



تعیین محل آسیب در شبکه های دولایه با استفاده از ماتریس نرمی

حامد تیموری¹، محمدرضا داودی²

1- دانشجوی دکتری مهندسی سازه، دانشگاه صنعتی نوشیروانی، بابل، ایران

hamed_teimouri@stu.nit.ac.ir

2- استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی، بابل، ایران

davoodi@nit.ac.ir

چکیده

در این مقاله روشی برای تعیین محل آسیب در شبکه های دو لایه ارائه می شود. آسیب در سازه ها منجر به تغییر در مشخصات آن ها مانند سختی، جرم و میرایی می شود. با توجه به این که تعیین این مشخصات سازه آسیب دیده به صورت مستقیم مشکل می باشد، معمولاً از مشخصات سازه در حوزه فرکانس جهت تعیین آسیب در سازه ها استفاده می شود. در این مقاله با استفاده از معیار موقعیت آسیب که تابعی از ماتریس نرمی سازه است محل آسیب در شبکه های دو لایه تعیین می شود. نتایج بررسی های انجام شده روی یک شبکه دو لایه بیانگر کارایی مناسب این روش می باشد.

واژه های کلیدی: تشخیص آسیب در سازه ها، شبکه های دو لایه، سازه های فضا کار، ماتریس نرمی

1. مقدمه

بارگذاری اضافی روی سازه ها و یا خطرات طبیعی و مصنوعی (مانند زلزله، طوفان، خوردگی، انفجار) می توانند منجر به آسیب در سازه ها شوند. این آسیب ها اثرات نامطلوبی بر روی عملکرد و کارایی سازه دارد و ممکن است منجر به خرابی کلی یا خرابی پیش رونده در سازه شود. در سال های اخیر کوشش های زیادی جهت تعیین آسیب به وسیله ارتعاش در سازه ها انجام گرفته است [1]. بسته به میزان اطلاعاتی از روش های مختلف شناسایی آسیب بدست می آید، تشخیص آسیب در سازه ها به چهار سطح تقسیم می شود [2]:

1- وجود آسیب

2- تعیین موقعیت آسیب

3- تعیین شدت آسیب

4- پیش بینی عمر باقیمانده سازه

وجود، موقعیت و شدت آسیب در سازه ها به وسیله مقایسه مشخصات سازه در دو حالت سالم و آسیب دیده تعیین می شود. آسیب در سازه ها منجر به تغییر در مشخصات فیزیکی آن ها می شود. از آنجایی که پاسخ سازه



در حوزه فرکانس به این خواص سازه مرتبط است، می توان از مشخصات فرکانسی سازه، که قابل تعیین توسط آزمایش ارتعاش دینامیکی است جهت شناسایی آسیب در سازه ها استفاده نمود [3]. روش های غیر مخرب شناسایی آسیب به دو دسته محلی و کلی تقسیم می شوند [4]. روش های محلی شناسایی آسیب مانند روش های مافوق صوت و اشعه X نیازمند دانستن محدوده آسیب می باشد که در مورد سازه های عمرانی تضمین شده نیست. از همین رو روش های کلی شناسایی آسیب برای غلبه بر این مشکل به وجود آمد.

از منظری دیگر روش های شناسایی آسیب در سازه ها به دو دسته روش های مبتنی بر مدل و روش های مبتنی بر پاسخ تقسیم می شوند. روش ها مبتنی بر مدل فرض می کنند یک مدل عددی با جزئیات از سازه جهت شناسایی آسیب موجود است. این در حالی است که روش مبتنی بر پاسخ تنها به داده های پاسخ آزمایشگاهی سازه وابسته است [5]. در ادامه روشی برای تعیین محل آسیب در شبکه های دو لایه مبتنی بر ماتریس نرمی سازه ارائه می شود.

2. روش تعیین محل آسیب

یک سازه n درجه آزادی را در نظر بگیرید. اگر K و G به ترتیب ماتریس های سختی و نرمی سازه باشند، رابطه زیر بین ماتریس های سختی و نرمی برقرار است.

$$KG=I \quad (1)$$

رابطه (1) را می توان به صورت زیر نیز نوشت

$$[k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n][g_1 \ g_2 \ \dots \ g_n]=I \quad (2)$$

که k_i و g_i به ترتیب بردار سختی و بردار نرمی درجه آزادی نام می باشند. با توجه به این که رابطه (2) در هر دو حالت سازه سالم و آسیب دیده برقرار است، داریم

$$k_{ui}^T g_{ui} = k_{di}^T g_{di} = 1 \quad (3)$$

که در آن اندیس های ui و di به ترتیب نشان دهنده مشخصات درجه آزادی نام سازه در حالت های سالم و آسیب دیده می باشد. اگر درجه آزادی i سالم باشد، بردار سختی قبل و بعد از آسیب با هم برابر است.

$$k_{ui} = k_{di} \quad (4)$$



با جایگذاری رابطه (4) در رابطه (3)، به رابطه زیر می‌رسیم

$$k_{ii}^T \Delta g_i = 0 \quad (5)$$

که در آن Δg_i بردار افزایش نرمی سازه در درجه آزادی i می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\Delta g_i = g_{di} - g_{ui} \quad (6)$$

برای درجه آزادی آسیب دیده بردار سختی در دو حالت سالم و آسیب دیده با هم متفاوت است

$$k_{ii} \neq k_{di} \quad (7)$$

با جایگذاری رابطه (7) در رابطه (3)، به رابطه زیر می‌رسیم

$$k_{ii}^T \Delta g_i \neq 0 \quad (8)$$

روابط (5) و (8) نشان می‌دهند با تعیین مقدار عبارت $k_{ii}^T \Delta g_i$ می‌توان وضعیت آسیب دیدگی درجه آزادی i را تعیین نمود. عبارت $k_{ii}^T \Delta g_i$ به عنوان معیار موقعیت آسیب درجه آزادی i تعریف می‌شود. اگر معیار موقعیت آسیب در یک درجه آزادی برابر با غیر صفر باشد، آن درجه آزادی آسیب دیده است [6]. در ادامه روش تعیین ماتریس نرمی در سازه شرح داده می‌شود.

3. تعیین ماتریس‌های نرمی و افزایش نرمی سازه

اگر Φ ماتریس شکل مود سازه باشد، ماتریس‌های جرم و سختی قطری به صورت زیر محاسبه می‌شوند

$$\mathbf{M} = \Phi^T \mathbf{m} \Phi \quad , \quad \mathbf{K} = \Phi^T \mathbf{k} \Phi \quad (9)$$

که m و k به ترتیب ماتریس‌های جرم و سختی سازه هستند و M و K به ترتیب ماتریس‌های قطری جرم و سختی سازه هستند. المان‌های روی قطر اصلی در ماتریس‌های قطری جرم و سختی به صورت زیر تعیین می‌شوند

$$M = \Phi_n^T \mathbf{m} \Phi_n \quad , \quad K_n = \Phi_n^T \mathbf{k} \Phi_n = \omega_n^2 M_n \quad (10)$$

ماتریس نرمی الاستیک سازه، G ، به صورت زیر تعیین می‌شود [7]

$$G = \Phi K^{-1} \Phi^T = \sum_{i=1}^n \Phi_n \frac{1}{K_n} \Phi_n^T = \sum_{i=1}^n \Phi_n \frac{1}{\omega_n^2 M_n} \Phi_n^T \quad (11)$$

اگر شکل های مودی نسبت به جرم نرمال شوند، ماتریس نرمی می تواند به طور تقریبی با استفاده از چند مود اول، با رابطه زیر تعیین گردد

$$G = \sum_{j=1}^m \frac{1}{\lambda_j} \varphi_j \varphi_j^T \quad (12)$$

که λ_j و φ_j به ترتیب مقدار ویژه و بردار ویژه مود j ام می باشند و m تعداد مودهای اندازه گیری شده می باشد. رابطه (12) برای حالت سالم و آسیب دیده به صورت زیر نوشته می شود

$$G_u = \sum_{j=1}^m \frac{1}{\lambda_{uj}} \varphi_{uj} \varphi_{uj}^T, \quad G_d = \sum_{j=1}^m \frac{1}{\lambda_{dj}} \varphi_{dj} \varphi_{dj}^T \quad (13)$$

در نهایت تغییرات ماتریس نرمی از رابطه زیر تعیین می شود

$$\Delta G = \sum_{j=1}^m \frac{1}{\lambda_{dj}} \varphi_{dj} \varphi_{dj}^T - \sum_{j=1}^m \frac{1}{\lambda_{uj}} \varphi_{uj} \varphi_{uj}^T \quad (14)$$

ΔG_i ستون i ام رابطه شماره (14) می باشد. بدین ترتیب و با استفاده از رابطه شماره (5) و (8)، موقعیت آسیب در سازه آسیب دیده تعیین می شود.

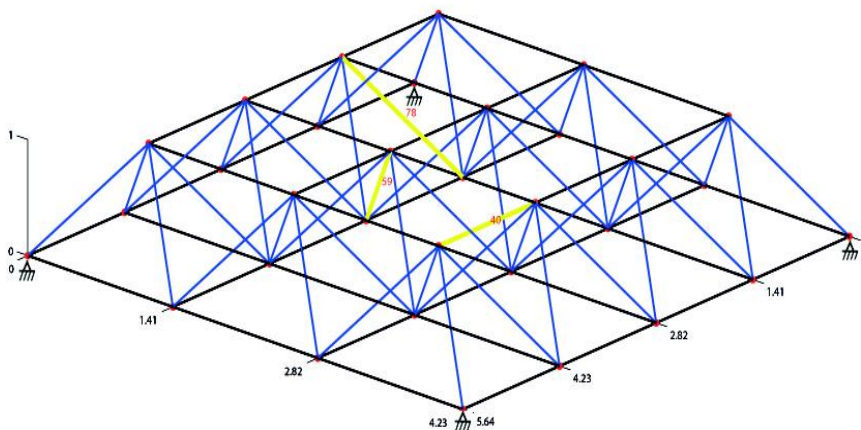
4. الگوریتم تعیین محل آسیب

مراحل تعیین محل آسیب به کمک ماتریس نرمی در شبکه های دو لایه به صورت زیر می باشد:

- 1- تشکیل ماتریس های جرم و سختی برای سازه سالم
- 2- تعیین ماتریس نرمی سازه در حالت سالم
- 3- تعیین مقادیر ویژه و بردارهای ویژه سازه در حالت آسیب دیده
- 4- تشکیل ماتریس افزایش نرمی سازه
- 5- محاسبه معیار موقعیت آسیب برای هر درجه آزادی سازه

5. حل مثال عددی

برای ارزیابی صحت روش ارائه شده، آسیب در یک شبکه دو لایه بررسی می‌شود. برای این کار برنامه ای بر اساس الگوریتم ارائه شده در مقاله در نرم افزار متلب نوشته شد. تصویر شبکه دو لایه مورد بررسی در شکل شماره 1 آمده است. سطح مقطع اعضا $0.004 m^2$ ، طول اعضا $1.41m$ ، چگالی اعضا $7800 kg/m^3$ و مدول الاستیسیته اعضا $200 Gpa$ می‌باشد. مشخصات گره‌ها و المان‌ها در جداول شماره 1 و 2 آمده است. شبکه مورد نظر دارای چهار تکیه گاه مفصلی در چهار گوشه خود می‌باشد. فرض می‌شود آسیب به میزان 20٪ در المان شماره 40، 10٪ در المان شماره 59 و 40٪ در المان شماره 78 اتفاق افتاده است.



شکل (1): تصویر شبکه دو لایه مورد نظر و المان‌های آسیب دیده

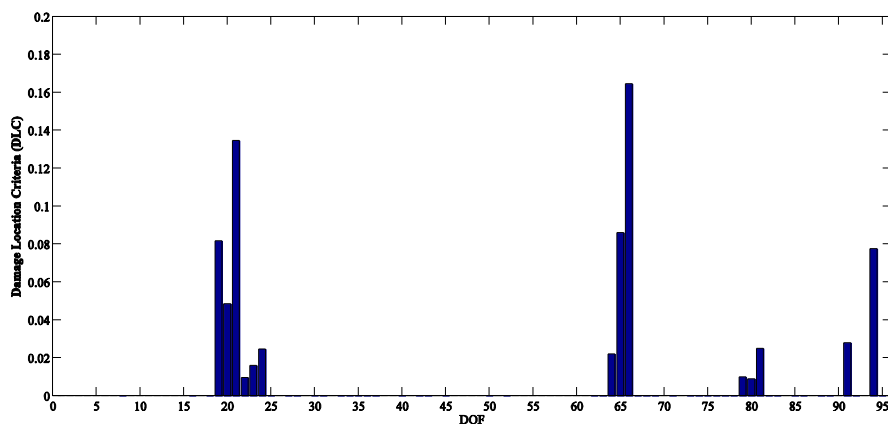
جدول (1): مختصات و شماره گره های شبکه دو لایه

1-(0,0,0)	2-(1.41,0,0)	3-(2.82,0,0)	4-(4.23,0,0)
5-(5.64,0,0)	6-(0,1.41,0)	7-(1.41,1.41,0)	8-(2.82,1.41,0)
9-(4.23,1.41,0)	10-(5.64,1.41,0)	11-(0,2.82,0)	12-(1.41,2.82,0)
13-(2.82,2.82,0)	14-(4.23,2.82,0)	15-(5.64,2.82,0)	16-(0,4.23,0)
17-(1.41,4.23,0)	18-(2.82,4.23,0)	19-(4.23,4.23,0)	20-(5.64,4.23,0)
21-(0.705,0.705,1)	22-(2.115,0.705,1)	23-(3.525,0.705,1)	24-(4.935,0.705,1)
25-(0.705,2.115,1)	26-(2.115,2.115,1)	27-(3.525,2.115,1)	28-(4.935,2.115,1)
29-(0.705,3.525,1)	30-(2.115,3.525,1)	31-(3.525,3.525,1)	32-(4.935,3.525,1)

جدول (2): شماره و مشخصات المان‌ها در شبکه دو لایه

شماره المان	گره i	گره j	شماره المان	گره i	گره j	شماره المان	گره i	گره j
1	1	2	33	22	23	65	11	29
2	2	3	34	23	24	66	12	30
3	3	4	35	25	26	67	13	31
4	4	5	36	26	27	68	14	32
5	6	7	37	27	28	69	29	17
6	7	8	39	29	30	70	30	18
7	8	9	39	30	31	71	31	19
8	9	10	40	31	32	72	32	20
9	11	12	41	21	25	73	2	21
10	12	13	42	25	29	74	3	22
11	13	14	43	22	26	75	4	23
12	14	15	44	26	30	76	5	24
13	16	17	45	23	27	77	21	6
14	17	18	46	27	31	78	22	7
15	18	19	47	24	28	79	23	8
16	19	20	48	28	32	80	24	9
17	1	6	49	1	21	81	7	25
18	6	11	50	2	22	82	8	26
19	11	16	51	3	23	83	9	27
20	2	7	52	4	24	84	10	28
21	7	12	53	21	7	85	25	11
22	12	17	54	22	8	86	26	12
23	3	8	55	23	9	87	27	13
24	8	13	56	24	10	88	28	14
25	13	18	57	6	25	89	12	29
26	4	9	58	7	26	90	13	30
27	9	14	59	8	27	91	14	31
28	14	19	60	9	28	92	15	32
29	5	10	61	25	12	93	29	16
30	10	15	62	26	13	94	30	17
31	15	20	63	27	4	95	31	18
32	21	22	64	28	15	96	32	19

شکل شماره 2 مقادیر بدست آمده برای معیار موقعیت آسیب در هر درجه آزادی را نشان می دهد.



شکل (2): نمودار مقادیر معیار موقعیت آسیب در هر درجه آزادی

شکل شماره 2 نشان می دهد درجات آزادی 19، 20، 21، 22، 24، 64، 65، 66، 79، 80، 81، 91 و 94 دارای مقدار غیر صفر برای معیار موقعیت آسیب می باشند. از آنجایی که هر گره مانند i دارای 3 درجه آزادی به صورت $3i-2$ و $3i-1$ ، $3i$ می باشد، در سازه مذکور درجات آزادی آسیب دیده متناسب به گره های شماره 7، 8، 22، 27، 31 و 32 می باشند. با استفاده از جدول شماره 2 و ارتباط میان شماره گره با شماره عضو المان های آسیب دیده تشخیص داده می شوند. گره های 31 و 32 مربوط به المان شماره 40، گره های 8 و 27 مربوط به المان 59 و گره های 7 و 22 مربوط به المان 78 می شوند. همان طور که مشخص است روش مذکور با دقت بالایی می تواند المان های آسیب دیده در یک شبکه دولایه را شناسایی نماید.

5. نتیجه گیری

در این پژوهش از روشی مبتنی بر ماتریس نرمی برای تعیین محل آسیب در شبکه های دولایه استفاده گردید. تعیین محل آسیب در سازه ها قید های مسئله کمی سازی آسیب را کم می کند و بنابراین باعث افزایش دقت و سرعت در مراحل تعیین شدت آسیب می شود. روش ارائه شده در این مقاله به صورت برنامه ای در نرم افزار متلب جهت تعیین مکان آسیب در شبکه دولایه استفاده گردید. نتایج بدست آمده نشان از دقت بالای این روش برای تعیین آسیب در شبکه های دولایه دارد.

6. مراجع

- [1] Z. Zhou, "Vibration-based damage detection of simple bridge superstructures." University of Saskatchewan, 2006.
- [2] A. Rytter, "Vibrational based inspection of civil engineering structures," unknown, 1993.
- [3] S. Chesné and A. Deraemaeker, "Damage localization using transmissibility functions: A critical review," *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013.
- [4] S. W. Doebling, C. R. Farrar, M. B. Prime, and D. W. Shevitz, "Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review," Los Alamos National Lab., NM (United States), 1996.
- [5] W. Fan and P. Qiao, "Vibration-based damage identification methods: a review and comparative study," *Structural Health Monitoring*, vol. 10, no. 1, pp. 83–111, 2011.
- [6] Q. W. Yang and J. K. Liu, "A coupled method for structural damage identification," *Journal of sound and vibration*, vol. 296, no. 1, pp. 401–405, 2006.
- [7] R. R. Craig and A. J. Kurdila, *Fundamentals of Structural Dynamics*. Wiley, 2006.