



کد مقاله: ۱-۱۷۷

## آنالیز ضریب شدت تنش جبهه ترک نیم‌بیضوی محیطی عمیق در استوانه جدار نازک به روش اجزا محدود سه بعدی

امین زارعی<sup>۱</sup>، سید مهدی نبوی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، zareeamin@yahoo.com

۲- عضو هیأت علمی، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

### چکیده

در این مقاله ضرایب شدت تنش ترک نیم بیضوی محیطی به روش عددی محاسبه گردیده است. ترک در سطح داخلی استوانه و با نسبت منظر بزرگ‌تر از یک (عمیق) با توجه به فراوانی این نوع ترک‌ها در فرآیند خوردگی و خستگی، در نظر گرفته شده است. جهت تحلیل، با استفاده از نرم‌افزار اجزا محدود آباکوس، ضرایب شدت تنش در امتداد جبهه ترک سطحی به روش انتگرال  $J$  و با فرض حالت کرنش صفحه‌ای در امتداد جبهه ترک و حالت تنش صفحه‌ای در نقطه سطحی آن به ازای پارامترهای هندسی ترک شامل نسبت منظر  $1/2$  تا  $2$  و عمق نسبی  $0/2$  تا  $0/8$  محاسبه گردیده است. اعتبار سنجی نتایج با مقایسه ضرایب شدت تنش به دست آمده از تحلیل حاضر در امتداد جبهه ترک با نتایج موجود دیگر محققین در حالات خاص انجام شده است که تطابق قابل قبولی را نشان می‌دهد. نتایج این تحقیق بیانگر این نکته است که ضرایب شدت تنش ترک نیم بیضوی محیطی عمیق در استوانه همواره در نقطه سطحی بیشینه است و در امتداد جبهه ترک از نقطه سطحی تا نقطه عمقی رفتاری نزولی دارد و با افزایش نسبت منظر، حساسیت ضریب شدت تنش به آن کاهش می‌یابد.

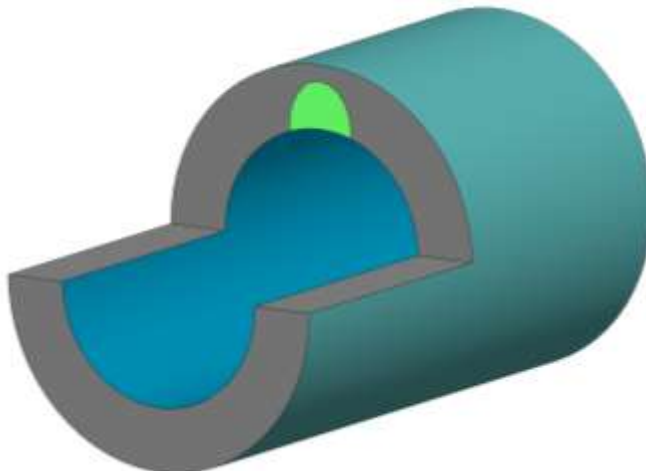
**کلمات کلیدی:** ترک نیم بیضوی محیطی عمیق، ضریب شدت تنش، تحلیل اجزا محدود، استوانه جدار نازک، جبهه ترک

### ۱- مقدمه

طراحی سازه‌های استوانه‌ای ایمن حین عملکرد با توجه به رواج روزافزون آن‌ها بدون استفاده از تئوری‌های حاکم بر مکانیک شکست الاستیک خطی غیرممکن به نظر می‌رسد. مهم‌ترین پارامتر مورد بحث در مکانیک شکست الاستیک خطی، ضریب شدت تنش یک جسم ترک‌دار تحت بارگذاری دلخواه می‌باشد. وجود ترک می‌تواند بر استحکام و طول عمر یک سازه ترک‌دار اثر بگذارد؛ به‌گونه‌ای که مقدار زیاد تنش منفرد موجود در نوک ترک منجر به خرابی سازه شود. در نتیجه جهت پیش‌بینی دقیق عمر خستگی و استحکام یک سازه ترک‌دار لازم است که آنالیز دقیق ضریب شدت تنش انجام گیرد. در عمل رایج‌ترین ترک‌هایی که در سازه‌های ترک‌دار به وجود می‌آیند، ترک‌های سطحی هستند که تحت بارگذاری خستگی تبدیل به ترک تمام عمقی می‌شوند. طبق تحقیقات تجربی انجام‌گرفته ترک‌های سطحی هنگام رشد عموماً به فرم ترک‌های نیم بیضوی در می‌آیند در حالی که حل تئوری دقیقی جهت به دست آوردن توزیع تنش و ضرایب شدت تنش این نوع ترک‌ها تاکنون ارائه نشده است. یکی از انواع ترک‌های سطحی که امروزه مورد توجه محققین قرار گرفته است ترک نیم بیضوی محیطی است که اکثراً در مقاطع دارای جوش در راستای

محیطی استوانه به وجود می‌آید. کتاب‌های مرجع از جمله [۱،۲] حلی جهت محاسبه ضرایب شدت تنش این نوع ترک ارائه نداده‌اند. درحالی‌که دلیل و اردوگان [۳] ضرایب شدت تنش در امتداد جبهه ترک نیم بیضوی طولی و محیطی داخلی و خارجی در پوسته‌های استوانه‌ای تحت کشش و خمش یکنواخت در دور دست را به کمک مدل خطی-فیزی ریس و لوی [۴] و با در نظر گرفتن تغییر شکل‌های عرضی برشی به دست آوردند. گریبیر و استراتمیر [۵] ضرایب شدت تنش ترک‌های نیم بیضوی محیطی داخلی تا عمق نسبی  $0/8$  و نسبت منظر  $0/33$  تا  $1$  در لوله‌های تحت شوک حرارتی با نسبت شعاع داخلی به ضخامت  $10$  را به روش تابع وزن محاسبه نمودند. فورمن و همکارانش [۶] به محاسبه ضرایب شدت تنش ترک‌های محیطی تمام عمقی در پوسته‌های استوانه‌ای تحت بار مرکب خمش-کشش پرداختند. ژیان مینگ و همکارانش [۷] با استفاده از روش تجربی فوتوالاستیسیت و روش کاستیک معادله‌ای تجربی جهت محاسبه ضرایب شدت تنش در امتداد جبهه ترک نیم بیضوی محیطی داخلی و خارجی با نسبت منظر کمتر از یک در استوانه‌هایی تحت بارگذاری کشش یکنواخت ارائه نمودند. برگمن [۸] به بررسی ضرایب شدت تنش در لوله‌هایی با ترک محیطی داخلی و خارجی و نسبت منظر کمتر از یک به کمک نرم‌افزار اجزا محدود آباکوس و روش انتگرال  $J$  موجود در آن پرداخت. زارعی و نبوی [۹] اثرات تعمیر لوله حاوی ترک نیم بیضوی محیطی عمیق توسط رویه‌های کامپوزیتی از جنس گلس-اپوکسی را بر ضرایب شدت تنش نقطه عمقی ترک مورد بررسی قراردادند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که با عمیق‌تر شدن ترک میزان کاهش ضریب شدت تنش بر اثر چسباندن رویه کامپوزیتی به لوله جهت تعمیر آن بیشتر می‌شود. سیپولا و لی [۱۰] به محاسبه ضریب شدت تنش مود یک ترک‌های سطحی با استفاده از روش تابع وزن پرداختند. کامایا و نیشیوکا [۱۱] ترک‌های سطحی طولی و محیطی در استوانه‌ها به روش اجزا محدود ترکیبی در حالت مود ترکیبی را مورد بررسی قراردادند. هو [۱۲] به محاسبه تنش  $T$  در ترک‌های محیطی داخلی در استوانه‌ها پرداخت. وی با استفاده از روش اجزا محدود سه بعدی و برای هندسه‌های مختلف ترک تنش  $T$  را محاسبه نمود. خو و همکارانش [۱۳] با در نظرگیری سه حالت بارگذاری مرجع در انتگرال تابع وزن، حل بسته ضرایب شدت تنش مود یک نقطه سطحی و عمقی ترک نیم بیضوی را به دست آورده و با فرض تغییر خطی تنش بین نقاط ناپوسته روشی برای محاسبه ضریب شدت تنش جهت مواقعی که تابع توزیع تنش به‌طور دقیق در دسترس نمی‌باشد، ارائه دادند. شیم و همکارانش [۱۴] به محاسبه ضرایب شدت تنش نقطه عمقی و سطحی در استوانه حاوی جوش با نسبت شعاع داخلی به ضخامت سه پرداختند. آن‌ها با فرض به وجود آمدن ترک نیم بیضوی محیطی در درز جوش به دو روش تابع وزن و برازش منحنی به محاسبه ضرایب شدت تنش پرداختند و نتایج آن‌ها را باهم مقایسه کردند. کومار و همکاران [۱۵] به ترک‌های سطحی محیطی و طولی در استوانه را مورد بررسی قراردادند. آن‌ها با استفاده از مدل المان‌های فیزی و المان پوسته پنج درجه آزادی موجود در نرم‌افزار آدینا ضرایب شدت تنش در مود یک را برای ترک‌های سطحی ذکر شده محاسبه نمودند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که ضرایب شدت تنش ترک نیم بیضوی محیطی واقع در سطح خارجی استوانه عموماً بیشتر از حالت داخلی آن است. بررسی مقالات ذکر شده نشان می‌دهد که تحقیقی در رابطه با محاسبه ضریب شدت تنش ترک‌های نیم بیضوی محیطی عمیق (نسبت منظر بالاتر از یک) توسط محققین ارائه نشده است درحالی‌که این نوع ترک در خوردگی استوانه‌های حاوی سیال خورنده [۱۶] و همچنین فرآیند خستگی ناشی از خوردگی بسیار رایج است. بنابراین در این تحقیق حل اجزاء محدود سه بعدی ضرایب شدت تنش مود یک در امتداد جبهه ترک نیم بیضوی محیطی عمیق در استوانه‌ای با نسبت شعاع داخلی به ضخامت  $R_i/t = 10$  همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده، انجام گرفته است. جهت این امر به کمک نرم‌افزار آباکوس ضرایب شدت تنش در امتداد جبهه ترک نیم بیضوی محیطی عمیق (نسبت منظر بالاتر از یک) تحت بارگذاری فشاری یکنواخت عمود بر سطح ترک به روش انتگرال  $J$  به ازای هندسه‌های مختلف ترک شامل ضریب منظر  $(a/c)$  و عمق نسبی  $(a/t)$  با در نظرگیری فرض حالت کرنش صفحه‌ای در امتداد جبهه ترک به جز نقطه سطحی که جهت آن حالت تنش صفحه‌ای در نظر گرفته شده است؛ محاسبه گردیده است. جهت سنجش میزان دقت نتایج به دست آمده، ضرایب شدت تنش در امتداد

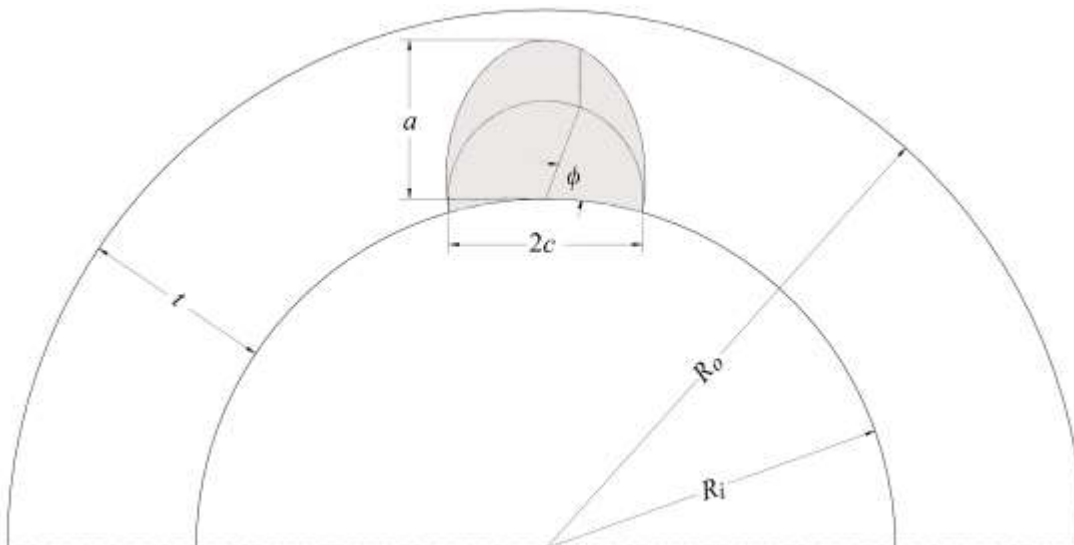
جبهه ترک با نتایج موجود دیگر محققین در حالات خاص مقایسه شده است که تطابق قابل قبولی را نشان می‌دهد. در انتها اثرات پارامترهای هندسی ترک از جمله نسبت منظر ( $a/c$ ) و عمق نسبی ( $a/t$ ) بر ضریب شدت تنش ترک در امتداد جبهه آن مورد بررسی قرار گرفته و حالات بحرانی ترک تحت بارگذاری ذکر شده جهت پیش‌بینی نحوه رشد آن تحت بارگذاری خستگی مورد بحث قرار گرفته است.



شکل ۱: ترک نیم بیضوی محیطی داخلی عمیق در استوانه

## ۲- تحلیل اجزا محدود

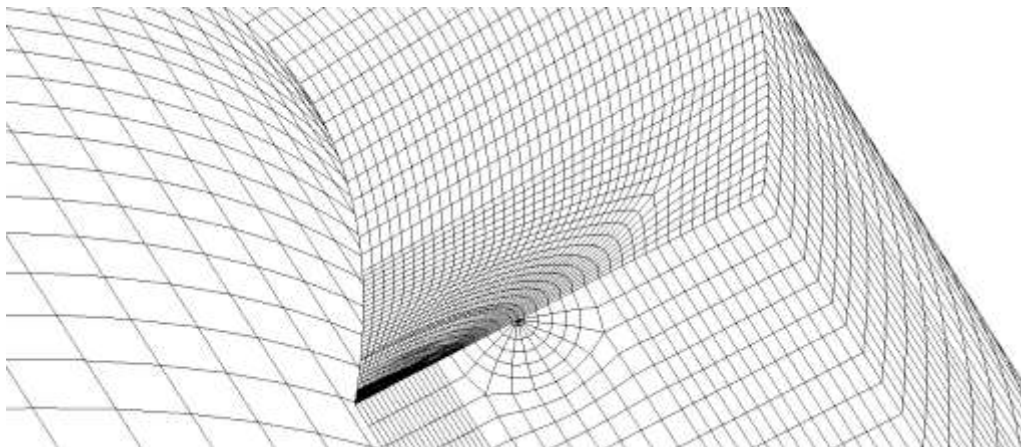
هندسه ترک نیم بیضوی در نظر گرفته شده با طول  $a$  و عمق  $c$  در استوانه‌ای به شعاع داخلی  $R_i$  شعاع خارجی  $R_o$  و ضخامت  $t$  در شکل ۲ نشان داده شده است. جهت مشخص کردن مختصات نقاط در امتداد جبهه ترک از پارامتر  $\phi$  استفاده گردیده است. با توجه به تقارن جبهه نتایج ضریب شدت تنش در امتداد جبهه صرفاً در محدوده  $0 \leq \phi \leq 90$  گزارش شده است. مدل ماده به کار گرفته شده مدل الاستیک خطی با مدول الاستیسیته  $E = 200 \text{ GPa}$  و ضریب پواسون  $\nu = 0.3$  انتخاب شده است.



شکل ۲: هندسه ترک نیم بیضوی محیطی عمیق در استوانه

با توجه به دو صفحه تقارن موجود در هندسه استوانه ترک‌دار جهت کاهش تعداد المان‌ها و در نتیجه صرفه جویی در زمان حل از ربع مدل جهت ایجاد هندسه اجزا محدود استوانه در نرم‌افزار بهره گرفته شده و جهت شبیه سازی با مدل استوانه کامل از شرایط مرزی تقارن محوری در راستای محور استوانه و عمود بر آن استفاده شده است. روابط تئوری توزیع تنش در جبهه ترک اجسام ایزوتروپیک نشان می‌دهند که توزیع تنش دارای انفراد از نوع  $1/\sqrt{r}$  است [۱۷]. از این رو انفراد تنش در المان‌های جبهه ترک توسط انتقال نودهای میانی آن‌ها به فاصله  $0.25$  از خط جبهه عملی شده است. نمونه‌ای از مش بندی استوانه در شکل ۳ نشان داده شده است. ناحیه جبهه ترک با استفاده از المان‌های اجری ایزو پارامتریک به فرمی که تعداد و اندازه المان‌ها در آن ناحیه با توجه به حساسیت ضریب شدت تنش؛ افزایش یابد المان بندی گردیده و با دور شدن از صفحه ترک تعداد المان‌ها کاهش می‌یابد. بارگذاری اعمالی به صورت فشار یکنواخت عمود بر سطح ترک در راستای محور استوانه اعمال گردیده است. روش محاسبه ضریب شدت تنش جهت هر هندسه ترک که شامل ضریب منظر  $a/c$  و عمق نسبی  $a/t$  می‌شود بدین صورت است که ابتدا مقدار انتگرال  $J$  در هر نود دلخواه در امتداد خط جبهه ترک و به صورت میانگین مقدار آن در کانتورهای دوم تا پنجم محاسبه می‌شود و سپس ضریب شدت تنش در امتداد جبهه ترک با فرض کرنش صفحه‌ای به صورت زیر به محاسبه می‌گردد:

$$K_{fem} = \sqrt{\frac{EJ}{1-\nu^2}} \quad (1)$$



شکل ۳: مدل اجزا محدود ترک نیم بیضوی محیطی عمیق در استوانه

همچنین در نقطه سطحی ترک با توجه به قیود کمتر موجود در آن نسبت به سایر نقاط جبهه، ضریب شدت تنش با فرض حاکم بودن شرط تنش صفحه‌ای به صورت زیر به دست آمده است:

$$K_{fem} = \sqrt{EJ} \quad (2)$$

در انتها جهت اطمینان از صحت نتایج به دست آمده، عدم تغییرات مقدار انتگرال  $J$  در کانتورهای دوم تا پنجم حول جبهه ترک به عنوان معیاری جهت بررسی صحت نتایج در نظر گرفته شده است. جهت اطمینان بیشتر ضرایب شدت تنش به ازای تعداد المان‌های مختلف محاسبه گردید تا از عدم وابستگی جواب‌های به دست آمده به تعداد المان‌ها اطمینان حاصل شود.

### ۳- اعتبارسنجی تحلیل عددی

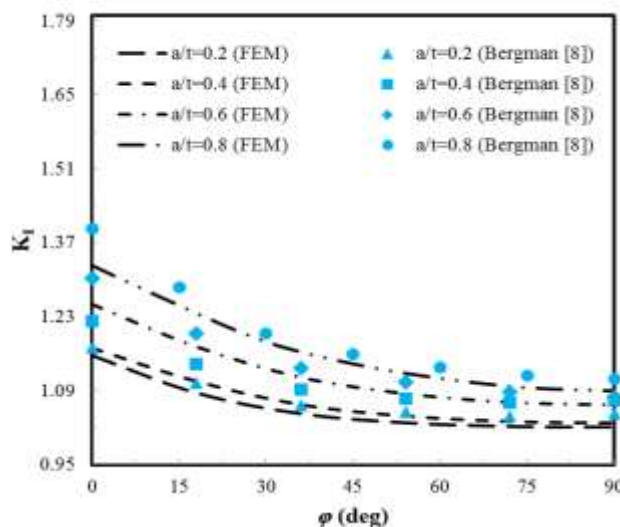
جهت بررسی صحت تحلیل عددی انجام گرفته نتایج ضرایب شدت تنش بی‌بعد در امتداد جبهه ترک نیم بیضوی محیطی با نسبت منظر  $a/c=1$  واقع در سطح داخلی استوانه‌ای به نسبت شعاع داخلی به ضخامت  $R_i/t=10$  به ازای نسبت عمقی  $a/t=0.2$  تا  $0.8$  تحت بارگذاری یکنواخت عمود بر سطح ترک به دست آمده از تحلیل اجزا محدود، با نتایج مشابه موجود در مرجع [۸] مقایسه گردیده و در شکل ۴ ترسیم شده است. قابل ذکر است که در این شکل ضرایب شدت تنش با فرض حاکم بودن شرایط کرنش صفحه‌ای در امتداد کلیه نقاط جبهه ترک از جمله نقطه سطحی (مطابق مرجع [۸]) بر اساس رابطه زیر به صورت بی‌بعد ترسیم شده‌اند:

$$K_I = \frac{K_{fem}}{\sigma \sqrt{\frac{\pi a}{Q}}} \quad (3)$$

در رابطه ۳ ضریب شدت تنش محاسبه‌شده به روش اجزا محدود از رابطه ۱،  $\sigma$  اندازه تنش اعمالی عمود بر سطح ترک و  $Q$  ضریب شکل ترک‌های بیضوی است که برای ترک‌های عمیق به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Q = 1 + 1.464 (c/a)^{1.65} \quad a/c \geq 1 \quad (4)$$

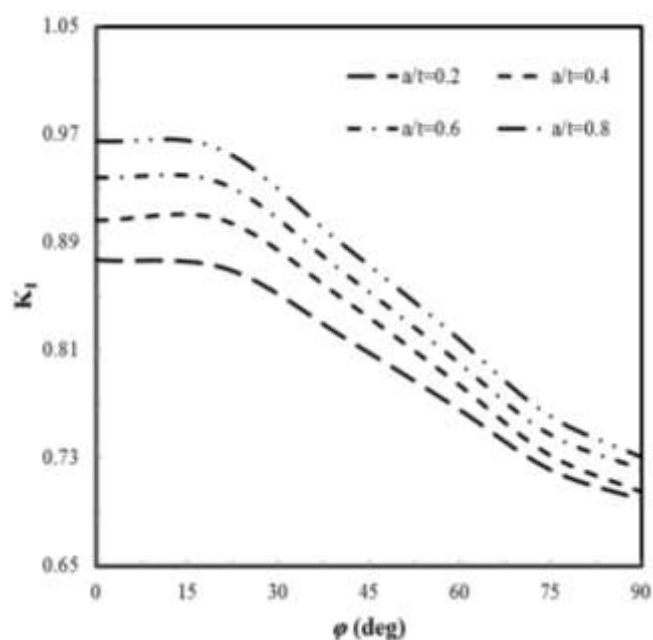
همان‌طوری که در شکل ۴ نشان داده‌شده ضرایب شدت تنش بی‌بعد رابطه ۳ در امتداد جبهه ترک به ازای تمامی نسبت‌های عمقی از تطابق قابل قبولی با نتایج مشابه مرجع [۸] برخوردار است به فرمی که بیشینه خطای ۵٪ را به صورت حد بالا نشان می‌دهد که بیانگر صحت آنالیز تحقیق حاضر است.



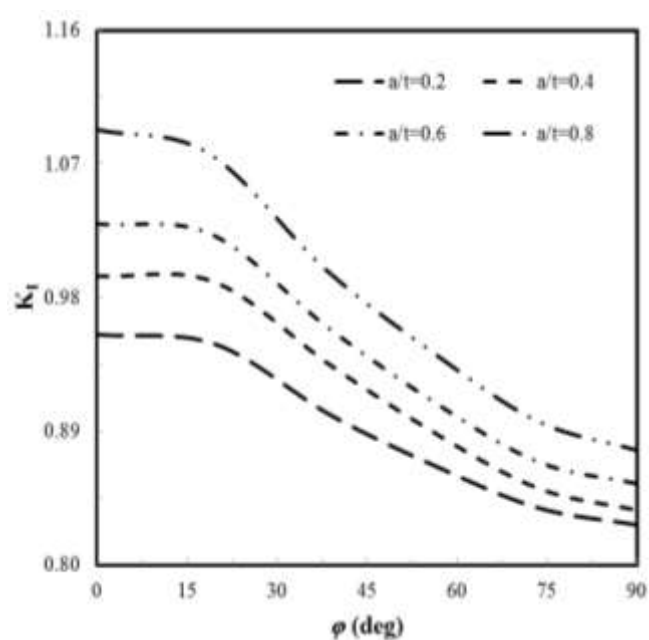
شکل ۴: مقایسه ضرایب شدت تنش بی‌بعد در امتداد جبهه ترک با مرجع [۸] به ازای نسبت منظر ۱

## ۴- بحث و نتایج

نسبت منظر ترک در این تحقیق در محدوده  $1/2 \leq a/c \leq 2$  با عمق نسبی متغیر در محدوده  $0/2 \leq a/t \leq 0/8$  در استوانه‌ای با نسبت شعاع خارجی به داخلی  $R_o/R_i = 1/1$  در نظر گرفته شده است. شکل‌های ۵ تا ۹ تغییرات ضرایب شدت تنش بی‌بعد (رابطه ۳) نسبت منظرهای  $1/2$  تا  $2$  برحسب موقعیت جبهه ترک ( $\phi$ ) به ازای عمق نسبی‌های مختلف با فرض کرنش صفحه‌ای در امتداد جبهه و تنش صفحه‌ای در نقطه سطحی را نشان می‌دهند. نمودارهای رسم شده بیانگر این نکته هستند که در یک نسبت منظر خاص با افزایش عمق نسبی ضریب شدت تنش افزایش می‌یابد تا جایی که همواره بیشینه ضریب شدت تنش در نقطه سطحی عمق نسبی  $0/8$  به وقوع می‌پیوندد؛ در صورتی که نرخ این افزایش با بالا رفتن نسبت منظر کمتر می‌شود.



شکل ۶: ضرایب شدت تنش بی‌بعد در امتداد جبهه ترک به ازای نسبت

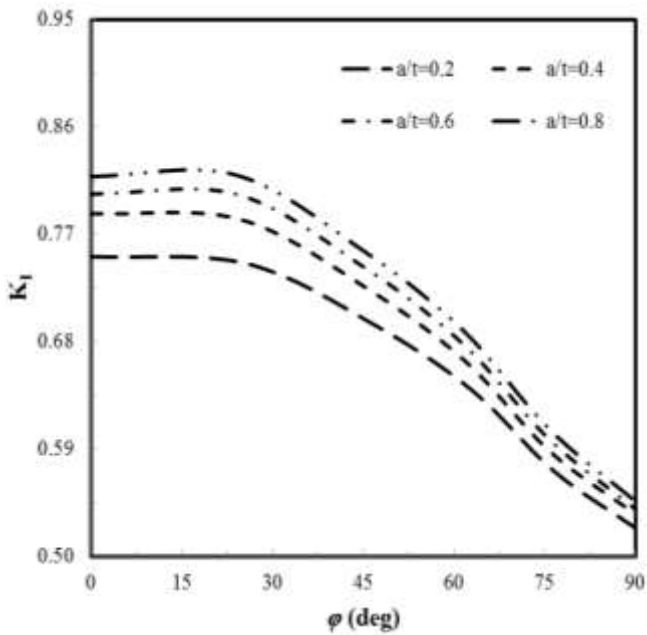


شکل ۵: ضرایب شدت تنش بی‌بعد در امتداد جبهه ترک به ازای نسبت منظر  $1/2$

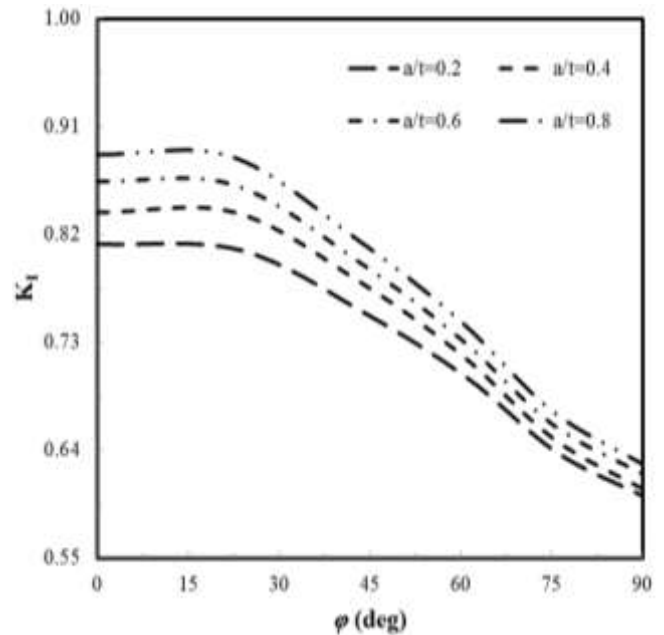
منظر  $1/4$

همچنین در هریک از نسبت منظرهای موردبررسی قرارگرفته در امتداد جبهه ترک با عبور از نقطه سطحی به نقطه عمقی ضریب شدت تنش کاهش می‌یابد. جهت بررسی اثرات نسبت منظر ترک بر ضریب شدت تنش آن در امتداد جبهه، شکل ۱۰ تغییرات ضریب شدت تنش در امتداد جبهه ترک به ازای نسبت منظرهای مختلف برای عمق نسبی  $a/t = 0/8$  به عنوان عمق نسبی بحرانی با توجه به نتایج به دست آمده از شکل‌های ۵ تا ۹ را نشان می‌دهد. همان‌طوری که در این شکل نشان داده شده است با افزایش ضریب منظر، ضریب شدت تنش کاهش می‌یابد که نشان‌دهنده کاهش حساسیت ضریب شدت تنش به نسبت منظر با افزایش آن است. همچنین بررسی رفتار ترک در امتداد جبهه نشان می‌دهد که

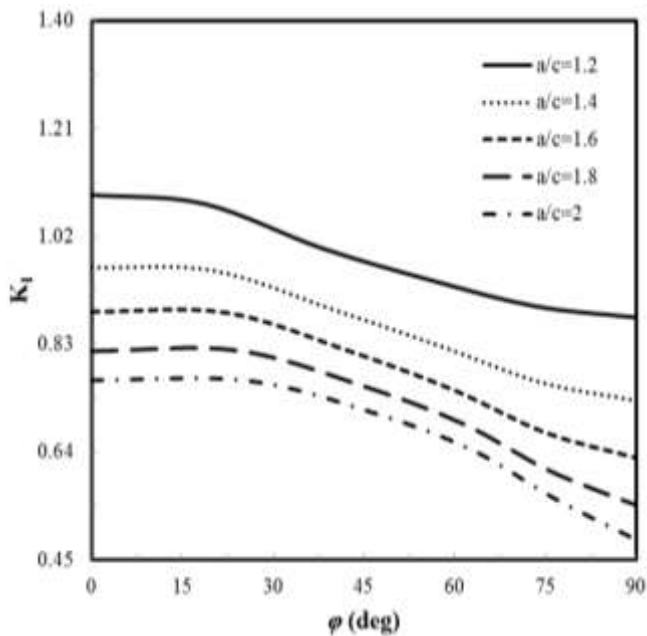
ضریب شدت تنش به ازای تمامی نسبت منظرها ابتدا تا حدود زاویه ۲۲ درجه ثابت است و سپس با شیب ملایمی شروع به کاهش می‌کند و در انتها با نزدیک شدن به نقطه عمقی شیب کاهش آن کمتر می‌شود. نتایج تجربی محققین نشان داده است که عموماً رشد ترک خستگی ترک‌های سطحی از نقطه سطحی یا عمقی آغاز می‌گردد. بنابر این در این تحقیق جهت کاربردی کردن نتایج در دریافت نحوه رشد ترک تحت بارگذاری خستگی، در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ تغییرات ضریب شدت تنش به ازای نسبت منظرهای مختلف بر حسب عمق نسبی به ترتیب برای نقطه سطحی و عمقی ترک محیطی عمیق ترسیم گردیده است.



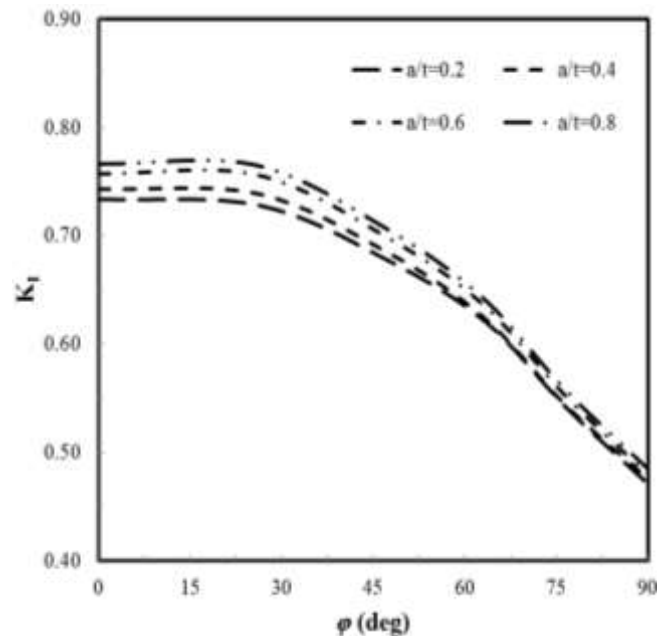
شکل ۸: ضرایب شدت تنش بی بعد در امتداد جبهه ترک به ازای نسبت



شکل ۷: ضرایب شدت تنش بی بعد در امتداد جبهه ترک به ازای نسبت منظر ۱/۶  
منظر ۱/۸



شکل ۱۰: ضرایب شدت تنش بی بعد در امتداد جبهه ترک به ازای عمق

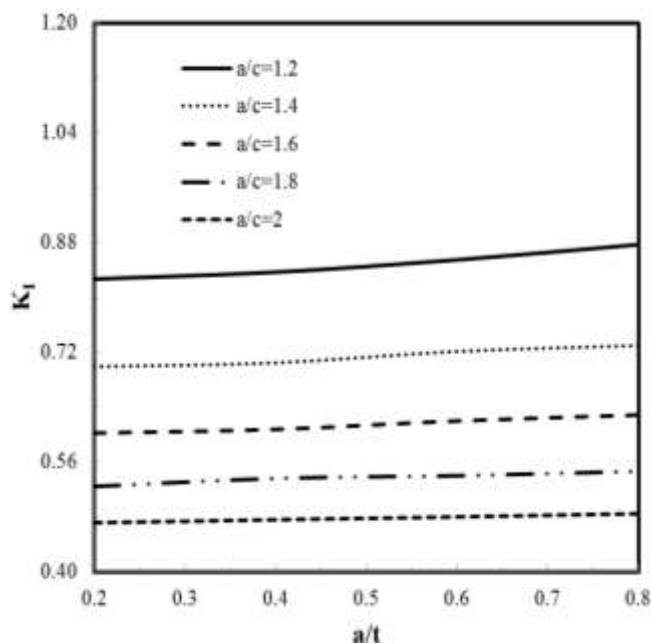


شکل ۹: ضرایب شدت تنش بی بعد در امتداد جبهه ترک به ازای نسبت منظر ۲

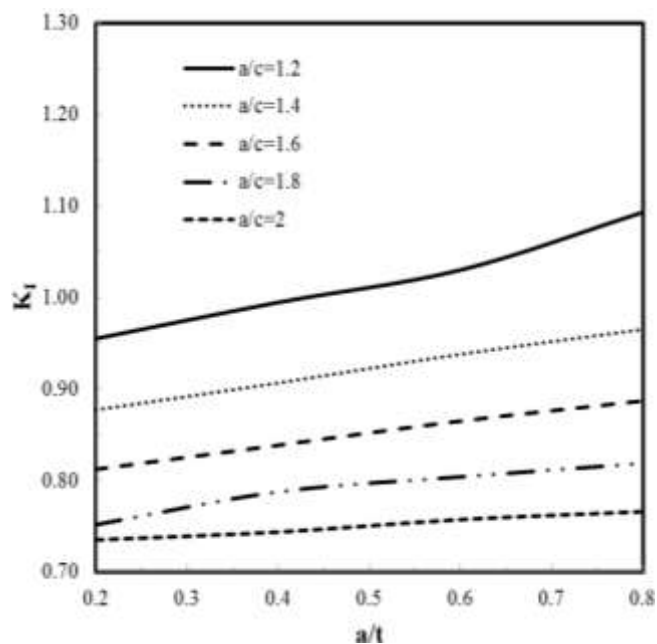
نسبی ۰/۸

شکل ۱۱ نشان می‌دهد که در حالت کلی با افزایش عمق نسبی ضریب شدت تنش نقطه سطحی به ازای تمامی نسبت منظرها افزایش می‌یابد و از طرف دیگر با افزایش ضریب منظر ضریب شدت تنش نقطه سطحی کاهش می‌یابد به گونه‌ای که بیشینه آن در نسبت منظر  $a/c = 1/2$  و همچنین شکل ۱۲ نشان می‌دهد که در حالت کلی همواره ضریب شدت تنش نقطه عمقی کمتر از نقطه سطحی است. از این شکل می‌توان دریافت که با افزایش ضریب منظر حساسیت ضریب شدت تنش نسبت به عمق نسبی در نقطه عمقی ترک بسیار کاهش می‌یابد؛ همچنین همانند رفتار مشاهده شده جهت نقطه سطحی در شکل ۱۱ بیشینه مقدار ضریب شدت تنش نقطه عمقی در عمق نسبی  $a/t = 0/8$  و ضریب منظر  $a/c = 1/2$  اتفاق می‌افتد. قابل ذکر است که نرخ افزایش ضریب شدت تنش با افزایش عمق نسبی، در نقطه عمقی نسبت به نقطه سطحی کمتر است. بنابراین این همواره این نوع ترک تحت بارگذاری خستگی از نقطه سطحی زودتر شروع به رشد می‌کند و در عمق نسبی‌های بالاتر و ضریب منظرهای پایین‌تر حالت بحرانی‌تری دارد. در نتیجه حالت محافظه کارانه طراحی سازه حاوی این نوع ترک بدین صورت است که ترک در عمق نسبی پایین و ضریب منظر بالا قرار گیرد.





شکل ۱۲: ضرایب شدت تنش بی بعد نقطه عمقی بر حسب عمق نسبی



شکل ۱۱: ضرایب شدت تنش بی بعد نقطه سطحی بر حسب عمق نسبی

## ۵- نتیجه گیری

در این تحقیق آنالیز شکست ترک نیم بیضوی محیطی عمیق ( $a/c > 1$ ) واقع در سطح داخلی استوانه‌ای با نسبت شعاع خارجی به داخلی  $R_o/R_i = 1/1$  از طریق محاسبه ضرایب شدت تنش در امتداد جبهه ترک به کمک نرم‌افزار اجزا محدود آباکوس به صورت عددی انجام گرفت. نتایج ضریب شدت تنش در امتداد جبهه ترک در محدوده  $1/2 \leq a/c \leq 2$  با عمق نسبی متغیر در محدوده  $0/2 \leq a/t \leq 0/8$  ارائه شد. بررسی اثرات پارامترهای هندسی ترک از جمله عمق نسبی و نسبت منظر بر ضریب شدت تنش در امتداد جبهه نشان می‌دهد که به ازای تمامی نسبت منظرها با افزایش عمق نسبی ضریب شدت تنش در امتداد جبهه افزایش می‌یابد به طوری که در عمق نسبی  $a/t = 0/8$  بیشینه است. همچنین با حرکت از نقطه سطحی به نقطه عمقی همواره ضریب شدت تنش کاهش می‌یابد به طوری که از بین تمامی حالات تحلیل شده در این تحقیق بیشینه ضریب شدت تنش در نقطه سطحی ترک با هندسه عمق نسبی  $a/t = 0/8$  و نسبت منظر  $a/c = 1/2$  اتفاق می‌افتد. جهت پیش‌بینی رفتار ترک تحت بارگذاری خستگی نمودارهای ضریب شدت تنش نقطه سطحی و عمقی بر حسب عمق نسبی و به ازای نسبت منظرهای مختلف ترسیم گردید. این نمودارها نشان می‌دهند که این نوع ترک تحت بارگذاری خستگی از نقطه سطحی زودتر شروع به رشد می‌کند و در عمق نسبی‌های بالاتر و ضریب منظرهای پایین‌تر حالت بحرانی‌تری دارد. بنابر این حالت محافظه کارانه طراحی سازه حاوی این نوع ترک بدین صورت است که ترک در عمق نسبی پایین و ضریب منظر بالا قرار گیرد.

- [1] Tada, H. Paris, P. C. and Irwin, G. R.; “*The Stress Analysis of Cracks Handbook*”; ASME Press (2000)
- [2] Murakami, Y.; “*Stress Intensity Factors Handbook*”; Pergamon Press (1987)
- [3] Delale, F. and Erdogan, F.; “Application of The Line-Spring Model to A Cylindrical Shell Containing A Circumferential or Axial Part-Through Crack”; *Journal of Applied Mechanics* **49**, (1982) 97-102
- [4] Rice, J. R. and Levy, N.; “The Part-Through Surface Crack in an Elastic Plate”; *Journal of Applied Mechanics* **39**, (1972) 185-194
- [5] Grebner, H. and Strathmeier, U.; “Stress Intensity Factors for Circumferential Semielliptical Surface Cracks in a Pipe under Thermal Loading”; *Engineering Fracture Mechanics* **22**, (1985) 1-7.
- [6] Forman, R. G., Hickman, J. C. and Shivakumar, V.; “Stress Intensity Factors for Circumferentially Through Cracks Subjected to Combined Tension and Bending Loads”; *Engineering Fracture Mechanics* **21**, (1985) 563-571.
- [7] Xian-Ming, K., Si-Tao, Z. and Zhen-Yuan, C.; “Studies on Stress Intensity Factor of Surface Cracks in A Cylinder under Remote Tension Loads”; *Engineering Fracture Mechanics* **33**, (1989) 105-111
- [8] Bergman, M.; “Stress Intensity Factors for Circumferential Surface Cracks in Pipes”; *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* **18**, (1995) 1155-1172
- [9] Zareei, A. and Nabavi, S. M.; “Effect of Composite Wrapping on the Stress Intensity Factors for Repaired Circumferentially Cracked Pipes”; *Proceedings of the 4th International Conference on Composites (CCFA-4)*, 2014.
- [10] Cipolla, R. C. and Lee, D. R.; “Technical Basis for Equations for Stress Intensity Factor Coefficients in ASME Section XI Appendix A”; *Pressure Vessel and Piping Codes and Standards (PVP2004-2708)*, USA (San Diego, California) (2004)
- [11] Kamaya, M. and Nishioka, T.; “Analysis of Surface Crack in Cylinder by Finite Element Alternating Method”; *Journal of Pressure Vessel Technology* **127**, (2005) 165-172
- [12] Huh, N. -S.; “Elastic T Stress Estimates for Circumferential Surface-cracked Cylinders”; *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* **29**, (2006) 57-69
- [13] Xu, S. X., Scarth, D. A. and Cipolla, R. C.; “Technical Basis for Proposed Weight Function Method for Calculation of Stress Intensity Factor for Surface Flaws in ASME Section XI Appendix A”; *Proceedings of The ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference (PVP2011-57911)*, USA (Baltimore, Maryland) (2011)
- [14] Shim, D. J., Kerr, M. and Xu, S. X.; “Effect of Weld Residual Stress Fitting on Stress Intensity Factor for Circumferential Surface Cracks in Pipe” *Proceedings of The ASME Pressure Vessels and Piping Conference (PVP2012-78180)*, Canada (Toronto, Ontario) (2012)
- [15] Kumar, V., German M. D. and Schumacher, B. I.; “Analysis of Elastic Surface Cracks in Cylinders Using the Line-Spring Model and Shell Finite Element Method”; *Journal of Pressure Vessel Technology* **108**, (1985) 403-411
- [16] Moglia, M., Davis P. and Burn S.; “Strong exploration of a cast iron cylindrical vessel failure model”; *Reliability Engineering & System Safety* **93**, (2008) 885–896
- [17] Anderson, T. L.; “*Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications*”, 3<sup>th</sup> edition, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2005