کد مقاله: ۱۲۱-۲

بهینه سازی سازه های خرپایی با قیود فرکانس طبیعی با استفاده از الگوریتم ژنتیک و بازتحلیل دینامیکی

بهروز احمدی ندوشن[۱]،ذبیح الله تیاره[۲]

۱- عضو هیأت علمی، دانشگاه یزد ، behrooz.ahmadi@gmail.com

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه یزد

چکیده

فرکانس های طبیعی پارامترهای مناسبی برای بررسی رفتار دینامیکی سازه ها می باشند. کنترل این پارامترها می توانند برای کاهش اثر مخرب بارگذاری دینامیکی در سازه به طراح کمک کند. با این حال، بهینه سازی وزن سازه ها با قیود فرکانسی به دلیل رفتار غیر خطی خود یک مسئله پیچیده است. بنابراین کاربرد روش های برنامه نویسی ریاضی در بهینه سازی این مسائل، دشوار و گاها غیرممکن خواهد بود.از این رو، استفاده از یک روش بهینه سازی جستجوی کلی که این مشکلات را برطرف کند اجتناب ناپذیر به نظر می رسد. الگوریتم های تصادفی و فرا ابتکاری، از جمله الگوریتم ژنتیک در مواردی که تابع هدف ناپیوسته باشد بسیار مفید هستند. با این حال استفاده از الگوریتم ژنتیک باعث افزایش تعداد دفعات تحلیل سازه می گردد.در این مقاله برای کاهش هزینه و تکرار محاسبات از روش بازتحلیل دینامیکی در کنار الگوریتم ژنتیک استفاده شده است.در پایان با ارائه چند مثال نتایج برای سازه های خرپایی مورد بررسی قرا گرفته است.

کلمات کلیدی: بهینه سازی سازه های خرپایی ،قیود فرکانس طبیعی ، الگوریتم ژنتیک ، بازتحلیل دینامیکی

۱- مقدمه

با پیشرفت روز افزون دانش ، بشر برای دستیابی به اهداف مورد نظر خود همواره در فکر استفاده بهینه از امکانات محدودی است که در اختیار دارد. عواملی چون پیشرفت صنعت و تکنولوژی ، اثرات زیست محیطی ، کاهش منابع و در عین حال مشکلات اقتصادی باعث شده است که پارامترهای زمان ، هزینه و کارآیی در کنار معیارهایی چون مقاومت و پایداری در طراحی سازه ها در نظر گرفته شود. به منظور تحقق این امر کاربرد گسترده یکی از شاخه های علم ریاضیات که بهینه سازی نامیده می شود ، در بیشتر زمینه ها گسترش یافته است. از طرفی ویژگی های منحصر به فرد سازه های خرپایی باعث توجه روز افزون معماران وطراحان برای استفاده از آنها در سازه های جدید شده است. سازه های خرپایی اگر برای پوشش دهانه های بزرگ استفاده شوند دارای تعداد زیادی عضو خواهند بود و اگر بعنوان دکلهای انتقال نیرو بکار روند، معمولا به تعداد زیادی ساخته خواهند شد بنابراین با بهینه سازی این نوع سازه ها می توان به میزان قابل توجهی در منابع و هزینه ها صرفه جویی کرد.

فرکانس های طبیعی پارامترهای نسبتا آسانی برای به دست آوردن و ارائه اطلاعات مفید در مورد رفتار دینامیکی سازه ها می باشند.کنترل این پارامترها می تواند برای به حداقل رساندن اثر مخرب بارهای دینامیکی سازه ، به طراح کمک کند. طراحی بهینه سازه خرپایی با قیدهای های دینامیکی در سال های اخیر همواره بعنوان یک موضوع مورد تحقیق مطرح بوده است. قیود فرکانس غیر خطی، غیر محدب و نسبت به متغیرهای طراحی ضمنی می باشند بنابراین روش های برنامه نویسی ریاضی در بهینه سازی این مسائل سخت و وقت گیر خواهد بود. علاوه بر این برای اینکه این روش ها به طور موفق اجرا شوند، یک نقطه شروع خوب امری حیاتی است وهمچنین ممکن است روش های مذکور به بهینه محلی همگرا شوند[۱]. الگوریتم های تصادفی و فرا ابتکاری وقتی که تابع هدف ناپیوسته باشد بسیار مفید هستند.الگوریتم ژنتیک یک الگوریتم تکاملی است که بطور گسترده در بهینه سازی مورد استفاده قرار گرفته است ، این الگوریتم گرچه یک روش قوی در بهینه سازی سازه ها محسوب می شود اما برای رسیدن به همگرایی در این روش به تعداد زیادی تحلیل اجزای محدود نیاز داریم و در مسائل بهینه سازه های بزرگ این یک مشکل عمده محسوب می شود. در حالت کلی نمی توان فرکانس های طبیعی را صریحاً نسبت به متغیرهای طراحی بیان کرد و در واقع تحلیل شامل حل یک دستگاه مقادیر ویژه می باشد. تکرار تحلیل مقادیر ویژه برای سازه های بزرگ و پیچیده زمان بر خواهد بود بنابراین استفاده از بازتحلیل مقادیر ویژه یک روش موثر برای کاهش محاسبات در روند بهینه سازی می باشد، علاوه بر کاهش هزینه محاسبات بازتحلیل دینامیکی از دقت نسبتاً مناسبی نیز برای حل مسائل مقادیر ویژه برخوردار می باشد. در مطالعات اخیر توجه بیشتر محققان به دقت روش های مختلف بازتحلیل سازه ها بوده است و توجه کمتری به کاربرد روش بازتحلیل در بهینه سازی شده است. در این مقاله یک روش ترکیبی بر اساس الگوریتم ژنتیک و بازتحلیل مقادیر ویژه برای بهینه سازی سازه های خرپایی با قیود فرکانس بکار گرفته شده است.

۲- روش کاهش یافته بازتحلیل مقادیر ویژه

۲-۱- فرمول بندی مسئله

با توجه به طراحی اولیه معادله مربوط به مقادیر ویژه بصورت زیر است:

$$K_0 u_0 = \lambda_0 M_0 u_0 \qquad (۱)$$

که K_0 و M_0 به ترتیب ماتریس جرم و ماتریس سختی می باشد. همچنین u_0 و λ_0 به ترتیب بردارهای ویژه و مقادیر ویژه می باشد.چون در بهینه سازی تحلیل برای سازه تغییر یافته انجام می شود، می توان رابطه کلی را بصورت زیر بیان کرد:

$$Ku = \lambda M u \qquad (۲)$$

در صورتیکه:

$$K = K_0 + \Delta K \qquad (۳)$$

$$M = M_0 + \Delta M \qquad (٤)$$

که ΔK و ΔK به ترتیب تغییرات ماتریس سختی و تغییرات ماتریس جرم را نشام می دهد. رابطه (۲) را می توان بطور مستقیم حل کرد اما وقتی که سازه بزرگ باشد این روش مناسب نمی باشد. در این مقاله روش تقریبی و کارآمد کیروش برای بازتحلیل مقادیر ویژه برای ارائه شده است.

۲-۲- روش بازتحلیل کیروش[۵]

فرض می کنیم بردار ویژه u مربوط به طراحی جدید، بصورت خطی نسبت به بردارهای مستقل u_1 ، u_2 و ....u_s بیان می شود:

$$u \cong \tilde{u} = y_1 u_1 + y_2 u_2 + \cdots + y_s u_s = u_B y \qquad (۵)$$

با جایگذاری رابطه (۵) در رابطه (۲) و ضرب طرفین رابطه در u_B^T خواهیم داشت:

$$u_B^T K u_B y = \lambda u_B^T M u_B y \quad (٦)$$

اگر K_R و M_R را بصورت زیر تعریف شود:

$$K_R = u_B^T K u_B \quad (٧)$$

$$M_R = u_B^T M u_B \quad (٨)$$

همچنین با جایگذاری روابط (۷) و (۸) در (٦) خواهیم داشت:

$$K_R y = \lambda M_R y \quad (٩)$$

رابطه (۹) یک دستگاه از درجه s می باشد که معمولا نسبت به دستگاه معادله اولیه خیلی کوچکتر و ساده تر می باشد. دستگاه کاهش یافته فوق را می توان براحتی حل کرد. بنابراین پس از حل معادله (۹) بردارهای ویژه y بدست می آید. پس از بدست آوردن y ، حل تقریبی از رابطه (۵) بدست می آید. نهایتا با استفاده از رابطه رایلی مقادیر ویژه بدست می آید:

$$\bar{\lambda} = \frac{u^T K u}{u^T M u} \quad (١٠)$$

حال به روش محاسبه بردار ویژه می پردازیم، ابتدا رابطه زیر را تعریف می کنیم:

$$f_0 = \lambda_0 M_0 u_0 \quad (١١)$$

$$\mathrm{f} = \lambda M u \quad (١٢)$$

$$\Delta f = \lambda M u - \lambda_0 M_0 u_0 \quad (١٣)$$

بر این اساس رابطه (۲) را می توان بصورت زیر نوشت:

$$(K_0 + \Delta K) u = f_0 + \Delta f \quad (١٤)$$

مقدار u را بر اساس رابطه (١٤) بصورت زیر می نویسیم:

$$\begin{aligned} u &= (K_0 + \Delta K)^{-1} (f_0 + \Delta f) \\ &\cong (1 + K_0^{-1} \Delta K)^{-1} K_0^{-1} (\lambda_0 M_0 u_0 + \lambda_0 \Delta M u_0) \\ &= (1 + B)^{-1} K_0^{-1} \ (\lambda_0 M_0 u_0 + \lambda_0 \Delta M u_0) \end{aligned} \quad (١٥)$$

در رابطه فوق ماتریس B بصورت زیر تعریف می شود:

$$B = K_0^{-1} \Delta K$$

رابطه (١٥) را می توان بصورت زیر بسط داد:

$$u = (1 - \mathrm{B} + B^2 + \cdots) K_0^{-1} (\lambda_0 M_0 u_0 + \lambda_0 \Delta M u_0) \quad (١٦)$$

اگر ماتریس u_p را بصورت زیر تعریف کنیم:

$$u_p = K_0^{-1} (\lambda_0 M_0 u_0 + \lambda_0 \Delta M u_0) \quad (١٧)$$

نهایتا ماتریس بردارهای ویژه از رابطه زیر بدست می آید:

$$u_B = (u_p \,, -B u_p \,, B^2 u_p \,, \dots) \quad (١٨)$$

۳- روش ترکیبی بازتحلیل دینامیکی بر اساس الگوریتم ژنتیک

۳-۱- رابطه سازی مسئله بهینه سازی

در مسائل بهینه سازی معمولاً وزن سازه بعنوان تابع هدف در نظر گرفته می شود و قیود طراحی تنش، جابجایی و فرکانس طبیعی می باشد. در حالت کلی رابطه ریاضی مسئله بهینه سازی بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} &Minimize\ f(x) \\ &(x)\leq 0 \quad i=1,2,\ldots,m g_i \\ &\quad j=1,2,\ldots,n x_J \in R \end{aligned} \qquad (۱۹)$$

در روابط بالا f(x) بیانگر تابع هدف ، g(x) قیود ، m و n به ترتیب تعداد قیود و تعداد متغیرهای طراحی را نشان می دهد. $x = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$ بردارمتغیرهای طراحی مسئله را نشان می دهد. در این مقاله متغیرهای طراحی بصورت زیر تعریف می شود:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{Ne} x_i l_i \rho_i \qquad (۲۰)$$

و قیود فرکانس طبیعی بصورت زیر می باشد:

$$g_i(x) = \frac{\lambda_i}{\lambda_{all}} - 1 \geq 0 \qquad (۲۱)$$

ρ_i و l_i به ترتیب وزن مخصوص و طول اعضای خرپایی را نشام می دهد. Ne تعداد اعضای سازه خرپایی می باشد. همچنین λ_i و λ_{all} به ترتیب فرکانس طبیعی و مقدار مجاز فرکانس طبیعی است. برای تبدیل مسئله بهینه سازی غیرمقید به مسئله مقید ، تابع جریمه را به تابع هدف اضافه می کنیم. تابع جریمه برای قیود فرکانس بصورت زیر تعریف می شود:

$$p_i(\lambda_i) = \begin{cases} C_p(\lambda_i - \lambda_{all})/\lambda_{all} & if\ \lambda_i < \lambda_{all} \\ 0 & otherwise \end{cases} \qquad (۲۲)$$

ضریب C_p ضریب تعدیل می باشد که بر اساس قیود مسئله تعیین می شود.

۳-۲- الگوریتم ژنتیک بر اساس روش بازتحلیل دینامیکی

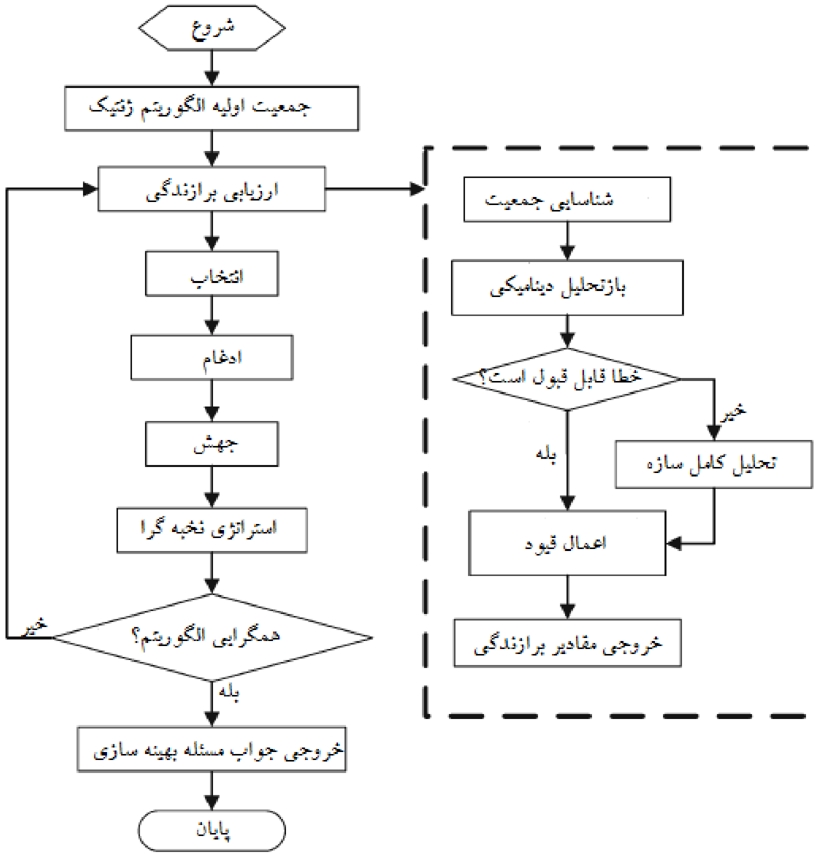
الگوریتم ژنتیک بطور گسترده در مسائل بهینه سازی سازه مورد استفاده قرار گرفته است، با توجه به قابلیت های الگوریتم ژنتیک در این مقاله از این روش استفاده شده است. همچنین برای کاهش میزان محاسبات از روش بازتحلیل دینامیکی در حل معادله مقدار ویژه استفاده شده است.شکل (۱) فلوچارت بهینه سازی با استفاده از الگوریتم زنتتیک و بازتحلیل دینامیکی را نشان می دهد. در ادامه با ذکر مثال های عددی کارآمد بودنروش پیشنهادی نشان داده شده است.

٤- مثال های عددی

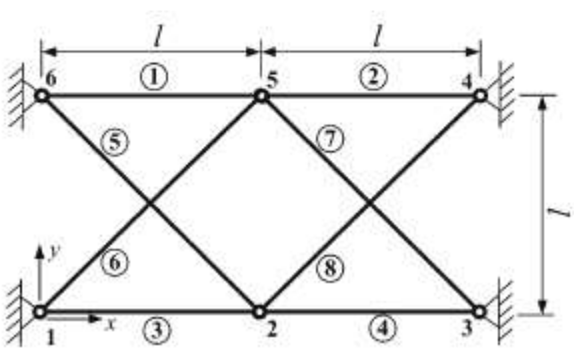
٤-١- سازه خرپایی ۸ عضوی برای نشان دادن کارآیی روش بازتحلیل

خرپای متقارن ۸ عضوی در شکل (۲) نشان داده شده است.مدول یانگ و وزن مخصوص مصالح به ترتیب 2.1×10^{11}pa و $7800\ kg/m^3$ می باشد. سطح مقطع اولیه کلیه اعضا $0.01 m^2$ است. مقادیر فرکانس های اصلی برای سازه اولیه بصورت زیر می باشد.

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 54.74Hz \quad ,\lambda_3 = \lambda_4 = 107.04Hz$$



شکل۱ : فلوچارت حل مسئله بهینه سازی براساس الگوریتم ژنتیک و بازتحلیل دینامیکی



شکل۲ : سازه خرپایی ۸ عضوی مثال ٤-۱

برای نشان دادن کارآیی روش بازتحلیل ، سطح مقطع اعضل را تغییر داده و حل دقیق را با حل تقریبی مقایسه می کنیم. فرض می کنیم سطح مقطع اعضای سازه تغییر یافته بصورت A=[0.015,0.015,0.025,0.025,0.030,0.030,0.010,0.10] می باشد.در جدول (۱) نتایج حاصل از بازتحلیل و حل دقیق باری سازه تغییر یافته آمده است.همانطور که ملاحظه می شود مقادیر فرکانس های طبیعی بدست آمده با استفاد از روش بازتحلیل ، به مقادیر حل دقیق نزدیک بوده و خطای ایجاد از ۱٪ تجاوز نکرده است.

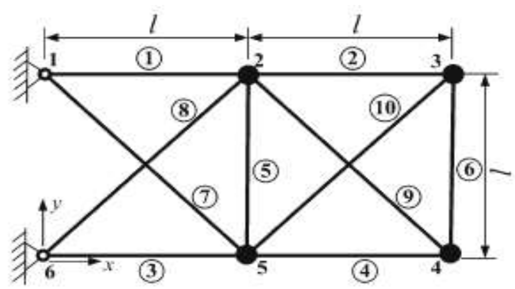
جدول۱: بررسی کارآیی روش بازتحلیل دینامیکی

شماره مود	1		2	
	بازتحلیل	حل دقیق	بازتحلیل	حل دقیق
شکل ارتعاش آزاد سازه u_2^x u_2^y u_5^x u_5^y	-0.410×10^{-18} 0.531×10^{-18} -0.154×10^{-18} 0.259×10^{-1}	-0.407×10^{-18} 0.5285×10^{-18} -0.1495×10^{-18} 0.2575×10^{-1}	0.440×10^{-18} 0.173×10^{-1} 0.206×10^{-18} -0.315×10^{-17}	0.437×10^{-18} 0.166×10^{-1} 0.200×10^{-18} -0.313×10^{-17}
مقدار فرکانس	*49.97*	*49.821*	*56.87*	*56.73*
خطای فرکانس	*0.29%*		*0.23%*	
شماره مود	3		4	
	بازتحلیل	حل دقیق	بازتحلیل	حل دقیق
شکل ارتعاش آزاد سازه u_2^x u_2^y u_5^x u_5^y	0.1571×10^{-1} 0.442×10^{-17} -0.169×10^{-16} -0.210×10^{-17}	0.168×10^{-1} 0.4375×10^{-17} -0.167×10^{-16} -0.210×10^{-17}	0.225×10^{-16} 0.331×10^{-17} 0.255×10^{-16} 0.000×10^{-18}	0.220×10^{-16} 0.329×10^{-17} 0.257×10^{-16} 0.000×10^{-18}
مقدار فرکانس	*104.47*	*103.74*	*114.93*	*114.07*
خطای فرکانس	*0.51%*		*0.75%*	

u_i^j : جابجایی گره iام در راستای j

٤-٢- خرپای ١٠ عضوی

این سازه در سال های اخیر بطور گسترده در مقالات مختلف مورد بررسی قرار گرفته است[٢و٣و٤]. بهینه سازی سازه شکل (٣) با قیود را با استفاده از روش بازتحلیل و روش دقیق مقایسه می کنیم. مدول یانگ و وزن مخصوص مصالح به ترتیب $6.89\times10^{10}pa$ و $2770\ kg/m^3$ می باشد. حد پایین سطح مقطع اعضا $0.654\ cm^2$ می باشد.جرم غیره سازه ای به میزان 454kg در تمام گره ها در نظر گرفته شده است و قیود فرکانس طبیعی بصورت زیر می باشد: $\lambda_3\geq 20$, $\lambda_2\geq 15$, $\lambda_1\geq 7$



شکل٣ : سازه خرپایی ١٠ عضوی مثال ٤-٢

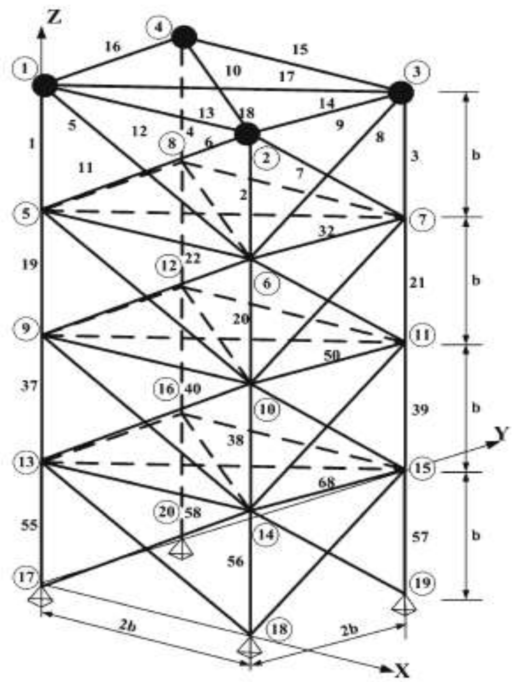
نتایج بهینه سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک در جدول (۲) آمده است و حل با استفاده از روش تقریبی بازتحلیل با روش حل دقیق مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می شود روش بازتحلیل با دقت مناسب مسئله مقدار ویژه را حل کرده است. در جدول (۱) همچنین زمان مورد نیاز برای حل مسئله با هر دو روش آمده است.

جدول۲: بهینه ساری سازه خرپایی ۱۰ عضوی

شماره اعضا	وانگ [3]	الگوریتم ژنتیک - حل دقیق	الگوریتم ژنتیک - بازتحلیل
1	32.465	35.510	37.812
2	16.577	16.576	9.5189
3	32.456	36.847	36.460
4	16.577	10.142	19.094
5	2.115	5.820	2.8512
6	4.467	3.990	5.524
7	22.810	19.508	19.463
8	22.810	27.795	26.405
9	17.490	12.381	14.342
10	17.490	13.530	10.642
وزن بهینه (کیلوگرم)	553.8	538.01	535.66
λ_1	7.011	7.001	7.008
λ_2	17.302	17.868	17.146
λ_3	20.001	20.023	20.092
زمان تحلیل(دقیقه)		*32.20*	*15.40*

٤-٢- خرپای ۷۲ عضوی

خرپای سه بعدی با مصالح آلومینیم مد نظر می باشد. مدول یانگ و وزن مخصوص مصالح به ترتیب $6.89 \times 10^{10} pa$ و $2770\ kg/m^3$ می باشد. جرم غیرسازه ای به میزان 2270 kg در گره های شماره یک تا چهار قرار گرفته است. قیود فرکانس طبیعی بصورت زیر می باشد: $\lambda_1 \geq 4\ ,\ \lambda_3 \geq 6$. بمنظور سادگی محاسبات اعضای خرپا به 16 گروه تقسیم شده اند و این مسئله بهینه سازی دارای 16 متغیر طراحی مستقل می باشد. نتایج بهینه سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک در جدول (۳) آمده است و حل با استفاده از روش تقریبی بازتحلیل با روش حل دقیق مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می شود روش بازتحلیل با دقت مناسب مسئله مقدار ویژه را حل کرده است. در جدول (۳) همچنین زمان مورد نیاز برای حل مسئله با هر دو روش آمده است.



شکل٤: سازه خرپایی ۷۲ عضوی مثال ٤-۳

جدول۳: بهینه سازی سازه خرپایی ۷۲ عضوی

		الگوریتم ژنتیک	
	صداقتی [6]	حل دقیق	بازتحلیل
A1-A4	3.499	2.671	3.196
A5-A12	7.932	10.542	10.102
A13-A16	0.645	0.645	0.687
A17-A18	0.645	0.721	0.778
A19-A22	8.056	11.023	14.563
A23-A30	8.011	6.432	6.598
A31-A34	0.645	0.810	0.751
A35-A36	0.645	0.945	1.012
A37-A40	12.812	11.321	12.033
A41-A48	8.061	8.40	7.689
A49-A52	0.645	0.733	0.852
A53-A54	0.645	0.642	0.718
A55-A58	17.279	11.223	13.054
A59-A66	8.088	6.988	6.0844
A67-A70	0.645	0.741	0.719
A71-A72	0.645	0.850	0.983
وزن بهینه	327.605	323.03	326.67
λ_1	4.000	4.0012	4.0011
λ_3	6.000	6.0010	6.003
زمان تحلیل(دقیقه)		45.35	23.15

۵- نتیجه گیری

الگوریتم ژنتیک در مواردی که تابع هدف ناپیوسته باشد بسیار مفید هستند. با این حال استفاده از الگوریتم ژنتیک باعث افزایش تعداد دفعات تحلیل سازه می گردد.در این مقاله برای کاهش هزینه و تکرار محاسبات از روش بازتحلیل دینامیکی در کنار الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. مثال های عددی بکار رفته دقت و کاراآیی روش بازتحلیل دینامیکی در بهینه سازی خرپا با قیود فرکانس را نشان می دهد. نتایج نشان می دهد خطای استفاده از روش تقریبی حداکثر یک درصد می باشد در صورتی که زمان محاسبات تا ۵۰ درصد کاهش می یابد.

مراجع

[1]Miguel, L. F. F., & Fadel Miguel, L. F. (2012). Shape and size optimization of truss structures considering dynamic constraints through modern metaheuristic algorithms. Expert Systems with Applications, 39(10), 9458-9467.

[2]Lingyun, W., Mei, Z., Guangming, W., & Guang, M. (2005). Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints based on genetic algorithm. Computational Mechanics, 35(5), 361-368.

[3] Wang, D., Zhang, W. H., & Jiang, J. S. (2004). Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints. AIAA journal, 42(3), 622-630.

[4] Gomes, H. M. (2011). Truss optimization with dynamic constraints using a particle swarm algorithm. Expert Systems with Applications, 38(1), 957–968.

[5] Kirsch, U. (2008). Reanalysis of structures. Reanalysis of Structures: A Unified Approach for Linear, Nonlinear, Static and Dynamic Systems, 93-120.

[6] Sedaghati, R. (2005). Benchmark case studies in structural design optimization using the force method. International Journal of Solids and Structures, 42,5848–5871.