

## پیش‌بینی تولید ناخالص نیروگاه بندرعباس در سال ۹۴ با استفاده از مدل سری زمانی MA(13)

احسان غلامی حقیقی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> کارشناس تجزیه و تحلیل آمار و اطلاعات فنی شرکت مدیریت تولید برق هرمزگان

### چکیده

پیش‌بینی آینده و استفاده از سری‌های زمانی در سال‌های اخیر به سرعت توسعه پیدا نموده و به صورت یک زمینه کاری مهمی درآمده است. معمولاً از این الگو در برنامه‌ریزی تولید و مدیریت آن، نظارت بر تولید، کنترل و بهینه‌سازی فرآیند می‌توان استفاده نمود؛ با توجه به این که انرژی الکتریکی را نمی‌توان ذخیره کرد و در ماه‌های گرم سال استفاده از این انرژی گران بها افزایش پیدا می‌کند امکان خاموشی نیز وجود دارد، در نتیجه برنامه‌ریزی و مدیریت تولید در نیروگاه‌های برق امری حیاتی است. همچنین آگاهی از میزان تولید در ماه‌های سال آتی این امکان را فراهم می‌سازد تا شرایط تولید را کنترل و برنامه‌هایی جهت بهبود تولید پیاده کرد. در این مقاله داده‌های تولید ناخالص نیروگاه حرارتی بندرعباس از فروردین ۱۳۸۳ تا مهر ۱۳۹۳ به منظور پیش‌بینی تولید ناخالص نیروگاه در ماه‌های سال ۱۳۹۴ جمع‌آوری شده است و با استفاده از نرم افزار ITSM مدل MA(13) بر اساس معیار آکائیکی انتخاب و پیش‌بینی و برآورد ضرایب، و آزمون فرض‌ها با خطای ۰/۰۵ صورت گرفته است.

**واژه‌های کلیدی:** سری‌های زمانی، پیش‌بینی، برنامه‌ریزی تولید و مدیریت، مدل MA(13)

### ۱ - مقدمه

پیش‌بینی ماه‌های سال ۱۳۹۴ جمع‌آوری شده است. در ابتدا به تعریف برخی از مفاهیم و مدل‌ها، روش‌های شناسایی مدل و برآورد ضرایب آن‌ها می‌پردازیم و سپس پیش‌بینی، برآورد پارامترها و آزمون فرض‌ها را با خطای ۰/۰۵ با استفاده از نرم افزار ITSM که نرم‌افزای قدرتمند در سری‌های زمانی می‌باشد انجام می‌دهیم.

استفاده از مدل‌های سری‌های زمانی و پیش‌بینی آینده به وسیله آن این امکان را فراهم می‌سازد تا بتوان تولید نیروگاه را بر حسب مدت زمان مورد نیاز پیش‌بینی کرد و برنامه‌هایی جهت افزایش و کنترل تولید در ماه‌هایی که نیاز شبکه افزایش پیدا می‌کند پیاده‌سازی شود یک روش ساده، برنامه‌ریزی تعویق و یا تسریع خروج واحدها می‌باشد این یک برنامه زمان بندی کاربردی جهت تعمیرات واحدهاست که نتیجه آن کمترین خاموشی را به وجود می‌آورد. در این مقاله میزان تولید ناخالص ۱۰ سال گذشته نیروگاه حرارتی بندرعباس از فروردین سال ۱۳۸۳ تا مهر ۱۳۹۳ به صورت ماهیانه به منظور

### ۲ - سری‌های زمانی

یک سری زمانی مجموعه‌ای از مشاهدات متوالی است که بر اساس زمان مرتب شده باشند، سری زمانی بصورت  $x_t(\omega)$

می توان مقادیر آینده را با استفاده از مشاهدات گذشته پیش-بینی کرد هرچند پیش بینی دقیق غیرممکن است.

## ۲-۲- انواع مدل های سری زمانی

(a) مدل خود بازگشتی مرتبه p یا AR(p) [۴] به فرم زیر می-باشد:

$$X_t = \phi X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + Z_t \quad (1)$$

(b) مدل میانگین متحرک مرتبه q یا MA(q) [۴]

$$X_t = \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q} \quad (2)$$

(c) یک مدل کلی تر به نام مدل های خود بازگشتی- میانگین متحرک یا ARMA(p,q) [۴]

$$X_t - \phi X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p} = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q} \quad (3)$$

در مدل های فوق  $Z_t$  دنباله خطاها نامیده می شود و در بیشتر کاربردها معمولا توزیع احتمالی آنها یک توزیع متقارن حول صفر در نظر گرفته می شود مانند توزیع نرمال با میانگین صفر یا توزیع t استیودنت، در مدل های فوق توزیع خطاهای مدل وایت نویز می باشد:  $Z_t \sim wn(0, \sigma^2)$ . [۱]

## ۲-۳- اهداف

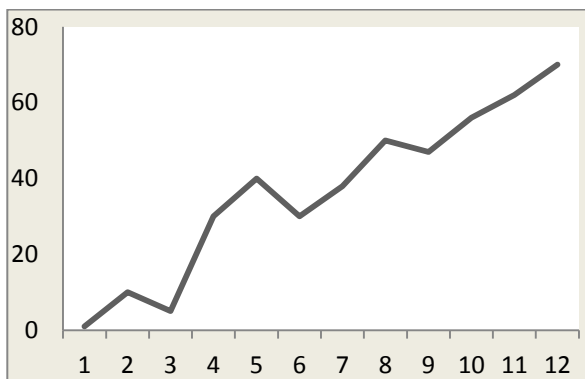
با در نظر گرفتن سری های گفته شده اهداف به شرح زیر است:

(a) توصیف (b) تشریح (c) پیش بینی (d) کنترل

## ۲-۴- روش کلی برای مدل بندی سری های زمانی

گام اول: رسم نمودار سری زمانی برای بررسی شهودی آن و چک کردن خصوصیات زیر:

(a) وجود روند



شکل ۱: وجود روند

تعریف می شود که منظور از  $t$  به صورت دنباله می باشد، دو وضعیت برای  $x_t(\omega)$  وجود دارد:

(a)  $\omega$  را ثابت فرض کنیم، یعنی  $\omega = \omega_0$  در این حالت  $x_t(\omega_0)$  سری زمانی می باشد

(b)  $t$  را ثابت فرض کنیم،  $t = t_0$  در این حالت  $x_{t_0}(\omega)$  فرایند تصادفی می باشد

در سری زمانی  $\omega$  مشاهده گردیده لذا از حالت تصادفی بودن فرآیند خارج شده است.

وجود یک وابستگی در بین مشاهدات که بر مبنای زمان جمع آوری شده اند می تواند تحلیل سری زمانی را غنی تر کند.

## ۲-۱- سری های زمانی ایستا

یک سری زمانی را وقتی اصطلاحا ایستا گویند که دارای شرایط زیر باشد:

(a) فاقد یک روند باشد. (روند میتواند خطی یا درجه ۲ باشد).

(b) واریانس با زیاد شدن زمان ثابت بماند.

(c) مشاهدات فاقد یک سری تغییرات متناوب باشد.

در سری زمانی اصولا مدل بندی بر روی سری های ایستا راحتتر می باشد، لذا حذف عوامل مانع از ایستایی یک سری و تبدیل یک سری زمانی؛ به سری ایستا از جمله اهداف جهت پیش-بینی می باشد، و بعد از انتخاب یک مدل مناسب ایستا و انجام تحلیل های مورد علاقه از جمله امر پیش بینی بر روی سری یا مدل ایستا، با استفاده از عوامل معکوس ایستا سازی می توان پیش بینی را بر روی سری زمانی اولیه انجام داد.

در حالت کلی سری های زمانی را می توان به چهار دسته تقسیم کرد:

جدول ۱: دسته بندی سری های زمانی

متغیر: $X_t$	زمان: $t$	
	متغیر: $X_t$	گسسته
گسسته	۱	۲
پیوسته	۳	۴

مهمترین هدف در سری های زمانی، پیش بینی آینده با استفاده از اطلاعات گذشته می باشد هرگاه مشاهدات مستقل نباشند

گام چهارم: پیش‌بینی

(b) وجود مولفه فصلی

گام پنجم: بیان نوسانات سری بر حسب رفتار سینوسی در فرکانس‌های مختلف که عمدتاً در امور مهندسی کاربرد دارد.

### ۲-۵- توابع خود همبستگی ACF و خود کواریانس ACVF

سری  $X_t$  را به شرط  $E(X_t^2)$  در نظر بگیرید؛ تابع  $\mu_X(t) = E(X_t)$  تابع میانگین سری و  $\sigma_{X_t} = \nu(X_t)$  را تابع واریانس سری،

$$\gamma(r, s) = \text{cov}(X_r - \mu_r, X_s - \mu_s) \quad (۴)$$

تابع خود کواریانس سری یا ACVF برای این سری می‌نامند و تابع خود همبستگی یا ACF این سری نیز به فرم زیر می‌باشد:

$$\rho_x(r, s) = \frac{\text{cov}(X_r, X_s)}{\sqrt{\nu(X_r)\nu(X_s)}} \quad (۵)$$

### ۲-۵-۱- شرایط و ویژگی

(a) در سری ایستا  $\{X_t\}$  بایستی  $\mu_X(t)$  مستقل از زمان یا  $t$  باشد. (با گذشت زمان میانگین تغییر نکند.)

(b) تابع خود کواریانس یعنی  $\text{cov}(X_r, X_s) = g(|s-t|)$  تنها تابعی از اختلاف زمان‌ها باشد، و به نقطه شروع یعنی  $r$  و نقطه پایانی  $s$  بستگی نداشته باشد به عبارت دیگر  $\text{cov}(X_{t+h}, X_t) = \gamma(h)$  تابعی از اختلاف زمان‌ها باشد. در سری‌های زمانی بدون اینکه تغییری در تعریف رخ دهد می‌توان تابع میانگین را صفر در نظر گرفت، به عبارتی  $E(X_t) = 0$  و همچنین در این حالت باید توجه داشت که

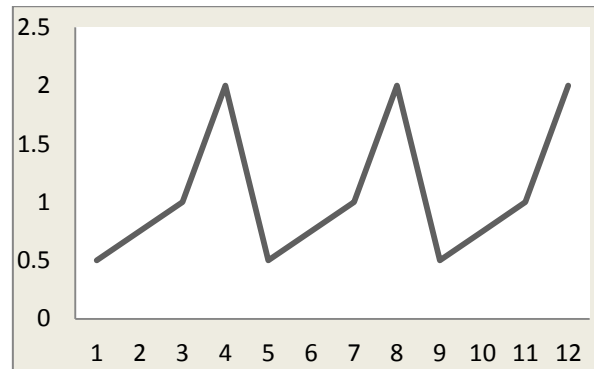
$$\begin{aligned} \gamma(h) &= \text{cov}(X_{t+h}, X_t) = E(X_{t+h} \cdot X_t) - E(X_{t+h})E(X_t) = \\ E(X_t \cdot X_{t+h}) &= \gamma(-h) \end{aligned} \quad (۶)$$

یعنی  $\gamma$  تابعی زوج است، به عدد  $h$  تاخیر یا گام گویند. فرم کلی توابع خود کواریانس و خود همبستگی برای مدل‌های ذکر شده به فرم زیر می‌باشد.

(a) تابع ACF (خود همبستگی) مدل  $MA(q)$  [۴]

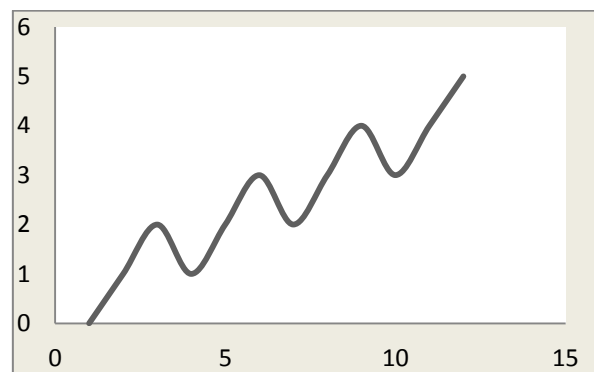
$$\gamma(h) = \begin{cases} \sigma^2 \sum_{j=0}^{q-|h|} \theta_j \theta_{j+|h|} & |h| \leq q \\ 0 & |h| > q \end{cases} \quad (۷)$$

با توجه به تابع خود همبستگی مدل  $MA(q)$  می‌توان دریافت که فرآیندهای  $MA(q)$  دارای این ویژگی بارز هستند که در تاخیرهای بیشتر از  $q$  برابر با صفر می‌باشند. در مسائل



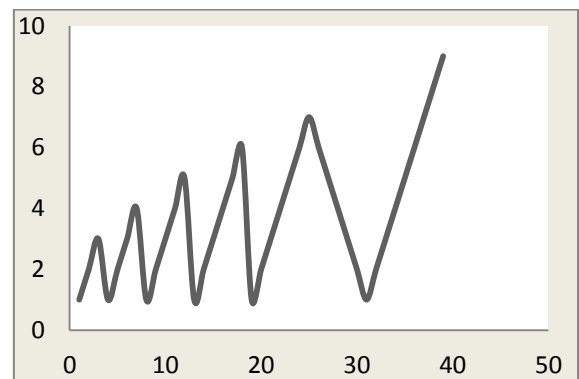
شکل ۲: وجود مولفه فصلی

(c) وجود هر دو عامل مولفه اصلی و روند



شکل ۳: وجود هر دو عامل مولفه اصلی و روند

(d) تغییر پراکندگی با گذشت زمان



شکل ۴: افزایش واریانس با گذشت زمان

گام دوم: حذف روند و مولفه فصلی و دیگر عوامل مزاحم ایستایی

گام سوم: انتخاب یک مدل مناسب با استفاده از توابع خود کواریانس و خود همبستگی

$$\nabla_j X_t = X_t - X_{t-j} \quad (11)$$

در صورتی که عوامل مزاحم ایستا سازی، روند و مولفه فصلی هر دو در سری زمانی وجود داشته باشند ابتدا مولفه فصلی را با روش گفته شده حذف می‌کنیم و بعد به سراغ حذف روند می‌رویم.

همچنین هنگامی که داده‌ها با گذشت زمان دستخوش تغییرات شوند، یعنی واریانس داده‌ها با گذشت زمان افزایش یابد می‌توان از تبدیلات Box & Cox که در زیر آمده است با انتخاب یک  $\lambda$  مناسب این عامل مزاحم ایستایی را از بین برد [6].

$$\text{Box-Cox} \begin{cases} \frac{x^\lambda - 1}{\lambda} & \lambda \neq 0 \\ \ln x & \lambda = 0 \end{cases} \quad (12)$$

## ۲-۷- پیش‌بینی

حال پس از ایستا سازی با روش‌های گفته شده به سراغ امر پیش‌بینی می‌رویم، در ابتدا به برخی از تعاریف اولیه می‌پردازیم.

## ۲-۷-۱- کازالیتی و معکوس پذیری

مفهوم کازالیتی بدین معنی است که  $X_t$  را بتوان به صورت ترکیب خطی از مقادیر گذشته خطاها یعنی  $Z_t$  هایی که  $s \leq t$  نوشت. معکوس پذیری نیز یعنی این بار بتوان  $Z_t$  را برحسب حال و گذشته فرایند اصلی نوشت، یا به عبارت دیگر  $Z_t$  را بتوان برحسب  $X_s$  هایی که  $s \leq t$  باشد نوشت. مدل-های AR معرفی شده همیشه معکوس پذیر و تحت شرایطی کازال نیز می‌باشند، همچنین مدل‌های MA کازال و تحت شرایط خاص معکوس پذیر هستند. مدل‌های ARMA نیز خاصیت کازالیتی و معکوس پذیری را در صورت وجود برخی شرایط دارا می‌باشند. لازم به ذکر است با اعمال ضرایبی می‌توان مدل‌های معرفی شده را کازال و معکوس پذیر کرد که با توجه به این که بیان این شرایط و اعمال ضرایب نیاز به مطالب پیش‌نیاز می‌باشد از آوردن آن‌ها صرف نظر می‌کنیم [7]. بنابراین از این به بعد بدون اینکه چیزی از کلیت مسئله کم شود همواره فرض می‌کنیم مدل انتخابی کازال و معکوس پذیر می‌باشند.

کاربردی هنگامی که مشاهدات از یک سری زمانی را در اختیار داریم، اگر تابع ACF نمونه‌ای برای  $0 \leq h \leq q$  بصورت معنی داری از صفر فاصله داشته باشند؛ و برای  $h > q$  ناچیز یا قابل صرف نظر کردن باشد مدل MA(q) می‌تواند یک مدل مناسب باشد.

(b) تابع PACF (خود کواریانس) مدل AR(p) [4]

$$\alpha(h) = \begin{cases} \phi_p & h = p \\ 0 & h > p \end{cases} \quad (8)$$

و برای  $h < p$  از حل معادلات نسبتاً پیچیده ای بدست می‌آید که در این مقاله از آن صرف نظر می‌کنیم [6].

با استفاده از رابطه فوق مدل‌های AR(p) در تاخیرهای کمتر یا مساوی  $p$  غیرصفر، و در تاخیرهای بزرگتر از  $p$  صفر می‌شوند. لذا در مسائل کاربردی وقتی یک نمونه  $n$  تایی به فرم  $x_1, x_2, \dots, x_n$  را در اختیار داریم اگر برآورد تابع خود همبستگی جزئی یعنی  $\hat{\alpha}(h)$  بصورت معنا داری از صفر اختلاف داشته باشند (در تاخیرهای قبل از  $p$ ) یا  $\hat{\alpha}(h) \neq 0$  برای  $0 \leq h \leq p$ ، و برای  $h > p$  ناچیز یا تقریباً صفر باشند مدل AR(p) یک مدل مناسب می‌باشد.

به دلیل پیچیدگی توابع ACF و PACF برای مدل‌های ARMA از آوردن آن‌ها در این مقاله صرف نظر می‌کنیم [4].

## ۲-۶- عملگر تفاضلی

حال پس از معرفی مدل‌ها و عوامل مزاحم ایستا سازی به روشی که Box & Jenkins [4 و 8] جهت حذف عوامل مزاحم ایستا سازی ارائه نمودند می‌پردازیم.

جهت حذف عوامل مزاحم ایستا سازی (روند و مولفه فصلی) از عملگر تفاضلی استفاده می‌شود، که به صورت متوالی بر روی  $\{X_t\}$  ها استفاده می‌کنیم.

$$\nabla X_t = X_t - X_{t-1} \quad (9)$$

برای مثال اگر سری زمانی دارای یک روند چند جمله‌ای درجه  $j$  باشد با استفاده از یک عملگر تفاضلی مرتبه  $j$  می‌توان این روند را حذف کرد.

$$\nabla^j X_t = \sum_{i=0}^j \binom{j}{i} (-1)^i X_{t-i} \quad (10)$$

حال جهت حذف مولفه فصلی از عملگر تفاضلی  $\nabla_j$  با مرتبه  $j$  استفاده می‌کنیم.

## ۲-۷-۲- در این قسمت هدف پیش بینی مقادیر آینده

سری بر اساس مقادیر گذشته می باشد

مقادیر گذشته سری یا اطلاعات موجود را بانک اطلاعاتی می-گویند.

بنا بر قضیه تصویر [۳] که در مباحث جبر خطی می باشد می-توان مقادیر پیش بینی برای آینده سری را بر اساس تصویر آن مقدار بر روی فضای تولید شده توسط مقدار موجود سری به دست آورد  $\hat{X}_{n+h} = P_{\omega}^{X_{n+h}}$

دستگاه معادلات Yule – Walker [۵].

$$\begin{cases} \hat{X}_{n+h} = P_{\omega}^{X_{n+h}} = a_0 X_0 + a_1 X_1 + \dots + a_n X_n & (۱۳) \\ X_{n+h} - \hat{X}_{n+h} \perp X_j; j = 0, 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

از حل همزمان دستگاه فوق می توان ضرایب  $a_0, a_1, \dots, a_n$  را به دست آورد.

در این بخش پیش بینی مقادیر  $X_{n+h}, h \geq 1$  را برای یک سری زمانی ایستا با میانگین معلوم  $\mu$  و تابع خود کواریانس  $\gamma(0)$  با استفاده از مقادیر  $x_0 = 1$   $\{x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0\}$  مورد نظر می باشد، به گونه ای که  $X_{n+h}$  با حداقل میانگین توان دوم خطا پیش بینی شود این پیش بینی خطی را به فرم زیر نمایش می دهیم:

$$\hat{X}_{n+h} = P_n^{X_{n+h}} = a_0 + a_1 X_n + \dots + a_n X_1 = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_{n+1-i} \quad (۱۴)$$

ضرایب  $a_0, \dots, a_n$  را به گونه ای به دست می آوریم تا کمیت زیر مینیمم شود:

$$\begin{aligned} S(a_0, a_1, \dots, a_n) &= E(X_{n+h} - \hat{X}_{n+h})^2 = \\ E(X_{n+h} - a_0 - \sum_{i=1}^n a_i x_{n+1-i})^2 & \end{aligned} \quad (۱۵)$$

لذا خواهیم داشت:

$$[۹] \begin{cases} a_0 = \mu(1 - \sum_{i=1}^n a_i) \\ \Gamma_n a_n = \gamma_n(h) \end{cases} \quad \Gamma_n = [\gamma(i-j)]^n \quad (۱۶)$$

## ۲-۷-۳- مدل بندی و پیش بینی فرایند

تعیین یک مدل، برای برازش روی یک سری زمانی ایستای مشاهده شده، شامل مسائل مرتبط با یکدیگر می باشد این مسائل عبارتند از:

(a) انتخاب p و q مناسب. (انتخاب مرتبه های مدل)

(b) برآورد میانگین و ضرایب مدل  $\{\theta_i : i = 1, \dots, q\}$  و همچنین برآورد واریانس فرآیند white noise یعنی  $\sigma^2$

(c) انتخاب نهایی مدل بر اساس آزمون های نیکویی برازش یا بر اساس مقدار آماره های اطلاع معرفی نظیر آماره آکائیکی (AICC) [۴].

معمولا در ابتدا با فرض معلوم بودن p و q که می توان آنها را با استفاده از نمودارهای ACF و PACF نمونه ای به صورت مقدماتی برآورد کرد برآورد اولیه پارامترها را به دست می آوریم، هرچند که استنباط نهایی پس از طی مراحل می بایست بر اساس انتخاب p و q مناسب صورت پذیرد، یعنی p و q ای انتخاب شود که برای آن ها آکائیکی بدست آمده min شود. وقتی p و q مشخص شدند برآوردهای نهایی و مناسب برای پارامترها از روش ماکسیمم درست نمایی [۲] صورت گرفته و با استفاده از محاسبات عددی پیچیده که توسط نرم افزار صورت می پذیرد برآوردهای ماکسیمم درست نمایی پارامترهای مدل صورت می گیرد، این روش خطی نمی باشد، یعنی معادلات درست نمایی، معادلات درجه دوم می باشند که حل آن ها مستلزم محاسبات عددی تکراری و الگوریتم های ریاضی مانند الگوریتم نیوتن – رافسون می باشد [۵].

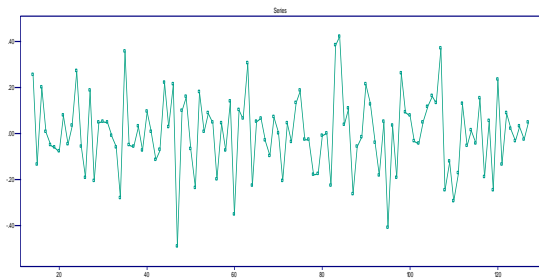
لذا به صورت خلاصه در مرحله اول با فرض معلوم بودن p و q برآوردهای اولیه برای ضرایب را به دست می آوریم و در مرحله دوم برآوردهای ماکسیمم درست نمایی (MLE) ضرایب (پارامترها) را خواهیم داشت، در مرحله بعد مطابق روش های معمول آماری با استفاده از نظریه آزمون فرض ها صفر یا غیر صفر بودن ضرایب را انجام خواهیم داد [۲]، که به طور معمول میزان خطای بررسی شده ۰/۰۵ می باشد.

در مرحله بعد پس از انتخاب نهایی مدل و برآورد ضرایب آن با استفاده از معیار آکائیکی به بررسی انتخاب مدل می پردازیم و آزمون هایی را بر روی خطاها انجام می دهیم که جزء مهمترین قسمت از تایید انتخاب مدل می باشد. پس از انتخاب یک مدل مناسب آخرین مرحله که یکی از مهمترین قسمت های تحلیل سری زمانی می باشد یعنی امر پیش بینی که به آن اشاره شد را انجام می دهیم.

## ۳- پیش بینی تولید ناخالص نیروگاه بندرعباس

در سال ۱۳۹۴ به تفکیک ماه های سال

نمودار تابع خود همبستگی پس از حذف دوره تناوب، روند و تثبیت واریانس به شکل فوق تبدیل می‌شود همچنین شکل سری اولیه نیز به فرم زیر در آمده است:



شکل ۸: نمودار سری اولیه پس از حذف عوامل مزاحم ایستایی

با توجه به نمودار تابع خود همبستگی (شکل ۷)، مدل‌های میانگین متحرک  $MA(12)$ ،  $MA(13)$ ،  $MA(22)$  و مدل‌های خود بازگشتی  $AR(10)$ ،  $AR(12)$ ،  $AR(21)$  و همچنین مدل‌های خودبازگشتی-میانگین متحرک  $ARMA(1,1)$  تا  $ARMA(5,5)$  پیشنهاد می‌گردد.

حال به دنبال بهترین مدل از مدل‌های فوق می‌باشیم که بر اساس آماره  $AICC$  مدل  $MA(13)$  به فرم زیر:

$$\begin{aligned} X(t) = & Z(t) - .2892 Z(t-1) + .07648 Z(t-2) \\ & - .2638 Z(t-3) - .2014 Z(t-4) - .1457 Z(t-5) \\ & - .09306 Z(t-6) - .2260 Z(t-7) + .1260 Z(t-8) \\ & + .1144 Z(t-9) + .2014 Z(t-10) + .06012 Z(t-11) \\ & - .6215 Z(t-12) + .2631 Z(t-13) \end{aligned}$$

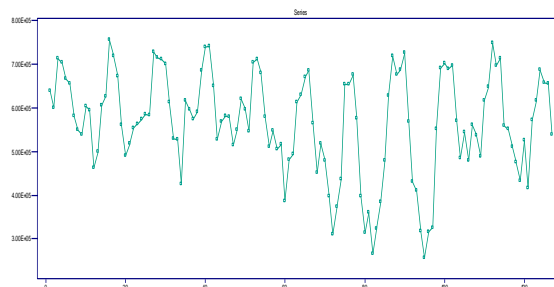
$$WN \text{ Variance} = .014283 \text{ و } AICC = -.114877E+03$$

بهترین مدل برای پیش‌بینی سری مورد نظر انتخاب می‌گردد، همچنین این مدل شرایط کازالیتی و معکوس پذیری را دارا می‌باشد.

مدل  $MA(13)$  را برداده ها  $fit$  می‌کنیم و به بررسی مناسب بودن مدل می‌پردازیم:

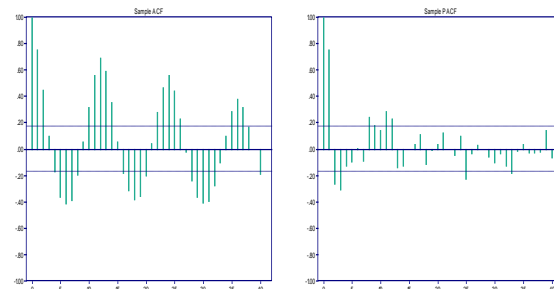
در شکل زیر مشاهده می‌شود تابع خود همبستگی نمونه ای (خطوط سبز) با تابع خود همبستگی مدل برازش داده شده (خطوط قرمز) به خوبی تطابق دارد که حاکی از مناسب بودن مدل می‌باشد.

در این قسمت پیش‌بینی تولید ناخالص نیروگاه را با استفاده از نرم افزار ITSM انجام می‌دهیم، بدین منظور داده‌های مربوط به میزان تولید ناخالص نیروگاه در ۱۲۷ ماه گذشته از فروردین سال ۸۳ تا مهر ۹۳ جمع‌آوری شده است.



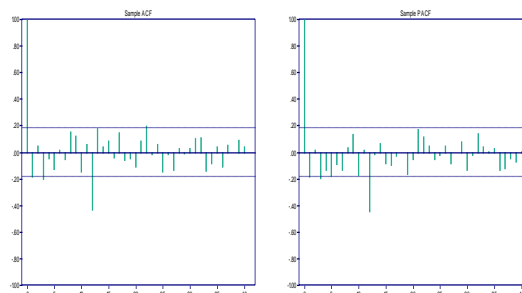
شکل ۵: نمودار تولید ناخالص نیروگاه در ۱۲۷ ماه گذشته

با مشاهده نمودار فوق بصورت شهودی و بصری می‌توان ادعا کرد که داده‌های این سری سه عامل از عوامل مزاحم ایستایی شامل: افزایش واریانس، مولفه فصلی و روند را دارا می‌باشند، تابع خود همبستگی نمونه‌ای داده‌ها به شکل زیر می‌باشد:

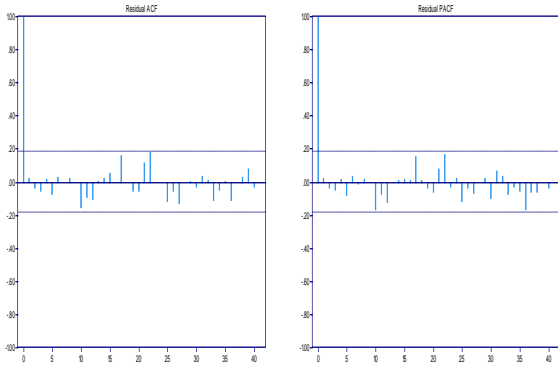


شکل ۶: نمودار تابع خود همبستگی نمونه‌ای

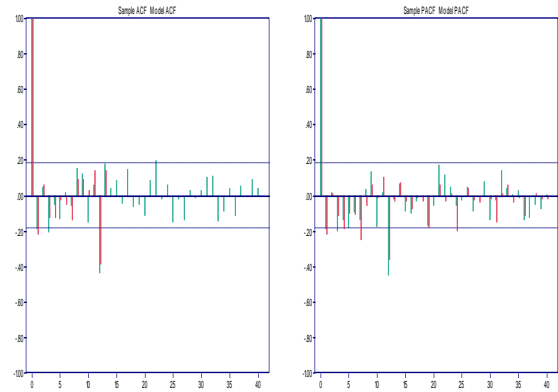
با استفاده از نمودار  $ACF$  فوق می‌توان دریافت که دوره تناوب این سری ۱۲ می‌باشد یعنی تولید ناخالص نیروگاه از الگوی ۱۲ ماهه پیروی می‌کند به عبارت دیگر هر ۱۲ ماه الگوی تولیدی نیروگاه تکرار می‌شود و روندی نزولی دارد. حال با استفاده از تکنیک‌های اشاره شده این دوره تناوب، روند و افزایش واریانس را حذف می‌کنیم.



شکل ۷: نمودار تابع خود همبستگی نمونه‌ای پس از حذف عوامل مزاحم ایستایی



شکل ۱۲: نمودار تابع خود همبستگی خطاهای مدل



شکل ۹: نمودار تابع خود همبستگی نمونه‌ای و مدل برازش داده

(e) آزمون ناپارامتری تصادفی بودن خطاها یکی دیگر از شاخص‌های مناسب بودن مدل می‌باشد که خروجی نرم افزار به شرح زیر است:

ITSM::(Tests of randomness on residuals)

=====  
Ljung - Box statistic = 27.820  
Chi-Square ( 20 ), p-value = .11372

McLeod - Li statistic = 39.291  
Chi-Square ( 33 ), p-value = .20869

# Turning points = 75.000  
~AN(74.667, sd = 4.4659), p-value = .94050

#Diff sign points = 56.000  
~AN(56.500, sd = 3.0957), p-value = .87169

Rank test statistic = .30550E+04  
~AN(.32205E+04, sd=.20418E+03), p-value = .41761

Jarque-Bera test statistic (for normality) = .10527  
Chi-Square (2), p-value = .94872

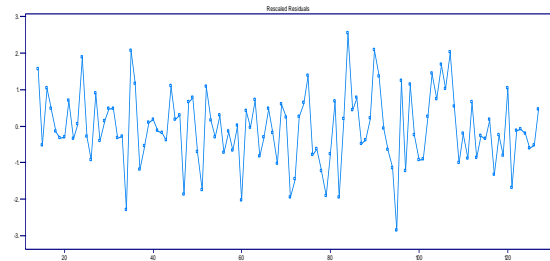
Order of Min AICC YW Model for Residuals = 0

در این آزمون؛ فرض صفر، مناسب بودن مدل است که با توجه به p-value های فوق در سطح خطای ۰/۰۵، تمامی p-value ها بیشتر از ۰/۰۵ می‌باشند که این بیانگر پذیرش فرض صفر، یعنی مناسب بودن مدل انتخابی می‌باشد [۲].

تمامی ۵ شاخص فوق مدل مورد نظر را تایید کردند، در آخر به امر پیش‌بینی می‌پردازیم.

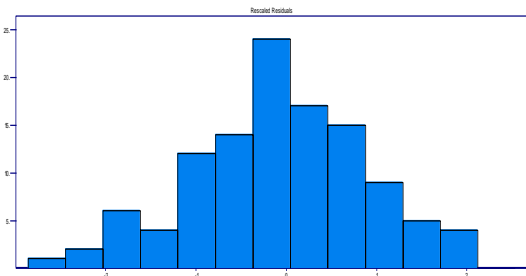
در شکل زیر خطوط سبز رنگ همان تولید ناخالص نیروگاه در ۱۲۷ ماه گذشته و خطوط قرمز مقادیر پیش‌بینی می‌باشند؛ اولین نقطه قرمز رنگ تولید آبان ماه ۹۳ را نشان می‌دهد.

(b) نمودار باقیمانده‌ها یا خطاها به فرم زیر می‌باشد که مشاهده می‌شود خطاها ایستا و نمیتوان مدلی بر آن برازش داد.



شکل ۱۰: نمودار خطاهای مدل برازش داده شده

(c) حال به بررسی نرمال بودن خطاها با استفاده از نمودار هیستوگرام می‌پردازیم:



شکل ۱۱: نمودار هیستوگرام خطاهای مدل

نمودار فوق بیانگر نرمال بودن خطاها می‌باشد [۱].

(d) یکی دیگر از عوامل مناسب بودن مدل، وایت نویز بودن خطاها می‌باشد که نمودار خود همبستگی خطاها که در زیر آماده است نشان می‌دهد هیچ یک از مقادیر از فواصل اطمینان خارج نشده است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت خطاهای مدل وایت نویز می‌باشند، شایان ذکر است تنها ۵ درصد از مقادیر می‌توانند از فواصل اطمینان خارج شده باشند.

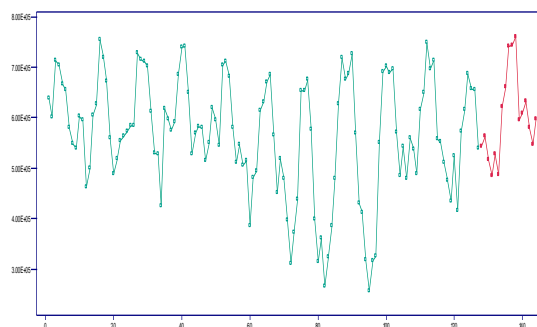
با استفاده از این روش می‌توان میزان مصرف برق کشور را در سال‌های آینده با خطای کمی پیش‌بینی کرد که این امر این امکان را فراهم می‌سازد تا برنامه‌ریزی‌هایی جهت مدیریت تولید برق کشور انجام داد و از خاموشی‌ها و محدودیت مصرف جلوگیری کرد.

#### ۴- نتیجه گیری

با توجه به آزمون ناپارامتری انجام شده و پایین بودن خطای مدل، مدل ارائه شده دارای خروجی‌های نزدیک به واقعیت می‌باشد لذا بر اساس این مدل پیش‌بینی‌هایی جهت مدیریت و برنامه‌ریزی تولید متناسب با تقاضای بازار برق قابل اجرا می‌باشد. همچنین از این روش جهت پیش‌بینی میزان مصرف برق کشور می‌توان استفاده کرد که دقت آن به مراتب بالاتر و بسیار نزدیک به واقعیت خواهد بود.

#### مراجع

- [۱] دکتر جواد بهبودیان، آمار احتمالات مقدماتی، انتشارات دانشگاه امام رضا (ع)، ۱۳۸۹
- [۲] دکتر احمد پارسیان، مبانی آمار ریاضی، انتشارات دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۹۰
- [۳] بازرگان لاری، جبر خطی کاربردی، انتشارات دانشگاه شیراز، ۱۳۸۹
- [4] Brockwell, P.J. and Davis, R.A. (1991), Time Series: Theory and Methods, 2nd Edition, Springer-Verlag, New York
- [5] Mood, A.M., Graybill, F.A., and Boes, D.C. (1974), Introduction to the Theory of Statistics, McGraw-Hill, New York..
- [6] West, M. and Harrison, P.J. (1989), Bayesian Forecasting and Dynamic Models, Springer-Verlag, New York
- [7] Tam, W.K. and Reinsel, G.C. (1995), Tests for seasonal moving-average unit root in ARIMA models, Preprint, University of Wisconsin-Madison.
- [8] Time Series Analysis: Forecasting and Control by George E.P. Box, Gwilym M. Jenkins, Gregory C. Reinsel Published June 1st 2008 by John Wiley & Sons
- [9] Pole, A., West, M., and Harrison, J. (1994), Applied Bayesian Forecasting and Time Series Analysis, Chapman and Hall, New York.

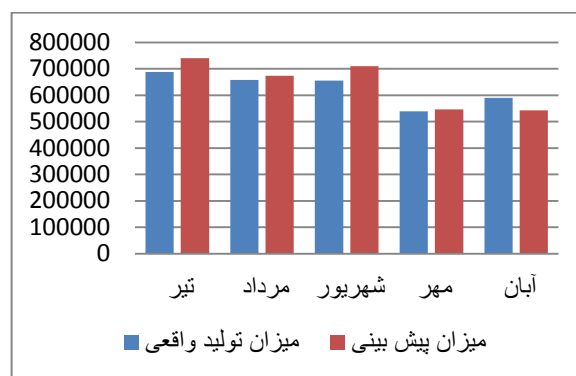


شکل ۱۳: نمودار پیش‌بینی تولید ناخالص نیروگاه در ۱۷ ماه آینده

خروجی نرم افزار در جدول زیر تولید ناخالص نیروگاه را در ۱۷ ماه آینده از آبان سال ۹۳ تا اسفند سال ۹۴ نشان می‌دهد.

جدول ۲: مقادیر پیش‌بینی تولید ناخالص در ۱۷ ماه آینده

میزان تولید ناخالص MWH	ماه های سال	میزان تولید ناخالص MWH	ماه های سال
۷۴۲۵۲۰	مرداد	۵۴۲۹۲۰	آبان
۷۵۹۵۱۰	شهریور	۵۶۲۹۰۰	آذر
۵۹۴۶۶۰	مهر	۵۱۵۸۲۰	دی
۶۰۹۱۴۰	آبان	۴۸۵۲۶۰	بهمن
۶۳۲۷۳۰	آذر	۵۲۸۱۸۰	اسفند
۵۸۰۸۹۰	دی	۴۸۶۵۰۰	فروردین
۵۴۷۴۶۰	بهمن	۶۲۱۵۸۰	اردیبهشت
۵۹۶۹۹۰	اسفند	۶۶۱۲۸۰	خرداد
-----	-----	۷۴۱۸۶۰	تیر



شکل ۱۴: نمودار مقایسه میزان تولید واقعی با میزان پیش‌بینی تولید سال جاری

نمودار فوق مقایسه میزان تولید واقعی و میزان پیش‌بینی تولید، ماه‌های تیر، مرداد، شهریور، مهر و آبان سال جاری را نشان می‌دهد که ملاحظه می‌شود تولید به خوبی پیش‌بینی شده است.