزدیک‌تر به $FPIS(A^*)$ و دورتر از $FPIS(A^-)$ می‌باشد.

بنابراین طبق نزدیک‌ترین ضریب‌ها مقایسه همه گزینه‌ها و انتخاب مناسب آن‌ها را از میان مجموع گزینه‌های موجود را انجام می‌دهیم. در این میان یک الگوریتم تصمیم‌گیری چند معیاره با روش مجموعه فازی طبق گام‌های زیر انجام می‌دهیم.

گام ۱. از یک گروه تصمیم‌گیرندگان ارزیابی گزینه‌ها را انجام می‌دهند.

گام ۲. متغیرهای زبانی بیان و اهمیت وزنی هر معیار و ارزش‌های زبانی گزینه‌ها در برابر معیارها بیان می‌شوند.

گام ۳. اجتماع وزنی معیارها گرفته و وزن فازی \tilde{w}_j ارزیابی شده هر معیار C_j و هم‌چنین تصمیم‌گیرندگان ارزش فازی \tilde{x}_{ij} هر گزینه A_i را در برابر معیار C_j ارزیابی می‌کنند.

گام ۴. ماتریس تصمیم فازی و ماتریس تصمیم فازی نرمالیزه را محاسبه می‌کنند.

گام ۵. ماتریس تصمیم وزنی فازی نرمالیزه شده محاسبه می‌شود.

گام ۶. محاسبه $FNIS$ و $FPIS$.

گام ۷. محاسبه فاصله هر گزینه از $FNIS$ و $FPIS$.

گام ۸. نزدیک‌ترین از هر گزینه محاسبه می‌شود.

گام ۹. طبق نزدیک‌ترین ضریب، مقایسه گزینه‌ها انجام می‌گیرد.

۴ مثال عددی

فرض کنید یک شرکت نرم‌افزاری قصد دارد تا یک سیستم تجزیه و تحلیل مهندسی را کرایه کند. بعد از بررسی اولیه سه گزینه A_1, A_2, A_3 برای بررسی‌های بیشتر انتخاب می‌شوند. یک گروه شامل سه تصمیم‌گیرنده D_1, D_2, D_3 مسئول ارزیابی و انتخاب گزینه مناسب می‌باشند. پنج معیار $(C_1), (C_2), (C_3), (C_4), (C_5)$ را برای ارزیابی گزینه‌ها انتخاب می‌کند. ساختار سلسله مراتبی مسئله تصمیم‌گیری در شکل ۵ نشان داده شده است.

در روش پیشنهادی برای حل این مشکل بکار می‌رود و شیوه محاسبات را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

گام ۱. تصمیم‌گیرندگان از متغیرهای وزنی زبانی جدول ۱ برای ارزیابی اهمیت هر معیار که در جدول ۳ نشان داده شده است.

گام ۲. تصمیم‌گیرندگان از متغیرهای ارزش زبانی جدول ۲ جهت ارزیابی ارزش گزینه‌ها با توجه به هر معیار که در جدول ۴ آورده شده است.

گام ۳. تبدیل کردن ارزیابی جدول ۳ و ۴ به اعداد فازی مثلثی و ساختن ماتریس تصمیم و محاسبه وزن فازی هر معیار که در جدول ۵ آورده شده است.

گام ۴. حاسبه ماتریس تصمیم فازی نرمالیزه در جدول ۶ آورده شده است.

گام ۵. محاسبه ماتریس تصمیم وزنی نرمالیزه فازی در جدول ۷ آورده شده است.

گام ۶. محاسبه FPIS و FNIS با $A^* = [(1,1,1), (1,1,1), (1,1,1), (1,1,1)]$,

$A^* = [(0, 0, 0), (0, 0, 0), (0, 0, 0), (0, 0, 0), (0, 0, 0)]$,

گام ۷. محاسبه فاصله هر گزینه از FPIS و FNIS که در جدول ۸ آورده شده است.

گام ۸. محابه نزدیکترین ضریب از هر گزینه

$$CC_1 = 0/62 \quad , \quad CC_2 = 0/77 \quad , \quad CC_3 = 0/61$$

گام ۹. طبق نزدیکترین ضریب، مقایسه گزینه A_1, A_3, A_2 انجام می‌شود.

که واضح است مناسبترین گزینه A_2 است.

۵. نتیجه گیری

عموماً مسائل چند معیاره در موضوعات نامعلوم و نامشخص بروز می‌کند و نظریه مجموعه فازی به اندازه کافی در آن بحث می‌کند. در این مقایسه، یک فرآیند تصمیم‌گیری زبانی برای حل تصمیم‌گیری چند معیاره در محیط فازی پیشنهاد شده است. این فرآیند تصمیم‌گیری، اغلب برای ارزیابی گزینه‌ها با در نظر گرفتن معیار و اهمیت وزنی برای استفاده متغیرهای زبانی به جای ارزش‌های عددی مناسب هستند.

در اینجا یک روش رأسی که بسیار مؤثر و ساده برای اندازه‌گیری فاصله بین دو عدد فازی مثلثی پیشنهاد و شیوه TOPSIS را در محیط فازی گسترش می‌دهیم. در حقیقت، روش رأسی می‌تواند به آسانی برای محاسبه فاصله بین دو عدد فازی که با تابع عضویت خطی هستند به کار رفته شود.

اگر چه روش پیشنهاد شده در این مقایسه در بخش مسائل خصوصی به کار رفته است ولی می‌تواند در پروژه‌های فناوری و اطلاعات در بخش مدیریت به کار رفته شود.

Very poor (VP)	(0, 0, 1)
Poor (P)	(0, 1, 3)
Medium poor (MP)	(1, 3, 5)
Fair (F)	(3, 5, 7)
Medium good (MG)	(5, 7, 9)
Good (G)	(7, 9, 10)
Very good (VG)	

(9, 10,
10)

جدول ۱ . متغیرهای زبانی برای اهمیت وزنی برای هر معیار

Very low (VL)	(0, 0, 0.1)
Low (L)	(0, 0.1, 0.3)
Medium low (ML)	(0.1, 0.3, 0.5)
Medium (M)	(0.3, 0.5, 0.7)
Medium high (MH)	(0.5, 0.7, 0.9)
High (H)	(0.7, 0.9, 1.0)
Very high (VH)	(0.9, 1.0, 1.0)

جدول ۲ . متغیرهای زبانی برای ارزش‌ها

جدول ۳ اهمیت وزنی هر معیار

D1 D2 D3

C ₁	H	VH	MH
C ₂	VH	VH	VH
C ₃	VH	H	H
C ₄	VH	VH	VH
C ₅	M	MH	MH

جدول ۴- جدول ارزش هر گزینه در برابر هر شاخص

معیارها	گزینه‌ها	تصمیم‌گیرندگان		
		D1	D2	D3
C ₁	A ₁	MG	G	MG
	A ₂	G	G	MG
	A ₃	VG	G	F
C ₂	A ₁	G	MG	F
	A ₂	VG	VG	VG
	A ₃	MG	G	VG
C ₃	A ₁	F	G	G
	A ₂	VG	VG	G
	A ₃	G	MG	VG
C ₄	A ₁	VG	G	VG
	A ₂	VG	VG	VG
	A ₃	G	VG	MG
C ₅	A ₁	F	F	F
	A ₂	VG	MG	G
	A ₃	G	G	MG

جدول ۵

ماتریس تصمیم سه گزینه

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅
--	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

A ₁	(5.7, 7.7,	(5, 7, 9)	(5.7, 7.7,	(8.33,	(3, 5, 7)
A ₂	9.3)	(9, 10,	9)	9.67, 10)	(7, 9, 10)
A ₃	(6.3, 8.3,	10)	(8.3, 9.7,	(9, 10,	(6.3, 8.3,
Weight	9.7)	(7, 9, 10)	10)	10)	9.7)
	(6.3, 8, 9)	(0.9, 1,	(7, 9, 10)	(7, 9, 10)	(0.43,
	(0.7, 0.9,	1)	(0.77,	(0.9, 1,	0.63, 0.83)
	1)		0.93, 1)	1)	

جدول ۶
ماتریس تصمیم نرمالیزه شده

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅
A ₁	(0.59,	(0.5, 0.7,	(0.57,	(0.83,	(0.3, 0.5,
A ₂	0.79, 0.96)	0.9)	0.77, 0.9)	0.97, 1)	0.7)
A ₃	(0.65,	(0.9, 1,	(0.83,	(0.9, 1,	(0.7, 0.9,
	0.86, 1)	1)	0.97, 1)	1)	1)
	(0.65,	(0.7, 0.9,	(0.7, 0.9,	(0.7, 0.9,	(0.63,
	0.82, 0.93)	1)	1)	1)	0.83,
					0.97)

جدول ۷

ماتریس تصمیم نرمالیزه شده وزنی

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅
A ₁	(0.41,	(0.45,	(0.44,	(0.75,	(0.13,
A ₂	0.71, 0.96)	0.7, 0.9)	0.72, 0.9)	0.97, 1)	0.32, 0.58)
A ₃	(0.46,	(0.81, 1,	(0.64, 0.9,	(0.81, 1,	(0.3, 0.57,
	0.77, 1)	1)	1)	1)	0.83)
	(0.46,	(0.63,	(0.54,	(0.63,	(0.27,
	0.74, 0.93)	0.9, 1)	0.84, 1)	0.9, 1)	0.52, 0.81)

جدول ۸
فاصله‌های اندازه‌گیری شده

	A*	A ⁻
A ₁	2.64	6.78

A ₂	1.26	9.43
A ₃	1.69	7.66

منابع :

- [1] R.E. Bellman, L.A. Zadeh, Decision-making in a fuzzy environment, *Management Sci.* 17 (4) (1970) 141-164.
- [2] J.J. Buckley, Fuzzy hierarchical analysis, *Fuzzy Sets and Systems* 17 (1985) 233-247.
- [3] C.T. Chen, A new decision approach for solving plant location selection problem, *Int. J. Prod. Econom.* (1997).
- [4] M. Delgado, J.L. Verdegay, M.A. Vila, Linguistic decisionmaking models, *Int. J. Intelligent System* 7 (1992) 479- 492.
- [5] J.S. Dyer, P.C. Fishburn, R.E. Steuer, J. Wallenius, S. Zionts, Multiple criteria decision making, Multiattribute utility theory: The next ten years, *Management Sci.* 38 (5) (1992) 645-654.
- [6] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, J.L. Verdegay, A model of consensus in group decision making under linguistic assessments, *Fuzzy Sets and Systems* 78 (1996) 73-87.
- [7] G. S. Liang and M.-J.J. Wang, "A fuzzy multi-criteria decision-making method for facility site selection", *International Journal of Production Research*, 29, pp. 2316-2330, 1991.
- [8] H.M. Hsu, C.T. Chen, Aggregation of fuzzy opinions under group decision making, *Fuzzy Sets and Systems* 79 (1996) 279-285.
- [9] S. J. Chen and C. L. Hwang, *Fuzzy Multiple Attribute Decision Making*, Springer-Verlag, 1992.
- [10] C.L. Hwang, K. Yoon, *Multiple Attributes Decision Making Methods and Applications*, Springer, Berlin Heidelberg, 1981.
- [11] T. C. Chu, "A fuzzy number interval arithmetic based fuzzy MCDM algorithm", *International Journal of Fuzzy System*, accepted.
- [12] D.S. Negi, *Fuzzy analysis and optimization*, Ph.D.Thesis, Department of Industrial Engineering, Kansas State University, 1989.
- [13] J. Teghem, Jr., C. Delhaye, P.L. Kunsch, An interactive decision support system (IDSS) for multicriteria decision aid, *Math. Comput. Modeling* (1989) 1311-1320.
- [14] L.A. Zadeh, Fuzzy sets, *Inform. and Control* 8 (1965) 338{353.
- [15] L.A. Zadeh, The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, *Inform. Sci.* 8 (1975) 199-249(I), 301 {357(II).

[16] H.J. Zimmermann, Fuzzy Set Theory and its Applications, 2nd edn., Kluwer Academic Publishers, 1991.

[17] R. Zwick, E. Carlstein, D.V. Budescu, Measures of similarity among fuzzy concepts: A comparative analysis, Int. J. Approximate Reasoning 1 (1987) 221{242.

