



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

پراکندگی رامان در انتشار موج الکترومغناطیسی دامنه بلند در پلاسمای محصور شده در نوسانگر موجی برگشتی

علیرضا پاک نژاد

گروه فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی واحد شبستر

چکیده :

پراکندگی رامان در پلاسماهای مغناطیده مبتنی بر منابع تابش همدوس مانند نوسانگرهای موجی برگشتی^۱ شامل واپاشی موج الکترومغناطیسی دامنه بلند به یک موج الکترومغناطیسی دیگر به همراه مد پلاسمایی تحریک شده TG^+ می باشد. در این تحقیق با استفاده از مدل سیالی، پراکندگی رامان برگشتی در انتشار موج الکترومغناطیسی مد TM با بردار انتشار k و فرکانس ω در پلاسمای مغناطیده واقع در یک نوسانگرهای موجی برگشتی بررسی شده و آهنگ رشد ناپایداری بدست می آید. نتایج نشان می دهند که با افزایش زاویه تابش و همچنین با افزایش میدان مغناطیسی خارجی، آهنگ رشد کاهش می یابد.

مقدمه:

در فرایندهای پارامتریک، موج الکترومغناطیسی دامنه باند پس از ورود به پلازما به یکی از مدهای نوسانی پلازما و یک موج الکترومغناطیسی پراکنده شده جفت می شود. در پراکندگی رامان در پلاسمای غیرمغناطیده، موج نوری تابشی پرشدت، باعث تحریک یک موج لانگمیر شده و یک موج الکترومغناطیسی جانبی با فرکانس نزدیک به فرکانس موج فرودی را پراکنده می کند. پراکندگی رامان در چگالی های پایین تر از ربع چگالی بحرانی حادث می شود [۱]. با این حال چگالی پلازما نباید خیلی هم کم باشد چون در این صورت موج لانگمیر تحت تاثیر میرایی لاندائو قرار گرفته و توسط الکترونها به سرعت میرا شده و از بین می رود. در پلاسماهای مبتنی بر منابع تابش

^۱ Backward wave oscillator (BWO)

^۲ Trivelpiece-Gould



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

همدوس، پلاسما به شدت مغناطیده می شود بطوری که فرکانس سیکلوترونی الکترونی خیلی بزرگتر از فرکانس پلاسمایی می شود ($\omega_c > \omega_p$). مدهای الکتروستاتیکی در چنین پلاسماهایی به طور موثری توسط میدان مغناطیسی پیرامون تقویت می شوند. این مدها توسط حرکات طولی الکترونها در امتداد میدان مغناطیسی خارجی توصیف می شوند. در سیستم های BWO، مد الکتروستاتیکی تحریک شده، مد TG نام دارد. این مد شامل نوسانات پلاسما در امتداد میدان مغناطیسی می باشد که در اثر پراکندگی رامان، دامنه این مد با گذشت زمان افزایش یافته و بدین ترتیب ناپایداری در پلاسما رشد می کند [۲ و ۳]. در این مقاله، پراکندگی رامان در تابش مایل مد TM موج الکترومغناطیسی دامنه بلند به یک پلاسمای مغناطیده شده در داخل سیستم BWO بررسی می شود. در این پراکندگی مد الکتروستاتیکی تحریک شده با موج الکترومغناطیسی جانبی به صورت غیرخطی جفت می شود. برهم نهی موج جانبی و موج پمپ، ضمن راندن الکترونها در راستای میدان مغناطیسی باعث پیش راندن مد TG فرکانس پایین می شود. در اثر جفت شدگی بین نوسانات طولی چگالی پلاسما (که توسط مد TG تحریک می شوند) با ارتعاشات طولی الکترونها (که توسط مولفه طولی میدان الکتریکی موج پمپ ایجاد می شوند)، موج الکترومغناطیسی جانبی پیش رانده شده و دامنه آن با گذشت زمان افزایش می یابد. در این تحقیق، پس از یافتن چگالی جریان غیرخطی و معادله موج غیرخطی و همچنین با بهره گیری از معادله پواسون و معادله پیوستگی در یک مدل سیالی، آهنگ رشد ناپایداری رامان در پراکندگی رو به عقب بدست می آید.

بدست آوردن چگالی جریان غیرخطی

پلاسمای همگنی واقع در میدان مغناطیسی $B_s \hat{z}$ را در نظر می گیریم. موج الکترومغناطیسی دامنه بلند مد TM در صفحه XZ تحت زاویه θ نسبت به محور Z وارد پلاسما می شود. میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج پمپ به ترتیب عبارتند از:

$$\vec{E}_i = E_i e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (1)$$

$$\vec{B}_i = \frac{c}{\omega} \vec{k}_i \times \vec{E}_i \quad (2)$$

بطوری که $\vec{k}_i = k_x \hat{x} + k_z \hat{z}$ بردار انتشار موج پمپ می باشد و رابطه پاشندگی موج پمپ عبارت است از:



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

$$\frac{c^2 k_z^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2 / \omega^2}{1 - (\omega_c / \omega) \cos \theta} \quad (3)$$

سرعت و چگالی خطی الکترونها در میدان الکتریکی موج تابشی به ترتیب عبارتند از:

$$v_{z,z} = \frac{eE_z}{mi\omega} \quad (4)$$

$$n_z = \frac{n_i e k_z}{mi\omega} E_z \quad (5)$$

n_i چگالی غیراختلالی الکترونها پلاسما می باشد. در پراکندگی رامان، موج الکترومغناطیسی مد TM به یک مد الکتروستاتیکی TG فرکانس پایین با پتانسیل الکتروستاتیکی $\varphi = \varphi_s \exp(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$ و یک موج الکترومغناطیسی جانبی با میدان الکتریکی \vec{E}_1 و میدان مغناطیسی \vec{B}_1 تبدیل می شود. فرکانس موج جانبی $\omega_1 = \omega - \omega_c$ و بردار انتشار آن $\vec{k}_1 = \vec{k} - \vec{k}_z$ می باشد $(\vec{k}_1 = k_{1x}\hat{x} + k_{1z}\hat{z})$. الکترونها در میدان تابشی موج جانبی با سرعت \vec{v}_1 و چگالی n_1 همانند روابط (۴) و (۵) شروع به نوسان می کنند. بدین ترتیب الکترونها هم به میدان های تابشی موج پمپ و موج پراکنده شده جانبی به طور همزمان پاسخ می دهند. علاوه بر این نیروی پاندروموتیوی که از زنش این دو موج ایجاد می شود الکترونها را در امتداد محور z به نوسان در می آورد و بدین ترتیب مد TG تشکیل می شود. نیروی پاندروموتیو ایجاد شده در این برهمکنش عبارت است از:

$$F_{pz} = -\frac{1}{4} [(\vec{v}_1 \cdot \nabla) \vec{v}_1 + (\vec{v}_1 \cdot \nabla) \vec{v}_1]_z \quad (6)$$

الکترونها در میدان الکتروستاتیکی $\vec{E} = -\nabla\varphi$ ناشی از نیروی پاندروموتیو با فرکانس ω با سرعت زیر شروع به نوسان می کنند:

$$v_z = -\frac{ek_z\varphi}{m\omega} + \frac{1}{2i\omega} [(\vec{v}_1 \cdot \nabla) \vec{v}_1 + (\vec{v}_1 \cdot \nabla) \vec{v}_1]_z \quad (7)$$

چگالی غیرخطی $n = n_i k_z v_z / \omega$ ناشی از نیروی پاندروموتیو باعث افت و خیز چگالی پلاسما با فرکانس ω و بردار انتشار \vec{k} می شود. با قرار دادن n در معادله پواسون $\nabla^2\varphi = \epsilon_0 n e$ مقدار پتانسیل الکتروستاتیکی به صورت زیر بدست می آید:

$$\varphi = \frac{e\omega_p^2 k_z E_{1z}}{2mk^2 \omega^2 \omega_c (1 - k_z^2 \omega_p^2 / k^2 \omega^2)} \quad (8)$$

با استفاده از روابط (۷) و (۸)، چگالی جریان الکترونی به صورت زیر حاصل می شود:



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

$$\vec{J}_1 = -n \cdot e \vec{v}_1 - \frac{1}{\gamma} n e \vec{v}_1 = -\frac{n_1 e^\gamma E_{1z}}{i m \omega_1} \hat{z} + \frac{1}{2} \frac{n_1 e^\gamma k_z^\gamma \phi E_{1z}^*}{i m^\gamma \omega_1 \omega^\gamma} \hat{z} + \frac{1}{\xi} \frac{n_1 e^\gamma k_z^\gamma E_{1z} E_{1z}^* E_{1z}}{m^\gamma \omega_1 \omega^\gamma} \hat{z} \quad (9)$$

در این رابطه، $k_z = k \cos \theta$ و زاویه بین دو بردار انتشار \vec{k} و \vec{k} می باشد.

محاسبه آهنگ رشد ناپایداری رامان

معادله موج مربوط به موج جانبی عبارت است از:

$$\nabla^\gamma \vec{E}_1 - \nabla(\nabla \cdot \vec{E}_1) + \frac{\omega_1^\gamma}{c^\gamma} \vec{E}_1 = -\frac{\xi \pi i \omega_1}{c^\gamma} \vec{J}_1 \quad (10)$$

با استفاده از اولین معادله ماکسول $\nabla \cdot \vec{E}_1 = -\xi \pi n_1 e$ و با جایگذاری (۹) در (۱۰)، معادله موج غیرخطی

صورت زیر حاصل می شود:

$$[(k_{1z}^\gamma - \frac{\omega_1^\gamma}{c})(\frac{\omega_p^\gamma}{\omega_1^\gamma} - 1) - k_{1x}^\gamma][\omega^\gamma - \frac{k_z^\gamma \omega_p^\gamma}{k^\gamma}] = -\frac{e^\gamma k_z^\gamma E_{1z} E_{1z}^* \omega_p^\xi}{\xi m^\gamma k^\gamma \omega_1^\gamma} \quad (11)$$

در یافتن رابطه (۱۱) از شرط زیر استفاده شده است:

$$k_z^\gamma \omega_p^\gamma / (k^\gamma \omega_1^\gamma (1 + k_z^\gamma \omega_p^\gamma / k^\gamma \omega_1^\gamma)) \gg 1$$

با مساوی قرار دادن عبارت های داخل کروشه در طرف چپ معادله (۱۱) فرکانس پایین مد الکتروستاتیکی TG

و فرکانس موج پراکنده شده جانبی به ترتیب از روابط زیر بدست می آیند:

$$\omega = \omega_p k_z / k \quad (13)$$

$$\omega_1^\gamma = \frac{1}{\gamma} (\omega_p^\gamma + k_1^\gamma c^\gamma) \pm \frac{1}{\gamma} \sqrt{(\omega_p^\gamma + k_1^\gamma c^\gamma)^2 - \xi c^\gamma k_{1z}^\gamma \omega_p^\gamma} = \Omega_1^\gamma \quad (14)$$

بطوری که مد فرکانس پایین به ازای $\omega_1 < \omega_p$ خواهد بود.

حال با انتخاب $\omega = \omega_p k_z / k + i\gamma$ و $\omega_1 = -\Omega_1 + i\gamma$ و جایگذاری در رابطه (۱۱)، آهنگ رشد ناپایداری

رامان در پراکندگی رو به عقب به صورت زیر بدست می آید:

$$\gamma = \frac{c k a_1}{\xi} \left(\frac{\omega_p \cos \theta}{c \sqrt{k^\gamma + k_1^\gamma - 2 k k_1 \cos \theta}} \right)^{3/2} \quad (15)$$

در این رابطه $a_1 = e E_{1z} / m c \omega$ پتانسیل برداری نرمالیزه می باشد. همانطور که ملاحظه می شود آهنگ رشد

تابعی از بردار انتشار مد الکتروستاتیکی تحریک شده می باشد. با توجه به اینکه مد TG به همراه موج جانبی در این

پراکندگی تشدید می شوند، با صفر قرار دادن رابطه پاشندگی (۱۱) می توان مقدار k را بدست آورد که عبارت است

از:

$$\frac{k}{k_1} = \cos \theta \pm \sqrt{(k_1 / k_1)^\gamma - \sin^2 \theta} \quad (16)$$

همچنین مقدار k_1 در این رابطه که مربوط به بردار انتشار موج پراکنده شده جانبی می باشد به شکل



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

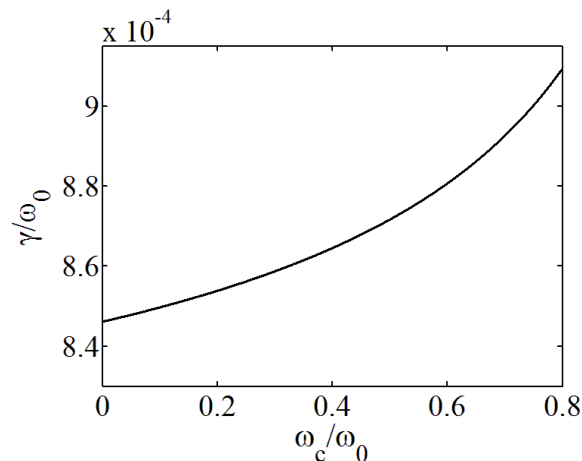
۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

می باشد:

$$\frac{k_1}{k_0} = \left[\frac{(1 - \frac{\omega_p}{\omega_0})}{(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2 \cos^2 \theta})(1 - (\frac{\omega_p}{\omega_0})^2)} \right]^{1/2} \quad (17)$$

بحث و نتیجه گیری

حال با استفاده از روابط (۱۵)، (۱۶) و (۱۷) تغییرات آهنگ رشد ناپایداری رامان در پلاسمای مغناطیسه را بررسی می کنیم. شکل (۱) نحوه تغییرات آهنگ رشد نسبت به فرکانس سیکلوترونی را به ازای $\theta = 30^\circ$ ، $a_0 = 0.02$ و $\omega_p/\omega_0 = 0.2$ نشان می دهد.



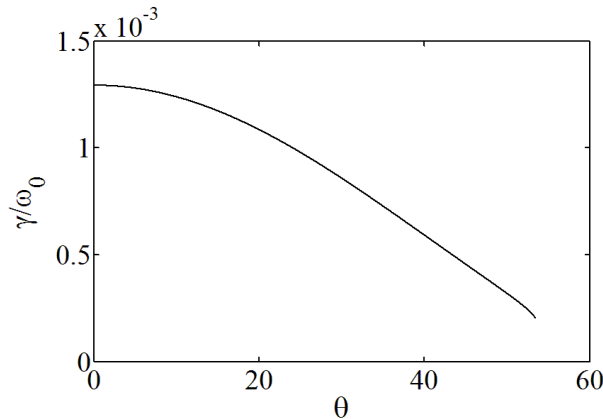
شکل ۱: نمودار تغییرات آهنگ رشد نسبت به فرکانس سیکلوترونی.

مشاهده می شود که با افزایش میدان مغناطیسی پلاسما، آهنگ رشد افزایش می یابد. این نتیجه با نتایج بدست آمده در تحقیق های قبلی هم در توافق است. در واقع هرچقدر میدان مغناطیسی خارجی قوی تر باشد، فرکانس مد الکتروستاتیکی تحریک شده نیز بیشتر شده و دامنه نوسانات چگالی پلاسما رشد بیشتری خواهد داشت.



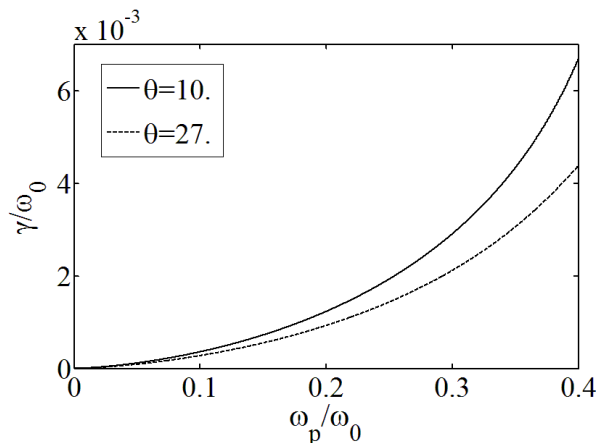
بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان



شکل ۲: نمودار تغییرات آهنگ رشد نسبت به زاویه تابش.

در شکل (۲) تغییرات آهنگ رشد نسبت به زاویه تابش به ازای $a. = 0.02$ ، $\omega_c/\omega. = 0.3$ و $\omega_p/\omega. = 0.2$ رسم شده است. همانطور که ملاحظه می شود، با افزایش زاویه تابش موج پمپ نسبت به امتداد میدان مغناطیسی آهنگ رشد با شیب زیادی کاهش می یابد بطوریکه به ازای مقادیر داده شده فوق در زوایای بزرگتر از $\theta = 54^\circ$ ناپایداری از بین رفته و پراکندگی رامان حادث نمی شود. شکل (۳) نیز افزایش آهنگ رشد نسبت به افزایش فرکانس پلاسمایی (چگالی پلاسما) را به ازای $\omega_c/\omega. = 0.3$ ، $a. = 0.02$ در دو زاویه تابش مختلف نشان می دهد. بنابراین در پلاسماهای با چگالی بالا، این ناپایداری آهنگ رشد بیشتری خواهد داشت.



شکل ۳: نمودار تغییرات آهنگ رشد نسبت به فرکانس پلاسمایی نرمالیزه.



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

نتایج حاصل از این تحقیق در مورد ناپایداری رامان در یک نوسانگر موجی برگشتی پلاسمایی نشان می‌دهند که با انتخاب مقادیر مناسب برای میدان مغناطیسی خارجی، زاویه تابش و چگالی پلاسما، می‌توان این ناپایداری را در یک سیستم BWO کنترل نمود.

۶-مراجع

- [1] Paknezhad. A, Raman Scattering in the short laser pulse interaction with a cold underdense transversely magnetized plasma, Laser Part.Beams 29, (2011) 373-380.
- [2] Liu. C. S and Tripathi V. K, Explosive Instability in a Backward Wave Oscillator, IEEE Transaction on plasma science. 21 (1993) 1.
- [3] Jaiman N. K., Tripathi V.K., Srivastava M.P., Stimulated Raman scattering of a transverse magnetic (TM) mode in a strongly magnetised plasma, Physics lett. A. 232 (1997) 252-256.