

## الگوریتم ژنتیک و کاربرد آن در حل مسائل MILP

مهدی بهاء‌الدینی

mehdi.bahaedini@gmail.com

فرزاد منظوری

farzadmanzouri@gmail.com

دانشگاه آزاد اسلامی واحد شیراز، گروه مهندسی صنایع، دانشجویان کارشناسی مهندسی  
صنایع

### چکیده:

روش‌های متفاوتی برای حل مسائل بهینه‌سازی وجود دارد، ولی با افزایش ابعاد مسئله، ناتوانی در محاسبه مشتق تابع هدف، بزرگ بودن منطقه موجه و ... روش‌های قدیمی بهینه‌سازی کارایی خود را از دست می‌دهند. به همین دلیل روش‌های جدید ابتکاری که اغلب بر پایه قوانین بیولوژیکی هستند در حال پیشرفت می‌باشند. در این مقاله سعی شده تا با معرفی الگوریتم ژنتیک بعنوان یکی از این نوع روش‌ها و بیان نکاتی در مورد آن، نحوه استفاده از این الگوریتم در حل مسائل بهینه‌سازی بررسی شود. در پایان به اختصار یکی از کاربردهای این الگوریتم بصورت ترکیبی با الگوریتم انشعب و تحدید<sup>۲</sup> برای حل مسائل MILP را نشان می‌دهیم.

کلمات کلیدی: بهینه‌سازی، بیولوژیکی، الگوریتم ژنتیک، MILP<sup>۱</sup>

### مقدمه:

۱- Mixed integer linear programming

۲- Branch & bound

مبتکر این روش «جان هالند»<sup>۱</sup> (۱۹۷۵ میلادی) بود و در نهایت توسط «دیوید گلدبرگ»<sup>۲</sup>، یکی از دانشجویان وی، گسترش و عمومیت داده شده. گلد برگ توانست در رساله خود در مورد کنترل خطوط لوله های انتقال گاز با استفاده از این الگوریتم آن را به دنیا بشناساند. سپس «دی یونگ»<sup>۳</sup> در همان سال ها موفق به معرفی کامل این روش و بیان فواید آن شد، وی توانست اولین جرقه ها را برای یافتن پارامترهای بهینه «الگوریتم ژنتیک»<sup>۴</sup> روشن کند. هم اکنون دانشمندان و مهندسان زیادی در دانشگاه ها و مراکز تحقیقاتی مختلف در سرتاسر دنیا در حال توسعه و بهبود این الگوریتم می باشند.

### الگوریتم ژنتیک :

GA<sup>۵</sup> یک تکنیک بهینه سازی و جستجوی مبتنی بر تکرار است که بر پایه قوانین ژنتیک و انتخاب طبیعی بنا شده است. طبق نظر هالند، این الگوریتم همانگونه که فرایند تکامل ژنی در طبیعت انجام می شود، تکامل را روی نماد ژنی مربوط به جواب های یک مسئله انجام می دهد .

این روش با یک حدس اولیه شروع شده و در دوره های متفاوت بهترین جواب ها، با توجه به عملکردشان در تابع هدف و بر آوردن معیارها و محدودیت ها، انتخاب شده و به دوره بعد انتقال می یابند. قانون حاکم بر این روش بصورت زیر بیان می شود :

" اعضای که دارای ارزش بالاتری از سازگاری و کیفیت هستند با احتمال بیشتری به نسل بعد منتقل می گردند ."

### فواید GA :

John Holland -۱

David Goldberg -۲

De Jong -۳

(GA) Genetic algorithm -۴

۵- در این مقاله به جای عبارت الگوریتم ژنتیک از مخفف آن (GA) استفاده شده است .

این الگوریتم چندین نقطه از فضای جستجو را به صورت همزمان در نظر می گیرد و بنابراین شانس اینکه به یک مینیمم محلی همگرا شود (خطری که بیشتر روش های جستجوی مرسوم را تحدید می نماید) کاهش می یابد. چون در این الگوریتم محاسبه ارزش هر نقطه بصورت مستقل انجام می گیرد، محاسبه همزمان چند نقطه در فضای جواب آن، با استفاده از کامپیوترهای موازی قابل اجرا می باشد. این الگوریتم نیازی به اطلاعات زیاد در مورد مسئله و حتی اطلاعات مشتق آن ندارد، زیرا این روش در هر دوره با محاسبه ارزش هر متغیر و تولید مجموعه های جدید با استفاده از عملگرهای خود به تولید مجموعه متغیرهایی می پردازد که بهترین ارزش را در مسئله ایجاد می نمایند و با تکرار این عمل در نهایت به مجموعه ای از نقاط بهینه می رسد.

GA از انواع روش هایست که برای راهنمایی جهت جستجویشان از انتخاب تصادفی استفاده می نمایند با این حال با روش های موجود تفاوت دارد و با وجود اینکه این الگوریتم برای تعریف روش های تصمیم گیری از تصادف و شانس استفاده می کند در فضای جستجوی تصادفی قدم نمی زند.

### اصطلاحات بکار رفته در الگوریتم ژنتیک:

بدلیل پیروی این الگوریتم از قوانین علم ژنتیک، در حل مسائل بهینه سازی نیز از اصطلاحات ژنتیکی استفاده می شود که به تعریف آنها می پردازیم.

۱- کروموزوم<sup>۱</sup>: برداری از اعداد که مقادیر آنها با توجه به نوع کروموزوم تعیین می شود. کروموزوم ها مشخص کننده مجموعه متغیرهای بهینه سازی مسئله مورد نظر هستند.

۲- ژن<sup>۲</sup>: بخشی از کروموزوم که خصوصیات ویژه ای را بیان می کند.

۳- نماد ژنی<sup>۱</sup>: به ترکیب ژنی یا همان کروموزوم گفته می شود.

۴- نماد معرفی<sup>۲</sup> Chromosome: به بردار حقیقی حاصل از رمزگشایی یک کروموزوم گویند.  
Gene-۲

۵- نسل<sup>۳</sup>: هر جایگزینی از جمعیت قدیمی بوسیله جمعیت جدید یک نسل نامیده می شود.

۶- سازگاری<sup>۴</sup>: به میزان مطلوبیت یک کروموزوم برای مسئله (مقدار حاصل از مجموعه متغیرهای کروموزوم در تابع هدف) سازگاری گفته می شود.

۷- تبادل ژنی<sup>۵</sup>: جابجایی قسمت های متناظر از دو رشته (کروموزوم).

۸- جهش<sup>۶</sup>: تغییر تصادفی و ناگهانی یک ژن در کروموزوم.

### بخش های اصلی الگوریتم ژنتیک:

۱- بخش جمعیت                      ۲- بخش ارزیاب

در بخش اول، عملیات انتخاب، جفتگیری و زاد و ولد و تولید جمعیت اتفاق می افتد.

اما بخش دوم در برگیرنده یک تابع ارزیاب است که وظیفه آن در هر نسل تعیین عملکرد کروموزوم های تولید شده توسط بخش اول می باشد. مطلب مهم در مورد این جزء، جدا بودن آن از الگوریتم است، یعنی می تواند به راحتی با هر تابع دیگری جایگزین شود. به عبارت دیگر در الگوریتم ژنتیک هیچ اطلاعاتی درباره مسئله ای که باید حل شود وجود ندارد و وظیفه GA صرفا تولید مثل کروموزوم های جدید و انجام عملیات و چرخه تولید مثل روی کروموزوم هایست که دارای ارزش بیشتری هستند.

### عملگرهای الگوریتم ژنتیک:

Genotype - ۱  
Phenotype - ۲  
Generation - ۳  
Fitness - ۴  
Crossing - ۵  
Mutation - ۶

والدینی (والدین همان کروموزوم ها هستند) است که دارای ارزش بیشتری برای مسئله هستند.

۲- تبادل ژنی<sup>۲</sup>: وظیفه این عملگر تبادل مواد ژنتیکی (ژن ها) دو کروموزوم والد برای ایجاد فرزند جدید است.

۳- جهش<sup>۳</sup>: این عملگر قابلیت الگوریتم ژنتیک را برای یافتن جواب های نزدیک بهینه افزایش می دهد و باعث ایجاد مشخصه هایی در کروموزوم والدین می شود که قبلا وجود نداشته اند. این عملگر بصورت کاملا تصادفی مقدار ژن ها را عوض می کند، نقش عملگر جهش در الگوریتم ژنتیک جلوگیری از همگرایی<sup>۴</sup> زودرس الگوریتم است زیرا بدون حضور آن امکان وجود کروموزوم های یکسان در جمعیت زیاد شده و وجود کروموزوم های یکسان به همگرایی زودرس الگوریتم می انجامد.

### الگوریتم ژنتیک در بهینه سازی :

تشریحی کلی از الگوریتم ژنتیک را می توان به صورت زیر در نظر گرفت البته با ذکر این نکته که این روند متداول ترین روش الگوریتم ژنتیک است و در حال حاضر محققین این روش را بسته به مسئله مورد نظر به روش های متفاوتی پیاده می کنند :

۱- مسئله شناسایی و متغیرها و هدف (ها) مسئله و پارمترهای الگوریتم تعیین می شوند .

۲- جمعیتی از کروموزوم ها یا رشته های متغیر به صورت تصادفی ساخته می شوند .

۳- یا استفاده از عملگر انتخاب، کروموزوم های والد تعیین می شوند .

Selection -۱

Crossover -۲

۴- یا استفاده از عملگر تبادلی، فرزندان جدید تولید می شوند .

Mutation -۳

Convergence -۴

۵- عملگر جهش اعمال می شود .

۶- فرزندان جدید ارزیابی شده، به جمعیت اولیه انتقال یافته و الگوریتم به قدم ۳ باز می گردد .

این الگوریتم آنقدر تکرار می شود تا به جواب بهینه مسئله دست یابد .

### خصوصیات الگوریتم ژنتیک :

- با متغیرهای گسسته و پیوسته کار می کند .

- نیاز به اطلاعات مشتق ندارد .

- همزمان قادر است در بخش وسیعی از سطح هزینه (منطقه موجه) به جستجو بپردازد .
- محدودیت تعداد متغیر ندارد (با افزایش تعداد متغیرها تنها به زمان عملیات افزوده می شود).
- برای کامپیوترهای موازی بهترین انتخاب است .
- متغیرهای کاملاً پیچیده را به راحتی بهینه می سازد .
- نتیجه آن تعدادی نقطه بهینه است نه یکی .
- قادر به کد گذاری متغیرهاست و می تواند به راحتی متغیرهای کدگذاری شده را بهینه نماید .
- با اطلاعات عددی، آزمایش و یا توابع تحلیلی کار می کند .

### انواع الگوریتم ژنتیک :

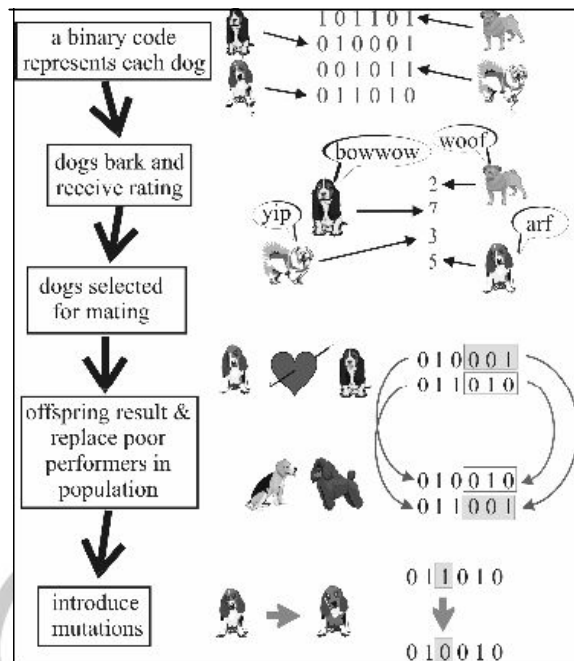
۱- الگوریتم ژنتیک باینری<sup>۱</sup>      ۲- الگوریتم ژنتیک پیوسته<sup>۲</sup>

هر دو نوع الگوریتم از یک الگو برای مدل سازی مسئله، ترکیبات ژنتیکی و انتخاب طبیعی پیروی می نمایند؛ تفاوت آنها در این مورد است که الگوریتم باینری متغیرها را به صورت دو دویی کدگذاری نموده و با رشته های باینری کار می کند؛ اما نوع دوم از متغیرهای پیوسته برای مینیمم کردن هزینه استفاده می نماید و نه از

Binary Genetic Algorithm - ۱  
Continuous Genetic Algorithm کدگذاری

### ۱- الگوریتم ژنتیک باینری :

شکل ۱ مقایسه ای از الگوریتم ژنتیک باینری و تکامل بیولوژیکی را نشان داده است :



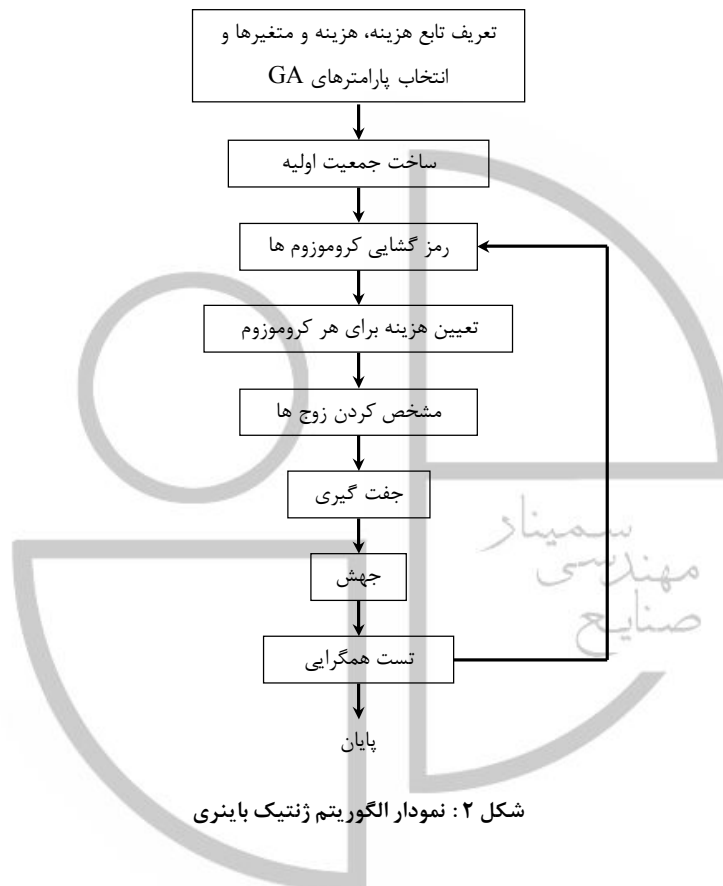
شکل ۱

هر دو با یک مجموعه اولیه از اعضای تصادفی شروع شده اند. هر سطر از اعداد باینری نشان دهنده خصوصیتی از سگ درون جمعیت است. مشخصه مربوط به قدرت پارس کردن سگ ها در کنار هر کدام آورده شده. اگر تلاش برای تولید سگی با بالاترین قدرت پارس باشد پس فقط تعداد محدودی از سگ های جمعیت، با بیشترین قدرت پارس کردن (در اینجا چهار عدد)، برای تولید نسل انتخاب می شوند.

سپس به صورت تصادفی دو والد برای تولید مثل انتخاب می شوند، فرزندان حاصل از این تولید مثل با احتمال زیاد دارای قدرت پارس کردن بالایی می باشند زیرا از والدینی هستند که دارای قدرت پارس بالایی بوده اند. سپس دو فرزند جدید به جمعیت برده شده و از این شش سگ ارزیابی به عمل آمده و دوباره چهار سگ برتر انتخاب می شوند. تکرار بر روی این فرایند به تولید سگی با قدرت پارس کردن بسیار زیاد می انجامد.

اجزای الگوریتم ژنتیک باینری :

این الگوریتم مانند سایر الگوریتم‌ها با شناسایی مسئله و متغیرهای بهینه سازی شروع شده و مانند آنها به تست همگرایی ختم می‌شود، چیزی که این الگوریتم را با سایر الگوریتم‌ها متمایز می‌سازد فرایند میان این شروع و پایان است. در شکل ۲ فلوجارت الگوریتم ژنتیک باینری رسم شده است.



شکل ۲: نمودار الگوریتم ژنتیک باینری

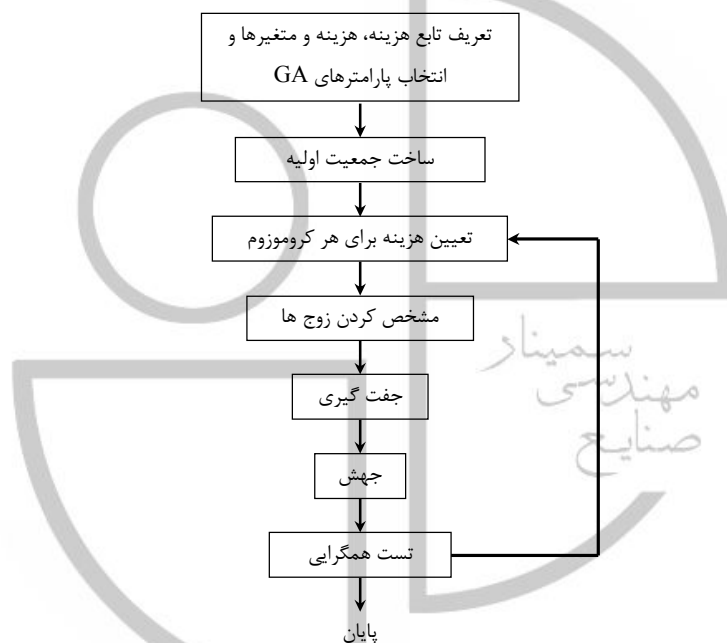
## ۲- الگوریتم ژنتیک پیوسته :

در الگوریتم باینری هنگام کدگذاری متغیرها در کروموزوم یک مشکل وجود دارد، و آن هم دقت متغیرهاست. اگر در بهینه سازی متغیرهای ورودی یک دستگاه، از حداکثر دقت آن استفاده شود به ناچار برای افزایش این دقت باید به تعداد ژن‌های کروموزوم اضافه شود و این باعث بزرگ شدن بیش از اندازه کروموزوم و افزایش زمان محاسبه می‌گردد.



هنگامی که متغیرها باینری هستند استفاده از الگوریتم باینری بهترین راه است ولی برای بهینه سازی متغیرهای پیوسته می توان از الگوریتم ژنتیک پیوسته استفاده نمود. در این روش به جای کدگذاری و استفاده از چند بیت برای نمایش متغیر، از خود متغیرهای پیوسته استفاده می شود .

در ضمن بدلیل اینکه GA پیوسته نیازی به کدگذاری و رمز گشایی آنها ندارد سریع تر از GA باینری است . اجزای الگوریتم ژنتیک پیوسته در شکل ۳ نمایش داده شده است .



شکل ۳: نمودار الگوریتم ژنتیک پیوسته

### الگوریتم ژنتیک پیوندی<sup>۱</sup>:

در GA پیوندی هدف ترکیب این الگوریتم با روش های دیگر برای رسیدن به یک ترکیب قوی و با اطمینان زیاد است. در این ترکیب قدرت جستجوی GA با سرعت الگوریتم های دیگر پیوند خورده و یک الگوریتم ترکیبی قوی را بدست می دهد .

این ترکیب بیشتر در مورد فضاهای درجه دو مورد استفاده قرار می گیرد، زیرا در این فضاها GA در حرکت به سمت مینیمم کلی (که نقطه ضعف الگوریتم های دیگر است، به طوری که در یک قله یا گودی گرفتار شده و با بدست آوردن مینیمم محلی در همان محدوده از پیدا کردن مینیمم اصلی باز می ماند) بسیار خوب عمل می کند. سپس با همگرا شدن GA (زمانی که GA ضعیف شده و با کاهش سرعت الگوریتم و همگرایی آن به سوی یک نقطه نزدیک مینیمم کارایی خود را از دست می دهد) الگوریتم های دیگر ادامه کار را برعهده گرفته و با سرعت به پیدا کردن مینیمم می پردازند .

در ادامه برای فهم بهتر موضوع نحوه استفاده از GA به صورت ترکیبی در حل مسائل برنامه ریزی خطی اعداد صحیح مختلط<sup>۲</sup> به اختصار بیان می شود .

یکی از روش های حل مسائل برنامه ریزی خطی اعداد صحیح مختلط، استفاده از روش انشعاب و تحدید است. مزیت این الگوریتم تضمین پیدا کردن بهینه می باشد، اما این روش یک ایراد مخرب نیز دارد و آن گسترش انفجاری آن با افزایش ابعاد مسئله است. افزایش شاخه های درخت انشعاب و تحدید زمان حل مسئله را به شدت افزایش می دهد .

الگوریتم انشعاب و تحدید یک روش جستجو است. این الگوریتم منطقه موجه مربوط به برنامه ریزی خطی مسئله «MILP» را بصورت پی در پی و در هر انشعاب به مناطق کوچکتر تقسیم کرده و امکان وجود جواب های عدد صحیح را در آن مناطق بررسی می کند، اما در این جستجو زمان و هزینه زیادی را صرف می نماید .

Hybrid Genetic Algorithm - ۱  
MILP - ۲ الگوریتم ترکیبی مورد بررسی، قدرت GA در جستجو و اطمینان انشعاب و تحدید در یافتن بهینه

ترکیب شده و یک الگوریتم قدرتمند برای حل اینگونه مسائل پدید می آید .

این الگوریتم بدین صورت عمل می نماید که ابتدا «LP-Relaxation» مسئله «MILP» حل شده و با استفاده از جواب آن و چند عدد تصادفی دیگر جمعیت اولیه برای الگوریتم ژنتیک ساخته می شود تا وظیفه جستجو

در منطقه موجه برای یافتن ناحیه بهینه بر عهده الگوریتم ژنتیک گذاشته شود. سپس الگوریتم ژنتیک طی چند تکرار ناحیه بهینه را یافته و ادامه کار را به الگوریتم انشعاب و تحدید می سپارد تا با اطمینان کامل با انشعابات بسیار کمتر بهینه را پیدا نماید. در واقع وظیفه الگوریتم ژنتیک یافتن یک حدس اولیه مناسب برای انشعاب و تحدید است؛ هر چه این حدس اولیه بهتر باشد (بسته به طراحی GA) تعداد انشعابات بیشتری از حل مسئله کاسته می شود.



منابع :

[1] Alexey Poklonskiy, Martin Berz, Kyoko Makino, Michigan state University, "From Genetic Algorithms towards Hybrid Optimization" 2006.

[2] Haupt, Randy L., Wiley & Sons, Inc., "Practical genetic algorithms", Hoboken, New Jersey, Second Edition 2004.

[3] Kimo Nieminen, Sampo Ruuth, "Genetic Algorithm for finding a good first integer solution for MILP", Helsinki university of technology, 2003.

[4], John W., "Practical Optimization: A Gentle Introduction" Chinneck Systems and Computer Engineering, Carleton University, Canada, 2003.

---

[۵] محمد جوادی، "الگوریتم ژنی"، تهران: دانشگاه امام حسین، موسسه چاپ و انتشارات، ۱۳۸۳

