



۷ و ۶ آبان ۱۳۸۸
October 28 & 29, 2009

سومین سمینار پیل سوختی ایران



3rd Fuel Cell Seminar of Iran



مدلسازی ریاضی انتقال آب در پیل سوختی غشاء تبادل یون پروتون

سمانه رخشان پوری^۱، سوسن روشن ضمیر^۲

دانشکده مهندسی شیمی، دانشگاه علم و صنعت ایران

S_rakhshanpouri@chemeng.iust.ac.ir

چکیده

در این تحقیق یک مدل یک بعدی، هم‌دما و پایا برای پیل سوختی غشاء تبادل یون توسعه داده شده است. فرآیند انتقال آب در پنج لایه شامل دو کانال ورودی هوا و هیدروژن، دو لایه نفوذ گازی آندی و کاتدی و یک لایه غشاء پلیمری مورد بررسی قرار گرفته است. سوخت و اکسیدکننده به صورت مرطوب وارد می‌شوند. مدل نسبت شار خالص آب به پروتون عبوری از غشاء را تعیین می‌کند. همچنین میزان تغییرات مقاومت غشاء با تغییرات دانسیته جریان مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصله از مدل با اطلاعات منتشره در منابع مقایسه و مورد تحلیل قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: پیل سوختی پلیمری، انتقال آب، مدل پایدار، مدلسازی.

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر توجه به جلوگیری از آلودگی محیط زیست بیشتر شده است. بدین منظور استفاده از پیل‌های سوختی بخصوص پیل‌های سوختی پلیمری افزایش یافته است. از آنجائیکه در پیل‌های سوختی پلیمری آب تولید می‌شود، باید تعادلی بین آب تولیدی و آب خروجی برقرار شود تا پیل دچار طغیان نگردد. همچنین غشاء پلیمری نیز همواره باید مرطوب نگاه داشته شود تا پروتون‌ها بتوانند برای برقراری جریان جابجا شوند. یکی از انواع پیل‌های سوختی، پیل سوختی پلیمری می‌باشد که به علت داشتن دانسیته انرژی بالا، دمای عملیاتی پائین، کوچک بودن سیستم، توان به کارانداختن اتومبیل و نیز طراحی آسان مورد توجه قرار گرفته است. همچنین این پیل محدود به سیکل کارنو نمی‌باشد و می‌تواند به کارایی بیشتر از سیکل احتراقی نیز دست یابد. پیل سوختی پلیمری دارای غشاء پلیمری از جمله نفیان هیدراته می‌باشد. همچنین سوخت مورد استفاده در پیل سوختی پلیمری، هیدروژن است که مولکول‌های این سوخت (هیدروژن) در آند به یونهای پروتون و الکترون یونیزه شده و الکترون‌ها از آنها جدا می‌شوند. یون‌های هیدروژن که شامل بار مثبت هستند (پروتون) به یک سطح غشاء متخلخل نفوذ می‌کنند و به سمت کاتد می‌روند. الکترون‌های جدا شده نمی‌توانند از این غشاء عبور کنند بلکه از یک مدار خارجی عبور کرده و موجب تولید برق می‌شوند، سپس در کاتد الکترون‌ها، پروتون‌های هیدروژن و اکسیژن موجود در هوا با هم ترکیب می‌شوند و آب را تشکیل می‌دهند [۱].

۱- دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- نویسنده مسئول: نشانی: میدان رسالت- خیابان هنگام - خیابان دانشگاه علم و صنعت- دانشگاه علم و صنعت ایران- کد پستی ۱۶۸۴۶-۱۳۱۱۴- پژوهشکده سبز - تلفن: ۷۷۴۹۱۲۲۳- نامبر: ۷۷۴۹۱۲۴۲- رایانامه: rowshanzamir@iust.ac.ir



۷ و ۷ آبان ۱۳۸۸
October 28 & 29, 2009

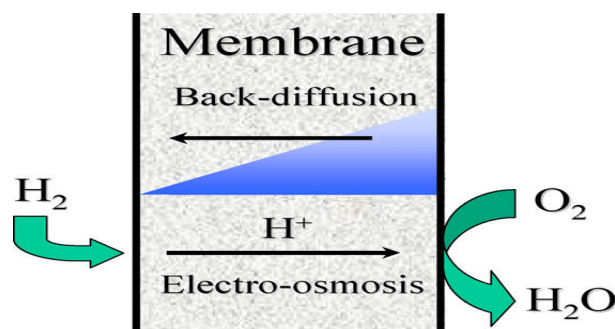
سومین سمینار پیل سوختی ایران



3rd Fuel Cell Seminar of Iran



بطور کلی برای انتقال آب بین آند و کاتد دو مکانیسم، انتقال نیروی الکترواسمزیک و انتقال برگشتی وجود دارد. نیروی الکترواسمزیک به علت مهاجرت آب از آند به کاتد و انتقال نفوذ برگشتی به علت گرادیان غلظت آب داخل غشاء به وجود می‌آید که شار آب را به سمت آند راهنمایی می‌کند [۱]. در حقیقت یونهای H^+ توسط مولکول‌های آب از آند به کاتد جابجا می‌شوند. تخمین زده شده است که همراه هر پروتون ۱ تا ۲٫۵ مولکول آب جا به جا می‌شود. به این ترتیب میتوان تصور کرد که پروتون به شکل H_3O^+ جا به جا می‌شود [۲].
این موضوع در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱- پروفایل غلظت آب در حال تعادل بین دو فرآیند نفوذ الکترواسمزیک و نفوذ برگشتی [۳].

در این مقاله به بررسی مقدار آب در لایه‌های مختلف پیل سوختی پلیمری و اثر دانسیته جریان و ضخامت بر مقدار آب پرداخته شده است.

۲- معرفی مدل

در این مدل، توزیع آب در پنج لایه پیل سوختی پلیمری در شرایط پایدار (جریان و فلاکس ثابت) بررسی شده است. این لایه‌ها عبارتند از: دو کانال ورودی آند و کاتد، دو لایه نفوذ گازی آند و کاتد و نیز یک لایه غشاء پلیمری. در این مدل مفروضات زیر در نظر گرفته شده است:

- ۱- کانال‌های ورودی پیل سوختی همدمما در نظر گرفته شده است.
- ۲- لایه‌های فعال کاتالیست نازک فرض شده‌اند و در مدل در نظر گرفته نمی‌شوند.
- ۳- ترکیبات سیال در کانال‌های جریان آند و کاتد یکنواخت می‌باشد. به بیان دیگر در کانال‌های جریان آند و کاتد توزیع وجود ندارد.
- ۴- در شرایط پایا، جریان نیتروژن صفر می‌باشد.
- ۵- مخلوط‌های گازی در آند و کاتد با بخار آب همانند گاز ایده آل عمل می‌کند.
- ۶- جریان‌های خوراک آند و کاتد اشباع با بخار آب در نظر گرفته شده است.
- ۷- خوراک جریان‌های آند و کاتد با بخار آب در دمای مرطوب ساز اشباع فرض شده است.
- ۸- در این مدل فقط تغییرات غلظت در الکترودها در نظر گرفته شده است و تغییرات فشار کلی در نظر گرفته نشده است.
- ۹- در این مدل، آب مایع اضافی در کانال‌های جریان مورد توجه قرار نگرفته است.



۷ و ۸ آبان ۱۳۸۸
October 28 & 29, 2009

سومین سمینار پیل سوختی ایران



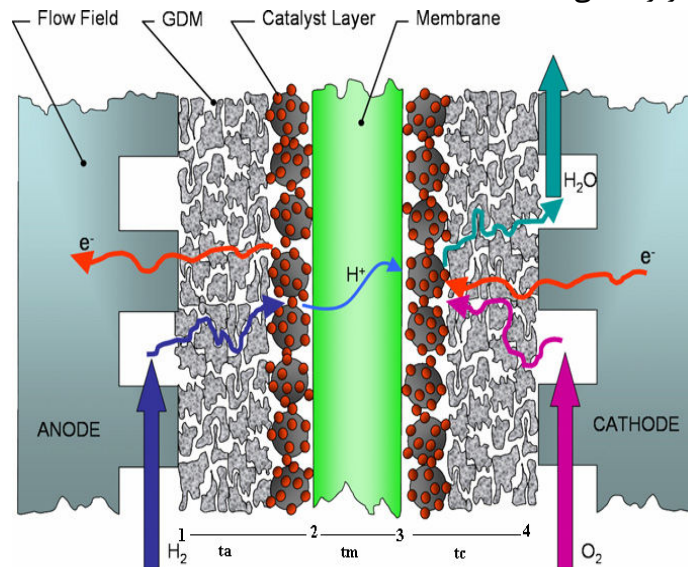
دانشگاه تهران

- ۱۰- برای پیوستگی معادلات، بین مولکول‌های بخار آب و آب مایع تمییزی داده نشده است.
۱۱- اطلاعات به کار رفته در مدلسازی غشاء برای شرایط ۳۰ درجه سانتیگراد می‌باشد و فرض شده است برای ۸۰ درجه سانتیگراد هم می‌توان استفاده کرد [۴].

۳- مدل ریاضی

۱-۳- کانال جریان ورودی

در شکل ۲، پنج لایه مورد بررسی در پیل سوختی نشان داده شده است. هنگامیکه جریان پیل ثابت است (A/cm^2)، فلاکس مولی H_2 در میان آند برابر با I می‌باشد.



شکل ۲- پیل سوختی پلیمری

$$I = J/2F \quad (mol/cm^2s) \quad (1)$$

لازم به ذکر است هنگامیکه جریان‌های هیدروژن و آب به سمت کاتد حرکت می‌کنند، مثبت در نظر گرفته می‌شوند. این امر در مورد اکسیژن بالعکس می‌باشد. به عبارتی هنگامیکه جریان‌های اکسیژن به سمت آند جریان یابند، مثبت در نظر گرفته می‌شوند.

فلاکس های جریان به صورت زیر بهم مرتبطند:

$$I = J/2F = N_{H_2,1} = 2N_{O_2,4} = N_{WA}/\alpha = N_{WC}/(1 + \alpha) \quad (2)$$

α نسبت فلاکس آب خالص در غشاء به فلاکس آب تولیدی در کاتد، F ثابت فارادی (۹۶۴۸۴ C/mol) و N نیز فلاکس مولی (mol/cm^2s) می‌باشد.

خوراک جریان‌های آند و کاتد با بخار آب در دمای مرطوب ساز اشباع در نظر گرفته شده است بنابراین داریم:

$$x_{WA}^i = \frac{P_A^{sat}}{P_A} \quad , \quad x_{WC}^i = \frac{P_C^{sat}}{P_C} \quad (3)$$



۷ و ۸ آبان ۱۳۸۸
October 28 & 29, 2009

سومین سمینار پیل سوختی ایران



دانشگاه تهران

که X جزء مولی آند و کاتد می باشد.

از موازنه جریان آب در آند رابطه زیر را داریم:

جریان آب ورودی آند منهای جریان آب موجود در کانال جریان برابر است با عبوری از سطح مشترک ۱.

$$N_{WA}^I - N_{WA}^L = N_{WA} \quad (4)$$

$$\frac{v_H x_{WA}^I}{1 - x_{WA}^I} I - \frac{(v_H - 1) x_{WA}^L}{1 - x_{WA}^L} I = \alpha I \quad (5)$$

u نسبت استوکیومتری می باشد به عبارتی $\frac{N_{H_2}}{N_{H_2O}}$

در کاتد جزء مولی گاز خشک ورودی اکسیژن X_{ON} می باشد. همچنین جزء مولی گاز اکسیژن اشباع ورودی $X_{O_2} = (1 - X_{WC}^L) X_{ON}$ است. در زیر فلاکس مولی آب و اکسیژن و نیتروژن اولیه و نهایی بیان شده است:

$$N_{WC}^I = \frac{v_D x_{WC}^I}{2(1 - x_{WC}^I) x_{ON}^I} I \quad N_D^I = \frac{v_D}{2} I \quad N_N^I = \frac{v_D(1 - x_{ON}^I)}{2x_{ON}^I} I \quad (6)$$

$$N_{WC}^L = N_{WC}^I + (1 + \alpha) I \quad N_D^L = \frac{(v_D - 1)}{2} I \quad N_N^L = \frac{v_D(1 - x_{ON}^L)}{2x_{ON}^L} I \quad (7)$$

فلاکس مولی کلی کاتد نیز با جمع روابط (۷) به صورت زیر بدست می آید

$$N_{total,C}^L = \left(\frac{v_D}{2(1 - x_{WC}^L) x_{ON}^L} + \alpha + \frac{1}{2} \right) I \quad (8)$$

همچنین جزء مولی آب و اکسیژن در سطح مشترک ۴ از تقسیم فلاکس مولی آب و اکسیژن نهایی بر فلاکس مولی کلی

کاتد بدست آمده است:

$$x_{W4} = \frac{x_{WA}^I v_D + 2(1 - \alpha)(1 - x_{WA}^I) x_{ON}^I}{v_D + (2\alpha + 1)(1 - x_{WA}^I) x_{ON}^I} \quad (9)$$

$$x_{O4} = \frac{(v_D - 1)(1 - x_{WC}^I) x_{ON}^I}{v_D + (2\alpha + 1)(1 - x_{WC}^I) x_{ON}^I} \quad (10)$$

بدین ترتیب برای فلاکس مولی آب در سطح مشترک ۱ نیز داریم:

$$x_{W1} = \frac{x_{WA}^I v_H - \alpha(1 - x_{WA}^I)}{x_{WA}^I - \alpha(1 - x_{WA}^I) + v_H - 1} \quad (11)$$

۳-۲- لایه نفوذ در الکترودها

رابطه استفان - مکسول برای نفوذ چند جزئی به صورت زیر می باشد:

$$\frac{d x_i}{d z} = R T \sum \frac{x_i N_j - x_j N_i}{P D_{ij}} \quad (12)$$

R ثابت جهانی گازها می باشد. همچنین ضریب نفوذ دوتایی برای نفوذ جرم از رابطه زیر محاسبه می شود:



۷ و ۸ آبان ۱۳۸۸
October 28 & 29, 2009

سومین سمینار پیل سوختی ایران

$H_2 + O_2$
3rd Fuel Cell Seminar of Iran



دانشگاه تهران

$$PD_{ij} = \alpha \left(\frac{T}{\sqrt{T_{CA} T_{CB}}} \right) \cdot (P_{CA} P_{CB})^{1/3} (T_{CA} T_{CB})^{5/12} \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right)^{1/2} \mathcal{E}^{3/2} \quad (\text{atm-cm}^2/\text{s}) \quad (13)$$

برای هیدروژن و نیتروژن و اکسیژن α برابر با ۰,۰۰۰۲۷۴۵ می‌باشد و \mathcal{E} برابر ۱,۸۳۲ است، این مقادیر برای بخار آب به ترتیب ۰,۰۰۰۳۶۴ و ۲,۳۳۴ می‌باشد. همچنین \mathcal{E} ضریب تصحیحی برای تخلخل الکتروود است که ۰,۴ در نظر گرفته شده است [۵].

با توجه به روابط ذکر شده، برای جزء مولی آب در آند و کاتد و نیز جزء مولی اکسیژن روابط زیر موجود است:

$$\frac{d_{x_{WA}}}{d_z} = \frac{RTI}{P_A D_{WH}} (x_{WA} (1 + \alpha) - \alpha) \quad (14)$$

$$\frac{d_{x_O}}{d_z} = \frac{RTI}{P_C} \left(\frac{x_O(1+\alpha) + 0.5 x_{WC} + \frac{1-x_{WC}-x_{ON}}{D_{ON}}}{D_{WO}} \right) \quad (15)$$

$$\frac{d_{x_{WC}}}{d_z} = - \frac{RTI}{P_C} \left(\frac{(1-x_{WC}-x_O)(1+\alpha)}{D_{WN}} + \frac{0.5 x_{WC} + x_O(1+\alpha)}{D_{ON}} \right) \quad (16)$$

با انتگرال-گیری از رابطه (۱۴) در ضخامت آند با شرایط مرزی زیر، جزء مولی آب در سطح مشترک ۲، توسط رابطه زیر بدست می‌آید:

$$x_{W2} = \left(x_{W1} - \frac{\alpha}{1+\alpha} \right) \exp\left(\frac{RTI t_a}{P_A D_{WH}}\right) + \frac{\alpha}{1+\alpha} \quad (17)$$

همچنین با حل همزمان انتگرال (۱۴) و (۱۵) در ضخامت کاتد می‌توان جزء مولی آب و اکسیژن در سطح مشترک ۳ را بدست آورد که بدین منظور نیاز به حدس اولیه α می‌باشد که در اینجا ۰,۲ فرض شده است. مراحل کار در قسمت بعدی شرح داده خواهد شد.

۳-۳- غشاء پلیمری

مقدار آب غشاء که نرخ تعداد مولکول های آب به سایتهای فعال $SO_3^- H^+$ می‌باشد از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\lambda = 0.043 + 17.81 \alpha - 39.85 \alpha^2 + 36 \alpha^3 \quad \text{for } 0 < \alpha \leq 1 \quad (18)$$

$$\lambda = 14 + 1.4 \left(\frac{x_{WP}}{P_{sat}} - 1 \right) \quad \text{for } 1 \leq \alpha \leq 3 \quad (19)$$

α فعالیت در فاز بخار آب می‌باشد و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\alpha = \frac{x_{WP}}{P_{sat}} \quad (20)$$

برای بدست آوردن α نیاز به فشار بخار اشباع می‌باشد که از رابطه زیر می‌توان کمک گرفت:

$$\log_{10} P_{sat} = -2.1794 + 0.02953 T - 9.1837 \cdot 10^{-7} T^3 \quad (21)$$

قابل ذکر است که مقدار آب غشاء از صفر در حالت خشک تا ۱۶,۸ در دمای ۸۰ درجه سانتیگراد و یا ۲۲ در دمای جوش آب

تغییر می‌کند. همانطور که بیشتر اشاره شد در غشاء ما دو نیروی درگ و نفوذ برگشتی داریم. به عبارتی:

$$N_{W,drag} = 2I \cdot n_{drag} \quad (22)$$

$$n_{drag} = 2.5 \lambda / 22 \quad (23)$$

که n_{drag} ضریب درگ الکترواسمزیک می‌باشد.

$$N_{w,diff} = - \frac{P_{dry}}{M_m} D_\lambda \frac{d\lambda}{dz} \quad (24)$$



۷ و ۸ آبان ۱۳۸۸
October 28 & 29, 2009

سومین سمینار پیل سوختی ایران

$H_2 + O_2$
3rd Fuel Cell Seminar of Iran



$$D_{\lambda} = 10^{-6} \exp \left[2416 \left(\frac{1}{303} - \frac{1}{207 + T_{cell}} \right) \right] (2.563 - 0.33\lambda + 0.0264\lambda^2 - 0.000671\lambda^3) \quad (25)$$

در رابطه (۲۴)، ρ_{dry} دانسیته غشاء خشک با مقدار 1.0198 kg/cm^3 می‌باشد. همچنین M_m وزن اکی والان غشاء با مقدار 1.1 kg/mol می‌باشد [۶] و [۷] و [۸].

فلاکس خالص آب در غشاء، از تفاضل فلاکس آب بر اثر نیروی الکترواسمزیک با فلاکس آب بر اثر نفوذ بدست می‌آید. به عبارتی:

$$N_w = \alpha I = 2I \cdot n_{drag} \frac{\lambda}{22} - \frac{\rho_{dry}}{M_m} D_{\lambda} \frac{d\lambda}{dz} \quad (26)$$

از مرتب کردن رابطه (۲۶) روابط زیر بدست می‌آید:

$$\frac{d\lambda}{dz} = \left[2n_{drag} \frac{\lambda}{22} - \alpha \right] \frac{IM_m}{\rho_{dry} D_{\lambda}} \quad (27)$$

که با انتگرال گیری آن داریم:

$$\lambda_z = \frac{11\alpha}{n_{drag}} + C \exp \left[\frac{IM_m n_{drag}}{11\rho_{dry} D_{\lambda}} \right] \quad (28)$$

از حل رابطه بالا با مقادیر Z صفر و t_m و با λ_2 و λ_1 ای که با حدس اولیه α بدست آمده است α_{new} جدیدی بدست می‌آید. در صورتیکه این مقدار با مقدار قبلی برابر باشد حدسمان درست می‌باشد و در غیر این صورت بای‌د با حدس جدیدی تمام مقادیر را بدست آورد و مجدداً حدس اولیه را با مقدار جدید α_{new} از رابطه (۲۸) مقایسه نمود.

در غشاء پلیمری پارامتری تحت عنوان هدایت پروتون در نفیان وجود دارد که قابل بررسی است.

$$\sigma_{T_{cell}} = \exp \left[1268 \left(\frac{1}{303} - \frac{1}{273 + T_{cell}} \right) \right] * (0.005139\lambda - 0.00326) \text{ for } \lambda \geq 1 \quad (\Omega \cdot \text{cm}^3) \quad (29)$$

همچنین داریم:

$$R_{mem} = \int \frac{dz}{\sigma_{\lambda}} \quad (30)$$

در این قسمت لازم است پتانسیل پیل را نیز بررسی کنیم. با توجه به رابطه تافل داریم:

$$j = j_0 \exp \left[\frac{\alpha n F \eta}{RT} \right] \quad (31)$$

$$\eta = V_{OC} - V_{cell} - JR_{mem} \quad (32)$$

V_{OC} پتانسیل مدار باز و یا به عبارتی پتانسیل ایده‌آل می‌باشد. پتانسیل اهمیک نیز با ترم JR_{mem} بیان می‌شود. در اینجا از پلاریزاسیون غلظتی و اکتیواسیون صرف نظر شده است.

لازم به ذکر است که هرگاه فشار جزئی بخار آب از فشار اشباع آن بیشتر شود مقداری از بخار به مایع تبدیل خواهد شد. بنابراین نیاز به تعریف جزء مولی آب مایع، x_{liq} می‌باشد. از طرفی، از آنجائی‌که این قطرات به اندازه کافی ریز می‌باشند و همچنین در بین ذرات بخار نیز پخش می‌شوند؛ حجم قابل توجهی را اشغال نمی‌کنند و می‌توان آنها را با حجم صفر در نظر گرفت.

رابطه تافل برای اکسیژن خالص در فشار ۱ اتمسفر می‌باشد بنابراین رابطه (۳۱) به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$J = j_0 P_C \frac{x_{O_2}}{1 - x_{liq}} \exp \left[\frac{0.5 F}{RT} \eta \right] \quad (33)$$

$$x_{liq} = x_{w4} - x_{wC} \quad (34)$$

$$V_{cell} = V_{OC} - JR_{mem} - \frac{RT}{0.5F} \ln \left(\frac{1 - x_{liq}}{P_C x_{O_2} j_0} \right) \quad (35)$$

۴- نتایج

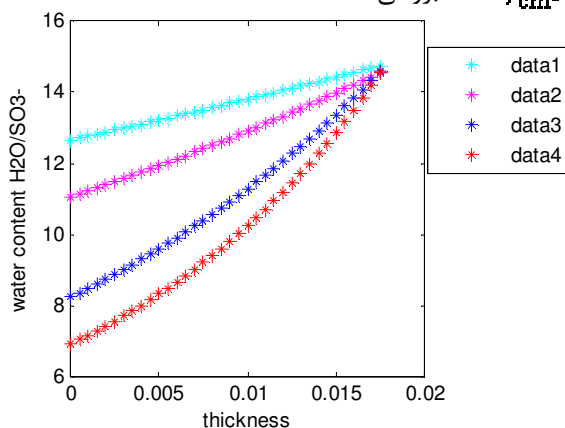
پارامترهای ورودی مدل در جدول ۱ معرفی شده‌اند. نتایج حاصله از حل مدل ریاضی نیز در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱- پارامترهای ورودی و نتایج عددی حاصله از حل مدل با غشاء نفیانی ۱۱۷

پارامترهای ورودی		مقادیر محاسبه شده از حل مدل			
I	۰.۵	A/cm^2	V_{cell}	۰.۷۲۱۳	V
i_0	۰.۰۱	A/cm^2	R_{mem}	۰.۱۸۴۶	$\Omega \cdot cm^2$
u_H	۴		α	۰.۲۸۴۰	
u_D	۶		x_{W1}	۰.۱۳۱۵	
P_A و P_C	۳	atm	x_{W2}	۰.۱۳۱۰	
t_d و t_c	۰.۰۳۶۵	cm	x_{W3}	۰.۲۲۱۷	
t_m	۰.۰۱۷۵	cm	x_{W4}	۰.۲۲۱۴	
T_{cell}	۸۰	$^{\circ}C$	x_{O3}	۰.۱۴۰۹	
$T_{sat,c}$ و $T_{sat,a}$	۸۰	$^{\circ}C$	x_{O4}	۰.۱۴۱۲	
V_{OC}	۱.۱	v	x_{H_2}	۰.۰۶۵	
x_{ON}	۰.۲۱		Rel Hum 1	۰.۸۴۴۹	
x_{WA} و x_{WC}	۰.۱۵۵۸		Rel Hum 2	۱.۴۲۲۶	

در شکل ۳، مقدار آب غشاء با تابعیتی از ضخامت غشاء در دانسیته جریان‌های متفاوت و در دمای پیل ۸۰ درجه سانتیگراد ترسیم شده است.

data 1 در دانسیته جریان $0.1 A/cm^2$ ، data 2 در دانسیته جریان $0.2 A/cm^2$ ، data 3 در دانسیته جریان $0.5 A/cm^2$ و همچنین data 4 در دانسیته جریان $0.8 A/cm^2$ بررسی شده است.



شکل ۳- مقدار آب غشاء با تابعیت ضخامت. کاند در سمت راست و آند در سمت چپ می‌باشد.



۷ و ۸ آبان ۱۳۸۸
October 28 & 29, 2009

سومین سمینار پیل سوختی ایران



با توجه به شرایط ورودی جدول ۱، فلاکس آب خالص از سمت چپ (آند) به سمت راست (کاتد) در حال افزایش می‌باشد. این امر در نتایج خروجی جدول ۱ نیز قابل مشاهده می‌باشد. به عبارتی جزء مولی آب از ۱ به ۴ در حال افزایش است. از طرفی ملاحظه می‌شود که در دانسیته جریانهای بیشتر، فلاکس آب خالص نیز بیشتر است حتی اگر نسبت فلاکس آب خالص نسبت به پروتون کمتر باشد؛ بنابراین در کاتد هنگامیکه دانسیته جریان از ۰,۱ به ۰,۸ افزایش یابد، مقدار آب غشاء از ۱,۱ تا حدود ۱۵ تغییر می‌کند.

به بیان دیگر، شیب پروفایل آب از کاتد به آند کاهش می‌یابد، این امر بدان علت است که فلاکس آب در اثر نیروی درگ متناسب با مقدار آب می‌باشد، بنابراین فلاکس نفوذی کمتر ن‌ی‌ازمند جبران شدن آن در نزدیکی آند در شرایط پای‌دار می‌باشد.

۵- مراجع

1. H. Li, et. al., "A Review Of Water Flooding Issues In The Proton Exchange Member Fuel Cell", Journal of Power Sources, Volume 178, pp. 103-117, 2008.
2. شیخ فروتن، شیما، صدرایی، مریم سادات، "طراحی یک مجموعه کوچک (short stack) از یک پیل سوختی الکترولیت پلیمر جامد (PEMFC)", گزارش پروژه کارشناسی در رشته مهندسی شیمی، شهریور ۱۳۸۶.
3. G. Gebel, et. al., "Water Profile Determination In A Running PEMFC By Small-angle Neutron Scattering", Journal of Power Sources, Volume 179, pp. 132-139, 2008.
4. T. Springer, et. al, "Polymer Electrolyte Fuel Cell Model", Journal of Electrochem, Volume 138, No. 8, August 1991.
5. Sukke Um, et. al, "Computational Study of Water Transport In Proton Exchange Membrane Fuel Cell", Journal of Power Sources, Volume 156, pp. 211-223, 2006
6. Y. Chen, H. Peng, "A segmented model for studying water transport in a PEMFC", Journal of Power Sources, Volume 185, pp. 1179-1192, 2008.
7. F. Chen, M. Chang, C. Fang, "Analysis Of Water Transport In A Five-layer Model Of PEMFC", Journal of Power Sources, Volume 164, pp. 649-658, 2007.
8. Dietmar Gerteisen, et. al, "Modeling the phenomena of dehydration and flooding of a polymer electrolyte membrane fuel cell", Journal of Power Sources, Volume 187, pp. 165-181, 2009.