کد مقاله: ۱۲۳-۲

تحلیل قابلیت اعتماد قاب فولادی با استفاده از روش شبیه سازی مونت کارلو بازه ای

احسان جهانی[۱]، مهدی اسدی[۲]

۱- عضو هیأت علمی، دانشگاه مازندران، بابلسر، e.Jahani@umz.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد ، موسسه آموزش عالی علوم و فناوری آریان، بابل

چکیده

تحلیل سازه ها در دنیای مهندسی بیشتر بر اساس روشهای قطعی صورت می گیرد. به طوریکه در طراحی بر اساس روشهای آیین نامه ای تمام متغیرهای مؤثر در مسأله، از جمله خواص مکانیکی و بارگذاری قطعی فرض شده و با اعمال ضرایب اطمینان، عدم قطعیت ها را پوشش می دهند. این ضرایب اطمینان، عدم گسیختگی سازه ها به روش آیین نامه ها را تضمین می کند. لیکن در عمل، بسیاری از پارامترها دارای عدم قطعیت زیادی در ذات خود می باشند، که قطعی فرض کردن آنها و یا اعمال ضرایب اطمینان بزرگ برای پوشش دادن عدم قطعیت ها، باعث غیر اقتصادی شدن طرح است. این مقاله ارزیابی قابلیت اعتماد سازه ای را زمانی که پارامترهای آماری به علت عدم قطعیت های دانش بنیان و شانسی دقیقا نمی توانند تعیین شوند، به کمک روش شبیه سازی مونت کارلو بازه ای مورد بررسی قرار می دهد.

کلمات کلیدی: قابلیت اعتماد، عدم قطعیت های آماری، شبیه سازی مونت کارلو

۱- مقدمه

در طراحی سازه ها، بارهای وارده، هندسه سازه، فرآیند های ساخت و محیط پیرامون، دارای عدم قطعیت بوده و همگی آنها از توابع احتمالاتی پیروی می کنند. لیکن، امروزه تحلیل سازه ها در دنیای مهندسی بیشتر بر اساس روش های قطعی صورت می گیرد. به طوریکه در طراحی براساس روش های آیین نامه ای تمام متغیرهای موثر در مساله قطعی فرض شده و با اعمال ضرایب اطمینان عدم قطعیت ها را پوشش می دهند. این ضرایب اطمینان، عدم گسیختگی سازه ها به روش آیین نامه ای را تضمین می کند. در عمل بسیاری از پارامترها دارای عدم قطعیت زیادی در ذات خود می باشند، که قطعی فرض کردن آنها و یا اعمال ضرایب اطمینان بزرگ برای پوشش دادن عدم قطعیت ها، باعث غیر اقتصادی شدن طرح است[1].

تخمین احتمال شکست سیستم های سازه ای با شکل های مختلف تحت انواع بارگذاری ها اخیرا مورد مطالعه بسیاری از تحقیقات در زمینه تحلیل قابلیت اعتماد سازه ها بوده است. برای تحلیل قابلیت اعتماد سازه ها دو روش کلی وجود دارد: محاسبه و تحلیل تئوریک قابلیت اعتماد که منجر به ابداع روشهایی مانند FORM[۲] و SORM[۳] و غیره شده و روشهایی مبنی بر شبیه سازی. در روشهای تئوریک نیاز

---

[2] First-Order Reliability Method(FORM)
[3] Second-Order Reliability Method(SORM)

به محاسبه گرادیان تابع حالت حدی[1] می باشد در حالی که روش های مبنی بر شبیه سازی معمولا نیازی به محاسبه این گرادیان نبوده و با انجام محاسبات ساده ای می توان احتمال شکست یک سازه را تعیین کرد[2].

روش شبیه سازی مونت کارلو[2] روشی پرکاربرد مبتنی بر شبیه سازی برای محاسبه قابلیت اعتماد سازه می باشد که در عین سادگی تقریب نسبتا دقیقی از احتمال شکست یک سازه را ارائه می دهد. این روش بخصوص در مسایل پیچیده با متغیرهای تصادفی[3] بسیار مناسب است[3]. رایج ترین عدم قطعیت ها؛ عدم قطعیت دانش بنیان[4] و الله بختکی[5] است. عدم قطعیت الله بختکی به واسطه طبیعت تصادفی و ذاتی کمیت هاست، این عدم قطعیت ها عموما به وسیله متغیر های تصادفی مدل می شوند. در مقایسه با عدم قطعیت الله بختکی، عدم قطعیت دانش بنیان بر خاسته از مدل های ناقص، ساده سازی ها و محدود کردن اطلاعات در دسترس نشأت می گیرد. عدم قطعیت های آماری منبع مهم دیگر عدم قطعیت دانش بنیان است که توزیع احتمالاتی برای توصیف پدیده تصادفی عموماً مبهم است. در این مقاله توزیع پارامتر های مبهم به وسیله باند های فاصله ای بر مبنای فاصله اطمینان مدل می شوند.

۲- تئوری قابلیت اعتماد

یکی از اساسی ترین اهداف مهندسی عمران، طراحی سازه های ایمن می باشد. اما به دلیل وجود عدم قطعیت در پارامترهای مهندسی عمران، نمی توان به یک طرح کاملا ایمن دست یافت، بلکه همواره طراحی ها با میزانی از احتمال خرابی همراه می باشند. محاسبه احتمال خرابی سازه از نکات مهم در مهندسی عمران می باشد. تدوین آیین نامه های طراحی یکی از کاربردهای اساسی تئوری قابلیت اعتماد می باشد. شکل(۱) جایگاه تئوری قابلیت اعتماد را در ارتباط با آیین نامه ها نشان می دهد.

شکل(۱)-جایگاه قابلیت اعتماد

[1] Limit states function
[2] Monte Carlo Simulation(MCS)
[3] Random variables
[4] Epistemic uncentainty
[5] Aleatory uncentainty

مفهوم قابلیت اعتماد در رشته های مختلفی بکار برده شده و به شکل های مختلفی تفسیر شده است. عمومی ترین تعریف پذیرفته شده برای قابلیت اعتماد این است که قابلیت اعتماد، احتمال این است که آیتمی عملکردش را در بازه زمانی مشخص تحت شرایط مشخصی انجام دهد. در این تعریف برای قابلیت اعتماد چهار مطلب به چشم می خورد: احتمال، عملکرد خواسته شده، زمان و شرایط عملکرد.

۳- شبیه سازی مونت کارلو

روش شبیه سازی مونت کارلو[1] تحت عنوان یک روش نمونه برداری تصادفی ساده یا یک روش آزمون آماری شناخته می شود که امکان شناسایی متغیرهای تصادفی بر مبنای مجموعه های نمونه برداری که به صورت تصادفی تولید شده اند را فراهم می نماید. روش مذکور یک ابزار ریاضی کارآمد جهت تعیین احتمال تقریبی مربوط به یک پیشامد خاص، که خود نتیجه مجموعه ای از فرآیندهای تصادفی می باشد، ارائه می دهد.به طور کلی روش مونت کارلو متشکل می شود از: تولید دیجیتال تابع ها و متغیرهای تصادفی، تحلیل آماری نتایج آزمون و روش های کاهش واریانس. فرآیند محاسباتی مربوط به روش MCS به صورت زیر قابل بیان است:

الف) یک نوع توزیع برای متغیر تصادفی انتخاب کنید.

ب) یک مجموعه ی نمونه برداری از توزیع مذکور تولید نمایید.

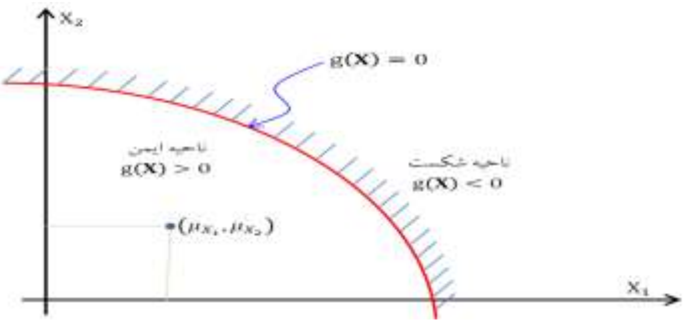
پ) شبیه سازی های لازم را بر اساس مجموعه ی نمونه برداری تولید شده انجام دهید.

۳-۱- محاسبه احتمال شکست

در رویکرد شبیه سازی مونت کارلو معمولا هیچ آزمایش واقعی انجام نمی شود. برای تحلیل قابلیت اعتماد به کمک این روش، از یک تابع حالات حدی g استفاده می شود.

$$g(X)= R(X) - S(X) \qquad (1)$$

در رابطه(۱۱)، R(X) مقاومت سازه، S(X) اثر گذاری وارد بر سازه و X بردار متغیرهای تصادفی می باشد. به طوری که $g(X)\leq 0$ منجر به شکست شده ولی برای $g(X)> 0$ حالت ایمن برقرار می گردد. شکل(۲) یک تابع حالت حدی از دو متغیر X_1 و X_2 را نشان می دهد.



شکل(۲)- تابع حالت حدی در فضای دو بعدی

[1] Monte Carlo Simulation(MCS)

بنابراین پس از هر بار شکست، به N_F(تعداد دفعات شکست) یک واحد اضافه می شود که مقدار اولیه آن صفر است. واین محاسبات N بار تکرار می شود، که در اغلب موارد محاسبات، روش مونت کارلو ۱۰^{۵} بار تکرار می شود و در نهایت احتمال شکســت از رابطـه زیـر محاسـبه می گردد:

$$P_F=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I[g(x_i\le 0]=\frac{N_F}{N} \tag{2}$$

که I[ ] شاخص شکست است و به صورت زیر تعریف می گردد:

$$I=\begin{cases}0 & g(x_i)<0\\ 1 & g(x_i)\ge 0\end{cases} \tag{3}$$

۳-۲- تولید نمونه تصادفی

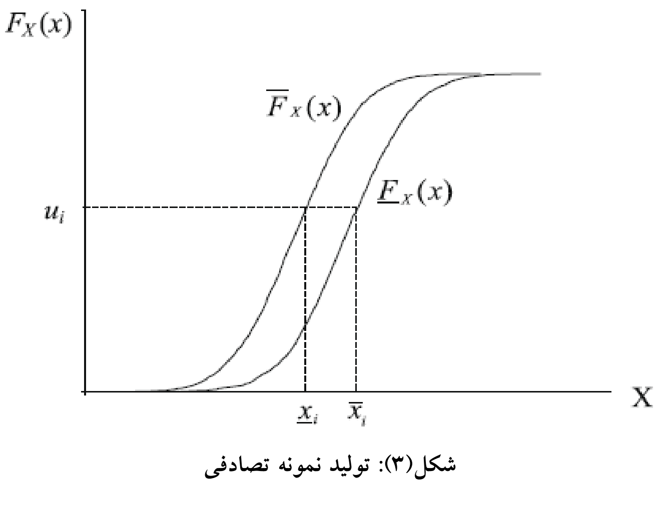
گام اول در پیاده سازی شبیه سازی مونت کارلوی بازه ای[۱]، تولید فاصله ها مطابق با جعبه های احتمال[۲] تعیین شده است. برای تولید نمونه های تصادفی اغلب روش تبدیل معکوس[۳] [4] استفاده مس شود. که در این صورت متغیر تصادفی x به صورت تابع توزیع تجمعی[۴] F(x) در نظر گرفته می شود. اگر $(u_1, u_2, \dots, u_m)$ مجموعه مقدارهایی از متغیر های یکنواخت استاندارد باشد، آنگاه مجموعه مقدارهای:

$$x_i=F_X^{-1}(u_i);\quad i=1,2,\dots,m \tag{4}$$

CDF F(x) مطلوب خواهند داشت. روش تبدیل معکوس برای نمونه گیری تصادفی از یک جعبه احتمال می تواند توسعه یابد. فرض کنید یک CDF مبهم، همانطور که در شکل(۳) نشان داده شده است، به وسیله $\overline{F(x)}$ و $\underline{F(x)}$ محدود شده باشد. آنگاه برای هر u_i در معادله() دو عدد تصادفی تولید می شود:

$$\underline{x_i}=\overline{F}^{-1}(u_i),\qquad \overline{x_i}=\underline{F}^{-1}(u_i) \tag{5}$$

جفت x_i ها تشکیل یک فاصله $[\underline{x_i}\quad \overline{x_i}]$ می دهند که شامل تمام اعداد ممکن شبیه سازی شده برای یک u_i خاص است.

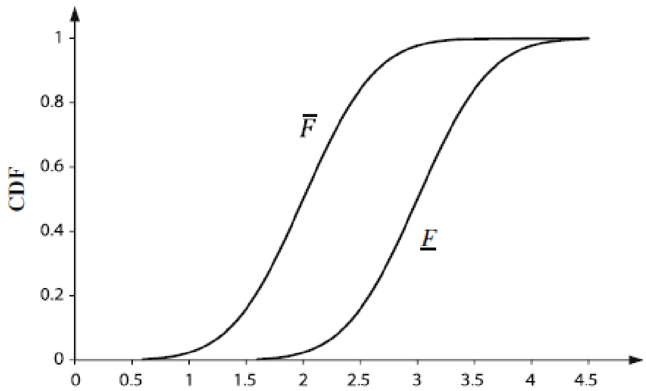


شکل(۳): تولید نمونه تصادفی

1 Inteval Monte Carlo Simulation(IMCS)
2 Probability Boxes
3 Invers Transform Method
4 Cumulative Distribution Function(CDF)

۳-۳- احتمال شکست بر اساس شبیه سازی مونت کارلوی بازه ای

این مقاله روش فاصله اطمینان را برای پارامترهای مبهم θ در نظر می گیرد. Θ فاصله اطمینـان را مشـخص مـی کنـد و θ یـک المـان عمـومی از آن است($\theta \epsilon \Theta$). بر اساس این فرض نیاز به در نظر گرفتن توزیع پارامتر هایی که در این فاصله قرار گرفته انـد وجـود دارد. کـه در ایـن صـورت احتمال شکست P_f منحصر به فرد نخواهد بود و در بازه متفاوت است. ما به دنبال محاسبه و ارزیابی حد بـالا و پـایین ایـن احتمـال شکسـت هستیم. یک تصور از همه توزیع های ممکن می تواند با در نظر گرفتن حد بالا و پایین میانگین تابع توزیع حاصل شود کـه اگـر تـابع توزیـع تجمعی($F_{(x)}$) را برای متغیر هـای تصـادفی x در نظـر گرفتـه شـود، بـرای هـر x یـک فاصـله $\left[\underline{F(x)} \quad \overline{F(x)}\right]$ مـی تـوان یافـت کـه یعنـی: $\underline{F(x)} \le F(x) \le \overline{F(x)}$ و این جفت CDF ها در اصطلاح جعبه احتمال یا مرز های احتمال نامیده می شوند[5]. شکل (٤) جعبه احتمال بـرای یک توزیع نرمال با میانگین فاصله ای [2 3] و انحراف استاندارد 0.5 را نشان می دهد.



شکل(٤): جعبه احتمال با توزیع نرمال

هنگامی که θ در فواصل متفاوت است، متغیر های تصادفی شبیه سازی شده x نیز بر این اساس متفاوت خواهند بود و به دنبال آن تابه حالت حدی $g(x)$ نیز یک تابع از θ خواهد بود، یعنی $g(x,\theta)$. اگر مقدار مینیمم و ماکسیمم $g(x,\theta)$ محاسبه شوند:

$$\text{Min } g(x,\theta) \le g(x,\theta) \le \text{Max } g(x,\theta) \qquad (6)$$

سپس :

$$I[\text{Max }(g(x,\theta) \le 0)] \le I[g(x,\theta) \le 0] \le I[\text{Min}(g(x,\theta)) \le 0] \qquad (7)$$

و با جایگذاری (7) در (2) خواهیم داشت:

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I[\text{Max}(g(x,\theta) \le 0)] \le \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I[g(x,\theta) \le 0] \le \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I[\text{Min}(g(x,\theta) \le 0)]$$

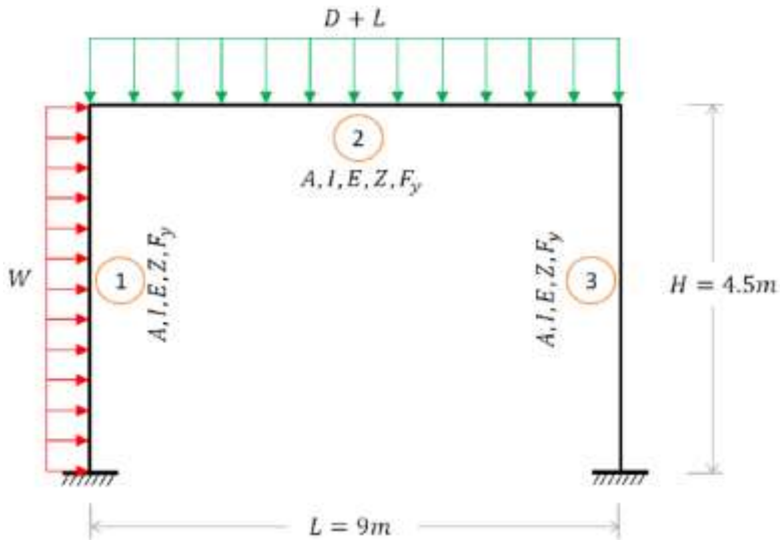
بنابراین حد بالا و پایین احتمال شکست حاصل می شود:

$$\underline{P_f} \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I\left[\text{Max}\left(g(x,\theta)\right) \le 0\right]$$

$$\overline{P_f} \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I[\text{Min}(g(x,\theta)) \le 0] \qquad (8)$$

٤- مثال

قاب خمشی فولادی نشان داده شده در شکل(۵) با مشخصات آماری ارائه شده در جدول (۱) برای تحلیل قابلیت اعتماد و مقایسه روش شبیه سازی مونت کارلوی ساده و مونت کارلوی بازه ای مورد نظر می باشد.



شکل(۵): قاب فولادی یک طبقه

جدول(۱): مشخصات آماری قاب فولادی و احتمال شکست سازه

Random Variables	Mean	Mean With Confidence level 90%	Std. dev.	Distribution
D (N)	٦٤٢٠	[٦٣٨٦/٧٩ ٦٤٥٣/٢١]	٦٤٢	Normal
L (N)	٧٣٠	[٧٢٣/٥٤ ٧٣٦/٤٦]	١٨٢/٥	Normal
W (N)	٥٩٩٠	[٥٩٥٣/٥٩ ٦٠٢٦/٤١]	٢٢١٦	Normal
A (cm^2)	٢٨/٤٥	[٢٧/٥١ ٣١/٦٤]	١/٤٣	Normal
I (cm^4)	٢٨٦٨	[٢٨٣٥/٦٩ ٢٩٠٠/٣١]	١٤٣/٤	Normal
Z (cm^3)	٢٦٢/٢	[٢٥٩/٤٤ ٢٦٤/٩٦]	١٣/١١	Normal
E (GPa)	٢٠٠	[١٩٧/٩٣ ٢٠٢/٠٧]	١٢	Normal
F_y (MPa)	٢٧٣	[٢٧٠/١٩ ٢٧٥/٨١]	١٩/١١	Normal
P_f (MCS)	٠/٤٢%			
P_f (IMCS, Confidence level 90%)	[٠/١٤% ٠/٩٢%]			

فرض بر این بوده که اطلاعات مربوط به میانگین فاصله ای متغیر ها در دسترس بوده و متغیر ها مستقل از هم هستند. تابع حالت حدی نیز به صورت زیر مورد بررسی قرار می گیرد:

$g(x)= u_{allow} - u$

که در این رابطه u_{allow} مقدار تغییر مکان جانبی مجاز قاب و u تغییر مکان جانبی موجود قاب که از تحلیل المان محدود و بر اساس متغیر ها بدست می آید. و تعداد نمونه های تصادفی نیز ۱۰۰۰۰ در نظر گرفته شده است.

۵- نتیجه گیری

در این روش شبیه سازی، قابلیت اعتماد سازه ای را زمانی که پارامتر های آماری به دلیل عدم قطعیت های دانش بنیان به طور دقیق نمی توان تعیین کرد، کارایی بالایی دارد. برآورد فاصله ای احتمال شکست نیز می تواند یک بیان مناسب از اعتماد در نتایج قابلیت اعتماد را داشته باشد. همچنین این روش ایراد اصلی روش شبیه سازی مونت کارلوی ساده را که نیاز آن به تعداد ارزیابی های زیاد می باشد را برطرف می کند.

مراجع

[1] Andrzej, S.Nowak, K.R.collins; "Reliability of structures" ; Mc-Grow Hill, (2000)

[2]Choi, Seung-Kyum, Grandhi, Ramana V. and Canfield, Robert A; "Reliability-based Structural Design" ;London : Springer-Verlag London Limited, (2007)

[3] Cardoso, J.B.; "Structural reliability analysis using Monte Carlo simulation and neural network"; Advances in Engineering Software, Vol 39,(2008), 505-513.

[4] Ang AH-S, Tang W; " Probability concepts in engineering planning and design"; Basic principles, vol. 1. John Wiley; (1975).

[5] Ferson S, Kreinovich V, Ginzburg L, Myers DS, Sentz K; "Constructing probability boxes and Dempster-Shafer structures" ; tech. Rep. SAND2002- 4015, Sandia National Laboratories, (2003).