



تعیین محل مناسب ابزارگذاری سازه ای برای قاب برشی با استفاده از الگوریتم ژنتیک

هومان بابااحمدی میلانی¹، انوشیروان انصاری²

1- کارشناسی ارشد، مهندسی عمران-زلزله، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

Homan_milani@yahoo.com

2- عنوان (مرتبه علمی) و گروه زلزله شناسی مهندسی، پژوهشگاه بین المللی زلزله شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران

a.ansari@iiees.ac.ir

چکیده

از ابزارگذاری درون سازه ای برای تعیین مشخصات دینامیکی سازه استفاده می شود. نصب بهینه ی دستگاه ها از اهمیت ویژه ای برخوردار است. ابتدا یک مدل 2 طبقه در نرم افزار المان محدود SAP2000 طراحی شد. تعیین بهترین مکان برای نصب دستگاه های لرزه نگاری می باشد که بتوان با استفاده از آن مشخصات دینامیکی مدل را بخوبی بدست آورد. محل سقف طبقات و وسط ستون ها برای انجام این کار در نظر گرفته شده اند و با استفاده از این مکان ها و الگوریتم ژنتیک مشخصات دینامیکی سازه بدست آمد. برای درصدهای مختلف نوبه، هر کدام از محل های نصب دستگاه ها نتایج مناسبی برای تعیین مشخصات دینامیکی سازه ها نتیجه داده است.

واژه های کلیدی: ابزارگذاری درون سازه ای، مشخصات دینامیکی، الگوریتم ژنتیک

1. مقدمه

یکی از جالب ترین استفاده ها از ابزارگذاری لرزه ای، توصیف مشخصات دینامیکی سازه ها از میان شناسایی فرکانس ها و شکل های مودی و تخمین ضرایب میرایی برای ترازهای مختلف از دامنه ی حرکت می باشد. تعیین مشخصات مودال سازه ای با استفاده از اطلاعات اندازه گیری شده ی دینامیکی توجه زیادی را در سال های اخیر به خود جلب کرده است و به این علت است که آن در به روزرسانی مدل سازه، مشاهده ی سلامتی سازه و کنترل سازه دارای اهمیت است.

برای سازه هایی که مشخصات دینامیکی آنها از طراحی ها به دست آمده اند، با استفاده از ابزارگذاری آنها می توان نتایج مفیدی به دست آورد، همچنین برای سازه هایی که هیچ گونه اطلاعی نسبت به مشخصات دینامیکی آنها وجود ندارد، با استفاده از ابزارگذاری آنها و انجام آزمایشات بر روی این سازه ها، می توانیم مشخصات دینامیکی آنها را تعیین کنیم.

از اطلاعاتی که توسط ابزارگذاری درون سازه ای به دست می آید، می توان برای تعیین اثرات خاک و سازه و برای کشف خرابی استفاده کرد. همچنین از آن می توان برای تعیین تغییرپذیری زمان تناوب های سازه با استفاده

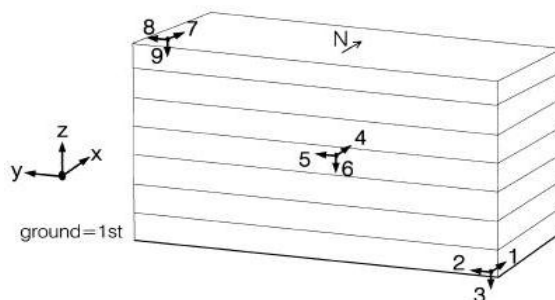
از اطلاعات جنبش قوی زمین استفاده کرد که برای اهدافی مانند آئین‌نامه‌های ساختمانی و برای بازرسی سازه استفاده می‌شود.

تکنیک مکان‌یابی بهینه‌ی سنسور در محیط مشاهده‌ی سلامتی سازه یک نقش اساسی را ایفا می‌کند. الگوریتم ژنتیک یکی از روش‌هایی است که در امر بهینه‌یابی بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد. یکی از فاکتورهای اساسی که در ابزارگذاری سازه‌ها باید در نظر گرفت، بهینه کردن آن می‌باشد، به طوری که بتوان با حداقل تعداد دستگاه بیشترین اطلاعات را از سازه‌ها دریافت کرد.

2. ادبیات موضوع

در سال 1932، کنگره‌ی آمریکا برای مشاهده‌ی جنبش قوی در کالیفرنیا سرمایه‌گذاری کرد. ابزارها به وسیله‌ی پژوهشگاه تحقیقاتی¹ MIT، کمیته‌ی بین‌المللی استاندارد² و دانشگاه ویرجینیا³ تهیه شدند. اولین جنبش قوی ثبت شده توسط این دستگاه‌ها مربوط به زلزله‌ی لانگ‌بیچ کالیفرنیا در 10 مارس 1933 بود. اولین شتابنگاشت ثبت شده درون‌سازه‌ای مربوط به ساختمان بازار هالیوود⁴ در لس‌آنجلس کالیفرنیا در 2 اکتبر 1933 می‌باشد [1].

برای سال‌ها سازه‌ها به صورت تیپ ابزارگذاری می‌شدند بدین شکل که دو (کف و پشت‌بام) یا سه (کف و پشت‌بام و یک طبقه‌ی میانی) دستگاه در سازه به کار می‌رفت. مطالعات اولیه نشان داد که این ابزارگذاری نمی‌تواند اطلاعات کافی روی بستر سنگی فونداسیون‌های ساختمان تهیه کند. البته این اطلاعات برای تعیین مشارکت اثر خاک و سازه در کل پاسخ ضروری هستند. شکل 1 یک نمونه ابزارگذاری جنبش قوی در یک سازه قبل از سال 1970 و شکل 2 ابزارگذاری همان سازه را بعد از سال 1970 نشان می‌دهد [1].



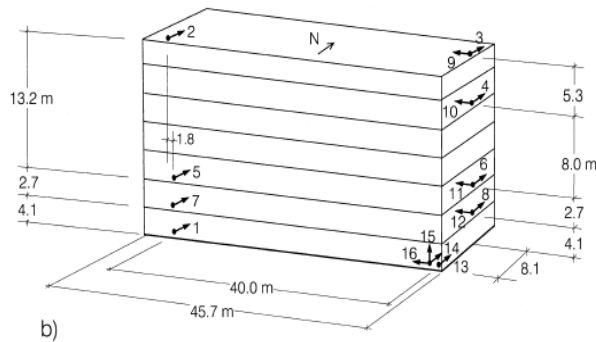
شکل 1: ابزارگذاری ساختمان 7 طبقه‌ی بتنی قبل از سال 1970 [1]

¹ The Massachusetts Institute of Technology

² National Bureau of Standards

³ University of Virginia

⁴ Hollywood Storage



شکل 2: ابزارگذاری ساختمان 7 طبقه‌ی بتنی بعد از سال 1970 [1]

یکی از دلایل آزمایش سازه‌ها قبل و بعد از زلزله، کشف خرابی ناشی از زلزله‌های شدید است. در یک ابزارگذاری ایده‌آل، ابزارگذاری‌ها باید محل چرخش و گسترش آسیب را تعیین کنند. برای مثال اطلاعات ثبت شده، تاریخچه‌ی زمانی از کاهش سختی در اعضای آسیب‌دیده را نشان می‌دهد و همچنین اعضای آسیب‌دیده را مشخص می‌کند.

روش الگوریتم ژنتیک دارای یک سری برتری نسبت به روش‌های کلاسیک می‌باشد. روش الگوریتم ژنتیک نیاز به مشتق‌گیری و محاسبه‌ی گرادیان و همچنین مقادیر اولیه برای پارامترهای ناشناخته ندارد. Koh و همکاران، در سال 2000 میلادی از الگوریتم ژنتیک برای تعیین مشخصات سازه‌ی استفاده کردند [2]. وی همچنین از روش الگوریتم ژنتیک برای تعیین پنجاه پارامتر سختی برای یک سازه‌ی پنجاه درجه‌ی آزادی استفاده کرد. برای انجام این کار، از پنج و ده نقطه‌ی اندازه‌گیری استفاده شد، و به این نتیجه رسید که با تعداد ده نقطه‌ی اندازه‌گیری می‌توان تخمین بهتری از پارامترهای ناشناخته داشت.

3. تاریخچه‌ی ابزارگذاری

محققان زیادی راجع به مسئله‌ی مکان‌یابی بهینه‌ی سنسورها برای تعیین پارامترهای مودال سازه‌ی و مشاهده‌ی سلامتی سازه در سال‌های اخیر تحقیق کرده‌اند.

Kammer، از روش استقلال موثر¹ (EI) برای مکان‌یابی بهینه‌ی سنسورها استفاده کرد. روش با مجموعه سنسورهای انتخابی زیادی شروع می‌شود و رتبه‌ی سنسورها بر پایه‌ی مشارکت آنها برای تعیین یک ماتریس جستجوکننده‌ی اطلاعات² (FIM) است و سپس سنسوری که دارای کمترین رتبه می‌باشد حذف می‌شود. دسته سنسور جدید دوباره رتبه‌بندی می‌شوند و سنسور دارای کمترین رتبه کنار گذاشته می‌شود. در یک عملیات

¹ Effective Independence

² Fisher Information Matrix

تکراری تعداد ایستگاه‌های انتخابی به تعداد مکان‌های مطلوب کاهش داده می‌شود [۳]. الگوریتم ژنتیک به عنوان یک روش موثر برای الگوریتم‌های ابتکاری پیشنهاد شده است که ضامنی برای حل بهینه می‌باشد. Worden و Burrows، کارهای اخیر روی مکان‌یابی دستگاه‌ها را بازبینی کردند و الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید را برای مکان‌یابی بهینه‌ی سنسورها در آزمایشات دینامیکی سازه‌ای به کار بردند. سپس یک روشی برای کشف خرابی با استفاده از شبکه‌های عصبی و بهینه‌سازی ترکیبی شرح دادند [۴].

Gao و همکاران، یک چارچوب جدیدی از مکان‌یابی بهینه‌ی سنسورها برای مشاهده‌ی سلامتی سازه تهیه کردند. برنامه برای یک مسئله‌ی مکان‌یابی سنسور برای سازه و یک بال هواپیما به کار رفت و طرح‌های مکان‌یابی بهینه‌ی سنسور به دست آمد [۵].

Larson و همکاران، مقایسه‌ای بین بعضی از تکنیک‌های مکان‌یابی سنسور شامل روش EI و روش انرژی جنبشی^۱ (KE)، انرژی جنبشی میانگین^۲ (AKE) و تولید اجزا مقادیر ویژه^۳ (EVP) انجام دادند. همه‌ی روش‌ها به وسیله‌ی پاک کردن نقاط انتخابی غلط تا تصحیح تعداد سنسورهای به دست آمده پیش می‌روند [۶].

نتایج نشان داد که، روش باقیمانده‌ی نقطه‌ی محرک مستقل موثر^۴ (EFI-DPR) می‌تواند یک روش موثری برای مکان‌یابی بهینه‌ی دستگاه برای تعیین خصوصیات ارتعاشی پل باشد.

Papadimitriou، از افت اطلاعات برای به دست آوردن مکان‌یابی بهینه‌ی دستگاه‌ها برای یک سازه‌ی ده درجه‌ی آزادی و همچنین یک سازه‌ی 240 درجه‌ی آزادی استفاده کرد. در حل سازه‌ی 10 درجه‌ی آزادی او از الگوریتم‌های حل دقیق مانند الگوریتم تناوبی مکان‌یابی سنسور^۵ (SSP) و همچنین الگوریتم فراابتکاری ژنتیک استفاده کرد. پس از مقایسه‌ی نتایج و تایید دقت الگوریتم ژنتیک به عنوان یک روش حل در مسئله‌ی سازه‌ی 240 درجه‌ی آزادی از آن استفاده کرد. باید توجه داشت که زمان لازم برای حل مسئله توسط روش‌های حل دقیق زیاد می‌باشد و برای حل مسائل با مجهولات زیاد مناسب نمی‌باشد [۷].

در دو دهه‌ی اخیر توجه بیشتری به تحقیق روی مکان‌یابی بهینه‌ی دستگاه‌ها برای هدف تعیین مشخصات مودال با استفاده از تکنیک‌های متنوع مکان‌یابی شده است.

Kang و همکاران، از الگوریتم^۶ (VEPGA) که یک ترکیبی از یک الگوریتم ژنتیک-پارتنو^۷ با تئوری فراتکاملی متنوع^۸ می‌باشد برای طراحی بهینه‌ی مکان‌یابی سنسورها درون یک سازه با هدف تعیین مشخصات مودال استفاده کرده است. او این کار را برای یک قاب خمشی و یک سد بتنی انجام داد و از دو تابع هدف

¹ Kinetic Energy

² Average Kinetic Energy

³ Eigenvector Component Product

⁴ Effective Independence Driving-Point Residue

⁵ Sequential Sensor Placement

⁶ Virus Coevolutionary Partheno-Genetic Algorithm

⁷ Partheno-Genetic Algorithm

⁸ Virus Coevolutionary

مختلف برای انجام این کار استفاده کرد و با استفاده از شاخص‌های اثر مستقل¹ و انرژی مودال² به طراحی بهینه دست یافت. قاب پرتال شامل یک دهانه و سه طبقه بود و 114 مکان انتخابی را بر روی این سازه در نظر گرفت و در نهایت 16 مکان مناسب را برای قرارگیری سنسورها به دست آورد. وی 10 مود اولیه را به عنوان تابع هدف انتخاب کرد و فرکانس سه مود اولیه را که با استفاده از VEPGA به دست آورده بود با نتایج حاصل از روش کاهش متوالی³ (SRP) مقایسه کرد [8].

همانطور که مشاهده شد، برای به دست آوردن مکان‌یابی بهینه‌ی سنسورهای درون سازه، می‌توان از الگوریتم‌های مختلف بهینه‌یابی استفاده کرد که از جمله‌ی آنها می‌توان به الگوریتم ژنتیک اشاره کرد. همچنین برای دستیابی به یک مکان‌یابی بهینه‌ی سنسورهای درون سازه توابع هدف متفاوتی استفاده می‌شود. در واقع با طرح یک برنامه به یک مکان‌یابی دست پیدا می‌کنند که بتوان تابع هدف را بهینه کرد.

4. مدل‌سازی

مطمئن‌ترین راه برای تعیین مشخصات دینامیکی سازه‌ها، انجام آزمایشات لرزه‌ای بر روی مدل‌های واقعی می‌باشد. همچنین با انجام این آزمایشات و مقایسه‌ی نتایج آنها با نتایج تحلیلی و مدل‌های ریاضی می‌توان به دقت این روش‌ها پی برد و در مورد قابل قبول بودن نتایج تحلیلی قضاوت نمود و همچنین از آنها در اصلاح روش‌های تحلیلی استفاده کرد.

مدل‌های آزمایشگاهی می‌توانند به دو صورت مدل‌های واقعی و مدل‌های مقیاس شده باشند. همچنین برای تعیین خصوصیات دینامیکی می‌توان از مدل‌های ریاضی مانند آنالیز المان‌های محدود استفاده کرد. این مدل‌ها غالباً دارای فرضیات ساده کننده می‌باشند و در ضمن اثرات نحوه‌ی اجرای خیلی از عناصر سازه‌ای را در نظر نمی‌گیرند. به علاوه، میزان میرایی در سازه‌ها وابسته به نوع مصالح مصرفی و روش‌های ساخت بوده و فقط به طریق آزمایش قابل اندازه‌گیری می‌باشند و این از نواقص مدل‌های ریاضی می‌باشند.

در این تحقیق، مدلی که برای نصب شتابنگارها انتخاب می‌شود، یک قاب برشی دو طبقه با مشخصات جدول 1 می‌باشد.

¹ Effective Independence

² Modal Energy

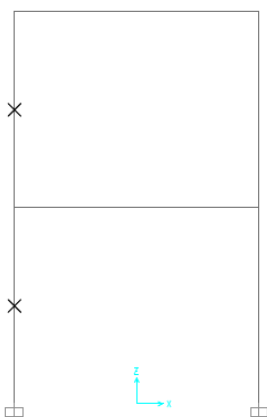
³ Sequential Reduction Procedure

جدول 1: مشخصات مدل دو طبقه‌ی برشی مورد مطالعه

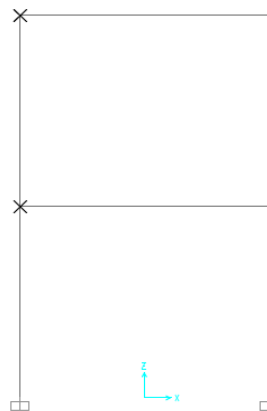
طول دهانه	۵ متر
ارتفاع طبقات	۴ متر
مقطع ستون ها	HE۱۸۰A
مقطع تیرها	IPE۲۲۰
مدول الاستیسیته ستون ها	کیلو نیوتن بر متر مربع ۲۰۰E۸
مدول الاستیسیته تیرها	کیلو نیوتن بر متر مربع ۲۰۰E۲۰
بار مرده طبقه ی اول	کیلو نیوتن بر متر ۱۱.۷۷
بار مرده طبقه ی دوم	کیلو نیوتن بر متر ۱۱.۷۷

مکان‌هایی که برای نصب دستگاه‌ها انتخاب شده‌اند شامل سقف طبقات و وسط ستون‌های طبقات می‌باشند

که در شکل های 4 و 5 نشان داده شده‌اند.



شکل 3: محل نصب دستگاه‌ها در وسط ستون طبقات



شکل 4: محل نصب دستگاه‌ها در سقف طبقات

بعد از مدل‌سازی و تعیین محل نقاط اندازه‌گیری، با استفاده از الگوریتم ژنتیک به تعیین مشخصات دینامیکی سازه در هر کدام از این روش‌ها پرداخته می‌شود. محلی برای نصب دستگاه‌ها مناسب‌تر است که مشخصات دینامیکی سازه را دقیق‌تر نتیجه دهد. ابتدا در مدل واقعی یک شتاب زلزله وارد می‌شود و سپس تغییر مکان‌های نقاط اندازه‌گیری در طبقه‌ی اول و دوم و در ستون‌های طبقات به دست می‌آیند.

برای هر کدام از محل‌های نصب پیشنهادی، با استفاده از الگوریتم ژنتیک مدلی ساخته می‌شود که تابع هدف را به حداقل ممکن برساند. تابع هدفی که در این تحقیق در نظر گرفته شده برابر حداقل مجموع مربعات تفاضل تغییر مکان‌های محاسباتی و واقعی نقاط اندازه‌گیری می‌باشد.

$$fitness = \sum_{i=1}^2 (y_i(t) - \bar{y}_i(t))^2 \quad (1)$$

که $y_i(t)$ مقدار واقعی تغییر مکان طبقه i ام در زمان t و $\bar{y}_i(t)$ مقدار محاسباتی تغییر مکان طبقه i ام در زمان t می باشد. مدل پیشنهادی اولیه برای الگوریتم ژنتیک، قاب دو طبقه‌ی برشی در نرم افزار المان محدود SAP2000 می باشد که دارای بار مرده‌ی طبقات اول و دوم مجهول (به عنوان جرم دو درجه‌ی آزادی) و مدول الاستیسیته‌ی مجهول ستون‌ها (به عنوان سختی دو درجه‌ی آزادی) می باشد. بعد از اجرای برنامه، پارامترهای مجهول مسئله و همچنین مشخصات دینامیکی سازه‌های محاسباتی از جمله فرکانس‌های مودی و ضرایب مشارکت جرم مودی و ضریب شکل مودی برای مودهای اول و دوم به دست آمدند. و با مدل واقعی مقایسه شده‌اند. این کار برای هر دو نوع سیستم اندازه‌گیری انجام شده است و همچنین داده‌های ورودی و خروجی در همه‌ی این روش‌ها به ترتیب با 0، 2، 4، 6، 8 و 10 درصد نوفه آغشته شده‌اند. برای حل مسئله باید تخمین مناسبی نسبت به پارامترهای مجهول مسئله داشت. محدودیت‌ها به صورت زیر می باشند.

$$1E8 \leq E_1, E_2 \leq 3E8 \quad (2)$$

$$9 \leq DL_1, DL_2 \leq 15 \quad (3)$$

که E_1 و E_2 به ترتیب مدول الاستیسیته‌ی ستون‌های طبقات اول و دوم و بر حسب کیلو نیوتن بر متر مربع می باشند و DL_1 و DL_2 بار مرده‌ی طبقات اول و دوم بر حسب کیلو نیوتن بر متر می باشند.

5. بررسی نتایج تغییر موقعیت دستگاه‌ها

برای تعیین مکان بهینه‌ی دستگاه‌ها می توان از روش تکراری استفاده نمود، بدین صورت که تعداد مشخص دستگاه را در مکان‌های مختلف نصب نمود و نتایج حاصل از آنها با هم مقایسه شوند و در نهایت بهترین مکان برای نصب دستگاه‌ها به دست آید. تعیین پارامترهای مدی برای سازه‌ها دارای اهمیت ویژه‌ای می باشد. مکان دستگاه‌ها باید طوری انتخاب شود که بتواند این پارامترها را با تخمین دقیق تری تعیین کند. در جدول 2 و 3 نتایج حاصل از تعیین مشخصات دینامیکی سازه برای دو نوع ابزار گذاری نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود در هر دو حالت ابزار گذاری پارامترهای مدی برای درصد نوفه‌های مختلف به جز در حالت نوفه‌ی 10٪ با دقت خوبی به دست آمده‌اند.

جدول 2: درصد خطای محاسباتی برای ابزارگذاری سقف طبقات برای درصدهای مختلف نوفه

10%	8%	6%	4%	2%	0%	پارامتر / درصد نوفه
21/94	19/26	21/65	21/40	25/64	25/62	بار مرده طبقه اول
13/85	11/19	17/53	16/14	14/13	14/14	بار مرده طبقه دوم
13/88	13/18	17/58	14/63	14/61	14/86	مدول الاستیسیته ستون های طبقه اول
17/33	11/16	20/13	19/94	19/95	20/34	مدول الاستیسیته ستون های طبقه دوم
0/58	0/50	0/44	0/36	0/27	0/19	فرکانس مد اول
1/40	2/29	0/55	0/60	1/52	1/37	فرکانس مد دوم
0/50	0/02	0/35	0/57	0/70	0/71	ضریب مشارکت جرم مدی اول
8/66	0/33	6/12	9/86	12/09	12/20	ضریب مشارکت جرم مدی دوم
2/38	0/11	1/49	2/60	3/47	3/51	نسبت شکل مدی اول
8/80	6/86	4/80	6/75	12/21	12/22	نسبت شکل مدی دوم

جدول 3: درصد خطای محاسباتی برای ابزارگذاری وسط ستون های طبقات برای درصدهای مختلف نوفه

10%	8%	6%	4%	2%	0%	پارامتر / درصد نوفه
13/43	24/16	21/15	21/37	25/65	20/87	بار مرده طبقه اول
10/19	11/98	11/50	16/14	14/13	10/17	بار مرده طبقه دوم
46/06	16/05	12/96	14/62	14/62	15/37	مدول الاستیسیته ستون های طبقه اول
43/75	11/92	11/22	19/95	19/95	7/62	مدول الاستیسیته ستون های طبقه دوم
18/41	0/51	0/42	0/36	0/26	0/21	فرکانس مد اول
25/39	3/27	2/83	0/58	1/52	3/53	فرکانس مد دوم
0/47	0/01	0/10	0/57	0/71	0/41	ضریب مشارکت جرم مدی اول
8/09	0/20	1/77	9/79	12/18	7/07	ضریب مشارکت جرم مدی دوم
4/51	0/13	0/56	2/58	3/50	1/70	نسبت شکل مدی اول
33/30	9/92	8/48	6/71	12/24	7/29	نسبت شکل مدی دوم

انتخاب بهینه‌ی تعداد و مکان سنسورها اطلاعات مفیدی از نتایج اندازه‌گیری شده می‌دهد و باعث می‌شود که پارامترهای مودال تعیین شده دارای دقت زیادی باشند. کیفیت پردازش تعیین پارامترها، به طور قوی به کیفیت مقادیر پاسخ‌های اندازه‌گیری شده بستگی دارد که آن هم به طور اساسی به مکان و تعداد دستگاه‌های نصب شده در سازه بستگی دارد. بنابراین تعداد و مکان بهینه‌ی سنسورها در ساخت و اجرای یک سیستم مشاهده‌ی سلامتی سازه‌ای موثر نقش اساسی دارد.

در این تحقیق دو دستگاه برای ابزارگذاری قاب مورد نظر انتخاب شده بود. دو مکان برای نصب این دستگاه‌ها پیشنهاد شد. نتایج حاصل از این دو نوع ابزارگذاری با هم مقایسه شد. همان گونه که از نتایج مقایسه‌ی دو نوع ابزارگذاری مشاهده شد، هر دو نوع ابزارگذاری نتایج قابل قبولی برای تعیین پارامترهای مجهول مسئله و پارامترهای مدی به دست می‌دهد. نتایج به دست آمده برای هر دو نوع ابزارگذاری تقریباً با هم یکسان می‌باشند و این مسئله به دلیل ساده بودن مدل در نظر گرفته شده می‌باشد. با توجه به اینکه مدل ساده دارای تعداد مجهولات کمتری می‌باشد تعیین مشخصات دینامیکی سازه با دقت بیشتری به دست می‌آید و نتایج به دست آمده برای هر دو نوع ابزارگذاری تقریباً یکسان می‌باشد ولی اگر مدل دارای طبقات بیشتری باشد در نتیجه تعداد مجهولات مسئله بیشتر می‌شود و تعداد حالت‌های ابزارگذاری افزایش می‌یابد و نتایج به دست آمده برای هر یک از انواع ابزارگذاری‌ها با هم متفاوت می‌شود. با توجه به مسائل اجرایی می‌توان دستگاه‌ها را در نقاط مختلف قاب مورد نظر نصب کرد.

7. مراجع

- 1 Trifunac, M. and M. Todorovska, Evolution of accelerographs, data processing, strong motion arrays and amplitude and spatial resolution in recording strong earthquake motion* 1. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2001. 21(6): p. 537-555.
- 2 Koh, C., B. Hong, and C.Y. Liaw, Parameter identification of large structural systems in time domain. Journal of Structural Engineering, 2000. 126: p. 957.
- 3 Kammer, D. and L. Yao, Enhancement of on-orbit modal identification of large space structures through sensor placement. Journal of Sound and Vibration, 1994. 171(1): p. 119-139.
- 4 Worden, K. and A. Burrows, Optimal sensor placement for fault detection. Engineering Structures, 2001. 23(8): p. 885-901.
- 5 Gao, H. and J.L. Rose. Sensor placement optimization in structural health monitoring using genetic and evolutionary algorithms. 2006.
- 6 Larson, C.B., D.C. Zimmerman, and E.L. Marek. A comparison of modal test planning techniques- Excitation and sensor placement using the NASA 8-bay truss. 1994.

-
- 7 Papadimitriou, C., Optimal sensor placement methodology for parametric identification of structural systems. *Journal of Sound and Vibration*, 2004. 278(4-5): p. 923-947.
 - 8 Kang, F., J. Li, and Q. Xu, Virus coevolution partheno-genetic algorithms for optimal sensor placement. *Advanced Engineering Informatics*, 2008. 22(3): p. 362-370.