



کد مقاله: ۱-۱۵۶

ارزیابی پاسخ غیر خطی سدهای بتنی وزنی با مدل سازی ترک به روش چرخشی و ثابت

بهرام نوایی نیا^۱، نوید ناصری^۲، لیلا کلانی ساروکلایی^۳، جواد واثقی امیری^۴

۱- عضو هیأت علمی، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، navayi@nit.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه های هیدرولیکی، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

۳- عضو هیأت علمی، مؤسسه آموزش عالی طبری

۴- عضو هیأت علمی، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

چکیده

وجود یا بروز ترک در سازه ها علاوه بر پیچیدگی رفتاری ممکن است سلامت سازه را به طور جدی تهدید نماید لذا برآورد صحیح رفتار سازه های ترک خورده، بخصوص برای سازه های خاص نظیر سدهای بتنی از اهمیت ویژه ای برخوردار است. برای بررسی رخداد ترک و چگونگی گسترش آن دو روش عمده وجود دارد که عبارتند از: روش ترک مجزا و روش ترک پخشی. روش ترک پخشی به دلیل کارا بودن آن بیشتر مورد توجه محققین قرار گرفته است. تحلیل غیر خطی با در نظر گرفتن ترک پخشی نیز به روشهای مختلفی ممکن است صورت پذیرد که مهمترین آنها ترک پخشی چرخشی (دورانی) و ترک پخشی ثابت می باشد. تحقیقات زیادی در خصوص این دو روش مدل سازی ترک برای سدهای بتنی وزنی انجام پذیرفته است ولی مقایسه ای در خصوص برتری و یا نقاط ضعف این دو روش نسبت به هم صورت نپذیرفته است. در این مقاله مقایسه بین روش ترک پخشی دورانی و ترک پخشی ثابت در سدهای بتنی وزنی تحت اثر زلزله مورد بررسی قرار گرفته است. تحلیل ها با استفاده از روش المان محدود و با بهره گیری از برنامه نویسی کامپیوتری به زبان فورترن انجام شده است. نتایج نشان می دهد که بسته به مورد، هر یک از دو روش مدل سازی ترک از مزایا و معایب نسبی برخوردار می باشد.

کلمات کلیدی: تحلیل غیرخطی، ترک دورانی، ترک ثابت، سد بتنی وزنی، روش المان محدود

۱- مقدمه

بروز و گسترش ترکها در سدهای بتنی وزنی بسیار مهم بوده و نقش بسزایی در عملکرد غیرخطی آنها تحت اثر زمین لرزه ایفا می کند. با توجه به حساسیت موضوع ترک خوردگی در سدهای بتنی، نیاز به انجام آنالیز کامل و دقیق در خصوص رفتار ترک در این سدها با استفاده از روش هایی همچون تئوری مکانیک شکست احساس می گردد. در مکانیک شکست خطی (LEFM) از رفتار غیرخطی بتن در منطقه آسیب دیده رأس ترک که به دلیل استفاده از سنگدانه های بزرگ در بتن سد، نسبتاً قابل ملاحظه می باشد، صرف نظر می گردد. استفاده از ضابطه مکانیک شکست غیرخطی (NLFM) به عنوان معیار رویش ترک که بر پایه روابط انرژی استوار است و قادر به در نظر گرفتن نرم شوندگی کرنش است، جهت آنالیز شکست در سدهای بتنی مناسب می باشد.

یکی از دلایل مهم شکست و انهدام سدهای بتنی وزنی وقوع و گسترش ترک‌های عمیق و همچنین به هم پیوستن ترک‌های ریز می‌باشد. عوامل گوناگونی در خصوص ایجاد ترک در بتن سد نقش دارند ولی آن عاملی که مهم‌تر است، ترک‌های عمیق ناشی از ایجاد تنش‌ها و کرنش‌های کششی بسیار بیشتر از مقاومت کششی بتن در اثر نیروی زلزله می‌باشد که پایداری سازه را به مخاطره می‌اندازد. بنابراین موقعیت ایجاد ترک و نحوه گسترش ترک‌های کششی از مسائل غیرخطی بسیار مهمی است که باید در بررسی پاسخ لرزه‌ای سدهای بتنی وزنی مد نظر قرار گیرد. برای بررسی رخداد ترک و چگونگی گسترش آن دو روش عمده وجود دارد که عبارتند از: روش ترک مجزا و روش ترک پخشی. روش ترک پخشی به دلیل کارا بودن آن بیشتر مورد توجه محققین قرار گرفته است.

تا کنون تحقیقات گوناگونی در زمینه شکست سدهای بتنی وزنی با استفاده از تحلیل‌های خطی و غیرخطی انجام گردیده است. چوپرا و همکارانش در سال ۱۹۷۲ اولین قدم را در زمینه مطالعه رفتار لرزه‌ای سدهای بتنی و پیش‌بینی مسیر ترک احتمالی برداشتند. آن‌ها با استفاده از تحلیل الاستیک خطی و صرف نظر نمودن از اثر اندرکنش پی و مخزن، موقعیت ایجاد ترک را نمایش دادند. در نهایت به این نتیجه رسیدند که ترک‌ها در محل تغییر شیب پایاب بدنه سد و در محل اتصال پی با بدنه سد رخ می‌دهد [۱]. اولین مطالعه با آنالیز غیرخطی را می‌توان به پال نسبت داد. ایشان با استفاده از ضابطه مقاومت برای رشد و جوانه‌زنی ترک و مدل ترک اندود با فرض صلب بودن پی و صرف نظر از اثر اندرکنش دینامیکی مخزن، سد کوینا را تحلیل نمود. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که ترک به میزان کمی در ضخامت نفوذ کرده و سپس به طور قائم پخش می‌شود. از آنجاییکه استفاده از ضابطه مقاومت به میزان زیادی متأثر از اندازه اجزایی است که توسط طراح انتخاب می‌گردد، نتایج به دست آمده از تحقیقات ایشان ممکن است خیلی قابل استناد نباشد [۲]. ال ایدی و هال برای اولین بار، مکانیک شکست غیرخطی را در آنالیز سدهای بتنی به کار بردند. آن‌ها در این مطالعه آنالیز شکست سد پایین فلت را با استفاده از مدل ترک مجزا مورد بررسی قرار دادند. در این تحلیل اثر کاویتاسیون و اندرکنش مخزن و پی نیز لحاظ گردیده است. آن‌ها علت اجازه رشد ترک در هر گام زمانی را توزیع مجدد تنش و کرنش بعد از پیدایش اولین ترک ذکر نمودند [۳]. ورگازلولی و فنوس سد پایین فلت را با استفاده از مدل ترک اندود و ضابطه مکانیک شکست غیرخطی بررسی نمودند. آن‌ها در این مطالعه برای استفاده از المان‌هایی بزرگتر از حدی که بتواند نرم شوندگی کرنش را نشان دهد از تعریف مقاومت کاهش یافته که به اندازه المان وابسته است، استفاده کردند و نتیجه گرفتند که سد در محل اتصال با پیو در محل ناپیوستگی شیب پایاب در نزدیکی تاج سد ترک خواهد خورد. پروفیل‌های ترک حاصل شده بسیار پراکنده و به دلیل آزادسازی ناگهانی انرژی در المان‌های شکسته کوچک، ناپایداری عددی حاصل شده است [۴]. بهاتاچارجی و لگار برای ضابطه گسترش ترک در تحقیق خود مدل ترک اندود را با استفاده از مدل ترک چرخشی انتخاب نمودند. به منظور اثر دادن بارگذاری دو محوره در مراحل شروع و گسترش ترک، از معیارهای مناسبی بهره گرفته شده است. نتایج استاتیکی و دینامیکی حاصل از این مدل با نتایج آزمایشگاهی و همچنین میزان نفوذ آب به داخل ترک‌ها و فشار uplift بر ایمنی سدهای بتنی وزنی به طور مفصل مورد ارزیابی قرار گرفته است [۵]. کلایبر و کارتون پاسخ شکست لرزه‌ای سدهای بتنی وزنی را با در نظر گرفتن اندرکنش سد و مخزن مورد ارزیابی قرار دادند. آن‌ها در این آنالیز از مدل ترک پخشی چرخان استفاده نمودند و اثرات ترک خوردگی در پاسخ لرزه‌ای سد را بررسی کردند و نشان دادند که ترک خوردگی در محل تمرکز تنش رخ می‌دهد و اولین ترک در سد در محل تغییر شیب در پایین دست مشاهده می‌شود [۶]. کلانی در تحقیق خود با در نظر گرفتن اندرکنش سد و مخزن به روش لاگرانژی و مدل‌سازی ترک به روش ثابت به بررسی رفتار دینامیکی غیرخطی سدهای بتنی وزنی پرداخته است [۷].

از آنجائیکه مزایا و معایب دو روش مدل‌سازی ترک به روش ترک ثابت و چرخشی تا کنون برای سدهای بتنی مورد مقایسه قرار نگرفته است هدف این مقاله مقایسه پاسخ سدهای بتنی با مدل‌سازی ترک به دو روش یاد شده می باشد. بدین منظور تحلیل غیرخطی سد بتنی وزنی پایین فلت تحت شتاب نگاشت‌های زلزله تفت صورت گرفته و پاسخ سد به دو روش ترک پرخان و ثابت با یکدیگر مقایسه می گردد.

۲- مدل غیرخطی رفتار بتن

یکی از پارامترهای اساسی و مهم در آنالیز سدهای بتنی وزنی، تعریف مناسب مدل رفتاری بتن می‌باشد. روش‌های عددی در ارائه یک مدل رفتاری مناسب برای بتن و استفاده آن برای آنالیز شکست و بررسی ترک‌ها بسیار اثرگذار می‌باشد. رابطه‌ی رفتار مصالح در یک مدل جامع آنالیز شکست باید در این موارد قابل تعریف باشد:

- ۱- رابطه رفتار مصالح قبل از ترک خوردگی ۲- ضابطه‌ای برای شروع و جوانه‌زنی ترک ۳- مرحله گسترش ترک و ایجاد منطقه صدمه دیده
- ۴- انتخاب مدل ترک ۵- ضابطه‌ای برای باز و بسته شدن ترک در اثر باربرداری و بارگذاری مجدد آن

۱-۲ رفتار مصالح قبل از ترک خوردگی

در مرحله قبل از جوانه زنی ترک، رابطه تنش - کرنش الاستیک در هر نقطه از جسم در حالت دو بُعدی به صورت رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\{\sigma\} = D\{\varepsilon\} \quad (1)$$

که در این رابطه که [D] ماتریس رفتار مصالح، $\{\sigma\}$ بردار تنش و $\{\varepsilon\}$ بردار مؤلفه‌های کرنش نظیر می‌باشد. با فرض مدل تنش مسطح و وجود رفتار خطی ایزوتروپیک در مرحله قبل از شروع ترک، ماتریس [D] به صورت رابطه زیر خواهد بود.

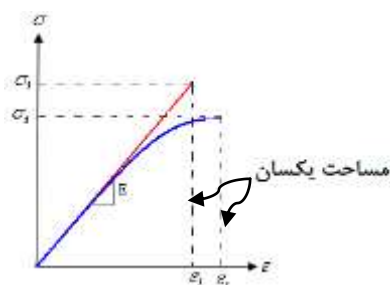
$$D = \frac{E}{1+\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

که در روابط فوق E مدول یانگ و ν نسبت پواسون می‌باشند.

۲-۲ ضابطه شروع و جوانه زنی ترک

در مطالعه حاضر، از چگالی انرژی کرنشی به عنوان ضابطه کنترل کننده ترک استفاده شده است. بر اساس این ضابطه، مساحت زیر نمودار تنش - کرنش تا تنش کششی ظاهری مطابق شکل (۱) به عنوان شاخص نرم شوندگی منظور می‌شود. بنابراین در تحلیل شکست فرض می‌شود ترک خوردگی در المان هنگامی آغاز می‌شود که دانسیته‌ی انرژی کرنشی $\frac{\sigma_1 \varepsilon_1}{2}$ ، برابر یا بیشتر از پارامتر U_0 در رابطه (۳) گردد [۸].

$$U_0 = \int_0^{\epsilon} t \sigma d\epsilon = \frac{\sigma_i \epsilon_i}{2} = \frac{\sigma_i^2}{2E} \quad (3)$$

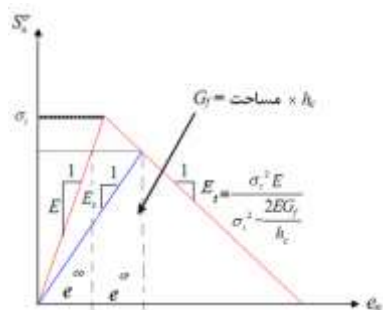


شکل (۱) - منحنی تنش-کرنش تک محوره بتن در حالت غیرخطی

(در رابطه فوق σ_i مقاومت کششی ظاهری و σ_1 مقاومت کششی اصلی می‌باشد)

۳-۲ مرحله گسترش ترک و رابطه مصالح در منطقه صدمه دیده

به محض شروع نرم شوندگی، باندی از ترک‌های مویی در راستای عمود بر کرنش کششی اصلی ظاهر شده و رفتار ارتوتروپیک برالمان‌ها حاکم می‌شود که علت آن کاهش مدول الاستیسیته در جهت عمود بر ترک و نیز کاهش مدول برشی مماسی بعد از ترک خوردگی می‌باشد. در این مقاله فرمول بندی سختی بر اساس رویکرد ماتریس سختی سکانت بوده که در آن ماتریس سختی بر اساس روابط تنش-کرنش کل محاسبه می‌شود. این موضوع بدان معنی است که با داشتن کرنش کل، بتوان تنش کل را حتی در منطقه نرم شده بتن با استفاده از مدول الاستیسیته کاهش یافته مطابق شکل (۲) محاسبه نمود.



شکل (۲) - سختی کاهش یافته (سکانت) بتن بعد از جوانه زنی ترک

مجموع کرنش وارد شده به بتن شامل موارد زیر است.

$$\Delta \epsilon = \Delta \epsilon^{cp} + \Delta \epsilon^{\sigma} \quad (4)$$

که در آن $\Delta \varepsilon^{co}$ تغییرات کرنش بتن و $\Delta \varepsilon^{cr}$ تغییرات کرنش ترک است. رابطه زیر برای تغییرات تنش در ترک‌ها به کار برده می‌شود:

$$\Delta \sigma^{cr} = D^{cr} \Delta \varepsilon^{cr} \quad (5)$$

ماتریس مدول ترک D^{cr} ، به صورت رابطه زیر می‌باشد که D^I و D^{II} به ترتیب مدول سختی مربوط به مود بازشدگی و پارگی می‌باشند که در تحلیل دو بُعدی سد، تنها این دو مود مد نظر قرار می‌گیرند.

$$D^{cr} = \begin{bmatrix} D^I & 0 \\ 0 & D^{II} \end{bmatrix} \quad (6)$$

با صرف نظر کردن از اثر کوپله بین مودهای مذکور و با استفاده از معادله (۴) فرم رابطه حاکم بر تنش - کرنش برای وضعیت ترک خوردگی به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{mn}^{cr} \\ \sigma_{ns}^{cr} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EE_t}{E - E_t} & 0 \\ 0 & \frac{\beta}{1 - \beta} G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{mn}^{cr} \\ \varepsilon_{ns}^{cr} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

در نهایت ماتریس سازگاری بین تنش - کرنش اجزای بتنی در سیستم مختصات کارتزین به صورت رابطه بیان می‌شود.

$$D_s = D^{co} - D^{co} N [D^{cr} + N^T D^{co} N]^{-1} N^T D^{co} \quad (8)$$

$[N]$ ماتریس تبدیل بین مختصات محلی و مختصات کارتزین برای ترک است.

با در نظر گرفتن یک ترک که بردار نرمال آن در راستای محور کارتزین باشد، درایه‌های ماتریس سختی محلی ترک در حالت دو بُعدی و با در نظر گرفتن اثر نرم شونده‌گی کرنش کششی و برشی به صورت رابطه زیر به دست می‌آید.

$$D_{ns} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

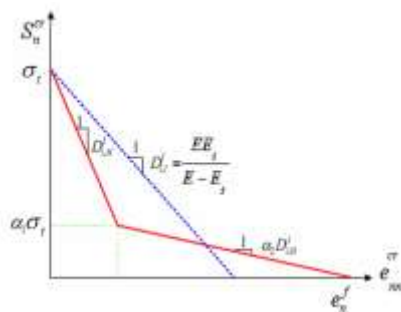
که در آن:

$$\begin{aligned}
 D_{11} &= \frac{\eta E}{1 - \nu^2 \eta} \\
 D_{22} &= \frac{E}{1 - \nu^2 \eta} \\
 D_{12} = D_{21} &= \frac{E \nu \eta}{1 - \nu^2 \eta} \\
 D_{33} &= \beta G
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

در رابطه فوق η نسبت مدول الاستیسیته کاهش یافته به مدول الاستیسیته اولیه بتن در جهت نرمال و مماس بر ترک می باشد، β ضریب نگهداشت برشی می باشد که در محدوده الاستیک برابر با ۱ و در محدوده غیر الاستیک بین ۰ تا ۱ متغیر است و $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ نیز مدول برشی الاستیک مصالح می باشد. از رابطه زیر جهت انتقال ماتریس سازگاری از سیستم مختصات محلی به مختصات اصلی استفاده می شود.

$$[D]_s = [T]^T [D]_{ns} [T]
 \tag{11}$$

در این مقاله برای منحنی نرم شوندگی کرنش کششی، از روابط دوخطی پیشنهاد شده در مرجع با در نظر گرفتن پارامترهای α_1 و α_2 مطابق شکل (۳) استفاده می شود که ضمن ساده و کاربردی بودن، می تواند تغییرات منحنی نرم شوندگی با اثر اندازه را نیز مدل نماید.



شکل (۳) - نرم شوندگی کرنش کششی دوخطی بعد از ترک خوردگی

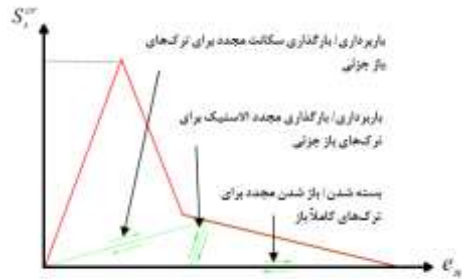
با توجه به ثابت بودن σ_f و G_f که سطح زیر منحنی تنش-کرنش می باشد و با داشتن پهنای باند ترک h_c و مقادیر α_1 و α_2 ، مقدار $D'_{i,l}$ ، از روابط زیر محاسبه می شود.

$$D'_{i,l} = \frac{-\sigma_f^2 h_c}{2G_f}
 \tag{12}$$

$$D'_{i,bl} = \frac{\alpha_2 + (1 - \alpha_2)\alpha_1^2}{\alpha_2} D'_{i,l}
 \tag{13}$$

۴-۲ ضابطه بسته شدن و باز شدن مجدد ترک

شکل (۴) ضابطه بسته شدن و باز شدن مجدد ترک و همچنین باربرداری و بارگذاری برای المان نرم شده را که در مدل استفاده شده در این تحقیق در نظر گرفته شده است نشان می‌دهد. همان گونه که در شکل مشخص است باربرداری و بارگذاری المان نرم شده روی خط مستقیم که به مبدأ متصل می‌شود اتفاق می‌افتد.

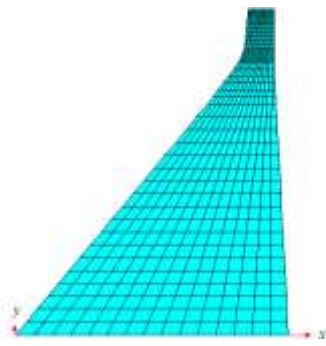


شکل (۴) - نمودار باربرداری / بارگذاری و باز شدن / بسته شدن ترک

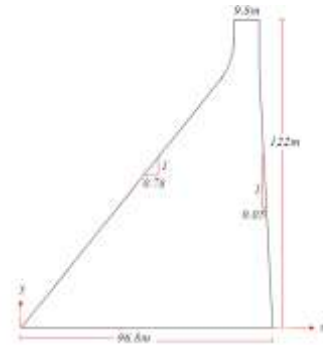
۳- مطالعه موردی سد پایین فلت

در این مقاله، با تحلیل دینامیکی غیرخطی سد پایین فلت تحت شتاب نگاشت زلزله تفت که در شکل (۶) ارائه شده، به بررسی و مقایسه دو روش ترک پخشی ثابت و چرخان در رفتار لرزه‌ای سدهای بتنی وزنی پرداخته شد. در این تحلیل، از اثر اندرکنش سد- مخزن و سد- پی صرف نظر شده است. منطقه شکست با استفاده از معیار مکانیک شکست غیرخطی تعریف می‌گردد. سد پایین فلت با توجه به فرضیات فوق و با استفاده از روش اجزای محدود به کمک برنامه کامپیوتری فورترن مدل و آنالیز گردید که در ادامه به بررسی نتایج حاصله پرداخته می‌شود.

سد پایین فلت، سد بتنی وزنی است که ارتفاع آن ۱۲۲ متر و بر روی رودخانه کینگ در کشور آمریکا قرار دارد. مشخصات هندسی مقطع این سد و مدل اجزای محدود آن در شکل (۵) نشان داده شده است. مدول الاستیسیته بتن، وزن مخصوص بتن و ضریب پواسون بتن به ترتیب 22400 MPa ، $24/3 \text{ KN/m}^3$ و $0/2$ منظور شده است. مقاومت کششی بتن مصرفی در سازه سد برابر با $2/93 \text{ MPa}$ و انرژی شکست بتن برابر 270 N/m فرض می‌شود. در بارگذاری‌ها، تأثیرات بارهای استاتیکی شامل وزن سد به عنوان پاسخ استاتیکی اولیه در تحلیل‌های دینامیکی لحاظ شده است. برای تأثیر سرعت بارگذاری‌های دینامیکی بر پارامتر تنش کششی از ضریب $1/5$ و برای مدول الاستیسیته از ضریب $1/25$ استفاده شده است. همچنین متریس میرائی سیستم در آنالیز غیرخطی تنها متناسب با سختی فرض گردیده و ضریب تناسب به گونه‌ای تعیین گردیده که بتواند ۵ درصد میرائی در مود اول سد را به وجود آورد.

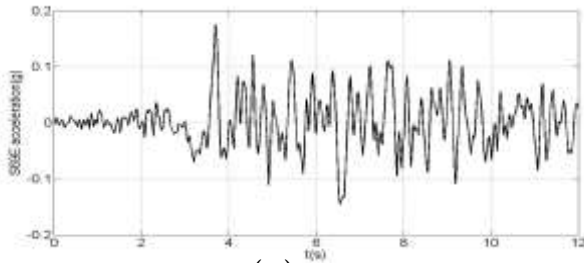


(ب)

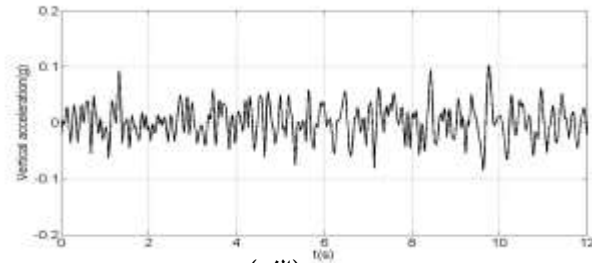


(الف)

شکل (۵) - (الف) مشخصات هندسی سد پایین فلت، (ب) مدل اجزای محدود سد



(ب)

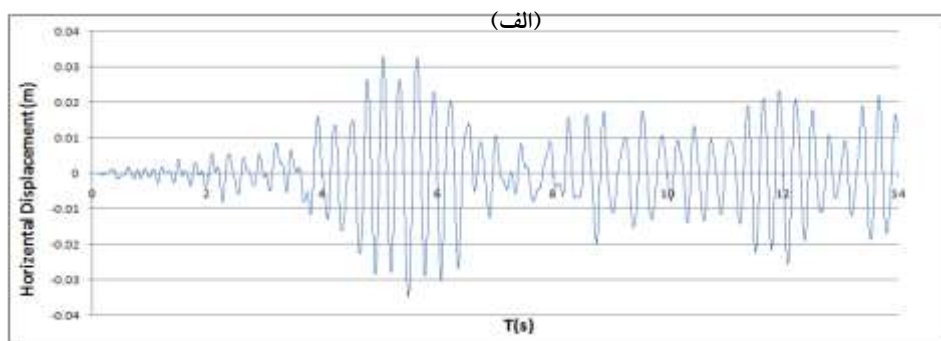
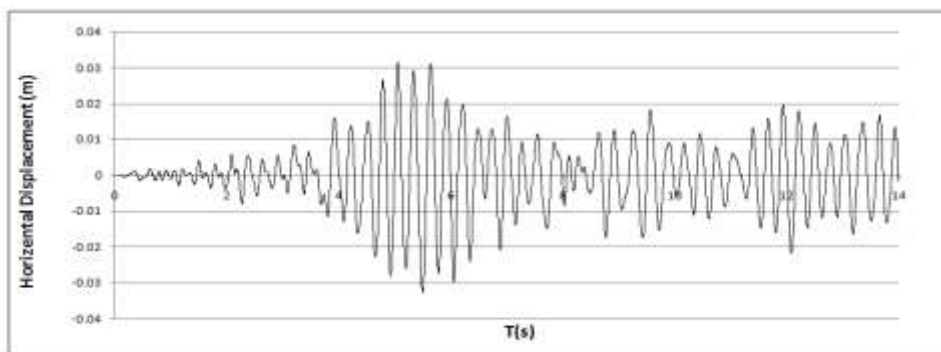


(الف)

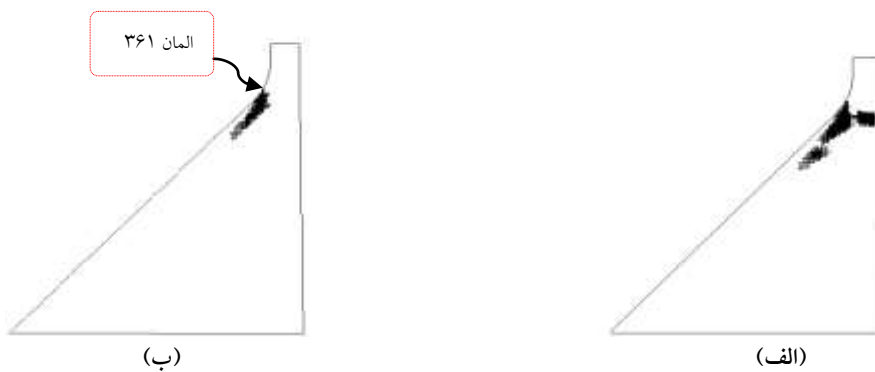
شکل (۶) - تاریخچه زمانی مؤلفه‌های انتقالی زلزله تفت، (الف) مؤلفه قائم، (ب) مؤلفه S69E

نتایج تغییر مکان افقی تاج سد تحت اثر زلزله تفت برای هر دو روش مدل‌سازی ترک در شکل (۷) ارائه شده است. اولین جوانه زنی ترک در هر دو روش ترک ثابت و ترک چرخان تقریباً یکسان بوده و در ثانیه ۳/۷۸ اتفاق افتاده است. اولین المان ترک خورده در روش ترک چرخان و ترک ثابت نیز یکسان بوده و در المان شماره ۳۶۱ اتفاق می‌افتد که در قسمت یک سوم فوقانی سد از وجه پایین دست می‌باشد. ولی تعداد المان‌های ترک خورده در روش ترک چرخان کمتر از ترک ثابت است.

شکل (۸) روند توزیع ترک در سد را تحت زلزله تفت با مقیاس ۱ به دو روش مذکور نشان می‌دهد.



شکل (۷) - پاسخ تغییر مکان تاج سد الف) روش ترک چرخان ب) روش ترک ثابت



شکل (۸) - روند توزیع ترک در سد الف) روش ترک ثابت ب) روش ترک چرخان

۴- نتیجه گیری

- تحلیل دینامیکی غیرخطی صورت گرفته بر روی سد بتنی وزنی به هر دو روش ترک چرخان و ترک ثابت در اثر اعمال زلزله نشان داد که:
- مناطق مستعد برای ترک خوردگی بدنه سدهای بتنی در اثر بارگذاری زلزله با هم یکسان و در حدود منطقه زیربن تاج سد و در حوالی قسمت تغییر شیب بدنه سد است.
- روند توزیع ترک در روش ترک ثابت و ترک چرخان دارای تفاوت است.

- روش ترک چرخان تعداد نقاط کمتری را نسبت به ترک ثابت پیش بینی می نماید.

مراجع

- [۱] Chopra, A. K. and Chakrabarti, P., 1972, "The earthquake experiments at Koyna dam and stress in concrete gravity dams," Earthquake Engineering and Structural dynamic, Vol. 1, PP. 151-164.
- [۲] Pal, W., 1976, "Seismic cracking of concrete gravity dams," Journal of Structural Division, Vol. 102, No.9, PP.1827-1844.
- [۳] El-Aidi, B. and Hall, J. F., 1989, "Non-linear earthquake response of concrete gravity dams part 1: Modelling," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 18, No. 6, PP. 837-851.
- [۴] Vargas Loli, L. and Fenves, G., 1989, "Effects of concrete gravity cracking of the earthquake response of gravity dams," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 18, No. 4, PP. 575-592.
- [۵] Bhattacharjee, S. and Leger, P., 1993, "Seismic cracking and energy dissipation in concrete gravity dams," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 22, No. 11, PP. 991-10
- [۶] Calayir, Y. and Karaton, M., 2005, "Seismic fracture analysis of concrete gravity dams including dam- reservoir interaction," Journal of Computer and Structure, Vol. 83, No. 19, PP. 1595-1606.

[۷] کلانی، ل.، نوائی نیا، ب. و وائقی امیری، ج.، ۱۳۹۲، "تحلیل دینامیکی غیرخطی سدهای بتنی وزنی تحت حرکات ناهمگون انتقالی و دورانی زلزله"، پایان نامه دکتری

تخصصی

[۸] وائقی امیری، ج.، ۱۳۷۴، "تحلیل دینامیکی غیرخطی ناشی از گسیختگی برشی- کششی سدهای بتنی وزنی با در نظر گرفتن اندرکنش دینامیکی تحت زلزله"، پایان نامه

دکتری تخصصی.

[۹] تاجداران، ت.، کلانی ساروکلاهی، ل.، نوائی نیا، ب.، وائقی امیری، ج. "بررسی تحلیل دینامیکی غیر خطی سدهای بتنی وزنی، به دوروش اوپلری و لاگرانژی"

هشتمین کنگره بین المللی مهندسی عمران، ۱۳۸۸