



کد مقاله: ۱-۱۳۴

کمانش پوسته های کامپوزیتی استوانه‌ای تحت اثر فشار محوری و جانبی با استفاده از روش نوار محدود نیمه تحلیلی

حسین عوده زاده^۱، داوود پورویس^۲، شاپور مرادی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید چمران

۲ و ۳- عضو هیأت علمی، دانشگاه شهید چمران

چکیده

در این پژوهش کمانش پوسته های کامپوزیتی استوانه ای تحت اثر فشار محوری و جانبی به روش نوار محدود نیمه تحلیلی مورد بررسی قرار می گیرد. از تئوری ساندرز برای روابط کرنش تغییر مکان با در نظر گرفتن تئوری تغییر برشی مرتبه اول استفاده می شود. توابع تغییر مکان هر نوار در جهت طولی پوسته و تقویت ها به صورت چند جمله ای لاگرانژی و در جهت محیطی به صورت بسط کامل سری فوریه سینوسی و کسینوسی در نظر گرفته شده است. ماتریس های سختی خطی و هندسی پوسته و تقویت کننده ها با استفاده از روش کار مجازی محاسبه و مقدار بار کمانش با از روش مقدار ویژه بدست می آید. تاثیر پارامترهای هندسی، زاویه لایه بندی الیاف و شرایط تکیه گاهی پوسته بر روی بار کمانش پوسته بررسی شده است. نتایج بدست آمده از برنامه نوشته شده با نتایج پژوهش های پیشین و نرم افزار اجزا محدود آباکوس مقایسه خواهند شد.

کلمات کلیدی: پوسته های دوار، تئوری مرتبه اول برشی، کامپوزیت، کمانش، نوار محدود

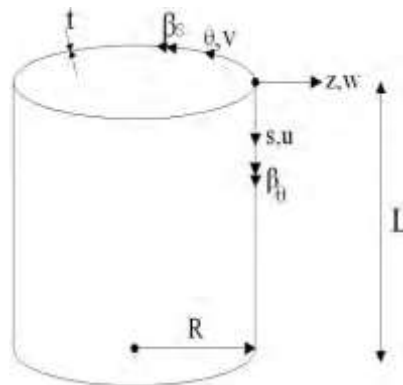
۱- مقدمه

پوسته های کامپوزیتی استوانه ای کاربرد های بسیار زیادی در زمینه های مختلف مهندسی از جمله صنعت هوافضا، راکتور های هسته ای و... دارند. اکثر پوسته های استوانه ای استفاده شده در صنعت جدار نازک بوده و در بهینه سازی این سازه ها از مصالح کامپوزیتی که دارای مقاومت بالا و مدول الاستیسیته زیاد هستند استفاده می شود. لذا تحلیل کمانش و پایداری در طراحی این سازه ها تحت انواع بارگذاری ها و شرایط تکیه گاهی مختلف اهمیت ویژه ای داشته و تحقیقات انجام شده در این زمینه از حجم قابل توجهی برخوردار است. هانگ و تانگ [۱] در پژوهشی مجموعه ای از روابط کرنش-جابجایی را برای پوسته های دلخواه و پوسته های نازک بیان کردند که از ساده سازی تئوری الاستیک غیر خطی سه بعدی بدست آمده اند. هانگ و تانگ [۲] فرمول بندی جدید المان محدودی برای تحلیل غیر خطی پوسته های دوار دارای انحنای دو طرفه تحت اثر بارگذاری دلخواه را ارائه کردند. متغیرها در جهت محیطی به وسیله بسط سری های فوریه شامل ترکیب ترم های سینوسی و کسینوسی با استفاده از تعداد هارمونیک مناسب بیان شده اند. سینگ و همکاران [۳] تاثیر انحنای نصف النهاری را روی رفتار پس از کمانش پوسته های استوانه ای کامپوزیتی تحت اثر بارگذاری های مختلف با استفاده از رویکرد المان محدود نیمه تحلیلی و با در نظر گرفتن تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول را مورد بررسی قرار دادند. آن ها برای روابط کرنش-جابجایی از تئوری ساندرز استفاده کردند.

سیمیتسز و آناستاسیادیس [۴] کمانش پوسته استوانه ای تحت فشار محوری با استفاده از تیوری کلاسیک مرتبه اول برشی و مرتبه بالاتر برشی برای شعاع ضخامت ولایه بندی های متفاوت پوسته استوانه ای محاسبه کردند. در محاسبه بار کمانش از روش نیمه تحلیلی استفاده نموده اند. اویسی و فضیلتی [۵] از روش نوار محدود برای آنالیز کمانش خطی و پس از کمانش صفحات و پوسته های کامپوزیتی استفاده نمودند. در این مطالعه نیز از تغییر شکل برشی مرتبه اول شده است. وانگ و داو [۶] کمانش سازه های پوسته ای استوانه ای کامپوزیتی را از طریق محاسبه مقدار ویژه و با کمک نوار محدود بررسی نموده و از تیوری مرتبه اول برشی استفاده کرده و برای لایه بندی و تکیه گاه های متفاوت بار کمانش را محاسبه کردند. کاگداس [۷] از المان منحنی متقارن محور برای آنالیز کمانش پوسته های دوار با ضخامت متوسط و ضخیم تحت بارگذاری فشاری و با در نظر گرفتن تیوری تغییر شکل برشی مرتبه اول استفاده کرد، و دقت مناسب این المان را گزارش نمود و دقت مناسب این المان را گزارش داده اند. ماتسونایاگا [۸] فرکانس های طبیعی و تنش های کمانشی پوسته های استوانه ای دوار کامپوزیتی را با در نظر گرفتن اثر تغییر شکل های برشی مراتب بالا تحت اثر تنش های محوری اولیه تحلیل کرد.

۲- تیوری و استخراج معادلات پوسته

در این مقاله برای تحلیل کمانش خطی پوسته استوانه ای از نوارهایی در راستای طولی و از بسط سری فوریه در جهت محیطی استفاده می شود و همچنین از سیستم مختصات (s, θ, z) مطابق شکل استفاده شده است.



شکل ۱- سیستم مختصات (s, θ, z)

با توجه به اهمیت تغییر شکل برشی در مواد کامپوزیتی در این تحقیق از تیوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به منظور آنالیز استفاده شده است تغییر مکان نقطه ای دلخواه از پوسته با فرض تیوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به صورت زیر می باشد [۳]:

$$\begin{aligned} U(s, \theta, z) &= u(s, \theta) + z \cdot \beta_s(s, \theta) \\ V(s, \theta, z) &= v(s, \theta) + z \cdot \beta_\theta(s, \theta) \\ W(s, \theta, z) &= w(s, \theta) \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن $u(s, \theta)$, $v(s, \theta)$ و $w(s, \theta)$ تغییر شکل نقطه ای از پوسته واقع بر سطح میانی آنها، $\beta_s(s, \theta)$ و $\beta_\theta(s, \theta)$ دوران های بردار نرمال پوسته به ترتیب حول محور θ و s می باشد. بسط سری فوریه به صورت زیر در نظر گرفته شده است که در شکل ۱ این مولفه ها نشان داده شده اند [۳].

$$\begin{aligned} u(s, \theta) &= u^{c_0}(s) + \sum_{n=1}^{NH} [u^{c_n}(s) \cos(kn\theta) + u^{s_n}(s) \sin(kn\theta)] \\ v(s, \theta) &= v^{c_0}(s) + \sum_{n=1}^{NH} [v^{c_n}(s) \cos(kn\theta) + v^{s_n}(s) \sin(kn\theta)] \\ w(s, \theta) &= w^{c_0}(s) + \sum_{n=1}^{NH} [w^{c_n}(s) \cos(kn\theta) + w^{s_n}(s) \sin(kn\theta)] \\ \beta_s(s, \theta) &= \beta_s^{c_0}(s) + \sum_{n=1}^{NH} [\beta_s^{c_n}(s) \cos(kn\theta) + \beta_s^{s_n}(s) \sin(kn\theta)] \\ \beta_\theta(s, \theta) &= \beta_\theta^{c_0}(s) + \sum_{n=1}^{NH} [\beta_\theta^{c_n}(s) \cos(kn\theta) + \beta_\theta^{s_n}(s) \sin(kn\theta)] \end{aligned} \quad (2)$$

روابط میان مولفه های خطی کرنش با تغییر مکان های پوسته جدار نازک طبق تئوری پوسته استاندارد به صورت زیر می باشند [۱]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_s &= \frac{\partial u}{\partial s} & \varepsilon_\theta &= \frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right\} & \gamma_{s\theta} &= \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta} \\ \kappa_s &= \frac{\partial \beta_s}{\partial s} & \kappa_\theta &= \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \beta_\theta}{\partial \theta} & \kappa_{s\theta} &= \frac{\partial \beta_\theta}{\partial s} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \beta_s}{\partial \theta} + \frac{1}{2R} \left\{ \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta} \right\} \\ \gamma_{sz} &= \beta_s + \frac{\partial w}{\partial s} & \gamma_{\theta z} &= \beta_\theta + \frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial w}{\partial \theta} - v \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

همچنین روابط میان مولفه های غیر خطی کرنش با تغییر مکان های پوسته جدار نازک طبق تئوری پوسته استاندارد به صورت زیر می باشد [۱]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_s^{nl} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial w}{\partial s} \right\}^2 + \frac{1}{8R^2} \left\{ R \cdot \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right\}^2 & \gamma_{s\theta}^{nl} &= \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial w}{\partial s} \cdot \left\{ \frac{\partial w}{\partial \theta} - v \right\} \\ \varepsilon_\theta^{nl} &= \frac{1}{2R^2} \left\{ \frac{\partial w}{\partial \theta} - v \right\}^2 + \frac{1}{8R^2} \left\{ R \cdot \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right\}^2 \end{aligned} \quad (4)$$

در روابط ۳ و ۴، ε_θ , ε_s کرنش های نرمال، $\gamma_{s\theta}$ کرنش برشی سطح میانی پوسته، κ_θ , κ_s انحناهای نرمال، $\kappa_{s\theta}$ انحناهای پیچشی سطح میانی پوسته و $\gamma_{\theta z}$, γ_{sz} کرنش های برشی در جهت ضخامت پوسته می باشد. همچنین روابط میان نیروهای درونی پوسته با کرنش ها به صورت زیر بیان می شوند.

$$\begin{pmatrix} N_s \\ N_\theta \\ N_{s\theta} \\ M_s \\ M_\theta \\ M_{s\theta} \\ Q_s \\ Q_\theta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} & A_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_s \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{s\theta} \\ k_s \\ k_\theta \\ k_{s\theta} \\ \gamma_s \\ \gamma_\theta \end{pmatrix} \quad (5)$$

در رابطه ۵، A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} به ترتیب سختی کششی، سختی پیچشی و سختی خمشی پوسته کامپوزیتی چند لایه می باشد. N_θ, N_s نیروهای نرمال و $N_{s\theta}$ نیروهای برش درون صفحه، M_θ, M_s لنگرهای خمشی و $M_{s\theta}$ لنگر پیچشی، Q_θ, Q_s نیروهای برشی می باشند.

بار کمانش پوسته با استفاده از رابطه (۶) و از حل مقدار ویژه حاصل می شود. در این رابطه λ_{cr} ضریب بار کمانش پوسته می باشد و از ضرب λ_{cr} در بار وارده به پوسته بار کمانش بدست می آید.

(۶)

$$|\mathbf{K} - \lambda_{cr} \mathbf{K}_G| = 0$$

در رابطه بالا \mathbf{K} ماتریس سختی خطی و \mathbf{K}_G ماتریس سختی هندسی می باشد و با استفاده از کار مجازی داخلی بین نیروها و لنگرها با کرنش ها و انحناهای پوسته محاسبه می شوند.

۳- نتایج

مسئله ۱: در این مثال کمانش پوسته استوانه ای دو سر مفصل تحت اثر فشار محوری، جانبی یکنواخت و هیدرواستاتیک توسط برنامه نوشته شده محاسبه شده است و نتایج بدست آمده از آن با نتایج پژوهش های پیشین جهت صحت سنجی مقایسه شده است. نتایج حاصل در جدول ۱ آمده است و همان طور که مشاهده می شود از دقت خوبی برخوردار است. مشخصات پوسته به صورت زیر می باشد:

$$L = R = 7.5 \text{ in}, t = 0.0212 \text{ in}, E_{11} = 21.7 \times 10^6 \text{ psi}, E_{12} = 1.44 \times 10^6 \text{ psi}, \nu_{12} = 0.28, G_{12} = 0.65 \times 10^6 \text{ psi}$$

جدول ۱- مقایسه بار کمانش پوسته استوانه ای دو سرمفصل تحت فشار یکنواخت محوری، جانبی

و فشار هیدرواستاتیک با مراجع دیگر

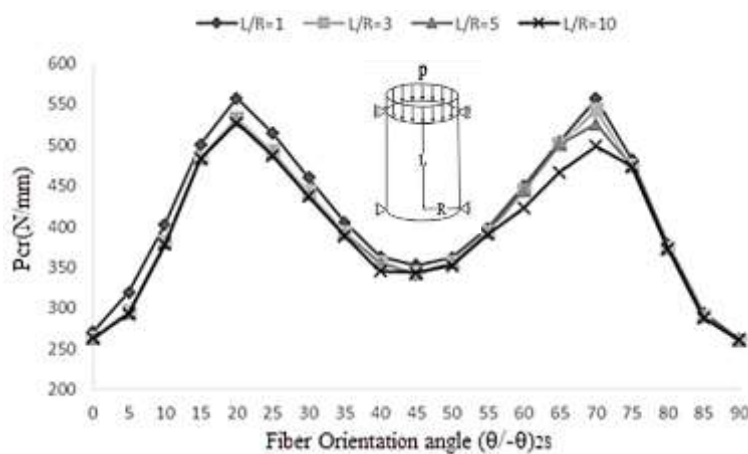
لایه بندی پوسته	فشار محوری lb/in			فشار جانبی psi			فشار هیدرواستاتیک psi		
	[۵]	نتایج برنامه	درصد خطا*	[۵]	نتایج برنامه	درصد خطا*	[۵]	نتایج برنامه	درصد خطا*
$(0/0/90)_S$	۱۰۹	۱۰۸/۲۲	۰/۷۲	۱/۲۹۹	۱/۳۰۶	۰/۵۴	۱/۲۶۷	۱/۲۳۵	۲/۵۳
$(0/90/0)_S$	۱۳۲/۵	۱۳۱/۷۱	۰/۶۰	۲/۶۷۹	۲/۷۱۲	۱/۲۳	۲/۵۹	۲/۶۲۳	۱/۲۷
$(0/90/90)_S$	۱۳۲/۵	۱۳۱/۶۵	۰/۶۴	۲/۸۲۱	۲/۸۲۵	۰/۱۴	۲/۷۱۹	۲/۷۰۳	۰/۵۹
$(0/90/0)_S$	۱۳۱/۲	۱۳۰/۹۸	۰/۱۷	۴/۶۹۸	۴/۶۴۲	۱/۱۹	۴/۴۷۵	۴/۳۸۶	۱/۹۹
$(90/0/90)_S$	۱۳۱/۱	۱۳۰/۳۲	۰/۵۹	۴/۷۴۳	۴/۷۵۸	۰/۳۲	۴/۵۱۷	۴/۵۳۶	۰/۴۲
$(90/90/0)_S$	۱۰۶/۶	۱۰۵/۹۲	۰/۶۴	۵/۵۷۸	۵/۴۳۳	۲/۶۰	۵/۳۱۲	۵/۴۶۴	۲/۸۶

*درصد خطا = $100 \times (\text{آباکوس} / \text{نتایج برنامه})$

مسئله ۲: در این مثال کمانش پوسته های استوانه ای دو سر مفصل تحت اثر فشار محوری (شکل ۲)، هیدرواستاتیک (شکل ۳) و دو سر گیردار تحت اثر بار جانبی (شکل ۴) برای لایه بندی های $2s[\theta/-\theta]$ و نسبت های طول به شعاع ۱، ۳، ۵ و ۱۰ مورد بررسی قرار گرفته است. شعاع پوسته ۱۹۰/۵ میلی متر، ضخامت آن ۱/۹۰۵ میلی متر می باشند. همچنین به منظور صحت سنجی نتایج، مقادیر حداکثر بار کمانش برای سه تیپ بارگذاری فوق و نسبت های طول به شعاع یاد شده با نرم افزار اجزا محدود آباکوس مقایسه شده اند. مصالح مورد استفاده به صورت زیر می باشد:

$$L = R = 190.5 \text{ mm}, t = 1.905 \text{ mm}, E_1 = 206.844 \text{ GPa}, E_2 = E_3 = 18.6159 \text{ GPa}$$

$$G_{12} = G_{23} = G_{13} = 4.48162 \text{ GPa}, \nu = 0.21$$

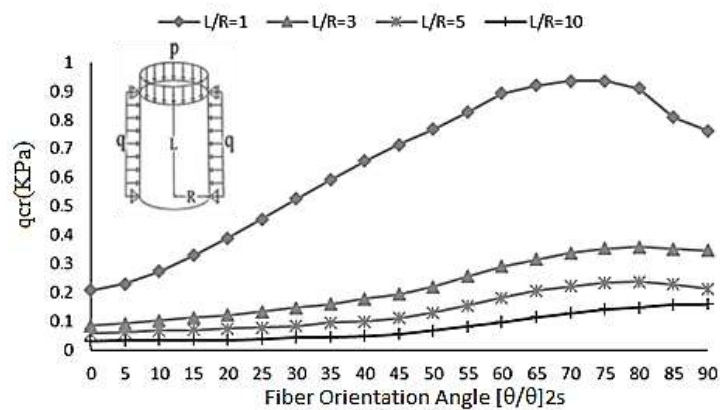


شکل ۲- کمانش پوسته استوانه ای کامپوزیتی دوسر مفصل تحت اثر فشار محوری یکنواخت

برای $L/R = 1, 3, 5, 10$

جدول ۲- ماکزیمم بارکمانش پوسته استوانه ای کامپوزیتی دو سر مفصل تحت اثر فشار یکنواخت محوری (N/mm)

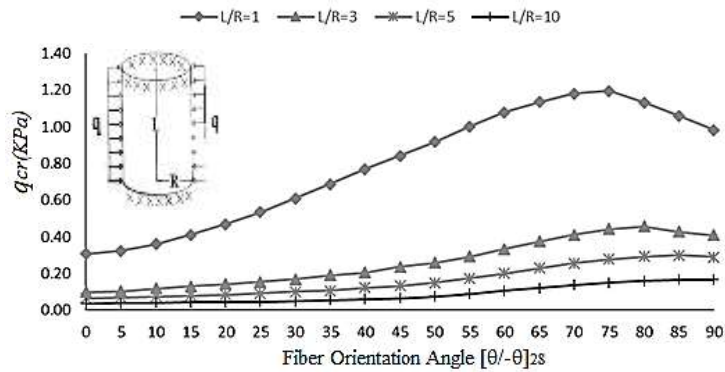
L/R	Θ	نتایج برنامه	آباکوس	درصد خطا
۱	۲۰	۵۵۷/۷	۵۵۲/۳	۰/۹۷
۳	۷۰	۵۴۳/۲	۵۳۹/۶	۰/۶۷
۵	۲۰	۵۲۹/۶	۵۲۷/۷	۰/۳۷
۱۰	۲۰	۵۲۷/۱	۵۲۵/۹	۰/۲۳



شکل ۳- کمانش پوسته استوانه ای کامپوزیتی دو سر مفصل تحت اثر فشار هیدرواستاتیک برای $L/R = ۱, ۳, ۵, ۱۰$

جدول ۳- ماکزیمم بارکمانش پوسته استوانه ای کامپوزیتی دو سر مفصل تحت اثر فشار هیدرواستاتیک (MPa)

L/R	Θ	نتایج برنامه	آباکوس	درصد خطا
۱	۷۵	۰/۹۳۵۸	۰/۹۴۰۴	۰/۴۹
۳	۸۵	۰/۳۵۸۷	۰/۳۵۹۳	۰/۱۸
۵	۸۰	۰/۲۳۷۹	۰/۲۳۹۰	۰/۴۵
۱۰	۹۰	۰/۱۵۹۲	۰/۱۶۰۶	۰/۸۷



شکل ۴- کمانش پوسته استوانه ای کامپوزیتی دوسر مفصل تحت اثر فشار هیدرواستاتیک

برای $L/R = 1, 3, 5, 10$

جدول ۴- ماکزیمم بار کمانش پوسته استوانه ای کامپوزیتی دو سر گیردار

تحت اثر فشار جانبی یکنواخت (MPa)

L/R	θ	نتایج برنامه	آباکوس	درصد خطا
1	75	1/1953	1/1967	0/12
3	80	0/4580	0/4616	0/78
5	85	0/3009	0/3028	0/63
10	90	0/1681	0/1701	1/17

همانطور که گفته شد در مسئله ۱ طبق جدول ۱ نتایج حاصله از برنامه نوشته شده با نتایج تحقیقات پیشین مقایسه و نشان داده شد که برنامه از دقت مناسبی برخوردار است. در مسئله ۲ همان طور که در شکل ۲ مشاهده می شود بار کمانش محوری پوسته استوانه ای دو سر مفصل با تغییر نسبت طول به شعاع استوانه L/R ، بار کمانش به صورت ناچیزی تغییر می کند اما نمی توان گفت که به این نسبت وابسته نیست. زاویه الیاف لایه بندی شده نسبت به همدیگر تاثیر بسیاری در میزان بار کمانش دارد به طوری که برای نسبت های ۱ و ۱۰ زاویه لایه بندی ۲۰ درجه دارای بیشترین بار و برای نسبت های ۳ و ۵ زاویه لایه بندی ۷۰ درجه دارای بیشترین بار کمانش می باشد (جدول ۲). همچنین در شکل های ۳ و ۴ با افزایش نسبت طول به شعاع استوانه بار مانش پوسته استوانه ای زمانی که پوسته تحت اثر فشار هیدرو استاتیک با تکیه گاه های دو سر مفصل و فشار جانبی یکنواخت با شرایط تکیه گاهی دو سر گیردار قرار می گیرد، کاهش می یابد و تغییرات آن کاهنده می باشد به طوری اختلاف بار کمانش بین حالت و بیشتر از اختلاف بار کمانش بین حالت می باشد و با افزایش این نسبت در حال نزدیک شدن به مقدار ثابت می باشد. با افزایش زاویه جهت گیری الیاف نسبت به هم بار کمانش پوسته افزایش می یابد، به طوریکه در شکل ۳، پوسته استوانه ای دو سر مفصل تحت فشار هیدرواستاتیک در زاویه ۷۵ درجه برای $L/R=1$ ، زاویه ۸۰ درجه برای نسبت $L/R=5$ ، زاویه ۸۵ درجه برای نسبت $L/R=3$ و در زاویه ۹۰ درجه برای نسبت $L/R=10$ دارای بیشترین بار کمانش می باشد (جدول ۳). و در شکل ۴، پوسته استوانه ای دو سر گیردار تحت فشار هیدرواستاتیک در زاویه ۷۵ درجه برای $L/R=1$ ، زاویه ۸۰ درجه برای $L/R=3$ ، زاویه ۸۵

درجه برای $L/R=5$ و در زاویه 90° درجه برای نسبت $L/R=10$ دارای بیشترین بار کمانش می باشد (جدول ۴). پس از این زوایا بار کمانش پوسته کاهش می یابد.

مراجع

- [1] Teng, J. G. and Hong T., "Nonlinear thin shell theories for numerical buckling predictions", Thin-walled struct. , Vol.31, 1998, pp.89-115
- [2] Teng, J. G. and Hong T., "Non-linear analysis of shells of revolution under arbitrary loads", Computers and Struct. , Vol.80, 2002, pp.1547-1568
- [3] Sing S., Patel B. P., "Postbuckling of angle-ply laminated cylindrical shells with meridional curvature", Thin-Walled Struct. , Vol.47, 2009, pp.359-364
- [4] Anastasidis J. S. , Simitses J. G., "Buckling of pressure-loaded, long, shear deformable, cylindrical laminated shells", J. Composit Struct.,Vol.23, 1993, pp.221-231
- [5] Ovesy H.R., Fazilati J., "Stability analysis of composite laminated plate and cylindrical shell structures using semi-analytical finite strip method", J. Composite Structures ,Vol.89, 2009, pp.467-474
- [6] Wang, S., Dawe, D.J., "Buckling of composite shell structures using the spline finite strip method", J. Composit Struct., Vol.30, 1999, pp. 351-364.
- [7] Izzet U. Cagdas, "Stability analysis of cross ply-laminated shell of revolution using a curved axisymmetric shell finite element", Thin-Walled struct. ,Vol.49, 2011, pp.732-742
- [8] Han B. , Simitses GJ. "Analysis of anisotropic laminated cylindrical shells subjected to destabilizing loads. PartII: numerical results". J. Composite Struct. 1991, Vol.19, pp.183–205.