



کد مقاله: ۱-۱۷۶

## مقایسه روش های شبیه سازی و ممانی در تحلیل حساسیت قابلیت اطمینان سازه ای

پریناز جعفری<sup>۱</sup>، احسان جهانی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه مازندران، بابلسر، [parinaz.jafarii@gmail.com](mailto:parinaz.jafarii@gmail.com)

۲-عضو هیأت علمی، دانشگاه مازندران، بابلسر

### چکیده

در آنالیز قابلیت اطمینان و طراحی مبتنی بر قابلیت اطمینان، آنالیز حساسیت رابطه بین تغییر در مشخصه های متغیرهای تصادفی و تغییر در قابلیت اطمینان را تعیین می کند. آنالیز حساسیت همچنین برای تعیین مهمترین متغیرهای تصادفی، که بیشترین سهم را در قابلیت اطمینان دارند، استفاده می گردد. در این مقاله سه روش برای آنالیز حساسیت مبتنی بر قابلیت اطمینان ارائه و مورد بررسی قرار گرفته است. این روش ها مبتنی بر سه روش آنالیز قابلیت اطمینان مختلف هستند که به ترتیب روش قابلیت اطمینان مرتبه اول مقدار میانگین (MVFORM)، روش قابلیت اطمینان مرتبه اول (FORM) و روش مونت کارلو می باشند. نقاط ضعف و قوت روش های تحلیلی و شبیه سازی بیان گردیده است. نتایج عددی این سه روش برای یک تابع حالت حدی به فرم ریاضی غیرخطی و یک مدل مهندسی محاسبه شده است.

**کلمات کلیدی:** قابلیت اطمینان، تحلیل حساسیت، آنالیز مونت کارلو، روش قابلیت اطمینان مرتبه اول

### ۱- مقدمه

طراحی مبتنی بر قابلیت اطمینان در زمینه های بسیاری از مهندسی عمران به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است. یکی از جنبه های با اهمیت آنالیز قابلیت اطمینان محاسبه حساسیت احتمال خرابی نسبت به تغییر در پارامتر توزیع می باشد. حساسیت قابلیت اطمینان می تواند درباره رتبه بندی اهمیت هر متغیر تصادفی اطلاعاتی ارائه نماید. از اینرو این مقاله روی آنالیز حساسیت قابلیت اطمینان متمرکز می باشد. تاثیر یک تغییر در پارامتر توزیع (میانگین و انحراف معیار) بر روی احتمال خرابی سازه های مهندسی عمران می تواند به وسیله آنالیز حساسیت مبتنی بر قابلیت اطمینان تخمین زده شود. اگر یک پارامتر تاثیر مهمی روی احتمال خرابی داشته باشد، باید عدم قطعیت آن پارامتر را حتما مورد نظر قرار داد، از سوی دیگر اگر یک پارامتر تاثیر کمی روی احتمال خرابی داشته باشد می توان آن را به عنوان یک پارامتر قطعی در نظر گرفت تا مساله ساده تر شود. آنالیز حساسیت قابلیت اطمینان برای طراحی مبتنی بر قابلیت اطمینان و طراحی بهینه سازی مبتنی بر قابلیت اطمینان مفید می باشد. اگر یک پارامتر تاثیر مهمی روی احتمال خرابی داشته باشد، باید عدم قطعیت آن پارامتر برای تامین ایمنی مورد نیاز سازه محدود گردد.

آنالیز حساسیت مبتنی بر قابلیت اطمینان از سه دهه قبل به خوبی گسترش یافته است. حساسیت قابلیت اطمینان به مشتق جزئی احتمال شکست نسبت به پارامتر توزیع متغیر تصادفی اصلی اشاره می کند. به طور کلی، روش های آنالیز حساسیت قابلیت اطمینان را می توان به روش های آنالیز

حساسیت قابلیت اطمینان شبیه سازی عددی [2,1] و روش های آنالیز حساسیت تحلیل تقریبی [4,3] تقسیم نمود. در مقایسه با روش های تحلیل تقریبی، روش های شبیه سازی عددی نتایج دقیقتری ارائه می دهند، اما هزینه محاسبات آن ها برای کاربردهای مهندسی به ندرت مقرون به صرفه می باشد.

مراجع [6,5,3] روش های محاسبه حساسیت قابلیت اطمینان متفاوتی را به ترتیب مبتنی بر روش های قابلیت اطمینان مرتبه اول یا دوم مطرح کردند. مرجع [1] یک روش تقریب سریع برای تخمین حساسیت پارامتر در قابلیت اطمینان سازه ای مونت کارلو مطرح کرد که در آن تابع حالت حدی خطی معادل مورد استفاده برای تخمین حساسیت از نتایج شبیه سازی مونت کارلو تولید شده است. زمانی که قابلیت اطمینان سازه ای به وسیله شبیه سازی مونت کارلو تخمین زده شده است، روش مرجع [1] می تواند حساسیت قابلیت اطمینان با افزایش خیلی محدود در هزینه محاسبات را ارائه کند، و این روش می تواند برای حل حساسیت قابلیت اطمینان سازه با متغیر تصادفی غیر نرمال توسعه یابد. اما شبیه سازی مونت کارلو برای تخمین احتمال خرابی کوچک، به ویژه برای یک سازه پیچیده با پاسخ کنترل شده توسط روش اجزاء محدود بسیار زمان بر می باشد. مراجع [8,7] یک روش حساسیت قابلیت اطمینان بر اساس تابع توزیع تجمعی پاسخ سازه مطرح کردند، که در آن می توان از روش مبتنی بر نمونه گیری برای محاسبه قابلیت اطمینان استفاده نمود. مرجع [7] یک روش نمونه گیری با اهمیت سازگار را توسعه داد که برای محاسبه قابلیت اطمینان سیستم و محاسبه حساسیت قابلیت اطمینان می تواند مورد استفاده قرار گیرد. مرجع [10,9] روش های ممان برای قابلیت اطمینان سازه ای را مورد بررسی قرار داد، که در آن پنج روش مختلف محاسباتی برای محاسبه احتمال خرابی با استفاده از ممان ها ارائه و مورد بررسی قرار گرفته است. مرجع [11] یک روش تقریب نقطه زینی مرتبه اول مقدار میانگین (MVFOSA) موثر و دقیق برای آنالیز قابلیت اطمینان سازه ای مطرح کرد. به دلیل استفاده از تمام اطلاعات توزیع این روش دقیقتر از روش قابلیت اطمینان مرتبه اول مقدار میانگین (MVFORM) می باشد.

حساسیت قابلیت اطمینان مبتنی MVFORM معمولاً منجر به ایجاد خطای بزرگی برای توابع حالت حدی غیرخطی می شود، به دلیل اینکه سطح حالت حدی غیرخطی با استفاده از بسط سری تیلور در نقطه میانگین متغیرهای تصادفی اصلی تقریب زده می شود اما نقطه میانگین همیشه روی سطح حالت حدی قرار ندارد.

یک روش موثر و دقیق برای آنالیز حساسیت پارامترهای مهندسی بر اساس روش قابلیت اطمینان مرتبه اول (FORM) می باشد. این روش، حل تقریبی تحلیلی برای توابع حالت حدی شدیداً غیرخطی با متغیرهای تصادفی نرمال غیرهمبسته فراهم می کند. اما بایستی نقطه طراحی در ابتدا جستجو گردد.

## ۲- حساسیت قابلیت اطمینان بر اساس روش قابلیت اطمینان مرتبه اول مقدار میانگین (MVFORM)

یک مشکل اساسی در طراحی مبتنی بر قابلیت اطمینان، برآورد احتمال خرابی است که نیازمند ارزیابی انتگرال احتمالاتی چندگانه زیر می باشد

$$P_f = \int_{g(X) \leq 0} f_X(X) dX \quad (1)$$

که در آن  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$  یک بردار از متغیرهای تصادفی ارائه کننده پارامترهای سازه ای تصادفی،  $f_X(X)$  تابع چگالی احتمال مشترک از  $X$ ،  $g(X)$  تابع حالت حدی که فضای متغیرها را به دو بخش ایمن و غیرایمن تقسیم می نماید.

$$\begin{cases} g(X) > 0 & (\text{safety domain}) \\ g(X) \leq 0 & (\text{failure domain}) \end{cases}$$

که  $g(X) = 0$  معادله حالت حدی است که بیانگر سطح  $n$  بعدی بوده که آن را سطح حالت حدی یا سطح خرابی می نامند. با توجه به اینکه محاسبه انتگرال مزبور در مسایل واقعی به دلیل پیچیدگی تابع حالت حدی یا دامنه گسیختگی بسیار دشوار می باشد، از شاخص قابلیت اطمینان به منظور بیان میزان ایمنی سازه استفاده می گردد. در این روش می توان با استفاده از بسط سری تیلور تابع حالت حدی را به یک چندجمله ای به صورت زیر تبدیل نمود

$$g(X) = g(\mu_X) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{\mu_X} (X_i - \mu_{X_i}) \quad (2)$$

که در روش MVFORM،  $\mu_X$  نقطه میانگین می باشد و  $\left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{\mu_X}$  به این معنی است که  $\frac{\partial g}{\partial X_i}$  در نقطه میانگین محاسبه شده است.

شاخص قابلیت اطمینان  $\beta$  [12] به صورت زیر بیان می گردد

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \sigma_{X_i} \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{\mu_X} \right)^2}} \quad (3)$$

که  $g(\cdot)$  تابع حالت حدی،  $\mu_g$  و  $\sigma_g$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار  $g$ ،  $X_i (i=1,2,\dots,n)$  متغیرهای تصادفی اصلی،  $\mu_{X_i}$  و  $\sigma_{X_i}$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار  $X_i (i=1,2,\dots,n)$  می باشند.

اگر متغیرهای تصادفی اصلی نرمال باشند، رابطه شاخص قابلیت اطمینان با احتمال خرابی برای تابع حالت حدی خطی به صورت زیر بیان میگردد

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (4)$$

که در آن  $\Phi(\cdot)$  تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد می باشد.

آنالیز حساسیت مبتنی بر روش MVFORM به صورت زیر نوشته می شود

$$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_{X_i}} = \frac{\partial P_f}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \mu_{X_i}} \quad (5)$$

$$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_{X_i}} = \frac{\partial P_f}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_{X_i}} \quad (6)$$

که

$$\frac{\partial P_f}{\partial \beta} = \frac{\partial \Phi(\beta)}{\partial \beta} = -\varphi(\beta) \quad (7)$$

$\varphi(\cdot)$  تابع چگالی احتمال PDF می باشد.

$$\frac{\partial \beta}{\partial \mu_{X_i}} = \frac{\partial g(X)}{\partial \mu_{X_i}} \left/ \sqrt{\sum_{j=1}^n \left( \sigma_{X_j} \frac{\partial g(X)}{\partial \mu_{X_j}} \right)^2} \right. - \frac{g(X) \left[ \sum_{j=1}^n \left( \sigma_{X_j} \frac{\partial g(X)}{\partial \mu_{X_j}} \right) \left( \sigma_{X_j} \frac{\partial^2 g(X)}{\partial \mu_{X_i} \partial \mu_{X_j}} \right) \right]}{\left[ \sum_{j=1}^n \left( \sigma_{X_j} \frac{\partial g(X)}{\partial \mu_{X_j}} \right)^2 \right]^{3/2}} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \sigma_{X_i}} = \frac{-g(X) \left( \frac{\partial g(X)}{\partial \mu_{X_i}} \right)^2 \sigma_{X_i}}{\left[ \sum_{j=1}^n (\sigma_{X_j} \frac{\partial g(X)}{\partial \mu_{X_j}})^2 \right]^{3/2}} \quad (9)$$

### ۳- حساسیت قابلیت اطمینان بر اساس روش قابلیت اطمینان مرتبه اول (FORM)

همانطور که در بالا ذکر شد برای تقریب خطی تابع حالت حدی می توان از بسط سری تیلور استفاده کرد. در روش MVFORM تابع حالت حدی در نقطه میانگین تقریب زده شد اما در این بخش لازم است ابتدا نقطه طراحی با استفاده از روش قابلیت اطمینان مرتبه اول جستجو گردد. تقریب خطی در نقطه طراحی با استفاده از بسط سری تیلور در رابطه (۱۰) نشان داده شده است

$$g(X) = g(X^*) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{X^*} (X_i - X_i^*) \quad (10)$$

که در روش FORM،  $X^*$  نقطه طراحی یا محتمل ترین نقطه می باشد و  $\left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_{X^*}$  به این معنی است که در نقطه طراحی محاسبه شده است. حال می توان تابع حالت حدی خطی را به صورت زیر بیان نمود:

$$g(X) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i \quad (11)$$

که در آن  $(a_0, a_i)$  ضرایب ثابت به دست آمده از بسط سری تیلور و  $X_i$  متغیرهای تصادفی نرمال مستقل می باشند. اگر متغیرهای تصادفی موجود  $X_i$  دارای توزیع نرمال و مستقل از یکدیگر باشند میانگین و انحراف معیار  $g(X)$  را می توان به ترتیب از طریق روابط (۱۲) و (۱۳) محاسبه نمود

$$\mu_{g(X)} = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_{X_i} \quad (12)$$

$$\sigma_{g(X)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_{X_i})^2} \quad (13)$$

که در آن  $\mu_{X_i}$  و  $\sigma_{X_i}$  به ترتیب مقادیر میانگین و انحراف معیار متغیرهای تصادفی  $X_i$  می باشند. پارمترهای آنالیز حساسیت برای این روش از طریق روابط زیر به دست می آید:

$$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_{X_i}} = -\frac{a_i}{\sqrt{2\pi} \sigma_g} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\mu_g}{\sigma_g} \right)^2 \right] \quad (14)$$

$$\frac{\partial p_f}{\partial \sigma_{x_i}} = \frac{a^2 \sigma_{x_i} \mu_g}{\sqrt{2\pi} \sigma_g^3} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\mu_g}{\sigma_g}\right)^2\right] \quad (15)$$

#### ۴- حساسیت قابلیت اطمینان بر اساس روش مونت کارلو

احتمال خرابی  $P_f$  سازه می تواند با ارزیابی انتگرال احتمالاتی چندگانه زیر محاسبه شود:

$$P_f = \int_{g(X) \leq 0} f_X(X) dX \quad (16)$$

که در آن  $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)^T$  بردار متغیرهای تصادفی با تابع چگالی احتمال  $f_X(X)$  می باشد.

با استفاده از معادله (۱۶)، حساسیت قابلیت اطمینان  $P_f$  نسبت به پارامتر توزیع  $\theta_i^j$  (میانگین یا انحراف معیار) به صورت زیر بیان می گردد:

$$\frac{\partial P_f}{\partial \theta_i^j} = \int_{g(X) \leq 0} \frac{\partial f_X(X)}{\partial \theta_i^j} dX = \int_{\Omega} I(g(X)) \frac{\partial f_X(X)}{\partial \theta_i^j} dX = \int_{\Omega} I(g(X)) \frac{1}{f_X(X)} \frac{\partial f_X(X)}{\partial \theta_i^j} f_X(X) dX \quad (17)$$

که  $\Omega$  مجموعه تمام مقادیر ممکن  $X$  در  $C^n$ ،  $n$  بعد مساله،  $\theta_i^j$  ( $i=1,2,\dots,n; j=1,2$ ) نیز  $j$  امین پارامتر توزیع  $i$  امین متغیر تصادفی می باشد.

$I(g(X))$  تابع نمایشگر است که به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{cases} I(g(X)) = 0, g(X) > 0 \\ I(g(X)) = 1, g(X) \leq 0 \end{cases} \quad (18)$$

با به کار بردن شبیه سازی مونت کارلو برای انتگرال رابطه (۱۷)، حساسیت مبتنی بر قابلیت اطمینان می تواند از طریق معادله (۱۹) تخمین زده شود. با فرض اینکه  $P_N = \{X_m, m=1, \dots, N\} \subseteq \Omega$  یک مجموعه از نقاط در فضای  $C^n$  است،  $P_N$  می تواند از نمونه گیری تصادفی به دست آید و برای محاسبه روابط زیر مورد استفاده قرار گیرد

$$E\left(\frac{\partial P_f}{\partial \theta_i^j}\right) = E\left(I(g(X)) \frac{1}{f_X(X)} \frac{\partial f_X(X)}{\partial \theta_i^j}\right) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N I(g(X_m)) \frac{1}{f_X(X_m)} \frac{\partial f_X(X_m)}{\partial \theta_i^j} \quad (19)$$

$$\text{Var}\left(\frac{\partial P_f}{\partial \theta_i^j}\right) = \text{Var}\left(I(g(X)) \frac{1}{f_X(X)} \frac{\partial f_X(X)}{\partial \theta_i^j}\right) = \frac{1}{N-1} \left\{ \begin{aligned} & \left[ \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \left[ I(g(X_m)) \frac{1}{f_X(X_m)} \frac{\partial f_X(X_m)}{\partial \theta_i^j} \right]^2 \right] \\ & - \left[ \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N I(g(X_m)) \frac{1}{f_X(X_m)} \frac{\partial f_X(X_m)}{\partial \theta_i^j} \right]^2 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

که  $N$  تعداد نمونه گیری می باشد و  $(X_m, m=1, \dots, N)$  با توجه به تابع چگالی احتمال شبیه سازی شده اند.

#### ۵- مثال تابع حالت حدی ریاضی

یک تابع حالت حدی غیرخطی با سه متغیر تصادفی را به صورت زیر در نظر بگیرید

$$g(X) = X_1 X_2 - X_3 \quad (21)$$

که  $X_1, X_2$  و  $X_3$  متغیرهای نرمال مستقل از هم می باشند. میانگین  $\mu$  و انحراف معیار  $\sigma$  متغیرهای تصادفی اصلی در جدول ۱ نشان داده شده است. برای تقریب تابع حالت حدی خطی با استفاده از روش MVFORM از بسط سری تیلور مطرح شده در بالا استفاده گردیده و رابطه (۲۱) در نقطه میانگین، خطی سازی شده است که نتیجه آن در رابطه (۲۲) ارائه گردیده است.

$$g(X) = -2000 + 50X_1 + 40X_2 - X_3 \quad (22)$$

برای انجام آنالیز حساسیت با استفاده از روش FORM ابتدا لازم است که نقطه طراحی یا محتمل ترین نقطه جستجو گردد و با استفاده از بسط سری تیلور خطی سازی در نقطه طراحی انجام شود که تابع به دست آمده با استفاده از روش مذکور در معادله (۲۳) نشان داده شده است.

$$g(X) = -1379.22 + 48.31X_1 + 28.55X_2 - X_3 \quad (23)$$

جدول ۱: متغیرهای تصادفی و پارامترهای آن ها برای مثال ریاضی

متغیرها	میانگین	انحراف معیار
$X_1$	۴۰	۵
$X_2$	۵۰	۲
$X_3$	۱۰۰۰	۲۰۰

احتمال خرابی  $P_f$ ، پارامترهای حساسیت قابلیت اطمینان مقدار میانگین  $(\frac{\partial P_f}{\partial \mu_{X_i}})$  و پارامترهای حساسیت قابلیت اطمینان انحراف معیار  $(\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_{X_i}})$  محاسبه شده برای سه متغیر تصادفی اصلی در جدول ۲ ارائه شده است. جدول ۲ نتایج آنالیز حساسیت به دست آمده با استفاده از سه روش مطرح شده در مقاله را نشان می دهد.

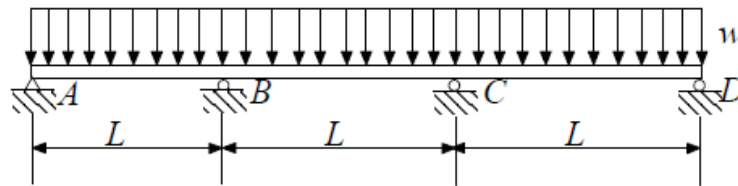
جدول ۲: احتمال خرابی و نتایج آنالیز حساسیت برای مثال ریاضی

	MVFORM	FORM	MC (تعداد شبیه سازی $5 \times 10^6$ )
$P_f$	$1.435 \times 10^{-3}$	$1.147 \times 10^{-3}$	$1.173 \times 10^{-3}$
$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_{X_1}}$	$-6.98 \times 10^{-4}$	$-5.74 \times 10^{-4}$	$-5.86 \times 10^{-4}$
$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_{X_2}}$	$-5.59 \times 10^{-4}$	$-3.39 \times 10^{-4}$	$-3.35 \times 10^{-4}$
$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_{X_3}}$	$1.39 \times 10^{-5}$	$1.19 \times 10^{-5}$	$1.21 \times 10^{-5}$
$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_{X_1}}$	$1.55 \times 10^{-3}$	$1.31 \times 10^{-3}$	$1.39 \times 10^{-3}$
$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_{X_2}}$	$4.47 \times 10^{-4}$	$2.30 \times 10^{-4}$	$2.58 \times 10^{-4}$
$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_{X_3}}$	$2.48 \times 10^{-5}$	$2.25 \times 10^{-5}$	$2.22 \times 10^{-5}$

## ۶- مثال سازه ای (تغییر مکان تیر)

آنالیز حساسیت قابلیت اطمینان برای یک تیر پیوسته سه دهانه که در شکل ۱ نشان داده شده، انجام شده است. متغیرهای تصادفی اصلی شامل بار گسترده یکنواخت  $w$ ، مدول الاستیسیته  $E$  و ممان اینرسی  $I$  می باشند. با توجه به اینکه بزرگترین تغییر شکل تیر نباید از مقدار مجاز تجاوز کند، تابع حالت حدی را می توان به صورت رابطه (۲۴) مطرح نمود که  $L=5m$  یک عدد ثابت است که بیانگر طول هر دهانه تیر می باشد.

$$g(X) = L/360 - 0.0069wL^4/EI \quad (24)$$



شکل ۱: یک تیر پیوسته سه دهانه تحت اثر بار گسترده یکنواخت

فرض کنید متغیرهای تصادفی اصلی موجود در مساله دارای توزیع نرمال و مستقل از یکدیگر می باشند. مقادیر مورد نظر برای میانگین  $\mu$  و انحراف معیار  $\sigma$  متغیرهای تصادفی در جدول ۳ ارائه گردیده است.

جدول ۳: پارامترهای متغیرهای تصادفی مثال سازه ای

متغیرها	میانگین	انحراف معیار
$w (kN/m)$	۱۰	۰.۴
$E (kN/m^2)$	$2 \times 10^7$	$0.5 \times 10^7$
$I (m^4)$	$8 \times 10^{-4}$	$1.5 \times 10^{-4}$

برای تقریب تابع حالت حدی خطی با استفاده از روش MVFORM از بسط سری تیلور مطرح شده در بالا استفاده گردیده و رابطه (۲۴) در نقطه میانگین خطی سازی شده است که نتیجه آن در رابطه (۲۵) ارائه گردیده است.

$$g(X) = 8.49 \times 10^{-3} - 2.69 \times 10^{-4} w + 1.35 \times 10^{-10} E + 3.37 I \quad (25)$$

برای انجام آنالیز حساسیت با استفاده از روش FORM ابتدا لازم است که نقطه طراحی یا محتمل ترین نقطه جستجو گردد که مقادیر به دست آمده برای نقطه طراحی و مقادیر میانگین برای مقایسه در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۴: مقادیر به دست آمده برای نقاط طراحی و مقادیر میانگین مثال سازه ای

	$w (kN/m)$	$E (kN/m^2)$	$I (m^4)$
$X^*$	۱۰.۰۴	$4.37 \times 10^7$	$7.14 \times 10^{-4}$
$\mu_x$	۱۰	$2 \times 10^7$	$8 \times 10^{-4}$

سپس با استفاده از بسط سری تیلور خطی سازی در نقطه طراحی انجام می شود که تابع به دست آمده با استفاده از روش مذکور در معادله (۲۶) نشان داده شده است.

$$g(X) = -1.39 \times 10^{-2} - 1.39 \times 10^{-3} w + 3.18 \times 10^{-9} E + 19.45 I \quad (26)$$

جدول ۵: احتمال خرابی و نتایج آنالیز حساسیت مثال سازه ای

	MVFORM	FORM	MC (تعداد شبیه سازی ۱۰ <sup>۷</sup> )
$P_f$	$4.72 \times 10^{-4}$	$7.35 \times 10^{-4}$	$8.578 \times 10^{-4}$
$\partial P_f / \partial \mu_w$	$1.98 \times 10^{-39}$	$2.17 \times 10^{-4}$	$2.38 \times 10^{-4}$
$\partial P_f / \partial \mu_E$	$-9.94 \times 10^{-47}$	$-4.99 \times 10^{-11}$	$-5.53 \times 10^{-11}$
$\partial P_f / \partial \mu_I$	$-2.49 \times 10^{-30}$	$-3.05$	$-4.83$
$\partial P_f / \partial \sigma_w$	$3.32 \times 10^{-39}$	$2.36 \times 10^{-9}$	$3.01 \times 10^{-9}$
$\partial P_f / \partial \sigma_E$	$1.04 \times 10^{-44}$	$1.56 \times 10^{-9}$	$1.66 \times 10^{-9}$
$\partial P_f / \partial \sigma_I$	$1.95 \times 10^{-72}$	$1.75$	$9.67$

همانگونه که در جدول ۵ مشاهده می شود پاسخ های به دست آمده از روش MVFORM فاصله نسبتا زیادی نسبت به پاسخ های به دست آمده از روش های FORM و MC دارد که بیانگر عدم دقت مناسب این روش در این مثال می باشد. با توجه به جدول ۵ عدم دقت مناسب روش MVFORM به دلیل فاصله نقطه طراحی از نقطه میانگین می باشد.

## ۷- نتیجه گیری

بر اساس نتایج بدست آمده برای پارامترهای حساسیت قابلیت اطمینان کاملا واضح است که پاسخ های روش FORM و شبیه سازی مونت کارلو به یکدیگر نزدیک می باشند که بیانگر دقت روش FORM نسبت به روش MVFORM می باشد. همچنین مشاهده می شود که دو روش تحلیلی FORM و MVFORM نیازمند فرم ریاضی تابع حالت حدی می باشند و همچنین در این دو روش تحلیلی تابع حالت حدی غیرخطی توسط سری تیلور به تابعی خطی تبدیل می گردد که منجر به خطایی در پاسخ بدست آمده می گردد، در صورتی که روش مونت کارلو هر نوع تابع حالت حدی غیرخطی را می تواند بصورت مستقیم در نظر بگیرد و نیازمند تبدیل تابع حالت حدی غیرخطی به تابعی خطی نیست. البته روش مونت کارلو نیازمند شبیه سازی های زیادی می باشد به خصوص به ازای مقادیر خیلی کوچک پارامتر حساسیت قابلیت اطمینان تعداد شبیه سازی های مورد نیاز مونت کارلو بسیار زیاد خواهد بود که منجر به افزایش زمان محاسباتی می گردد.

## مراجع

- [1] Melchers, R. and Ahammed, M.; "A fast approximate method for parameter sensitivity estimation in Monte Carlo structural reliability"; *Computers & Structures*, No. 82 (2004) 55-61
- [2] Lu, Z. and Song, S. and Yue, Z. and Wang, J.; "Reliability sensitivity method by line sampling"; *Structural Safety*, No. 30 (2008) 517-532
- [3] Karamchandani, A. S. and Cornell, C.; "Sensitivity estimation within first and second order reliability methods"; *Structural Safety*, No. 11 (1992) 95-107
- [4] Ditlevsen, O. and Madsen, H. O.; "Structural reliability methods"; Wiley New York. (1996)
- [5] Hohenbichler, M. and Rackwitz, R.; "Sensitivity and importance measures in structural reliability"; *Civil Engineering Systems*, No. 3 (1986) 203-209
- [6] Madsen, H. O. and Krenk, S. and Lind, N. C.; "Methods of structural safety"; Courier Dover Publications. (2006)



- [7] Wu, Y. T.; “*Computational methods for efficient structural reliability and reliability sensitivity analysis*”; *AIAA J.*, No. 32 (1994) 1717-1732
- [8] Wu, Y. T. and Mohanty, S.; “*Variable screening and ranking using sampling-based sensitivity measures*”; *Reliability Engineering & System Safety*, No. 91 (2006) 634-647
- [9] Zhao, Y. G. and Ono, T.; “*Moment methods for structural reliability*”; *Structural Safety*, No. 23 (2001) 47-75
- [10] Zhao, Y. G. and Ono, T.; “*On the problems of the fourth moment method*”; *Structural Safety*, No. 26 (2004) 343-347
- [11] Huang, B. Q. and Du, X. P, R.; “*Probabilistic uncertainty analysis by mean-value first order saddle-point approximation*”; *Reliability Engineering & System Safety.*, No. 93 (2008) 325-336
- [12] Alfredo, H. SA. and Wilson, H. T.; “*Probability concepts in engineering planning and design*”; Volume II , Decision, Risk and Reliability, John Wiley and Sons, New York, (1984)