



کد مقاله: ۲-۱۳۶

## تحلیل غیرخطی حرارت صفحات FGM تحت خمش با استفاده از روش ایزوژئومتریکی

مؤلف نعیمه خسروی<sup>۱</sup>، سعید شجاعی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه شهید باهنر کرمان، [khosravi.cvl89@gmail.com](mailto:khosravi.cvl89@gmail.com)

۲- عضو هیأت علمی، دانشگاه شهید باهنر

### چکیده

درسال های اخیر باتوسعه موتورهای پر قدرت صنایع هوافضا، توربین ها، راکتورها و دیگر ماشین ها نیاز به موادی بامقاومت حرارتی بالا و مقاوم تر از لحاظ مکانیکی احساس شده است. مواد FGM به دلیل نوع ساختارشان که از دونوع ماده فلزی و سرامیکی ساخته شده اند دارای مقاومت حرارتی و مکانیکی بالایی هستند و نسبت به مواد کامپوزیت مشکل لایه لایه شدن و ترک خوردگی در آنها وجود ندارد. با توجه به استفاده این مواد در صفحات و پوسته ها نیاز ما به حل عددی این مسائل به طور روز افزون افزایش میابد. از میان روش های عددی متعدد، روش ایزوژئومتریکی به دلیل تخمین دقیق هندسه سازه و در نتیجه حذف خطاهای حاصل از تخمین روش های اجزای محدود و کلاسیک دارای برتری می باشد. ایده اصلی در روش ایزوژئومتریکی استفاده از توابع نرینز است. توابع نرینز در واقع توابع پایه استاندارد سیستم های کامپیوتری می باشند و توابعی تقریب ساز و غیر درون یاب هستند. در این مقاله با روش ایزوژئومتریکی به تحلیل رفتار صفحات FGM پرداخته می شود. جهت مدل سازی میدان تغییر شکل از تئوری مرتبه سوم Reddy برای یک سیستم هفت درجه آزادی به کار گرفته شده است. در پایان تاثیر تحلیل غیرخطی استاتیکی نسبت به تحلیل خطی بر روی پاسخ سیستم، اثر حرارت بر روی ظرفیت باربری سیستم با حل مثال های عددی مقایسه می شود.

### مقدمه

تحلیل ایزوژئومتریکی یک روش نوین در مکانیک محاسباتی است که در راستای یکپارچه سازی تحلیل اجزای محدود و تکنولوژی طراحی کامپیوتری مبتنی بر نرینز ایجاد شده است. ایده تحلیل ایزوژئومتریکی بکارگیری توابع نرینز در تقریب میدان حل و توصیف هندسه با توجه به مفهوم ایزوپارامتریک میباشد. از مزایای این روش نسبت به تحلیل اجزای محدود کلاسیک میتوان به موارد زیر اشاره نمود: امکان مدلسازی دقیق تر هندسه های پیچیده و نمایش دقیق شکلهای معمول در مهندسی مانند دایره، بیضی، استوانه و کره، تثبیت هندسه های دقیق در درشت ترین سطح گسسته سازی و حذف خطاهای هندسی، کاهش چشمگیر در اندازه دستگاه معادلات و کاربرد آسان روشهای بهبود شبکه سیستماتیک. در این مقاله برای تحلیل صفحات مدرج هدفمند از تحلیل ایزوژئومتریکی استفاده می شود. مواد کامپوزیتی هدفمند مدرج نیز نسل جدیدی از مواد کامپوزیتی لایه لایه محسوب میشود که دارای برتریهای شاخصی نسبت به مواد کامپوزیتی لایه لایه میباشد. به طور کلی هدف از ساخت سازه ها از مواد کامپوزیتی نسبت به یک ماده ی همگن، بالا بردن مقاومت، پایداری و بهبود یافتن رفتار آن به ویژه در محیط هایی با شرایط گرمایی شدید است.

در سازه هایی که هدف از ساخت آنها قرار گرفتن در محیط هایی با گرمایی شدید میباشد استفاده از یک ماده ی همگن سرامیکی یا فلزی در آن سازه نمیتواند عملکرد خوبی از خود نشان دهد. در نتیجه یک سازه متشکل شده از لایه های فلزی و سرامیکی مد نظر خواهد بود. در حالت کلی سازه های ساخته شده از این مواد کامپوزیتی در طول ضخامت سازه تنها از یک لایه ساخته شده اند که به تدریج خصوصیات مکانیکی و حرارتی سازه به صورت هدفمند مدرج و درجه بندی شده تغییر مییابند. به عبارت دیگر دو عنصر فلز و سرامیک به صورت هدفمند با یکدیگر ترکیب میشوند.

با توجه به این که کاربرد اصلی صفحات هدفمند مدرج در سازههایی از قبیل راکتورهای گداز، موتورهای حرارت بالا و به طور کل محیط هایی با حرارت شدید میباشد، در نظر گرفتن اثر حرارت بر مشخصه های مکانیکی و حرارتی مواد از قبیل مدول ارتجاعی، ضریب پواسون، ضریب انبساط و هدایت گرمایی نیز میتواند در برخی موارد نتایج تحلیل را به مقدار قابل ملاحظه ای تغییر دهد. از طرف دیگر وجود حرارت شدید موجب ظهور تغییر شکلهای بزرگ در هندسه سازه شده که این امر ضروری شدن انجام تحلیل استاتیکی به صورت غیرخطی را فراهم میسازد. پراوین و ردی [13] پاسخ های غیرخطی استاتیکی و دینامیکی یک صفحه fgm که تحت بارگسترده یکنواخت قرار دارد باروش اجزای محدود بررسی کردند. این روش فقط برای صفحات مستطیلی کارآمد بود. وو و مگوئید [12] با استفاده از روش سری های فوریه یک صفحه fgm دایره ای شکل را مدلسازی کردند.

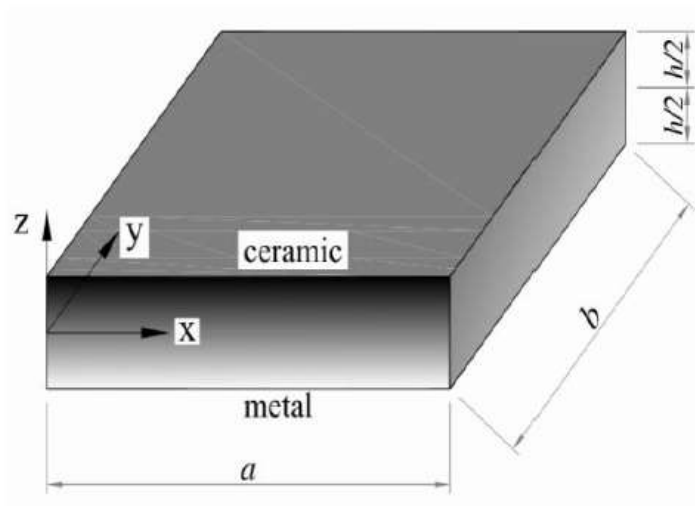
شن [2] یک صفحه fgm ک تحت بارگذاری های یکنواخت و سینوسی قرار دارد به صورت غیرخطی تحلیل کرد. در بررسی های shen ویژگی های مواد به دما وابسته است.

روش shen یک روش تحلیلی می باشد، در این مقاله جواب هایی که باروش عددی ایزوژئومتریکی به دست می آید با روش shen مقایسه میشود.

## معادلات حاکم بر صفحات fgm

مواد هدفمند مدرج از دو ماده با جنسیت و خاصیت سرامیکی و فلزی، با ویژگیهای متفاوت گرمایی و مکانیکی ساخته میشوند. برای توجیه و تعریف اینگونه ترکیب از رابطه ای استفاده میشود که سهم هر کدام از این دو ماده را به صورت کسری از حجم به این شکل بیان میدارد:

$$V_c = \left( \frac{2z+h}{2h} \right)^n \quad 0 \leq n \leq \infty \quad (1-1)$$



شکل ۱. مدل صفحه ساخت شده از مواد هدفمند مدرج [2]

در این رابطه،  $z$  محور مختصات در راستای ضخامت سازه،  $h$  ضخامت سازه،  $v$  کسری از حجم کل سازه  $N$  توان کسر حجمی که بیان کننده سرعت تغییر و تبدیل ماده سرامیکی به ماده فلزی و بالعکس میباشد و اندیسهای  $m$  و  $c$  به ترتیب مخفف نام فلز و سرامیک میباشد.

برای به دست آوردن ویژگیهای موثر یک ماده هدفمند مدرج که شامل مدول ارتجاعی  $E_f$  یانگ  $E_f$ ، ضریب پواسون  $(\nu_f)$ ، ضریب انبساط گرمایی  $(\alpha_f)$ ، ضریب هدایت گرمایی  $(\kappa_f)$  میباشد، میتوان از این روابط استفاده کرد:

$$E_f(z) = [E_c - E_m] \left( \frac{2z+h}{2h} \right)^n + E_m \quad (2-1)$$

$$\alpha_f(z) = [\alpha_c - \alpha_m] \left( \frac{2z+h}{2h} \right)^n + \alpha_m$$

$$\nu_f(z) = [\nu_c - \nu_m] \left( \frac{2z+h}{2h} \right)^n + \nu_m$$

$$\kappa_f(z) = [\kappa_c - \kappa_m] \left( \frac{2z+h}{2h} \right)^n + \kappa_m$$

خاطر نشان میسازد از آنجایی که کاربرد اصلی اینگونه مواد کامپوزیتی در ساخت سازههایی است که در محیط هایی با شرایط گرمایی شدید به کار گرفته میشوند، بنابراین نمیتوان از اثر حرارتیهای زیاد بر روی مقادیر و ویژگیهای مکانیکی و گرمایی عناصر اصلی (سرامیک و فلز) صرف نظر کرد. از این رو در سال 1307 دانشمندی به نام تولوکیان 6 با ارائه ی یک رابطه غیر خطی، وابستگی ویژگیهای مکانیکی و گرمایی مواد را به کمیت دما مدلسازی و تعریف نمود که عبارت است از:

$$P_j = P_0 \left( P_{-1} T^{-1} + 1 + P_1 T + P_2 T^2 + P_3 T^3 \right) \quad (3-1)$$

$P_0, P_{-1}, P_1, P_2, P_3$  شامل ضرایب دمایی بر حسب کلوین هستند که برای هر عنصر مقدار ثابتی تعیین شده است.

۲- تئوری صفحات با تغییر شکلهای برشی مرتبه سوم ردی: براساس تئوری مرتبه سوم برش میدان جابجایی به صورت زیر تعریف می شود:

$$U = u_0 + z\theta_y + Cz^3\varphi_x, C = \frac{-4}{3h^2}$$

$$V = v_0 - z\theta_x + Cz^3\varphi_y \quad (1-2)$$

$$W = w_0$$

$w_0, v_0, u_0$  مقدار جابجایی صفحه در سه راستای محورهای  $x, y, z$  که در سطح میانی صفحه و تنها تحت اثر نیروهای غشایی ایجاد میشوند هستند  $\theta_x$  و  $\theta_y$  دورانهای کلی صفحه حول محورهای مختصاتی  $x$  و  $y$  بوده .

روابط بین کرنش و جابجایی به صورت زیر است:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{0,x} \\ v_{0,y} \\ u_{0,y} + v_{0,x} \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} w_{0,x}^2 \\ w_{0,y}^2 \\ w_{0,x}w_{0,y} \end{Bmatrix} + Z \begin{Bmatrix} \theta_{y,x} \\ \theta_{x,y} \\ \theta_{y,y} - \theta_{x,x} \end{Bmatrix} + CZ^3 \begin{Bmatrix} \varphi_{x,x} \\ \varphi_{y,y} \\ \varphi_{x,y} + \varphi_{y,x} \end{Bmatrix} \quad (2-2)$$

$$\{\gamma\} = \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \theta_y + w_{0,x} \\ -\theta_x + w_{0,y} \end{Bmatrix} + 3CZ^2 \begin{Bmatrix} \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix} \quad (3-2)$$

فرم فشرده آنها به این صورت قابل تعریف است:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_m\} + \{\varepsilon_{nl}\} + z\{\varepsilon_b\} + Cz^3\{\varepsilon_p\} \quad (4-2)$$

$$\{\gamma\} = \{\gamma_s\} + 3Cz^2\{\gamma_{sw}\} \quad (5-2)$$

$\varepsilon_m$  و  $\varepsilon_{nl}$  و  $\varepsilon_p$  و  $\varepsilon_b$  به ترتیب شامل بردار کرنش خطی غشایی 1، بردار کرنش غیرخطی غشایی که در مسایلی که خیزها و تغییر شکلهای

بزرگ اتفاق میافتد در نظر گرفته میشود، بردار کرنش خمشی و بردار کرنش تاییدگی هستند. همچنین  $\gamma_s$  و  $\gamma_{sw}$  معرف بردار کرنشی برشی مرتبه ی اول و بردار کرنش برش - تاییدگی هستند.

در این مقاله برای تقریب میدان جابجایی از یک سیستم هفت درجه آزادی درهرگره استفاده می شود.

$$d_k = \{u_{0k}, v_{0k}, w_{0k}, \theta_{xk}, \theta_{yk}, \varphi_{xk}, \varphi_{yk}\}$$

$d_k$  معرف بردار درجات آزادی گره‌های متناظر با نقطه ی کنترل  $k$  ام می باشد. انتخاب درجات زادی به طور مستقل از یکدیگر، تنها موجب ظهور مشتقات مرتبه ی اول مولفه های تغییر مکان را در معادلات کرنش فراهم میسازد که این امر با انتخاب توابع پایه یا پیوستگی  $C^0$  نیز همخوانی لازم را دارا میباشد.

- فرمولبندی تحلیل ایزوژئومتریکی بر اساس توابع پایه نربز

توابع پایه بی اسپلین و نربز

نربز در واقع فرم تعمیم یافته منحنی های بی اسپلین تکه ای چند جمله ای\* می باشد. توابع پایه بی اسپلین در فضای پارامتریک بر روی یک بردار گرهی\*  $\Xi$  تعریف می شوند. بردار گرهی در یک بعد مجموعه ای غیر کاهشی از اعداد حقیقی است:

$$\Xi = \{\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_{n+p+1}\} \quad (1-3)$$

که  $\zeta_i$  گره  $i$  ام،  $i$  شاخص گره،  $p$  درجه بی اسپلین،  $n+1 = i \leq n+1, 2, \dots, 1$  تعداد توابع پایه می باشد.

توابع پایه بی اسپلین به صورت رابطه بازگشتی زیر تعریف می شوند:

$$N_{i,0}(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{if } \xi_i \leq \xi \leq \xi_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2-3)$$

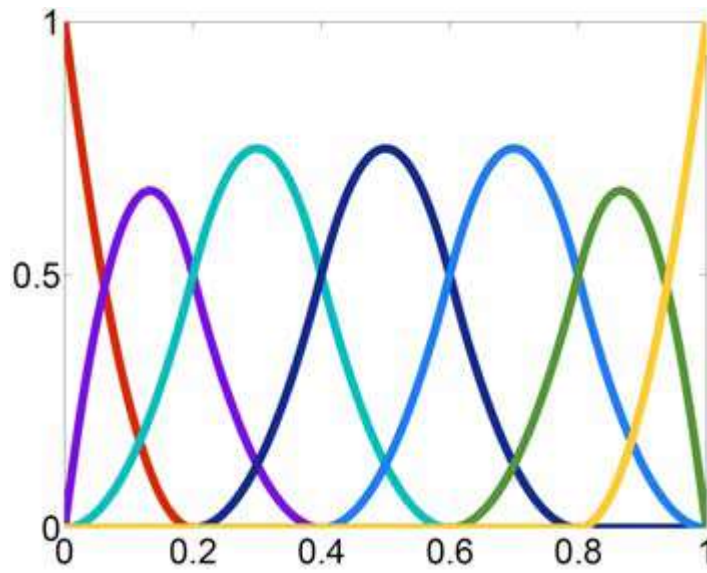
و برای  $p \geq 1$  داریم

$$N_{i,p}(\xi) = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+p+1} - \xi}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi) \quad (3-3)$$

یک منحنی بی اسپلین از درجه  $p$  به صورت زیر تعریف میشود:

$$C(\zeta) = \sum_{i=1}^N N_{i,p}(\zeta) P_i \quad (4-3)$$

که  $N_{i,p}$ ،  $i$  امین تابع پایه بی اسپلین از درجه  $p$ ،  $P_i$  نقاط کنترلی هستند که در فضای  $R^d$  داده شده اند.



شکل ۲. توابع پایه بی اسپلاین برای یک بردار گرهی باز  $\Xi = \{0, 0, 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1, 1, 1\}$  [1]

منحنی بی-اسپلاین گویای غیریکنواخت (نریز) از درجه به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$C(\zeta) = \sum_{i=1}^N R_{i,p}(\zeta) P_i$$

$$R_{i,p}(\zeta) = \frac{N_{i,p}(\zeta) w_i}{\sum_{i=1}^N N_{i,p}(\zeta) w_i}$$

در اینجا  $R_{i,p}$  توابع پایه نریز و  $w_i$  وزن متناظر با هر نقطه کنترلی است که باید نامنفی باشد. در فضای پارامتریک دو بعدی  $[0, 1]^2$ ، سطوح نریز بوسیله ضرب تانسوری بردارهای گرهی  $\Xi = \{\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_{n+p+1}\}$  و  $\Psi = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{m+q+1}\}$  ساخته می‌شوند که منجر به رابطه زیر می‌گردد:

$$S(\zeta, \psi) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m R_{i,j}^{p,q}(\zeta, \psi) p_{i,j}$$

که  $P_{i,j}$  نقطه کنترلی  $(i, j)$  ام از شبکه کنترلی\* میباشد. بازه  $[\zeta_1, \zeta_{n+p+1}] \times [\psi_1, \psi_{m+q+1}]$  یک زیر دامنه است و  $[\zeta_i, \zeta_{i+1}] \times [\psi_j, \psi_{j+1}]$  یک دهانه گرهی است. تابع پایه نریز در فضای دو بعدی است:

$$R_{i,j}^{p,q}(\zeta, \psi) = \frac{N_{i,p}(\zeta)M_{j,q}(\psi)w_{i,j}}{W_{i,j}(\zeta, \psi)} \quad (8-3)$$

که

$$(3-9)$$

$$W_{i,j}(\zeta, \psi) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m N_{i,p}(\zeta)M_{j,q}(\psi)w_{i,j}$$

مشتقات توابع پایه نریز

$$\frac{d}{d\zeta} R_i^p(\zeta) = w_i \frac{W(\zeta)N'_{i,p}(\zeta) - W'(\zeta)N_{i,p}(\zeta)}{(W(\zeta))^2} \quad (10-3)$$

$$N'_{i,p}(\zeta) = \frac{d}{d\zeta} N_{i,p}(\zeta)$$

$$W'(\zeta) = \sum_{i=1}^n N'_{i,p}(\zeta)w_i$$

مدلسازی هندسه و کرنش-تنش مسطحه به وسیله ی نریز:

تحلیل هم هندسی نیز رویکردی مشابه روش عددی اجزای محدود کلاسیک جهت گسسته سازی هندسه و میدان حل دارد با این تفاوت که به جای استفاده از توابع شکل مرسوم در اجزای محدود، از توابع پایه ی نریز نیز به عنوان تابع شکل استفاده میشود. از این رو هندسه و میدان حل گسسته سازی شده این گونه در نظر گرفته میشوند:

$$X(\zeta, \eta) = RP \quad (11-3)$$

$$u^h(\zeta, \eta) = Rd \quad (12-3)$$

u معرف میدان تغییر مکان است، برای کرنشهای موجود میتوان نوشت:

$$\left[ \varepsilon_m \quad \varepsilon_{nl} \quad \varepsilon_b \quad \varepsilon_p \quad \gamma_s \quad \gamma_{sw} \right]^T = \sum_{k=1}^{n \times m} \left[ B_k^m \quad B_k^{nl} \quad B_k^b \quad B_k^p \quad B_k^s \quad B_k^{sw} \right] d_k \quad (13-3)$$

که ماتریس های درونیا به صورت زیر تعریف میشوند:

$$\left[ B_k^m \right] = \begin{bmatrix} R_{k,x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{k,y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{k,y} & R_{k,x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14-3)$$

$$\left[ B_k^{nl} \right] = \frac{1}{2} [AL][GL] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} w_{0,x} & 0 \\ 0 & w_{0,y} \\ w_{0,y} & w_{0,x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & R_{k,x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{k,y} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15-3)$$

$$[B_k^p] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & R_{k,x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R_{k,y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R_{k,x} & R_{k,y} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16-3)$$

$$[B_k^p] = C \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{k,x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{k,y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{k,y} & R_{k,x} \end{bmatrix} \quad (17-3)$$

$$[B_k^s] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & R_{k,x} & 0 & R_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{k,y} & -R_k & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18-3)$$

$$[B_k^{sw}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_k \end{bmatrix} \quad (19-3)$$

رابطه نیرو-جابجایی برای حل استاتیکی به صورت زیر است :

$$(20-3) K^* d = F$$

جابجایی ترم های غیرخطی ماتریس سختی و نیروهای داخلی به صورت زیر محاسبه می شوند :

$$K = \left\{ \begin{matrix} B_m + B_{nl} \\ B_b \\ B_p \end{matrix} \right\}^T \begin{bmatrix} A & B & E \\ B & D & F \\ E & F & B \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} B_m + B_{nl} \\ B_b \\ B_p \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} B_s \\ B_{sw} \end{matrix} \right\}^T \begin{bmatrix} A_s & D_s \\ D_s & F_s \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} B_s \\ B_{sw} \end{matrix} \right\} d\Omega \quad (21-3)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{N} \\ \bar{M} \\ \bar{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & E \\ B & D & F \\ E & F & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_m + \varepsilon_{nl} \\ \varepsilon_b \\ \varepsilon_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_T \\ M_T \\ P_T \end{bmatrix}$$

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, E_{ij}, F_{ij}, H_{ij}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (Q_{ij})(1, z, z^2, z^3, z^4, z^6) dz \quad (22-3)$$

$$(A_{ij}^s, D_{ij}^s, F_{ij}^s) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (Q_{ij}^s)(1, z^2, z^4) dz$$



$$Q_{11} = Q_{22} = \frac{E_f(z, T)}{1 - \nu_f^2} \quad Q_{33} = Q_{44} = Q_{55} = \frac{E_f(z, T)}{2(1 + \nu_f)} \quad (23-3)$$

$$Q_{12} = Q_{21} = \nu_f \cdot Q_{11}$$

نیروی خارجی مکانیکی که به صورت بارگسترده فشاری بر ورق وارد میشوند از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$F = \int q_0 N d\Omega \quad (24-3)$$

نیروهای گرمایی که بدلیل اختلاف دما در سطح سرامیک و فلز ایجاد میشوند به صورت زیر تعریف میشود:

$$\{F_T\} = - \int_A ([B_m][N_T] + [B_b][M_T] + [B_p][P_T]) dA \quad (25-3)$$

$$(N_T, M_T, P_T) = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (Q_{11} + Q_{12}) \alpha(z, T) \Delta(T) (1, z, z^3) dz \quad (26-3)$$

۴- حل عددی معادله استاتیکی غیرخطی به روش نیوتون - رافسون :

همانطور که مشاهده میشود رابطه ۳-۲۳ یک تابع غیرخطی از مرتبه سوم میباشد که متغیر آن بردار تغییر مکان  $d$  است. برای حل این معادله غیرخطی از روش عددی نیوتون-رافسون کمک گرفته شده است که از رابطه ی زیر پیروی میکند:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f'(x_i)}{f(x_i)} \quad (1-4)$$

این روند به صورت تکرار تا آنجایی ادامه دارد که مقادیر به دست آمده از رابطه ی در نامساوی های زیر صدق میکند.

$$\left| \frac{x_i - x_{i-1}}{x_i} \right| * 100 \leq 0.00001 \quad (2-4)$$

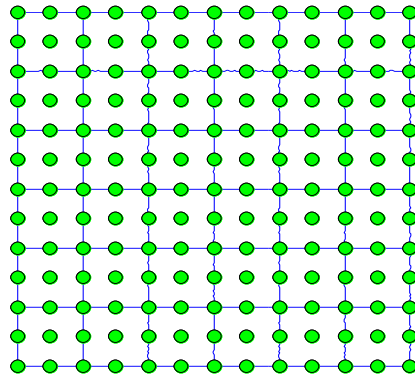
برای استفاده از این روش به یک حدس اولیه مناسب نیاز است که از حل استاتیکی خطی استفاده میشود.

**نتایج عددی :**

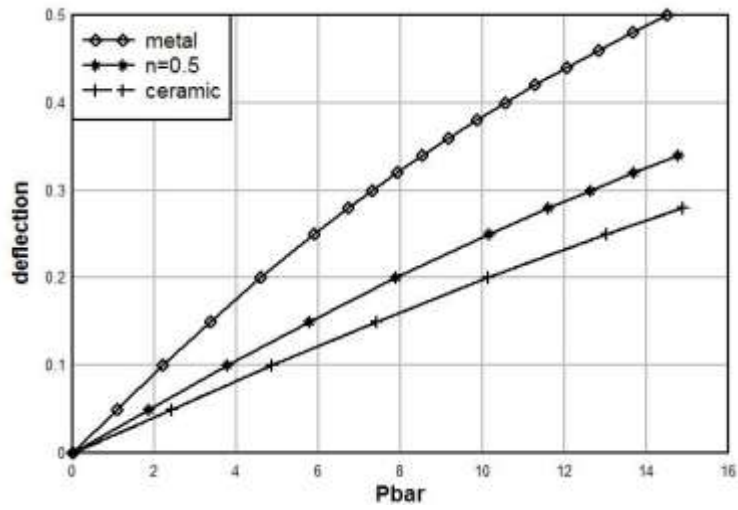
$$\frac{b}{h} = 20$$

در این مثال یک صفحه مربعی ساخته شده از مواد اصلی فلزی و سرامیکی، شامل آلومینیوم و زیرکنیا بانسبت بعد به ضخامت  $\frac{b}{h}$  تحت بار مکانیکی یکنواخت و گسترده قائم تحلیل شده است. صفحه دارای تکیه گاه ساده و از فلز آلومینیوم و سرامیک زیرکنیا ساخته شده است که مدول

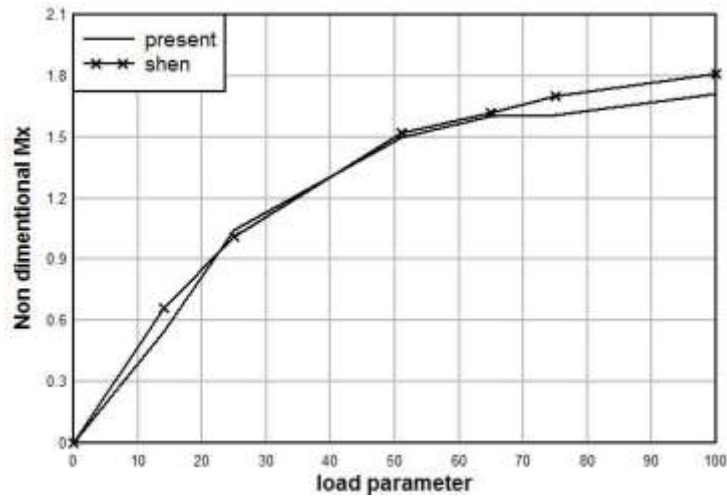
یانگ انهابترتیب برابر با  $E_m = 70\text{Gpa}, E_c = 151\text{Gpa}$  می باشد و ضریب پواسان برای دو ماده  $\nu = 0.3$  در نظر گرفته میشود. دمای سطح  
سرامیک و فلز برابر دمای محیط در نظر گرفته می شود. مقدار بار وارده به صورت پارامتری قابل محاسبه می باشد.  
برای تحلیل این ورق یک شبکه مش بندی  $6 \times 6$  با ۱۳ کنترل پوینت در هر ردیف در نظر گرفته شده است و از المان **quadratic** که هر المان  
دارای ۹ کنترل پوینت می باشد، استفاده شده است. برای حل نتگرال های عددی از روش گوس استفاده شده است.



شکل 3. شبکه المان بندی



شکل 4. جابجایی های غیرخطی نرمال شده  $\frac{w}{h}$  و تحت بار یکنواخت مکانیکی  $Pbar = \frac{p a^4}{E_m h^4}$  نتایج به دست آمده با [6] همخوانی دارد.



شکل 5. خمش غیرخطی پلیت Zro2/Al با شرایط تکیه گاهی ساده  $n=0.5$  و تحت اثر بار یکنواخت مکانیکی

$$Pbar = \frac{p a^4}{E_m h^4} \text{ و } \frac{M_x a^2}{E_0 h^4}$$

## نتیجه گیری

نتایجی که باروش عددی ایزوژئومتریکی به دست می آید با روش تحلیلی shen همخوانی دارد. روشی نویسن، کارا و در عین حال ساده برای برای حل معادلات دیفرانسیل تحت عنوان روش عددی هم هندسی که می تواند رفتار خطی و غیرخطی و معادلات دیفرانسیل مختلف حاکم بر صفحات هدفمند مدرج را با توجه به شرایط مختلف بارگذاری و گرمایی را با دقت مناسب و نزدیکی به واقعیت ارائه دهد.

## مراجع

- [1] Reddy, J.N., *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells Theory and Analysis*, CRC Press, New York(USA),2004.
- [2]Shen, H.-S., *Functionally graded materials : nonlinear analysis of plates and shells*. 2009, Boca Raton: CRC Press. ix, 266 p.
- [3] Hughes, isogeometric analysis. Vol. 194. 2009: *Computer Method*.
- [4]. Loc V. Tran, A.J.M. Ferreira, H. Nguyen-Xuan. Isogeometric analysis of functionally graded plates using higher-order shear deformation theory: Part B 51 (2013) 368–383
- [5].Reddy JN. A simple higher-order theory for laminated composite plates. *J ApplMech* 1984;51:745–52.
- [6] . Valizadeh, N., Natarajan, S., Gonzalez-Estrada, O.A., Rabczuk, T., Bui, T.Q., Bordas,S.P., NURBS-based finite element analysis of functionally graded plates: static bending, vibration, buckling and flutter, *Composite Structures* (2012).
- [7]. H. Nguyen-Xuan, L. V. Tran, H. Thai, T. Nguyen-Thoi, Analysis of functionally graded plates by an efficient finite element method with node-based strain smoothing, *Thin Walled Structures* 54 (2012) 1–18.
- [8]. J. N. Reddy, Analysis of functionally graded plates, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*;47 (2000) 663–684.
- [9]. Piegl, L. and Tiller, W., 1997, *The NURBS Book*, Springer-Verlag, 2nd ed. New York.
- [10]. Javaheri, R. and Eslami, M. R., 2002, Buckling of functionally graded plates under in-plane compressive loading, *J. Math. Mech.*, Vol. **82**, No. 4, pp. 277-283.
- [11]. H. jari, H.A. Atri, S. Shojaee, Nonlinear thermal analysis of functionally graded material plates using a NURBS based isogeometric approach; composite structure 2014.
- [12]. Woo J, Meguid SA. Nonlinear analysis of functionally graded plates and shallow shells. *Int J Solids Struct* 2001;38:7409–21.
- [13]. Praveen GN, Reddy JN. Nonlinear transient thermoelastic analysis of functionally graded ceramic–metal plates. *Int J Solids Struct* 1998; 35:4457–76.