



ارتعاش سازه‌های نامتقارن دیوار – قاب برشی با استفاده از روش ماتریس انتقال

سیمین محمودی میمند¹، رضا رهگذر²

1- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران سازه، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ایران

Sn_mahmoodi@yahoo.com

2- دانشیار بخش مهندسی عمران، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ایران

rahgozar@mail.uk.ac.ir

چکیده

در این مقاله، تجزیه و تحلیل ارتعاش سازه‌های نامتقارن دیوار- قاب برشی با استفاده از روش ماتریس انتقال مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این روش سازه همانند یک تیر کوپل برشی- پیچشی- خمشی مدل سازی می‌شود. معادلات دیفرانسیل حاکم بر تیر معادل با استفاده از روش زنجیره فرمول بندی و در فرم یک ماتریس انتقال طبقه مطرح می‌شود. با استفاده از ماتریس‌های انتقال طبقه و ماتریس‌های انتقال نقطه که نیروهای داخلی را محاسبه می‌کنند، ماتریس انتقال سیستم بدست می‌آید و فرکانس‌های طبیعی با استفاده از اعمال شرایط مرزی محاسبه می‌شوند.

واژه‌های کلیدی: ارتعاش، نامتقارن، دیوار- قاب، ماتریس انتقال

1. مقدمه

در طول سه دهه گذشته، مطالعات بسیاری روی آنالیز سازه‌های دیوار- قاب برشی انجام گرفته است. (Ng) و کونگ (Kuang) ارتعاش سازه‌های نامتقارن را سه گانه در نظر گرفته‌اند. با استفاده از روش گالرکین یک روش تقریبی برای آنالیز ارتعاش و برای اندازه‌گیری فرکانس‌های طبیعی و مود شیپ‌های مرتبط ارتعاش ساختمان بدست می‌آید. رافزی (Rafezy) و هوسان (Howson) یک عملگر جهانی برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی مضاعف نامتقارن، سه بعدی و سازه‌های چند طبقه دیوار- قاب پیشنهاد دادند. که در آن فرض می‌شود قاب‌ها و دیوارهای ساختار اصلی در دو جهت اصلی قرار دارند و ویژگی‌های آنها ممکن است در روش گام به گام در سطح یک یا چند طبقه متغیر باشند. از این رو سازه با توجه به تغییرات ویژگی‌های مقطع به طور طبیعی به بخش‌های یکنواختی تقسیم می‌شود. سپس یک بخش از سازه با یک تیر کوپل برشی- پیچشی- خمشی که معادلات دیفرانسیل حاکم آن با استفاده از روش زنجیره فرمول‌بندی شده جایگزین و در فرم یک ماتریس سختی عضو دینامیکی مطرح می‌شوند. یک روش برای حل تنوری و یک راه حل عمومی برای مسائل معادله مقادیر ویژه ارائه شده که در نهایت فرکانس‌های طبیعی و مود شیپ‌های مرتبط با آن بر اساس تنوری معادلات دیفرانسیل بدست می‌آیند.

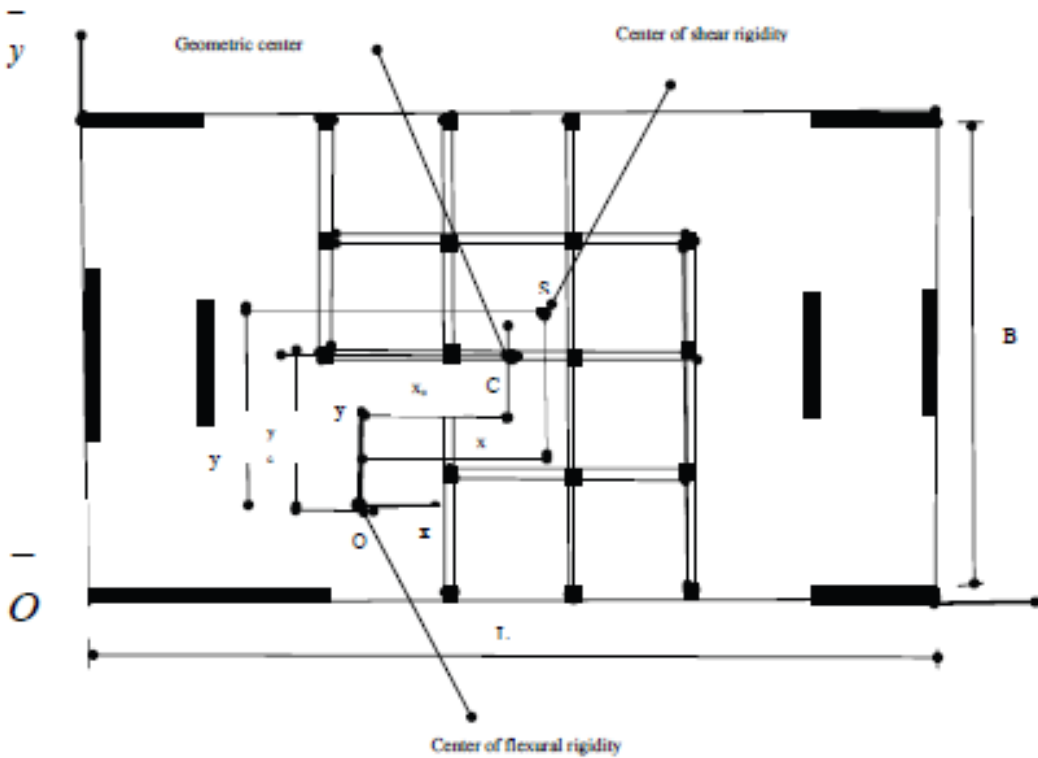


بزدگان (Bozdogan) و ازترک (Ozturk) روش ماتریس انتقال را برای تجزیه و تحلیل ارتعاش سازه های با دیوار نامتقارن پیشنهاد دادند. یک روش برای تجزیه و تحلیل ارتعاش یکنواخت سازه های قاب - دیوار نامتقارن در این مقاله پیشنهاد شده است. فرضیات زیر در این روش در نظر گرفته شده: رفتار مواد الاستیک خطی است، تئوری جابجایی های کوچک معتبر است، اثر $P-\Delta$ قابل چشم پوشی است، مرکز سختی خمشی در هر طبقه فرض می شود که روی یک خط عمودی در امتداد ارتفاع سازه واقع است. تغییر شکل های برشی دیوارها قابل چشم پوشی هستند، جرم طبقه روی کف طبقه اعمال می شود، قاب ها متعامدند، اثر کوپل دینامیکی سازه ناشی از خروج از مرکز بین مرکز سختی برشی و مرکز سختی خمشی در تجزیه و تحلیل نادیده گرفته می شود و سیستم کف صلب فرض می شود.

2. تجزیه و تحلیل

الف) مدل فیزیکی

شکل 1- یک نمونه پلان نامتقارن را نشان می دهد، اگر تغییر شکل های برشی در دیوار و تغییر شکل های محدود در ستون و تیرها نادیده گرفته شود سازه های قاب- دیوار رفتار تیر کوپل برشی - خمشی-پیچشی را از خود نشان می دهند.



شکل (1): سیستم قاب-دیوار معمولی

ب) ماتریس‌های انتقال طبقه

معادله‌های حاکم طبقه می‌توانند به این صورت نوشته می‌شوند:

$$(EI)_{xi} \frac{d^4 u_i}{dx_i^4} - (GA)_{xi} \frac{d^2 u_i}{dx_i^2} = 0 \quad (1)$$

$$(EI)_{yi} \frac{d^4 v_i}{dx_i^4} - (GA)_{xi} \frac{d^2 v_i}{dx_i^2} = 0 \quad (2)$$

$$(EI)_{wi} \frac{d^4 \theta_i}{dx_i^4} - (G)_{xi} \frac{d^2 \theta_i}{dx_i^2} = 0 \quad (3)$$

که u_i و v_i تغییر شکل‌های جانبی مرکز خمش، θ_i زاویه پیچشی پلان کف حول سختی خمشی در ارتفاع داده شده و Z_i محور عمودی هر طبقه است. $(EI)_{xi}$ و $(EI)_{yi}$ سختی خمشی معادل طبقه برای سازه در جهات x و y هستند و طبق روابط زیر آنها را می‌توان محاسبه نمود:

$$(EI_{xi}) = \sum_j EI_{xi,j} \quad (EI_{yi}) = \sum_j EI_{yi,j} \quad (4)$$

$(EI)_{wi}$ سختی پیچشی طبقه i ام است و طبق فرمول زیر محاسبه می شود:

$$(EI)_{wi} = \sum_j [(\bar{y}_j - \bar{y}_c)^2 (EI)_{xi,j} + (\bar{x}_j - \bar{x}_c)^2 (EI)_{yi,j}] \quad (5)$$

که \bar{y}_j و \bar{x}_j مختصات مکان سختی خمشی j امین خمیدگی در طبقه i ام در سیستم مختصات (\bar{x}, \bar{y}) هستند.

\bar{x}_c و \bar{y}_c مختصات مرکز سختی خمشی هستند و طبق رابطه زیر محاسبه می شوند:

$$\bar{y}_c = \frac{\sum_j y_j (EI)_{xj}}{\sum_j (EI)_{xj}} \quad (6)$$

$$\bar{x}_c = \frac{\sum_j x_j (EI)_{yj}}{\sum_j (EI)_{yj}} \quad (7)$$

$(GA)_{yi}$ و $(GA)_{xi}$ سختی معادل برشی طبقه برای قاب در جهات x و y هستند.

برای المان های قاب که شامل n ستون و $(n-1)$ تیر هستند $(GA)_i$ طبق فرمول زیر محاسبه می شود:

$$(GA)_i = \frac{12E}{h_i [(1/\sum_1^n I_c/h_i + 1/\sum_1^{n-1} I_g/l)]} \quad (8)$$

که $\sum I_c/h_i$ معرف جمع ممان اینرسی ستون ها به ازای ارتفاع واحد در طبقه i ام قاب، $\sum I_g/l$ معرف جمع ممان اینرسی هر تیر به ازای طول واحد در یک طبقه از قاب i ام است.

$(GJ)_i$ سختی پیچشی سنت و نانت طبقه i ام است و طبق فرمول زیر محاسبه می شود:

$$(GJ)_i = \sum_j [(\bar{y}_j - \bar{y}_c)^2 (GA)_{xj} + (\bar{x}_j - \bar{x}_c)^2 (GA)_{yj}] \quad (9)$$

که \bar{x}_j و \bar{y}_j مختصات مرکز سختی خمشی کمر بند i ام طبقه i ام در سیستم مختصات (\bar{y}, \bar{x}) هستند. زمانی که

معادله های (1-3) حل شوند با توجه به Z_i ، $u_i(z_i)$ ، $v_i(z_i)$ و $\theta_i(z_i)$ طبق فرمول های زیر به دست می آیند:

$$u_i(z_i) = c_1 + c_2 z_i + c_3 \cosh(\lambda_{xi} z_i) + c_4 \sinh(\lambda_{xi} z_i) \quad (10)$$

$$v_i(z_i) = c_5 + c_6 z_i + c_7 \cosh(\lambda_{yi} z_i) + c_8 \sinh(\lambda_{yi} z_i) \quad (11)$$

$$\theta_i(z_i) = c_9 + c_{10} z_i + c_{11} \cosh(\lambda_{\theta i} z_i) + c_{12} \sinh(\lambda_{\theta i} z_i) \quad (12)$$

که در آن:

$$\lambda_{\theta i} = \sqrt{\frac{(GJ)_{yi}}{(EI)_{wi}}} \quad \lambda_{yi} = \sqrt{\frac{(GA)_{yi}}{(EI)_{yi}}} \quad \lambda_{xi} = \sqrt{\frac{(GA)_{xi}}{(EI)_{xi}}} \quad (13)$$

که ضرایب c ثابت‌های انتگرالی هستند، با استفاده از معادله‌های (10) و (11) و (12) زاویه چرخش در جهت‌های x و y (\hat{u}_i و \hat{v}_i)، مقدار پیچش ($\hat{\theta}_i$)، ممان در جهت x و y (M_{xi} و M_{yi}) و ممان دوطرفه (M_{wi})، نیروهای برشی در جهت‌های x و y (V_{xi} و V_{yi}) و پیچش (T_i) برای طبقه i ام طبق فرمول‌های زیر محاسبه می‌شوند:

$$\hat{u}_i(z_i) = c_2 + c_3 \lambda_{xi} \sinh(\lambda_{xi} z_i) + c_4 \lambda_{xi} \cosh(\lambda_{xi} z_i) \quad (14)$$

$$\hat{v}_i(z_i) = c_6 + c_7 \lambda_{yi} \sinh(\lambda_{yi} z_i) + c_8 \lambda_{yi} \cosh(\lambda_{yi} z_i) \quad (15)$$

$$\hat{\theta}_i(z_i) = c_{10} + c_{11} \lambda_{\theta i} \sinh(\lambda_{\theta i} z_i) + c_{12} \lambda_{\theta i} \cosh(\lambda_{\theta i} z_i) \quad (16)$$

$$\hat{\theta}_i(z_i) = c_{10} + c_{11} \lambda_{\theta i} \sinh(\lambda_{\theta i} z_i) + c_{12} \lambda_{\theta i} \cosh(\lambda_{\theta i} z_i) \quad (17)$$

$$M_{xi}(z_i) = (EI)_{xi} \frac{d^2 \hat{u}_i}{dz_i^2} = (EI)_{xi} [c_2 \lambda_{xi}^2 \cosh(\lambda_{xi} z_i) + c_4 \lambda_{xi}^2 \sinh(\lambda_{xi} z_i)] \quad (18)$$

$$M_{yi}(z_i) = (EI)_{yi} \frac{d^2 \hat{v}_i}{dz_i^2} = (EI)_{yi} [c_7 \lambda_{yi}^2 \cosh(\lambda_{yi} z_i) + c_8 \lambda_{yi}^2 \sinh(\lambda_{yi} z_i)]$$

$$M_{wi}(z_i) = (EI)_{yi} \frac{d^2 \hat{u}_i}{dz_i^2} = (EI)_{wi} [c_{11} \lambda_{wi}^2 \cosh(\lambda_{yi} z_i) + c_8 \lambda_{wi}^2 \sinh(\lambda_{wi} z_i)] \quad (19)$$

$$V_{xi}(z_i) = (EI)_{xi} \frac{d^3 \hat{u}_i}{dz_i^3} - (GA)_{xi} \frac{d\hat{u}_i}{dz_i} = -c_2 \quad (20)$$

$$V_{yi}(z_i) = (EI)_{yi} \frac{d^3 \hat{v}_i}{dz_i^3} - (GA)_{yi} \frac{d\hat{v}_i}{dz_i} = -c_6 \quad (21)$$

$$T_i(z_i) = (EI)_{wi} \frac{d^3 \hat{u}_i}{dz_i^3} - (G)_{wi} \frac{d\hat{\theta}_i}{dz_i} = -c_{10} \quad (22)$$

معادله (23) فرم ماتریسی معادلات (10) و (12) و (14) تا (22) را نشان می‌دهد:

$$\begin{bmatrix} u_i(z_i) \\ v_i(z_i) \\ \theta_i(z_i) \\ \hat{u}_i(z_i) \\ \hat{v}_i(z_i) \\ \hat{\theta}_i(z_i) \\ M_{xi}(z_i) \\ M_{yi}(z_i) \\ M_{wi}(z_i) \\ V_{xi}(z_i) \\ V_{yi}(z_i) \\ T_i(z_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \\ c_8 \\ c_9 \\ c_{10} \\ c_{11} \\ c_{12} \end{bmatrix} = A_i(z_i) \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \\ c_8 \\ c_9 \\ c_{10} \\ c_{11} \\ c_{12} \end{bmatrix} \quad (23)$$

که A_{11} و A_{12} و A_{21} و A_{22} زیر ماتریس‌های A و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$A_{11}(z_i) = \begin{bmatrix} 1 & z_i & \cosh(\lambda_{xi} z_i) & \sinh(\lambda_{xi} z_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & z_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \lambda_{xi} \sinh(\lambda_{xi} z_i) & \lambda_{xi} \cosh(\lambda_{xi} z_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$A_{12}(z_i) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cosh(\lambda_{yi} z_i) & \sinh(\lambda_{yi} z_i) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_i & \cosh(\lambda_{\theta i} z_i) & \sinh(\lambda_{\theta i} z_i) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{yi} \sinh(\lambda_{yi} z_i) & \lambda_{yi} \cosh(\lambda_{yi} z_i) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \lambda_{\theta i} \cosh(\lambda_{\theta i} z_i) & \lambda_{\theta i} \sinh(\lambda_{\theta i} z_i) \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$A_{21}(z_i) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & (EI)_{xi} \lambda_{xi}^2 \cosh(\lambda_{xi} z_i) & (EI)_{xi} \lambda_{xi}^2 \sinh(\lambda_{xi} z_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$A_{22}(z_i) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (EI)_{yi} \lambda_{yi}^2 \cosh(\lambda_{yi} z_i) & (EI)_{yi} \lambda_{yi}^2 \sinh(\lambda_{yi} z_i) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (EI)_{\theta i} \lambda_{\theta i}^2 \cosh(\lambda_{\theta i} z_i) & (EI)_{\theta i} \lambda_{\theta i}^2 \sinh(\lambda_{\theta i} z_i) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

در نقطه آغاز طبقه برای $Z_i=0$ معادله (23) به صورت زیر نوشته می شود:

(28)

$$\begin{bmatrix} u_i(0) \\ v_i(0) \\ \theta_i(0) \\ \dot{u}_i(0) \\ \dot{v}_i(0) \\ \dot{\theta}_i(0) \\ M_{xi}(0) \\ M_{yi}(0) \\ M_{wi}(0) \\ V_{xi}(0) \\ V_{yi}(0) \\ T_i(0) \end{bmatrix} = A_i(0) \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \\ c_8 \\ c_9 \\ c_{10} \\ c_{11} \\ c_{12} \end{bmatrix}$$

زمانی که بردار C از فرمول (28) به دست آمده در معادله (23) جانشین می شود و معادله (29) به دست می آید:

$$\begin{bmatrix} u_i(z_i) \\ v_i(z_i) \\ \theta_i(z_i) \\ \dot{u}_i(z_i) \\ \dot{v}_i(z_i) \\ \dot{\theta}_i(z_i) \\ M_{xi}(z_i) \\ M_{yi}(z_i) \\ M_{wi}(z_i) \\ V_{xi}(z_i) \\ V_{yi}(z_i) \\ T_i(z_i) \end{bmatrix} = A_i(z_i)A_i(0)^{-1} \begin{bmatrix} u_i(0) \\ v_i(0) \\ \theta_i(0) \\ \dot{u}_i(0) \\ \dot{v}_i(0) \\ \dot{\theta}_i(0) \\ M_{xi}(0) \\ M_{yi}(0) \\ M_{wi}(0) \\ V_{xi}(0) \\ V_{yi}(0) \\ T_i(0) \end{bmatrix} = T_i(z_i) \begin{bmatrix} u_i(0) \\ v_i(0) \\ \theta_i(0) \\ \dot{u}_i(0) \\ \dot{v}_i(0) \\ \dot{\theta}_i(0) \\ M_{xi}(0) \\ M_{yi}(0) \\ M_{wi}(0) \\ V_{xi}(0) \\ V_{yi}(0) \\ T_i(0) \end{bmatrix}$$

در معادله (29) T_i معرف ماتریس انتقال طبقه برای $Z = h_i$ است. ماتریس انتقال طبقه به دست آمده از فرمول (29) برای آنالیز دینامیک قاب با پلان نامتقارن استفاده دارد. از این رو با در نظر گرفتن نیروهای اینرسی در تراز طبقات رابطه بین طبقات i و $(i+1)$ ام با معادله ماتریس زیر نشان داده می شود :

(30)

$$\begin{bmatrix} u_i(h_i) \\ v_i(h_i) \\ \Theta_i(h_i) \\ \dot{u}_i(h_i) \\ \dot{v}_i(h_i) \\ \dot{\Theta}_i(h_i) \\ M_{zi}(h_i) \\ M_{yi}(h_i) \\ M_{mi}(h_i) \\ V_{zi}(h_i) \\ V_{yi}(h_i) \\ T_i(h_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega^2 m_i & 0 & -\omega^2 m_i y_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 m_i & \omega^2 m_i x_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega^2 m_i y_c & \omega^2 m_i x_c & \omega^2 m_i r_m^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T_i \begin{bmatrix} u_i(0) \\ v_i(0) \\ \Theta_i(0) \\ \dot{u}_i(0) \\ \dot{v}_i(0) \\ \dot{\Theta}_i(0) \\ M_{zi}(0) \\ M_{yi}(0) \\ M_{mi}(0) \\ V_{zi}(0) \\ V_{yi}(0) \\ T_i(0) \end{bmatrix} = T_{di}^* \begin{bmatrix} u_i(0) \\ v_i(0) \\ \Theta_i(0) \\ \dot{u}_i(0) \\ \dot{v}_i(0) \\ \dot{\Theta}_i(0) \\ M_{zi}(0) \\ M_{yi}(0) \\ M_{mi}(0) \\ V_{zi}(0) \\ V_{yi}(0) \\ T_i(0) \end{bmatrix}$$

که در آن M_i جرم طبقه i ام و ω فرکانس طبیعی سیستم هستند و r_m^2 شعاع ژیراسیون است که از فرمول زیر محاسبه می شود:

$$r_m^2 = \frac{L^2 + B^2}{12} + y_c^2 + x_c^2 \quad (31)$$

x_c و y_c ابعاد محل مرکز هندسی هستند و طبق فرمول های زیر محاسبه می شوند:

$$y_c = \bar{y}_c - \bar{y}_0 \quad (32)$$

$$x_c = \bar{x}_c - \bar{x}_0 \quad (33)$$

$(\bar{x}_c$ و $\bar{y}_c)$ مکان مرکز هندسی C در سیستم مختصات $(x$ و $y)$ ، ماتریس دینامیکی انتقال با T_{di} نشان داده

می شود:

(34)

$$T_{di} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega^2 m_i & 0 & -\omega^2 m_i y_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 m_i & \omega^2 m_i x_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega^2 m_i y_c & \omega^2 m_i x_c & \omega^2 m_i r_m^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} T_i$$

روابط جابجایی نیروهای داخلی از پایه تا بالای ساختمان طبق فرمول‌های زیر پیدا می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} u_{top} \\ v_{top} \\ \theta_{top} \\ \dot{u}_{top} \\ \dot{v}_{top} \\ \dot{\theta}_{top} \\ M_{x_{top}} \\ M_{y_{top}} \\ M_{w_{top}} \\ V_{x_{top}} \\ V_{y_{top}} \\ T_{top} \end{bmatrix} = T_{dn} * T_{d(n-1)} * \dots * T_{di} * \dots * T_{d2} * T_{d1} * \begin{bmatrix} u_{base} \\ v_{base} \\ \theta_{base} \\ \dot{u}_{base} \\ \dot{v}_{base} \\ \dot{\theta}_{base} \\ M_{x_{base}} \\ M_{y_{base}} \\ M_{w_{base}} \\ V_{x_{base}} \\ V_{y_{base}} \\ T_{base} \end{bmatrix} \quad (35)$$

شرایط مرزی تیر معادل:

$$\begin{aligned} 1) u_{base} = 0 \quad 2) v_{base} = 0 \quad 3) \theta_{base} = 0 \quad 4) \dot{u}_{base} = 0 \quad 5) \dot{v}_{base} = 0 \quad 6) \dot{\theta}_{base} = 0 \\ 7) M_{x_{top}} = 0 \quad 8) M_{y_{top}} = 0 \quad 9) M_{w_{top}} = 0 \quad 10) V_{x_{top}} = 0 \quad 11) V_{y_{top}} = 0 \quad 12) T_{top} = 0 \end{aligned}$$

زمانی که شرایط مرزی در معادله (35) اعمال می‌شود برای حل غیر بدیهی \dot{t} معادله (36) کاربرد دارد:

$$f = \begin{bmatrix} t(7,7) & t(7,8) & t(7,9) & t(7,10) & t(7,11) & t(7,12) \\ t(8,7) & t(8,8) & t(8,9) & t(8,10) & t(8,11) & t(8,12) \\ t(9,7) & t(9,8) & t(9,9) & t(9,10) & t(9,11) & t(9,12) \\ t(10,7) & t(10,8) & t(10,9) & t(10,10) & t(10,11) & t(10,12) \\ t(11,7) & t(11,8) & t(11,9) & t(11,10) & t(11,11) & t(11,12) \\ t(12,7) & t(12,8) & t(12,9) & t(12,10) & t(12,11) & t(12,12) \end{bmatrix} \quad (36)$$

مقادیر ω که دترمینان فوق را صفر می‌کنند، فرکانس‌های طبیعی سازه دیوار نامتقارن هستند.

3. فرآیند محاسبه

- 1) صلیبیت معادل هر طبقه با استفاده از هندسه و خواص مواد سازه محاسبه می‌شود.
- 2) ماتریس انتقال طبقه برای هر طبقه با استفاده از صلیبیت معادل محاسبه می‌شود.
- 3) سیستم ماتریس انتقال با استفاده از ماتریس‌های انتقال طبقه و نیروهای اینرسی موثر تراز طبقات با روش مشخص شده در بخش 2 به دست می‌آید.

- 4) معادله غیر بدیهی بدست آمده با استفاده از معادله (36) نتیجه اعمال شرایط مرزی است.
- 5) فرکانس‌های زاویه‌ای و پریودهای مربوط با کمک یک روش بدست آمده از آنالیز عددی پیدا می‌شوند.
- 6) مدها با کمک فرکانس زاویه و معادله (30) یافت می‌شود.
- 7) نرخ جرم موثر و فاکتور مشارکت با استفاده از مدها بدست می‌آیند.
- با استفاده از طیف شتاب و جابجایی بدست آمده از ثبت زلزله یا طراحی طیف از کدها، جابجایی و نیروهای داخلی با استفاده از جرم موثر و فاکتور مشارکت بدست می‌آید.

4. مثال عددی

در این بخش از مقاله یک مثال عددی حل شده با برنامه *MATLAB* به منظور بررسی این روش ارائه شده است، سپس نتایج با آنچه که در کتاب‌های دیگر آمده است مقایسه می‌شود.

مثال: یک سازه قاب-دیوار معمولی نامتقارن به تجزیه و تحلیل شده است (شکل 1) سازه 30 طبقه با ارتفاع $H=90$ متر و ابعاد آن $L=42$ متر و $b=24$ متر است. شامل 8 دیوار با ضخامت 0.25 متر و قاب با مدول الاستیک $E=20 \times 10^6 \text{ kn/m}^2$ و چگالی کف $\rho=2.3 \text{ kg/m}^3$ است. خواص مواد در جدول 1 داده شده است. فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده با این روش با نتایج مقایسه شده در جدول 2 ارائه شده است.

جدول (1). ویژگی ساختاری سازه‌های دیوار-قاب نامتقارن

ویژگی های ساختاری	
$(EI)_x$	$999/7 * 10^6 \text{ kNm}^2$
$(EI)_y$	$574/53 * 10^6 \text{ kNm}^2$
$(EI)_w$	$264/22 * 10^9 \text{ kNm}^4$
$(GA)_x$	$274/29 * 10^3 \text{ kN}$
$(GA)_y$	$297/14 * 10^3 \text{ kN}$
(GJ)	$43/54 * 10^6 \text{ kNm}^2$
X_c	7/81m
Y_c	7/63m

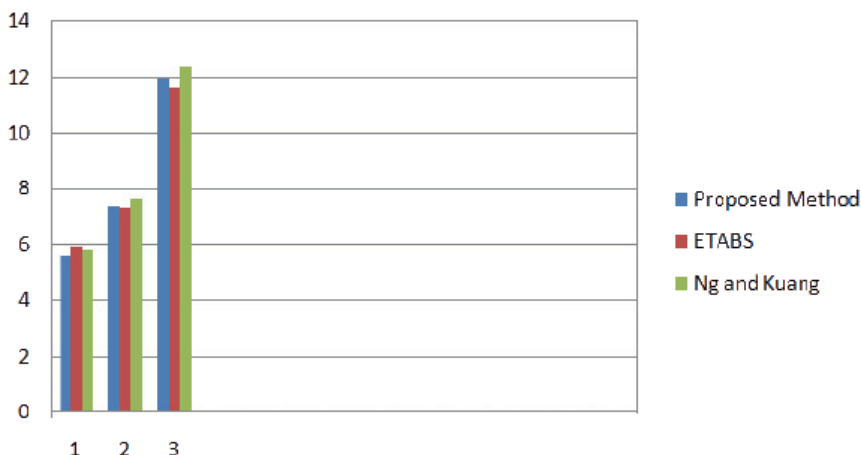
m	355/41 m
r_m	17/726 m

جدول (2). مقایسه فرکانس‌های طبیعی در مثال 1

mode	روش ارائه شده			Ng & Kuang			ETABS		
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_1	ω_2	ω_3	ω_1	ω_2	ω_3
1	1/128	1/540	2/362	1/163	1/587	2/437	1/197	1/539	2/29
2	5/611	7/405	11/94	5/799	7/655	12/34	5/898	7/313	11/64
3	15/037	19/89	29/003	15/317	20/26	33/10	14/77	19/45	31/35



شکل (2). مقایسه فرکانس‌های طبیعی اولین مد



شکل (3): مقایسه فرکانس‌های طبیعی دومین مد

5. نتیجه گیری

در این مقاله تجزیه و تحلیل ارتعاش سازه‌های دیوار-قاب برشی نامتقارن با استفاده از روش ماتریس انتقال بدست آمده است. در این روش فرض می‌شود که کل سازه یک تیر کوپل معادل برشی-خمشی است. معادلات دیفرانسیل حاکم تیر معادل با استفاده از روش زنجیره بدست می‌آیند و در غالب ماتریس انتقال طبقه مطرح می‌شوند. با استفاده از ماتریس انتقال نیروهای اینرسی سیستم بدست می‌آید. فرکانس‌های طبیعی با اعمال شرایط مرزی بدست می‌آیند، در انتهای مقاله برای ارزیابی روش ارائه شده یک مثال با استفاده از برنامه متلب حل شده و نتیجه با کتاب‌های دیگر مقایسه شده، که مطابقت خوبی را نشان می‌دهد. در این روش خواص ساختاری سازه متغیر هستند و مثال‌های عددی مختلفی می‌توانند با آن حل شوند. این روش به اندازه کافی دقیق و ساده است که هم در مرحله طراحی کاربرد دارد و هم در تجزیه و تحلیل نهایی.

6. منابع و مؤاخذ

- [1] . Kuang, J. S. & Ng, S. C. (2000). Coupled lateral vibration of asymmetric shear wall structures. *Thin Walled Structures*, Vol. 38, No. 2, pp. 93-104.
- [2]. Ng, S. C. & Kuang, J. S. (2000). Triply coupled vibration of asymmetric wall-frame structures. *ASCE Journal of Structural Division*, Vol. 128, No. 7, pp. 840-849.
- [3]. Wang, Y., Arnaouti, C. & Guo, S. (2000). A simple approximate formulation for the first two frequencies of asymmetric wall-frame multi-storey building structures. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 236, No. 1, pp. 141-160.
- [4]. Rafezy, B. & Howson, W. P. (2008). Vibration analysis of doubly asymmetric, three dimensional structures comprising wall and frame assemblies with variable cross section. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 318, No. 1-2, pp. 247-266.
- [5]. Bozdogan, K. B. & Ozturk, D. (2010). *Vibration Analysis of Asymmetric Shear Wall Structures Using the Transfer Matrix Method*. *Iranian Journal of Science and Technology Transaction B: Engineering*, Vol. 34, No. B1, pp. 1-14



[6]. Murashev, V., Sigalov, E. & Baikov, V. (1972). *Design of reinforced concrete structures*. Mir Publisher, Moscow.