

بررسی داده صفر در مدل **SBM** و کاربرد آن در بورس

زهرا رضایی پارسا*

کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، parsazahra@yahoo.com

فرانک حسین زاده سلجوقی

، عضو هیأت علمی دانشکده ریاضی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، f_h_saljooghi@yahoo.com

چکیده

واژه DEA به معنی تحلیل پوششی داده ها یک مدل برنامه ریزی ریاضی، برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم گیرنده (DMU) است که چندین ورودی و چندین خروجی دارند. اندازه گیری کارایی به دلیل اهمیت آن در ارزیابی عملکرد یک شرکت یا سازمان همواره مورد توجه محققین قرار داشته است. برای ارزیابی کارایی مدل‌های مختلفی وجود دارد، این مدل‌ها واحدها را در دو گروه کارا و ناکارا تقسیم بندی می‌کنند و سپس به رتبه بندی واحدهای کارا می‌پردازند. اغلب این مدل‌ها زمانی که داده‌ها (ورودی و خروجی) مثبت هستند شذنی هستند در بین واحدهای تصمیم گیرنده کارا اگر کارایی یک واحد بیشتر از یک بود به آن ابرکارا می‌گویند، مدل‌های ابرکارایی نیز دارای مشکلاتی می‌باشند در این مقاله ما روشی بررسی می‌کنیم که برای داده‌های نامنفی نیز شذنی باشد. ما با ارائه یک مدل پیشنهادی برای مدل **SBM** به بررسی کارایی و ابرکارایی این مدل در حضور داده ورودی صفر می‌پردازیم و نتایج حاصل آن را با ارائه مثال عددی بررسی می‌کنیم، می‌توان اثر داده صفر را در میزان سود و زیان شاخص بورس نیز بررسی کرد و نتایج حاصل از بررسی داده صفر را به شاخص بورس تعمیم داد.

واژگان کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی، ابرکارایی، مدل **SBM**، داده صفر، شاخص بورس

Article title in English (Reviews zero data model SBM and application in the stock)

Abstract :

DEA word means a mathematical programming model to assess the efficiency of decision making units (DMU) is a multiple input and multiple output. Measure performance because of its importance in assessing the performance of a company or organization has always been of interest to researchers. There are various models for evaluating performance, these models are efficient and inefficient units are classified in two groups Myknndv then the ranking of performance pay. Most of these models when the data (input and output) are positive are possible between the DMUs efficient if its performance was one of a Abrkara say Abrkarayy models are also some problems in this article, we look at the way is non-negative data is also possible. We provide a model for SBM model to evaluate the efficiency and Abrkarayy this model in the presence of zero input data and results discussed this with numerical example will do zero rate effect of gains and losses can also check the stock index The results of the survey data to zero stock index extended.

Keywords : DEA, efficiency , super efficiency, model SBM, the zero, stock index

۱- مقدمه

فارل در سال ۱۹۵۷، با استفاده از روشی همانند اندازه گیری کارایی در مباحث مهندسی، به اندازه گیری کارایی برای واحد تولیدی اقدام کرد. موردی که فارل برای اندازه گیری کارایی مد نظر قرار داد شامل یک ورودی و یک خروجی بود. [۱] چارنز، کوپر و رودز دیدگاه فارل را توسعه دادند و الگویی را ارائه کردند که توانایی اندازه گیری کارایی با چندین ورودی و خروجی را داشت. این الگو، تحت عنوان تحلیل پوششی داده ها، نام گرفت. [۲] لی و همکاران [۳] و همچنین چن ولیانگ [۴] روش هایی برای رفع نشدنی مدل های شعاعی ارائه کردند. مدل SBM مدلی غیرشعاعی است، به این معنی که کاهش ورودی و یا افزایش خروجی به طور همگن و در دو مدل مختلف بررسی نمی شود؛ بلکه به طور همزمان امکان کاهش ورودی و افزایش خروجی و آن هم به صورت غیرهمگن در نظر گرفته می شود. به طور کلی در روش های ابرکارایی از طریق حذف واحد تصمیم گیرنده از مجموعه امکان تولید PPS و بررسی تغییرات در مرز کارایی آن را رتبه بندی می کنند، که در این مقاله به بررسی مدل کارایی و ابرکارایی روش SBM در حضور داده ورودی صفر می پردازیم و با ارائه مثال عددی نتایج آن را بررسی می کنیم.

۲- رفع نشدنی بودن در مدل SBM

نشدنی بودن در مدل ابرکارایی زمانی اتفاق می افتد که DMU کارای تحت ارزیابی نتواند به مرز مشخص که به وسیله سایر DMUها تولید شده از طریق افزایش ورودی و یا کاهش خروجی برسد. شرط لازم و کافی برای نشدنی بودن مدل ابرکارایی ساخته شده، این است که DMU حذف شده ابرکارا باشد. ما برای رفع نشدنی بودن مدل SBM می توانیم مدل زیر را پیشنهاد کنیم:

$$\begin{aligned} \min \quad & \rho_k = t - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{x_{ik}} + M \sum_{i=1}^m b_i \\ \text{s.t.} \quad & t + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{y_{rk}} = 1 \\ & \sum_{j \neq k, j=1}^n \lambda_j x_{ij} - b_i x_i^{\max} = t x_{ik} - s_i^- \quad (1-1) \\ & \sum_{j \neq k, j=1}^n \lambda_j y_{rj} = t y_{rk} + s_r^+ \\ & t > 0 \quad b_i \geq 0 \quad s_r^+ \geq 0 \\ & s_i^- \geq 0 \quad \lambda_j \geq 0 \end{aligned}$$

عملکرد مدل فوق را با مثال زیر بررسی می کنیم.

۴- مثال عددی

پنج DMU با دو ورودی و یک خروجی را به صورت زیر در نظر بگیرید:

جدول ۱-۱: پنج DMU با دو ورودی و یک خروجی

DMU	x_1	x_2	y_1
A	۲	۱	۱
B	۱	۲	۱
C	۰/۵	۲	۱
D	۲	۳	۱
E	۳	۰	۱

به بررسی کارایی و ابرکارایی در مدل SBM می پردازیم:



جدول ۲-۱: نتایج حاصل از بررسی کارایی و ابرکارایی در مدل SBM

DMU	ρ	ρ^*
A	۰/۹	۰/۹
B	۰/۷۵	۰/۷۵
C	۱	۱۶۶۷/۶۷
D	۰/۴۵	۰/۴۵
E	infeasible	infeasible

حال مدل SBM را با استفاده از مدل (۱-۱) حل می کنیم که نتایج آن در جدول ۳-۱ مشاهده می کنیم:

جدول ۳-۱: نتایج حاصل از مدل SBM پیشنهادی در حضور داده صفر

DMU	ρ	ρ^*
A	۰/۹	۰/۹
B	۰/۷۵	۰/۷۵
C	۱	۱۶۶۷/۶۷
D	۰/۴۵	۰/۴۵
E	۱	۳۳۴

همانطور که مشاهده می شود DMU_E با وجود ورودی صفر مدل SBM شدنی می شود. زیرا در مدل (۱-۱) برای رفع نشدنی بودن قید ورودی مقدار $b_i x_i^{\max}$ کم شده است تا زمانی که داده ورودی صفر است مقدار سمت راست قید یعنی کمکی s_i^- که یک مقدار مثبت است و سمت چپ تساوی برقرار باشد و قید نقض نشود و اگر داده ورودی صفر نباشد مقدار $M \sum_{i=1}^m b_i$ به تابع هدف اضافه می شود تا جبران مقدار $b_i x_i^{\max}$ در قید ورودی شود و M نیز یک مقدار مثبت خیلی بزرگ است و در اینجا برابر ۱۰۰۰۰ می باشد. مقدار M با مقدار بهینه تابع هدف رابطه مستقیم دارد که مثلا اگر مقدار M برابر ۱۰۰۰ و یا ۱۰۰ باشد مقدار تابع هدف DMU_C به ترتیب برابر ۱۶۶،۷۶ و ۱۶،۶۷۶ می باشد.

۵. نتایج و پیشنهادات

روش DEA یک روش مدیریتی است که کارایی واحدها را، به طور نسبی اندازه گیری می کند و راهکارهای مدیریتی ارائه می کند. روش DEA فقط کارایی را مشخص می کند و نقطه ضعف سایر سیستم های اندازه گیری که نوعی مطلق گرایی را دنبال می کنند، ندارند و کارا بودن در یک الگو یک



کمیت دست یافتنی است. اولین بار مدل ارزیابی کارایی در DEA توسط کوپر و همکاران در سال (۱۹۷۸) ابداع شد و بعد از آن مدل‌های مختلفی برپایه CCR ارائه شد. همگام با رشد سریع DEA در همه‌ی زمینه‌ها، روش‌های جدیدی نیز ارائه شد تا با اعمال تغییرات بر روی روش‌های قبلی ضعف‌ها و کمبودهای آنها را برطرف کنند. لی و همکاران و همچنین چن ولیانگ روش‌هایی برای رفع نشدنی مدل‌های شعاعی ارائه کردند. در مدل‌های غیرشعاعی نیز روش‌های مختلف ابرکارایی ارائه شده است که ما ابر کارایی مدل‌های DEA را در حضور داده صفر بررسی کردیم و با ارائه مثال‌های عددی به بررسی مشکلات آن‌ها پرداختیم و برای رفع این مشکلات مدلی پیشنهاد کردیم، که ابرکارایی بدست آمده برای SBM به مقدار M وابسته بوده و رابطه مستقیم دارد، همچنین برای میزان سود و زیان شاخص بورس می توان از این مدل استفاده نمود.

منابع و مراجع

- [۱] M.J. Farrell , " The measurement of productive efficiency" , Journal of Royal Statistical Society Serics A (General), ۱۲۰(۳) ۲۵۳-۲۹۰-(۱۹۵۷).
- [۲] A. Charnes , W.W. Cooper, E., Rhodes, " Measuring The Efficiency Of Deasion Making Units " , European Journal Of Operational Research, ۲(۶), ۴۲۹-۴۴۴.(۱۹۷۸),
- [۳] H. S, Lee, C.W .Chu., J. Zhu , " Super Efficiency DEA in The Presence Of infeasibility " , European Journal Of Operational Research , ۲۱۲ ۱۴۱-۱۴۷.(۲۰۱۱).
- [۴] Y. Chen , L. Liang, " Super Efficiency DEA in The Presence Of infeasibility one Model approach", European Journal Of operational Research , ۲۱۳ ,۳۵۹-۳۶۰.(۲۰۱۱)