



وضعیت سنجی خرپا تحت بار دینامیکی متناوب نامشخص با پاسخ های گذرا

سید صادق ناصر علوی¹، علیرضا طایری²

1- استادیار دانشگاه ولی عصر رفسنجان، رفسنجان، ایران

SS.naseralavi@vru.ac.ir

2- دانشجوی تحصیلات تکمیلی سازه های دریایی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد سیرجان

Tayeri_alireza@yahoo.com

چکیده

در این مقاله روشی برای عیب یابی خرپاها در شرایطی که بار ورودی متناوب است با استفاده از تغییر مکان های سازه ای انجام یافته است. این قبیل بارها در سازه های دریایی و پل ها به طور فراوان اتفاق می افتد. در مقاله حاضر معادله دیفرانسیل سازه برای اولین بار به صورت نگاشتی بین فضای پاسخ و بار توصیف گردید. سپس بر پایه این نگاه هندسی یک الگوریتم عیب یابی پیشنهاد گردید. نتایج عددی حاکی از موثر بودن روش پیشنهادی است.

واژه های کلیدی: وضعیت سنجی، خرپا، پاسخ دینامیکی

1. مقدمه

عیب یابی به طور متعارف بدین صورت است یک بار مشخص (استاتیکی یا دینامیکی) به سازه ای که مدل حالت سالم آن در دست است وارد می گردد و سپس با اندازه گیری پاسخ هایی و مقایسه آن با پاسخ تحلیلی سازه سالم به کشف محل خرابی می پردازد. در عمل مقداری عدم قطعیت در بارهای ورودی، مدل تحلیلی و همچنین اندازه گیری های پاسخ های سازه ای وجود دارد. اما همان طور که از بیانات بالا بر می آید، برای شناسایی محل عیب، مدل تحلیلی سازه سالم و همچنین بار وارده به سازه با تقریبی قابل قبول باشد. در چنین مسایلی برای آشکار سازی خرابی رویکرد حداقل سازی اختلاف پاسخ تحلیلی و واقعی [1-3] و یا روشهای جعبه سیاه مانند شبکه عصبی [4-5] مورد استفاده قرار می گیرند. دانشمندان و محققان کوششهای فراوانی کردند تا شناسایی خرابی در وضعیت با مجهولات بیشتر میسر شود. برای مثال در مرجع [6] روشی برای عیب یابی در حالتی که حتی مدل سازه سالم در دست نیست معرفی شده است. همچنین کوشش های فراوانی برای عیب یابی در سازه ها در وضعیت مجهول بودن بار دینامیکی انجام شده است.

نکته جدید این مقاله حاضر این است که بار وارده به سازه به طور مطلق مجهول می باشد. یعنی در روش پیشنهادی غیر از شرط متناوب بودن هیچگونه شرطی بر روی بار وارده ندارد. بدین معنی که حتی محتوای فرکانسی و محل اعمال بار به طور مطلق می تواند مجهول باشد.



2. تئوری

معادله دیفرانسیل ارتعاش سازه‌ای با n درجه آزادی به صورت رابطه (1) به خوبی شناخته شده است. در این رابطه ماتریس‌های \mathbf{M} ، \mathbf{K} و \mathbf{C} به ترتیب ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی می‌باشند. همچنین بردارهای \mathbf{U} و $\mathbf{F}(t)$ به ترتیب بردار نیروهای خارجی و تغییر مکان‌ها می‌باشند. پارامتر t مشخص کننده زمان است.

$$\mathbf{M}_{n \times n} \ddot{\mathbf{U}}_{n \times 1} + \mathbf{C}_{n \times n} \dot{\mathbf{U}}_{n \times 1} + \mathbf{K}_{n \times n} \mathbf{U}_{n \times 1} = \mathbf{F}(t)_{n \times 1} \quad (1)$$

این معادله دیفرانسیل را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\overbrace{\left\{ \mathbf{M} \frac{d^2}{dt^2} + \mathbf{C} \frac{d}{dt} + \mathbf{K} \right\}}^P \mathbf{U} = \mathbf{F}(t) \quad (2)$$

نوشتن معادله دیفرانسیل ارتعاش به صورت فوق، این امکان را فراهم می‌آورد که ارتعاش سازه را به صورت یک نگاشت بین تغییر مکان و بار با عملگر $P = \mathbf{M} \frac{d^2}{dt^2} + \mathbf{C} \frac{d}{dt} + \mathbf{K}$ نگاه کرد. اگر ارتعاش سازه را در یک دوره زمانی به طول λ در نظر بگیریم، عملگر P یک نگاشت از فضای تابع برداری دو مرتبه مشتق پذیر در فاصله زمانی λ (یعنی فضای $\mathbf{U} = \{u_1(t) \ u_2(t) \ \dots \ u_n(t)\}^T$ که در آن $u_i(t) \in C^2[0, \lambda]$) به فضای تابع برداری پیوسته نوشت در فاصله زمانی λ انجام می‌دهد، به عبارت دیگر به فضای تابع برداری پیوسته نوشت در فاصله زمانی λ انجام می‌دهد، به عبارت دیگر $P: (C^2[0, \lambda])^n \rightarrow (C[0, \lambda])^n$. نکته قابل توجه این جاست که عملگر P بین دو فضای خطی (بردار) یک نگاشت خطی ایجاد می‌کند. حال این سوال مطرح می‌شود که هسته این عملگر چیست. یعنی چه نقاطی از فضای تغییر مکان به بار صفر (ارتعاش آزاد) نگاشت می‌شوند. از تئوری مقدماتی ارتعاشات می‌دانیم که ارتعاش آزاد سازه به صورت رابطه زیر می‌توان نوشت:

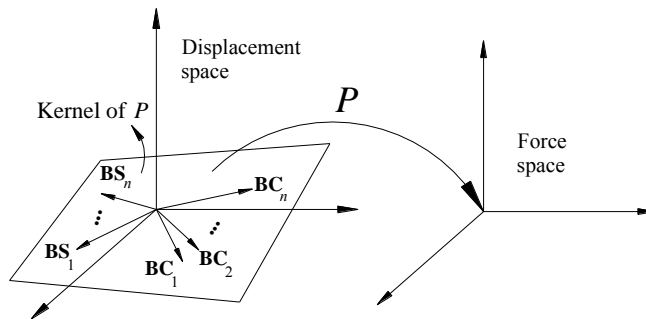
$$\mathbf{U} = \sum_{i=1}^n a_i \phi_i e^{-\zeta_i \omega_i t} \sin(\omega_{D,i} t + \theta_i) \quad (3)$$

در رابطه فوق ارتعاش آزاد به صورت جمع آثار ارتعاش در مودهای مختلف نوشته شده است که در آن ϕ_i و ω_i و ζ_i به ترتیب بردار ویژه و فرکانس دایره‌ای و ضریب میرایی مربوط به مود شکل i ام می‌باشند $\omega_{D,i} = \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2}$. این پارامترها مربوط به مشخصات ذاتی سازه می‌باشند. a_i و θ_i به ترتیب دامنه و اختلاف فاز در مود شکل i ام مختلف می‌باشند. این در پارامتر بسته به شرایط اولیه مسئله مقداردهی می‌شوند. با توجه به اینکه داریم: $\sin(\omega_{D,i} t + \theta_i) = \sin(\omega_{D,i} t) \cos(\theta_i) + \cos(\omega_{D,i} t) \sin(\theta_i)$ رابطه (2) را به صورت زیر می‌توان نوشت:

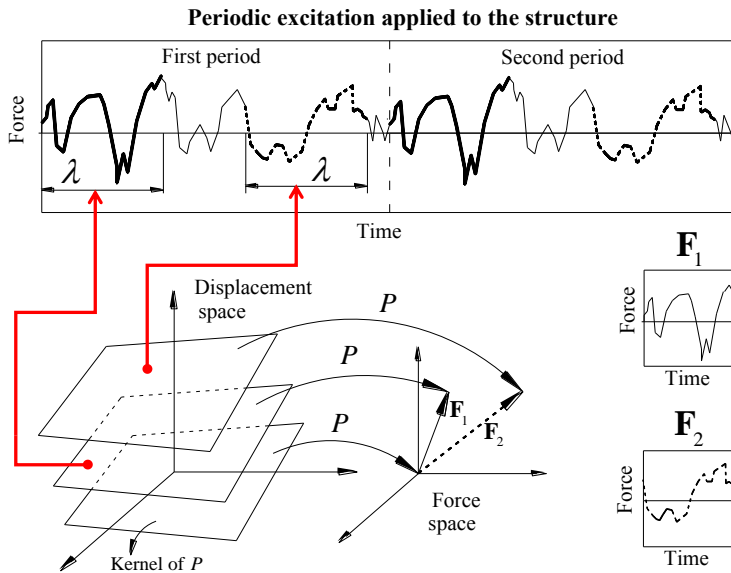
$$U = \sum_{i=1}^n a_i \phi_i e^{-\zeta_i \omega_i t} \sin(\omega_{D,i} t + \theta_i) = \sum_{i=1}^n \left\{ \overbrace{a_i \cos(\theta_i)}^{c_i} \phi_i e^{-\zeta_i \omega_i t} \sin(\omega_{D,i} t) + \overbrace{a_i \sin(\theta_i)}^{d_i} \phi_i e^{-\zeta_i \omega_i t} \cos(\omega_{D,i} t) \right\} \quad (4)$$

همان طور که از معادله (4) برمی آید هر وضعیت ارتعاش آزاد را می توان بوسیله ترکیب خطی $e^{-\zeta_i \omega_i t} \phi_i \sin \omega_{D,i} t$ و $e^{-\zeta_i \omega_i t} \phi_i \cos \omega_{D,i} t$ نوشت. به عبارت دیگر $BS_i = e^{-\zeta_i \omega_i t} \phi_i \sin \omega_{D,i} t$ و $BC_i = e^{-\zeta_i \omega_i t} \phi_i \cos \omega_{D,i} t$ پایه های هسته عملگر P می باشد که یک فضای برداری $2n$ بعدی است

هر نقطه از هسته مبین ارتعاش آزاد با یک شرایط اولیه بخصوص است (شکل 1). اما نکته بسیار جالب اینجاست که اگر سازه تحت اثر یک بار دینامیکی با شرایط اولیه مختلف قرار بگیرد پاسخ سازه نقاط مختلفی از زیر فضای موازی هسته خواهد بود [7]. به چنین زیر فضایی زیر فضای تراز گفته می شود. در واقع هر نقطه از زیر فضای تراز مربوط به ارتعاش سازه تحت بار دینامیکی مزبور با یک شرط اولیه به خصوص می باشد. اگر بار دینامیکی وارد بر سازه عوض شود زیر فضای تراز مربوطه نیز عوض می گردد. از بحث فوق الذکر نتیجه می گیریم که اگر سازه تحت یک بار متناوب قرار بگیرد، قسمت های مشابه مربوط تناوب های مختلف بار مربوط به یک زیر فضای تراز خواهد بود. در صورتیکه قسمت های مشابه دیگری انتخاب شوند، زیر فضای مربوطه عوض خواهد شد. این مطلب به طور شماتیک در شکل 2 تشریح شده است.



شکل (1): هسته و پایه عملگر P .

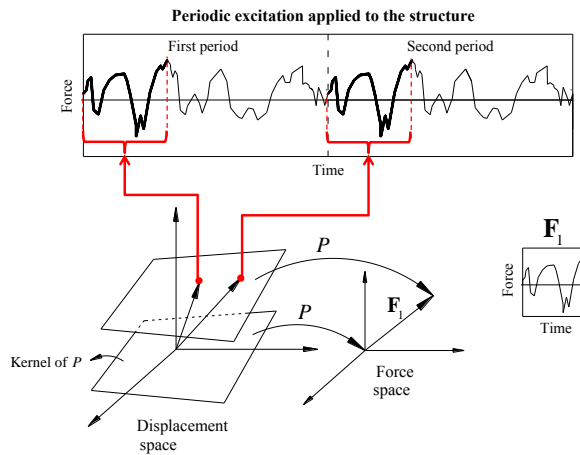


شکل (2): زیر فضاهای تراز مربوط به قسمت‌های مشابه یک بار متناوب با دو تکرار. توجه شود که زیر فضاهای تراز موازی هسته P می‌باشند.

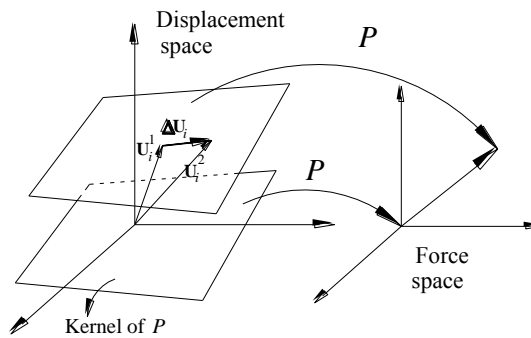
بدون آنکه کلیت قضیه از دست برود، در ادامه بر روی بار تناوبی با دو تکرار متمرکز می‌شویم. توابع U_i^1 و U_i^2 را به صورت زیر تعریف می‌نماییم:

$$\begin{aligned} & ; i = 1, 2, \dots, q \quad U_i^1 = U_{t \in [t_i, t_i + \lambda]} \quad (5) \\ & ; i = 1, 2, \dots, q \quad U_i^2 = U_{t \in [t_i + T, t_i + \lambda + T]} \end{aligned}$$

توجه داشته باشید که توابع U_i^1 و U_i^2 ($i = 1, 2, \dots, q$) قسمت مشابه به ترتیب از تناوب‌های اول و تناوب دوم تحریک می‌باشند. با توجه به بحث‌های پیشین توابع U_i^1 و U_i^2 ($i = 1, 2, \dots, q$) مربوط به q زیر فضای تراز هستند که همگی موازی هسته عملگر P می‌باشند. لذا تفاضل این توابع $(\Delta U_i = U_i^1 - U_i^2; i = 1, 2, \dots, q)$ بردار می‌باشند که موازی هسته عملگر هستند (شکل 3).



(الف)



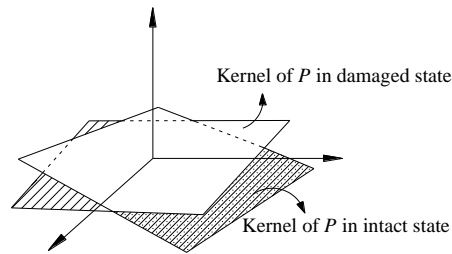
(ب)

شکل (3): (الف) تغییر مکانهای قسمت‌های مشابه برای یک تحریک با دو تناوب و (ب) تفاضل تغییر مکانها در قسمت‌های مشابه تحریک موازی هسته عملگر P می‌باشند.

با توجه به توازی ΔU_i ها با هسته $(\Delta U_i \parallel \text{Ker}(P))$ ، تصویر این بردارها بر روی هسته برابر با خود ΔU_i ها می‌باشند. لذا می‌توان نوشت:

$$\Delta U_i = \text{proj}_{\text{Ker}(P)} \Delta U_i; \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (6)$$

در شرایطی که سازه خراب شده می‌شود ماتریس سختی سازه تغییر می‌کند و در نتیجه عملگر P تغییر می‌کند و در نتیجه هسته نیز عوض می‌شود (شکل 4). در این حالت می‌شود باید بردار خرابی سازه یعنی ΔU_i ها را به گونه‌ای پیدا کرد تا هسته مربوط به سازه موازی ΔU_i ها گردند. یادآوری می‌کنیم که ΔU_i از سازه خراب واقعی اندازه‌گیری شده‌اند و لذا معلومند.



شکل (4): تغییر هسته سازه سالم در اثر ایجاد خرابی.

برای بدست آوردن معادله مربوطه، رابطه (6) به صورت زیر اصلاح می شود:

$$\Delta U_i - \text{proj}_{\text{Ker}(P(\mathbf{X}))} \Delta U_i = 0 \quad (7)$$

3. الگوریتم

برای بیان ساده تر معادله (7) تابع $\Delta U_i - \text{proj}_{\text{Ker}(P(\mathbf{X}))} \Delta U_i = 0 \mathbf{R}(\mathbf{X})$ را تعریف می کنیم و معادله را به صورت $\mathbf{R}(\mathbf{X}) = 0$ بیان می گردد.

با خطی سازی معادله حول وضعیت سالم، رابطه زیر بدست می آید:

$$x_1 \cdot \frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{0})}{\partial x_1} + x_2 \cdot \frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{0})}{\partial x_2} + \dots + x_{ne} \cdot \frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{0})}{\partial x_{ne}} = \mathbf{R}(\mathbf{X}_d) - \mathbf{R}(\mathbf{0})$$

معادله خطی شده فوق را می توان به صورت ساده $\mathbf{S}\mathbf{X} = \Delta \mathbf{R}$ ساده نوشت که در آن:

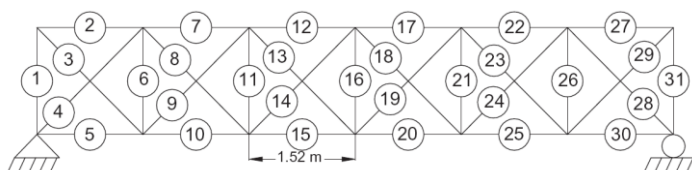
$$\Delta \mathbf{R} = \mathbf{R}(\mathbf{X}_d) - \mathbf{R}(\mathbf{0}) \quad \text{و} \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{0})}{\partial x_1} & \frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{0})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{0})}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

در حالت کلی معادله $\mathbf{S}\mathbf{X} = \Delta \mathbf{R}$ بیش تعیین شده است و لذا به نظر می رسد که جواب $\mathbf{X} = \mathbf{S}^+ \Delta \mathbf{R}$ یک تقریب قابل قبول از جواب واقعی باشد. اما بدلیل خطای ناشی از خطی سازی معادله $\mathbf{R}(\mathbf{X}) = 0$ این تقریب غالباً زیاد دقیق نمی باشد و لذا از یک الگوریتم پایدارسازی ساده که در ادامه توضیح داده می شود استفاده می کنیم. الگوریتم زیر از این نکته استفاده می کند که می دانیم جواب واقعی جوابی پر صفر است و پس از بدست آوردن $\mathbf{X} = \mathbf{S}^+ \Delta \mathbf{R}$ برای بدست آوردن تقریبی بهتر مقادیر منفی جواب تقریبی را حذف می کند. این کار با حذف کردن ستون های مناظر از ماتریس حساسیت انجام می شود. سپس دوباره از حل شبه معکوس برای بدست آوردن جواب تقریبی گام بعد استفاده می شود. سپس دو مرتبه مقادیر منفی جواب از فرایند حل خارج می گردند. این

تکرارها آنقدر ادامه پیدا می کنند که در نهایت تقریبی بدون جواب منفی بدست آید. جواب نهایی به عنوان جواب پایدار شده که دارای تقریبی قابل قبول است در نظر گرفته می شود

4. مثال عددی

در این مثال خرپای 31 عضوی نشان داده شده در شکل 5 را تحت بارهای دو بار متناوب با تناوب 0/5 ثانیه نشان داده شده در شکل 6 در نظر می گیریم. تحریک ها مجهولند و از طریق تکیه گاه وارد سازه می گردند. مدول الاستیسیت، چگالی و سطح مقطع اعضا به ترتیب برابر با $2/01 \text{ Pa}$ ، 7800 kg/m^3 و $0/005 \text{ m}^2$ می باشند. میرایی سازه ناچیز در نظر گرفته شده است. تغییر مکان های سازه در درجات آزادی که دارای حسگر می باشند اندازه گیری می شود. حسگرها استفاده شده دارای فرکانس نمونه گیری 20 کیلو هرتز می باشند و در درجات آزادی 8، 10، 11، 18 و 21 قرار داده شده اند در حالی که $2i - 1$ و $2i$ به ترتیب درجات آزادی قائم و افقی گره i ام می باشند.



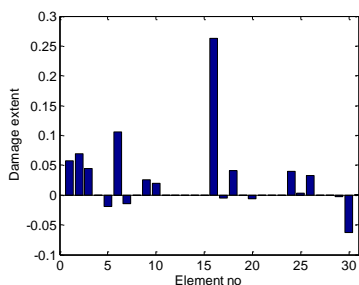
شکل (5): خرپای مستوی 31 عضوی

در این مثال پارامتر λ (مدت بازه های نمونه گیری) 0/01 ثانیه می باشد. بدلیل آنکه سازه دارای 25 درجه آزادی است، لذا بعد هسته برابر با $2 \times 25 = 50$ است. سناریوهای خرابی که در آن عضو 16 به میزان 30٪ خراب است مورد مطالعه قرار می گیرد.

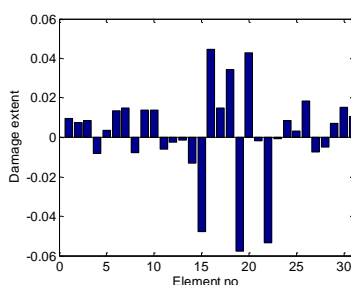
برای این سناریوی خرابی بازه نمونه گیری $\mathbf{U}^1 = \mathbf{U}_{t \in [0, 0.01]}$ از تناوب اول و بازه متناظرش $\mathbf{U}^2 = \mathbf{U}_{t \in [0.5, 0.51]}$ از تناوب دوم انتخاب می گردند ($q = 1$). همان طور که از قبلا گفته شد تفاضل این دو بردار یعنی $\Delta \mathbf{U} = \mathbf{U}^2 - \mathbf{U}^1$ موازی هسته می باشند.

جوابهای خرابی در طی گام های الگوریتم پیشنهادی برای سناریو اول در شکل 7 آورده شده اند. همان طور که از شکل پیدا است خرابی منفی المان ها در هر گام در گام های بعدی حذف می گردند. به عبارت دیگر المان های با خرابی منفی به عنوان المان سالم در نظر گرفته می شوند و لذا از فرایند الگوریتم در گام های بعدی حذف می گردند. برای مثال در گام اول میزان خرابی در المان های 4، 8، 11، 12، 13، 14، 15، 19، 21، 22، 23، 27 و 28 منفی بدست آمده اند و در نتیجه این المان ها به عنوان المان سالم در نظر گرفته می شوند و میزان خرابی

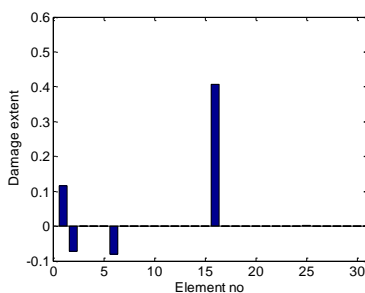
المانهای مزبور در گام بعدی (گام 2 الی 5) صفر در نظر گرفته می‌شوند. پس در طی فرایند الگوریتم تعداد المانهای کاندید برای خرابی کاهش می‌یابند. همان طور که در شکل 7 دیده می‌شود المان 16 که المان خراب در سناریو می‌باشد از گام اول قابل تشخیص نمی‌باشد. اما به تدریج در گام‌های بعد المان 16 به عنوان المان خراب قابل تشخیص می‌شود. بدلیل آنکه هیچ خرابی منفی در جواب گام پنجم نمی‌باشد در این گام فرایند الگوریتم پایان می‌یابد.



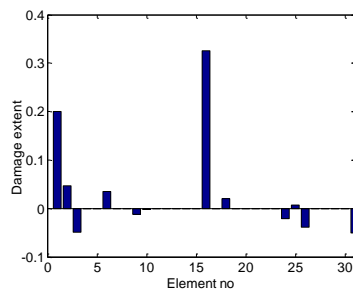
(ب)



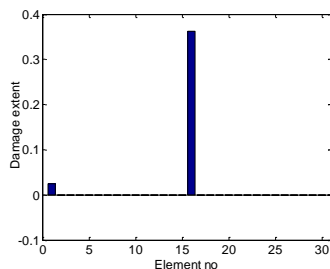
(الف)



(د)



(ج)



(ه)

شکل (7): جواب های خرابی در حین اجرای الگوریتم پایدار سازی برای سناریو اول و تحریک اول: (الف) گام 1، (ب) گام 2، (ج) گام 3، (د) گام 4، (ه) گام 5

5. خلاصه و نتیجه گیری

در مقاله حاضر معادله دیفرانسیل سازه برای اولین بار به صورت نگاشتی بین فضای پاسخ و بار توصیف گردیده است. با این نگاه هندسی جدید روشی جهت عیب یابی سازه ها تحت بارهای متناوب و مجهول ارائه شد. مثال عددی حل شده نشان می دهد روش پیشنهادی به خوبی می تواند محل خرابی سازه ها را آشکار سازد. همچنین نتایج عددی نشان داد که روش حاضر برای سنسورها با فرکانس نمونه گیری بالا موثر تر می باشد.

6. مراجع

- [1] S.-K. Park, H.W. Park, S. Shin, H.S. Lee, Detection of abrupt structural damage induced by an earthquake using a moving time window technique, *Computers and Structures* 86 (11–12) (2008) 1253–1265.
- [2] X.Y. Li, S.S. Law, Adaptive Tikhonov regularization for damage detection based on nonlinear model updating, *Mechanical Systems and Signal Processing* 24 (6) (2010) 1646–1664.
- [3] M. Link, M. Weiland, Damage identification by multi-model updating in the modal and in the time domain, *Mechanical Systems and Signal Processing* 23 (6) (2009) 1734–1746.
- [4] C.Y. Kao, S.-L. Hung, Detection of structural damage via free vibration responses generated by approximating artificial neural networks, *Computers and Structures* 81 (28–29) (2003) 2631–2644.
- [5] L.H. Yam, Y.J. Yan, J.S. Jiang, Vibration-based damage detection for composite structures using wavelet transform and neural network identification, *Composite Structures* 60 (4) (2003) 403–412.
- [6] Stubbs N, Kim J T. Damage localization in structures without baseline modal parameters. *Journal AIAA*, 1996, **34**(8):1649–1654.
- [7] J.N. Reddy, *Applied fundamental analysis and variational methods in engineering*, 1st ed., McGraw-Hill, Singapore, 1986.