



اثر نوع توزیع احتمالاتی بر ضرایب اطمینان جزئی تیر طراحی شده بر اساس

مبحث نهم مقررات ملی ساختمان

رضا باباییان احمدی^۱، احسان جهانی^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه مازندران، babaeyan.ce@gmail.com

۲- عضو هیات علمی، دانشگاه مازندران

چکیده

در هر طراحی سازه ای، پارامترهای هندسی همانند ابعاد، سطح مقطع و پارامترهای فیزیکی مانند مقاومت مصالح مطرح هستند. این پارامترها مقادیر ثابت و دقیقی ندارند بلکه دارای توزیع آماری متفاوتی هستند. آیین نامه های مختلف با استفاده از تئوری قابلیت اعتماد با در نظر گرفتن عدم قطعیت ها و نوع توزیع احتمالاتی، ضرایب اطمینان جزئی را برای بار و مقاومت ارائه داده و با این کار سازه را در محدوده ایمنی مشخصی قرار می دهند. نوع دقیق توزیع های احتمالاتی فقط می تواند بر پایه داده های به دست آمده از آمارگیری با مقیاس وسیع تعیین شود. با توجه به اینکه در ایران اطلاعات آماری جامع پارامترهای هندسی و فیزیکی یا موجود نبوده و یا ناقص می باشد، لذا در این مقاله تاثیر نوع توزیع احتمالاتی بر ضرایب اطمینان جزئی یک تیر طراحی شده براساس مبحث نهم مقررات ملی ساختمان بررسی می شود.

کلمات کلیدی: ضریب اطمینان جزئی، توزیع احتمالاتی بار و مقاومت، عدم قطعیت، تئوری قابلیت اعتماد

۱- مقدمه

آیین نامه بتن ایران (مبحث ۹ مقررات ملی) حداقل ضوابط و مقرراتی را به منظور حصول شرایط ایمنی، قابلیت بهره برداری و پایایی سازه ها فراهم نموده است. مبنای طراحی سازه ها برای حصول ایمنی و قابلیت بهره برداری، بررسی و کنترل آن ها در حالت های حدی است، روش کلی طراحی مبتنی بر جنبه های احتمالاتی است که با اعمال ضرایب جزئی ایمنی به مقادیر مشخصه بارها و آثار(مقاومت) موثر بر سازه طبق مبحث ششم مقررات ملی ساختمان و مقادیر مشخصه بتن و فولاد، در محاسبه منظور می شوند. متغیرهای بار و مقاومت ممکن است دارای سطحی از عدم قطعیت ها بوده و می بایست به عنوان متغیرهای تصادفی لحاظ شوند. عدم قطعیت ها به دو نوع ذاتی و دانش بنیان دسته بندی می شوند که عدم قطعیت های دانش بنیان همانند تغییرات در خصوصیات مصالح(مدول الاستیسیته، تنش مصالح)، هندسه (مساحت، ممان اینرسی، ابعاد) و تئوری تحلیل را می توان با افزایش سطح دانش و شناخت توزیع احتمالاتی حاکم بر آن ها کاهش داد و در تحلیل و طراحی در نظر گرفت [2].

کمیت های تدوین آیین نامه سایر کشورها با جمع آوری داده های آماری و بررسی آن ها به خلأ ناشی از عدم احاطه کامل از عدم قطعیت ها پاسخ داده و به بروزرسانی آیین نامه ها می پردازند. به دلیل وجود عدم قطعیت ها در پارامترهای مهندسی همچون بار مرده، بارزنده، مقاومت

فشاری بتن، تنش حد تسلیم فولاد، ابعاد هندسی اجزای سازه ای، طراحی سازه های عمرانی بدون در نظر گرفتن این عدم قطعیت ها صحیح نبوده و به منظور طراحی واقعی و دقیق نیازمند در نظر گرفتن این عدم قطعیت ها می باشد. وجود عدم قطعیت ها در هر یک از قسمت های تحلیل سازه مانند هندسه، بارگذاری و الگوهای تحلیلی سبب دور شدن نتیجه ها از مقدار واقعی خواهد شد. اثر این عدم قطعیت ها را می توان با دانش قابلیت اطمینان سازه ها بررسی کرد. اطلاعات بیشتر درباره ی عدم قطعیت و تئوری قابلیت اعتماد در مراجع گوناگون ذکر گردیده است [3-5]. P_f به عنوان احتمال خرابی به صورت زیر تعریف می شود:

$$p_f = \text{pro}(g(x) \leq 0) = \int_{g(x) < 0} f_x(x) dx \quad (1)$$

که در آن x یک بردار از متغیرهای تصادفی ارائه کننده پارامترهای سازه ای تصادفی، $f_x(x)$ تابع چگالی احتمال مشترک از x ، $g(x)$ تابع حالت حدی که فضای متغیرها را به دو بخش ایمن $g(x) > 0$ و غیرایمن $g(x) < 0$ تقسیم می نماید.

با توجه به اینکه محاسبه انتگرال مزبور در مسایل واقعی به دلیل پیچیدگی تابع حالت حدی یا دامنه گسیختگی بسیار دشوار می باشد، از شاخص قابلیت اطمینان (β) به منظور بیان میزان ایمنی سازه استفاده می گردد. رابطه شاخص قابلیت اطمینان با احتمال خرابی برای تابع حالت حدی خطی و متغیرهای تصادفی نرمال به صورت زیر بیان شده است:

$$\beta = -\Phi^{-1}(p_f) \quad (2)$$

که در آن Φ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد می باشد.

در این مقاله با در نظر گرفتن سطحی از شاخص قابلیت اطمینان هدف (β_f) به محاسبه ضرایب اطمینان جزئی و تاثیر انواع توزیع احتمالاتی متغیرها بر مقدار ضرایب اطمینان پرداخته شده است.

۲- ضرایب اطمینان جزئی و روش محاسبه آن با استفاده از قابلیت اعتماد

پارامترهای بار و مقاومت متغیرهای تصادفی ای هستند که برای اندازه گیری عملکرد ساختاری آنها راحت تر است از شاخص قابلیت اطمینان β استفاده گردد. روش های مختلفی برای محاسبه قابلیت اطمینان توسط Nowak و Collins [6] بیان گردیده است. فرمت عمومی تابع حالت حدی به صورت زیر می باشد:

$$g = R - Q \leq 0 \quad (3)$$

که در آن g حاشیه ایمنی، R مقاومت، Q تاثیر بار. در این مطالعه β شاخص قابلیت اعتماد است و می توان آن را تابعی از احتمال گسیختگی P_f مطابق رابطه (۱) و (۲) در نظر گرفت. گام های روش تحلیل قابلیت اعتماد FORM [12] مورد استفاده در این مقاله به روش زیر می باشد:

۱. آماده سازی داده های ورودی

مقادیر میانگین و تغییرات بار مرده، بار زنده، مقاومت فشاری بتن، تنش حد تسلیم مطابق جدول ۱

۲. انتخاب شاخص قابلیت اعتماد هدف (β_f)

حالت مطلوب β_f بر اساس دو پارامتر تناوب شکست و هزینه متناسب با ایمنی تعیین می شود [7].

جهت انتخاب β_T مطلوب نیاز به یک پایگاه داده قابل توجه است در این مقاله چون در ایران به داده های آماری کافی دسترسی نداریم لذا سطح قابلیت اعتماد هدف تیر تحت خمش براساس آیین نامه (ACI 318-99) برابر ۳/۵ انتخاب و جهت مقایسه قابلیت اعتماد هدف ۳ نیز در نظر گرفته شد.

۳. در این روش تابع حالت حدی با استفاده از بسط سری تیلور حول نقطه طراحی تقریب زده شده و سپس با استفاده از رابطه ی لاگرانژ نسبت به نقاط طراحی از تابع حالت حدی مشتق گرفته و ضرایب حساسیت α_i به دست می آید. نقاط طراحی مطابق رابطه ۴ بوده و ضرایب اطمینان جزئی بر اساس رابطه ۵ و ۶ به دست می آید.

$$g(x) = g(x^*) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{x^*} (x_i - x_i^*) \quad (4)$$

که در آن x^* نقطه طراحی می باشد و $\left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{x^*}$ به این معنی است که $\frac{\partial g}{\partial x_i}$ در نقطه x^* محاسبه شده است.

$$x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) \quad (5)$$

$$\gamma_i = \frac{x_i^*}{\mu_i} \quad (6)$$

x_i^* : مقدار متغیر x در نقطه طراحی

μ_i : میانگین متغیر طراحی

۳- مدل های احتمالاتی متغیرها

متغیرهای اصلی که در این مساله در نظر گرفته شده و تاثیر گذار می باشند عبارتند از بار مرده، بار زنده، مقاومت فشاری بتن و تنش حد تسلیم فولاد می باشد. در تحقیقات انجام گرفته توسط Nowak و Szerszen [11] بار زنده به دلیل ماهیت متفاوت تصادفی بودنش نسبت به بار مرده دچار تغییرات بیشتری بوده و دارای توزیع نرمال می باشد. ضریب تغییرات آنها نیز به ترتیب برای بار مرده و زنده برابر ۰/۱ و ۰/۱۸ لحاظ گردیده است.

در سال ۱۹۷۹، Mirza and Macgregor [8] تغییرات در تنش کششی، فشاری و مدول الاستیسیته میله گردها را بررسی کردند. آنها معتقد بودند این تغییرات به شیوه نورد، اقدامات کنترل کیفیت توسط تولیدکنندگان مختلف و همچنین تغییرات ممکن مختلف در سطح مقطع، تنش فولاد و نرخ بارگذاری فولاد وابسته است. این مطالعه بر روی ۳۹۴۷ نمونه میله های گرفته شده از ۱۳ منبع استوار بوده که برخی منتشر شده و برخی منتشر نشده بود. Mirza and MacGregor نشان دادند که توزیع بتا برای نشان دادن توزیع احتمال برای هر دو عملکرد کششی و فشاری مورد استفاده قرار می گیرد. آنها همچنین دریافتند داده های انواع فولاد در بازه ۵ تا ۹۵ درصد با دقت مناسبی می تواند با توزیع نرمال تقریب زده شود در صورتیکه برای تمام داده ها توزیع بتا توزیع مناسبی برای بیان آماری داده های تنش حد تسلیم فولاد می باشد. معادلات ۳ و ۴، تابع چگالی احتمال (PDF) بتا می باشد که Mirza and Macgregor دریافتند بهترین تناسب را با داده های موجود دارند. معادله ۷، PDF برای تنش کششی میله گردهای گرید ۴۰ و معادله ۸، PDF برای تنش کششی میله گردهای گرید ۶۰ می باشد.

$$PDF = 3.721 \times \left(\frac{f_y - 36}{32}\right)^{2.21} \times \left(\frac{68 - f_y}{32}\right)^{3.82}, \text{ (where } 36 \leq f_y \text{ (ksi)} \leq 68) \quad (7)$$

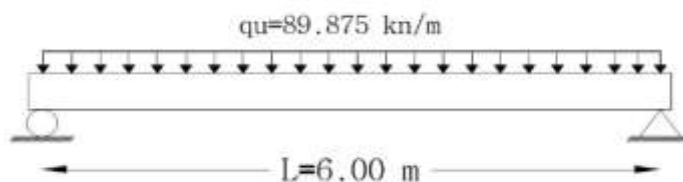
$$PDF = 7.141 \times \left(\frac{f_y - 57}{51}\right)^{2.02} \times \left(\frac{108 - f_y}{51}\right)^{6.95}, \text{ (where } 57 \leq f_y \text{ (ksi)} \leq 108) \quad (8)$$

در این مقاله نیز با تبدیل واحد از *ksi* به *mpa* از توزیع بتا برای تنش حد تسلیم فولاد استفاده شده است. مشخصات توزیع آماری مقاومت فشاری بتن نیز با توجه به تحقیقات انجام گرفته توسط Nowak و Rakoczy [10] برای بتن معمولی با میانگین ۲۸ مگاپاسکال و ضریب تغییرات ۰/۱۵۵ محاسبه شده است.

۴- تیر طراحی شده براساس مبحث نهم مقررات ملی ایران

تیر دو سر ساده ای به طول ۶ متر تحت خمش مطابق شکل ۱، در نظر گرفته شده است. ابتدا براساس مبحث نهم مقررات ملی ایران با در نظر گرفتن مقاومت فشاری بتن (f_c) ۲۸ مگاپاسکال، تنش حد تسلیم فولاد (f_y) ۳۵۰ کیلونیوتن بر مترمربع تحت بار مرده (q_d) ۴۵,۵ کیلونیوتن، بار زنده (q_l) ۲۲ کیلونیوتن بر مترمربع، تیر مورد نظر طراحی گردیده که در نهایت عرض، ارتفاع موثر و مساحت فولاد مورد نیاز به ترتیب برابر با $A_s = 529.37$ ، $d = 529.37$ ، $b = 352.91$ محاسبه گردید. بار نهایی وارد شده بر تیر مطابق رابطه زیر محاسبه شده است:

$$q_u = 1.25 \times q_d + 1.5 \times q_l \quad (9)$$



شکل ۱: تیر دوسر ساده تحت خمش

تابع حالت حدی تیر تحت خمش به صورت زیر تعریف می شود:

$$g(x) = A_s \times f_y \times \left(d - \frac{A_s \times f_y}{2 \times \alpha \times f_c \times b}\right) - \left(\frac{q_d \times l^2}{8} + \frac{q_l \times l^2}{8}\right) \quad (10)$$

که در رابطه (۲)، l طول تیر، f_y تنش حد تسلیم فولاد، f_c مقاومت فشاری بتن می باشند.

در این مساله چندین حالت مختلف از توزیع های احتمال برای متغیرهای تصادفی موجود استفاده شده که مشخصات آن در جدول (۱) ارائه شده است .

جدول ۱: پارامترهای آماری موجود در مساله

متغیر	میانگین (μ)	ضریب تغییرات (ν)	نوع توزیع (حالت ۱)	نوع توزیع (حالت ۲)	نوع توزیع (حالت ۳)	نوع توزیع (حالت ۴)	نوع توزیع (حالت ۵)
بار مرده (q_d)	۴۵,۵	۰,۱	نرمال	نرمال	نرمال	نرمال	نرمال
بار زنده (q_l)	۲۲	۰,۱۸	نرمال	نرمال	نرمال	نرمال	نرمال
تنش حد تسلیم فولاد (f_y)	۳۵۰	۰,۰۷	نرمال	لگ نرمال	لگ نرمال	بتا	بتا
مقاومت فشاری بتن (f_c)	۲۸	۰,۱۵۵	نرمال	نرمال	لگ نرمال	لگ نرمال	نرمال

با استفاده از روش مطرح شده در بخش ۲ ضرایب اطمینان جزئی بر اساس دو شاخص قابلیت اعتماد $\beta = 3.5$ و $\beta = 3$ محاسبه و نتایج در جدول ۲ ارائه شده است .

جدول ۲: مقادیر ضریب اطمینان جزئی

حالات توزیع احتمال	شاخص قابلیت اعتماد (β)	γ_d	γ_l	ϕ_c	ϕ_y
حالت (۱)	۳	۱,۱۴۶	۱,۲۲۹	۰,۸۸۴	۰,۸۴۸
	۳,۵	۱,۱۷۰	۱,۲۶۷	۰,۸۶۸	۰,۸۲۲
حالت (۲)	۳	۱,۱۵۶	۱,۲۴۵	۰,۸۶۴	۰,۸۷۸
	۳,۵	۱,۱۸۴	۱,۲۸۹	۰,۸۳۶	۰,۸۶۳
حالت (۳)	۳	۱,۱۵۸	۱,۲۴۸	۰,۸۸۱	۰,۸۶۶
	۳,۵	۱,۱۸۶	۱,۲۹۲	۰,۸۶۶	۰,۸۴۸
حالت (۴)	۳	۱,۲۰۵	۱,۳۲۱	۰,۸۶۸	۰,۹۸۷
	۳,۵	۱,۲۳۹	۱,۳۷۵	۰,۸۴۹	۰,۹۸۵
حالت (۵)	۳	۱,۱۹۷	۱,۳۰۹	۰,۸۰۶	۰,۹۸۷
	۳,۵	۱,۲۲۵	۱,۳۵۲	۰,۷۴۹	۰,۹۸۶

۵- نتیجه گیری

همانگونه که مشاهده گردید تغییر نوع توزیع احتمالاتی پارامترهای مهندسی (بار مرده و زنده، مقاومت فشاری بتن، تنش حد تسلیم فولاد) حتی بدون تغییر در مقدار میانگین و ضریب تغییرات پارامترها منجر به تغییر ضرایب اطمینان جزئی شده است. با توجه به جدول ۲ ضرایب اطمینان بار مرده و زنده به افزایش شاخص قابلیت اطمینان، افزایش یافته در صورتیکه ضرایب اطمینان مقاومت فشاری بتن و فولاد با افزایش شاخص قابلیت اطمینان کاهش یافتند. همچنین با توجه به نتایج بدست آمده مشاهده گردید در حالاتی که توزیع بتا یا لگ نرمال برای مقاومت فشاری بتن و یا

تنش حد تسلیم فولاد در نظر گرفته شود (حالات ۲ تا ۵)، ضرایب اطمینان جزئی بار مرده و زنده نسبت به حالت ۱ که تمام توزیع ها نرمال بوده اند افزایش یافته است.

مراجع

- [۱] جهانی، ا. و شایانفر، م. (۱۳۸۹)، "اثر ضریب تغییرات پارامترهای اصلی بر شاخص قابلیت اعتماد اعضای سازه ای در آباء"، نشریه علمی - پژوهشی مهندسی عمران و محیط زیست امیرکبیر، دانشگاه امیرکبیر، تهران، ایران، سال ۴۲، تابستان، ۴۶ - ۴۱.
- [2] F.O. Hoffman, J.S. Hammonds.; "Propagation of uncertainty in risk assessments: the need to distinguish between uncertainty due to lack of knowledge and uncertainty due to variability"; Risk Analysis 14(1994) 707-712
- [3] Cornell, C.A. (1969).; "A probability-based structural code", J. ACI., 66 (12), pp 974-985
- [4] Faber, M.H. (2005).; "On the treatment of uncertainties and probabilities in engineering decision analysis", J. Offshore. Mech. Arctic. Eng, 127 (3), pp 243-248.
- [5] Ranganathan, R. (2000).; "Structural reliability analysis and design", Jico Publishing House.
- [6] Nowak, A. S., and Collins, K. R., 2000.; "Reliability of Structures"; McGraw- Hill New York, 360 pp.
- [7] Mirza, S.A., and MacGragor, J.G.; "Variability of Mechanical Properties of Reinforcing Bars"; J.Struct.Div.ASCE.105, No.ST5 (1979) 921-937
- [8] Madsen, H.O and Krenk, S and Lind, N.C.; "Methods of structure safety. Englewood Cliffs (NJ): Prentice-Hall; 1986.
- [9] Development Of Skills Facilitating Implementation Of Eurocodes, Handbook 2, Reliability Backgrounds
- [10] Nowak, A.S. and Rakoczy, A.M.; "Statistical Model For Compressive Strength Of Lightweight Concrete"; ace 56, No. 4 (2011) [11] Szerszen, M., and Nowak, A.S.; "Calibration Of Design code for Building (ACI 318): Part 2-Reliability Analysis and Resistance Factors"; ACI Structural Journal, 100, No. 3(2003)
- [12] Ranganathan, R. (2000).; "Structural reliability analysis and design", Jico Publishing House.