



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

ظرفیت گرمایی هسته ها با بکارگیری نظریه گینزبرگ-لانداؤ

محمدی، پریوش؛ دهقانی، وحید*؛ مهمان دوست خواجه داد، علی اکبر

دانشگاه سیستان و بلوچستان، دانشکده علوم، گروه فیزیک

چکیده

مدل گینزبرگ-لانداؤ روش مناسبی جهت بررسی سیستم‌های بزرگ مقیاسی باشد. ولی بکارگیری مستقیم آن برای هسته ها که تعداد ذرات آنها بسیار کمتر از حد ترمودینامیکی است، با توجه به اهمیت افت و خیز آماری ممکن نیست. اما با اعمال تحویحاتی بر این مدل، برای هسته‌ها نیز قابل توجیه است. در این مقاله با ارائه بر مدل گینزبرگ-لانداؤ، جهت در نظر گرفتن تمام افت و خیزهای آماری، فرمول‌بندی جدیدی اصلاح شده گینزبرگ-لانداؤ MGL را بنا نهاده‌ایم. طبق این مدل جفت شدگی نوکلئون‌ها در نزدیکی دمای بحرانی $T_C = 69 \text{ (MeV)}$ اتفاق می‌افتد.

کلمات کلیدی: گذار فاز، گینزبرگ لانداؤ، افت و خیز آماری.

مقدمه

رفتار ظرفیت گرمایی نشان دهنده وجود یا عدم وجود انتقال فاز در یک سیستم ترمودینامیکی است. در حالت عادی هسته متشکل از فرمیون‌هایی است که از تابع توزیع فرمی دیراک تبعیت می‌کند. برای توصیف سیستم در این حالت میتوان از مدل گاز فرمی استفاده کرد و به عنوان فاز نرمال در هسته یاد کرد. با کاهش دمای سیستم مکانیسم زوج شدگی (پتانسیل زوجت بین نوکلئون‌ها)، به عنوان فاز زوج شده، اتفاق می‌افتد. از اینرو در هسته، به‌عنوان یک سیستم زوج شده فرمیونی، امکان گذار از فاز زوج شده به فاز معمولی وجود دارد [۱]. نظریه گینزبرگ-لانداؤ [۲][۳] یکی از مشهورترین و با اهمیت ترین نظریه‌ها در زمینه انتقال فاز است و اساس بسیاری از مدل‌ها در این زمینه بوده است. این نظریه برای سیستم در هر ابعادی نتایج یکسانی را گزارش میدهد. اما مقایسه نتایج حاصل از این نظریه با داده‌های تجربی نشان داد که برای سیستم‌های ماکروسکوپی، مانند ابرساناها، صادق و برای سیستم‌های کوچک جوابگو نیست. نتایج حاصل از بکارگیری این نظریه در هسته‌ها منجر به بروز تفاوت‌هایی بین نتایج محاسباتی و داده‌های آزمایشگاهی می‌شود. لذا اعتبار مدل گینزبرگ-لانداؤ برای سیستم‌های کوچک ساقط میشود.

نظریه گینزبرگ-لانداؤ بر اساس روش میدان میانگین [۴] (عدم در نظرگیری تاثیر افت و خیز) پایه گذاری شده است. با توجه به اینکه افت و خیز پارامتر نظم متناسب با عکس مجذور تعداد ذرات سیستم است، با افزایش تعداد



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳، دانشگاه اصفهان

ذرات سیستم تأثیر افت و خیز پارامتر نظم کاهش می‌یابد. پس نقش پارامتر افت و خیز در سیستم های ریز مقیاس مانند هسته‌ها پر رنگ و برای سیستم‌های بزرگ بسیار ناچیز است.

افت و خیزها بر روی ویژگی‌های ترمودینامیکی سیستم، بخصوص ظرفیت گرمایی که مهمترین ابزار برای توصیف انتقال فاز است، تاثیر می‌گذارد. بطوریکه اگر تعداد ذرات سیستم از عدد آووگادرو بسیار کمتر باشد تفاوت فازها بسیار کم می‌شود، به عبارتی تأثیر افت و خیز، ناپیوستگی یا تکینگی در تابع پاسخ سیستم‌های محدود را به پیوستگی تبدیل میکند [۵]. پس با توجه به اهمیت افت و خیز، تصحیحی اعمال میکنیم که شامل در نظر گرفتن افت و خیزها میباشد، از اینرو با استفاده از مدل تصحیح شده، میتوان نظریه گینزبرگ-لانداو را در دستگاههای کوچک نیز بکار برد [۶].

اخیراً گروه اسلو [۷] چگالی تراز بعضی از هسته‌ها را در انرژی برانگیختگی پایین بدست آوردند. آنها برای بدست آوردن این ترازهای انرژی، از طیف تابش استفاده کردند. که بدین طریق با استفاده از هشت تلسکوپ با زاویه ۴۵ درجه نسبت به باریکه و ۲۸ آشکارساز NaI با بازده کل ۱۵٪ و سیکلترون $MC-35$ در دانشگاه اسلو، اندازه گیری شد. با استفاده از این داده‌ها، ظرفیت گرمایی تجربی برخی هسته‌ها محاسبه شده است. تمام این ظرفیت گرمایی‌ها، رفتار S -شکلیرا نشان میدهند که بیانگر انتقال فازی از فاز نرمال به فاز زوج شده در هسته‌ها می‌باشد [۸].

مدل سازی

فرمول‌بندی نظریه گینزبرگ-لانداو بر اساس انرژی آزاد بر حسب پارامتر نظم استوار است. لذا تابع پارش نیز تابعی از پارامتر نظم خواهد بود. برای محاسبه تابع پارش بایستی سهم تمام مقادیر میانگین پارامتر نظم لحاظ شود که با جمع بستن روی تمام حالات پارامتر نظم امکان پذیر خواهد بود.

$$f\{\psi\} = f_0 + \alpha(T)|\psi|^2 + \frac{b(T)}{2}|\psi|^4 \quad (1)$$

در رابطه بالا f, α, ψ, b بترتیب انرژی آزاد، چگالی پارامتر نظم و دو ثابت وابسته به دما می‌باشند. این دو ثابت طبق مرجع [۹] بصورت زیر بدست آمده است.

$$\alpha = \frac{N(0)(T - T_c)}{T_c}, \quad b = \frac{7 \zeta(3) N(0)}{8 \pi^2 (K_B T_c)^2} \quad (2)$$

T_c دمای بحرانی سیستم و Ω حجم سیستم که برابر $\frac{1}{\Omega} = N(0) = \Omega$ ، که فاصله ترازهای تک ذره‌ای می‌باشد.



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

$$Z = \sum e^{-\beta f} \quad (3)$$

که $\beta = \frac{1}{KT}$ ثابت بولتزمن و برابر واحد فرض شده است. برای در نظر گرفتن تمام مقادیر افت و خیز،

سیگما را به انتگرال تبدیل کردیم و همچنین f را نیز از معادله (۱) جایگذاری کردیم.

$$Z = 2\pi \int_0^{\infty} d|\psi| |\psi| \exp \left[-\beta \Omega \left(a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 \right) \right] \quad (4)$$

رابطه بالا در فضای مختلط انتگرال گیری انجام شده است.

با داشتن متغیر $\lambda^2 = \frac{\beta_c |\psi|^2}{\pi}$ تابع پارش بصورت زیر بدست آوردیم.

$$= \frac{\pi^3}{\beta_c^2} \int_0^{\infty} d\lambda \exp\left(\frac{\Delta t^2}{t}\right) \exp\left(-\pi \sqrt{\frac{b}{t\delta}} \lambda + \Delta t\right)^2 Z = \frac{\pi^3}{\beta_c^2} \int_0^{\infty} d\lambda \exp\left[-\frac{\pi^2 \beta}{\delta \beta_c} ((t-1)\lambda + \bar{b}\lambda^2)\right] \quad (5)$$

در رابطه بالا $\bar{b} = 7\zeta(3)/16 = 0.526$ و $\bar{\delta} = \beta_c / N(0)\Omega = \delta / K_B T_c$ و $\Delta t = \frac{1}{2} \pi (t-1) / (\bar{b} \bar{\delta})^{\frac{1}{2}}$ است.

در نهایت با تغییر متغیر زیر، تابع پارش را بصورت زیر بدست آوردیم.

$$u = \pi \sqrt{\frac{b}{t\delta}} \lambda + \frac{\pi(t-1)}{2\sqrt{t\delta b}} \rightarrow du = \pi \sqrt{\frac{b}{t\delta}} d\lambda \quad (6)$$

$$Z = \frac{\pi^3}{\beta_c^2} \int_{\frac{1}{2}\Delta t}^{\infty} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{t\delta}{b}} du \exp\left(\frac{\Delta t^2}{t}\right) \exp(-u^2) = \frac{\pi^3}{\beta_c^2} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{t\delta}{b}} \exp\left(\frac{\Delta t^2}{t}\right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(1 \pm \operatorname{erf}\left(t^{-\frac{1}{2}} \Delta t\right)\right) \quad (7)$$

$$\Rightarrow Z_{MGL} = \sqrt{\frac{\delta \pi^5}{2\beta_c^4 b}} t^{\frac{1}{2}} e^{\frac{\Delta t^2}{t}} \left(1 \pm \operatorname{erf}\left(\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right) \quad (8)$$

با استفاده از تابع پارشی، آنتروپی و سپس با مشتق گیری از آن ظرفیت گرمایی C_{MGL} را بدست آوردیم.



بیست و یکمین کنفرانس هشتاد و یکمین کنفرانس هسته ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

$$S = K_B \frac{\partial}{\partial T} (\ln(T Z_{MGL})) = K_B (\ln(Z_{MGL}) + T \frac{\partial}{\partial T} \ln(Z_{MGL})) \quad (9)$$

$$\Rightarrow S_{MGL} = K_b \left(\ln(Z_{MGL}) + \frac{1}{2} + \left(2g\bar{\Delta}t - \frac{\bar{\Delta}t^2}{t} \right) \frac{g \left(t^{\frac{1}{2}} + t^{\frac{3}{2}} \right) t \pi^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\bar{\Delta}t^2}{t}}}{1 \pm \operatorname{erf} \left(\left| t^{\frac{1}{2}} \bar{\Delta}t \right| \right)} \right) \quad (10)$$

چون آنتروپی تابع دماست، مطابق با $C = T \frac{\partial S}{\partial T}$ داریم:

$$C_{MGL} = \frac{K_b t \pi}{4 b \bar{\delta}} \left(\left(-2 \sqrt{\frac{b \bar{\delta}}{\pi}} \right) \frac{\left(\left(\frac{1}{2} t^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2} t^{\frac{3}{2}} \right) + \left(\frac{\bar{\Delta}t^2}{t^2} - \frac{2g\bar{\Delta}t}{t} \right) \left(t^{\frac{1}{2}} + t^{\frac{3}{2}} \right) \right) e^{-\frac{\bar{\Delta}t^2}{t}}}{1 \pm \operatorname{erf} \left(\left| \bar{\Delta}t t^{\frac{1}{2}} \right| \right)} \right. \\ \left. - \frac{(t^{-1} + 1)^2 e^{-\frac{2\bar{\Delta}t^2}{t}}}{\left(1 \pm \operatorname{erf} \left(\left| \bar{\Delta}t t^{\frac{1}{2}} \right| \right) \right)^2} + 2\pi \left(\frac{b \bar{\delta}}{t \pi^2} + 1 \right) \right) \quad (11)$$

محاسبات

در این محاسبات مطابق با فرض اساسی لاندائو، هسته به عنوان مجموع دو فاز فاز زوج شده و فاز نرمالدر نظر گرفته شده است. بنابراین ظرفیت گرمایی کل بصورت $C_{total} = C_{Fermi} + C_{MGL}$ است. برای محاسبه سهم ظرفیت گرمایی فاز معمولی، ظرفیت گرمایی گاز فرمی $C_{Fermi} = 2\alpha T$ را به کار می‌بریم. T دمای ترمودینامیکی و α چگالی تراز است. در محاسبات نظری ما، پارامترهای T_c, δ, a را طوری انتخاب کردیم که نمودار بیشترین تطابق را با نمودار تجربی داشته باشد و بتواند بصورت کیفی رفتار ظرفیت گرمایی تجربی را بخوبی پیش بینی کند. در طول این محاسبات برای اطمینان از صحت روابط، نمودار ظرفیت گرمایی محاسبه شده در فرمول (۱۱)، به عنوان ظرفیت گرمایی سیستم فرمیونی MGL، را از طریق زبان برنامه نویسی MATLAB نوشتیم سپس نمودار آن را بر حسب دما ترسیم کردیم. با استفاده از نرم افزار XY Extractor داده‌های تجربی هسته مورد نظر را بدست آوردیم و بر حسب دما رسم کردیم. نمودار حاصله را که حکم داده تجربی را داشت با نمودار ترسیم شده‌ی MGL مقایسه کردیم و



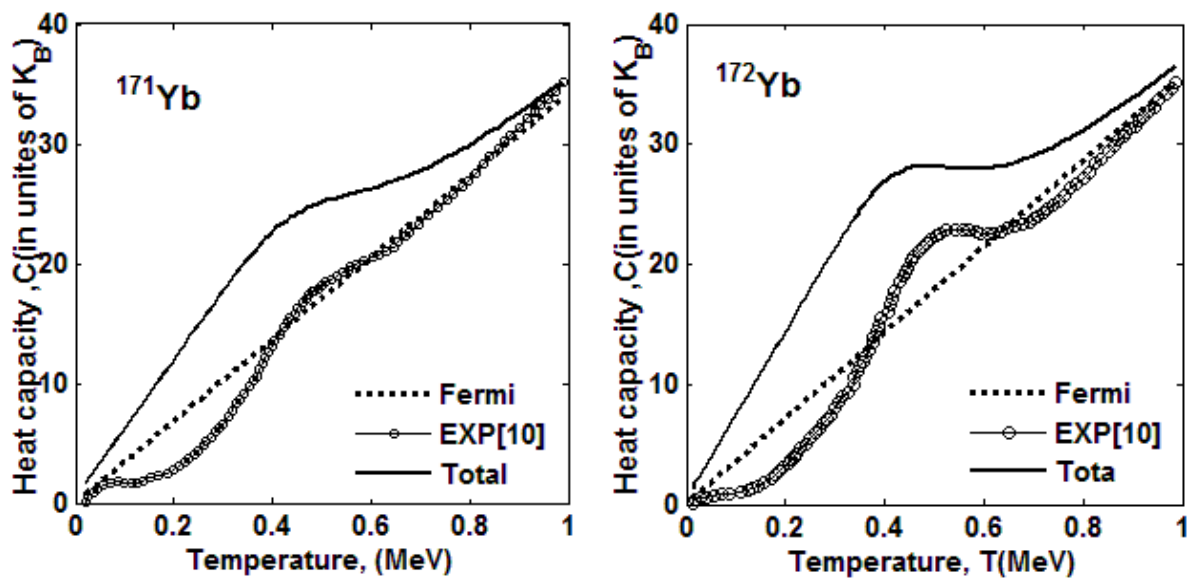
بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۷ و ۸ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

بهترین مقادیر T_c, δ, a را بصورت زیر پیشنهاد دادیم. این مقادیر پیشنهادی و رفتار ظرفیت گرمایی حاصل از این مدل با داده‌های تجربی مطابقت دارد.

جدول ۱: مقادیر T_c, δ, a مورد نظر این پژوهش

هسته	دمای بحرانی T_c (MeV)	فاصله ترازهای تک ذره- ای δ (MeV)	پارامتر چگالی تراز a (MeV ⁻¹)
¹⁷² Yb	.66	.42	$\frac{A}{9}$
¹⁷¹ Yb	.73	.55	$\frac{A}{10}$



شکل ۱: ظرفیت گرمایی کل بر حسب دما برای ایزوتوپ‌های دلخواه ¹⁷¹Yb و ¹⁷²Yb. علامت‌های خط پر، نقطه چین و دایره‌های تو خالی بترتیب ظرفیت گرمایی کل، ظرفیت گرمایی تجربی و ظرفیت گرمایی فاز نرمال (مدل گاز فرمی) بر حسب دما.

نتیجه گیری



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

در نمودار ظرفیت گرمایی کل در مدل تصحیح شده‌ی گینزبرگ-لاندائو، نتایج این مقاله، شاهد پیوستگی و رفتار S-شکلی هستیم که بیانگر انتقال فازی از حالت نرمال به فاز زوج شده در هسته‌ها، در دمای بحرانی است که می‌تواند رفتار ظرفیت گرماییهسته را بصورت کیفی پیش بینی نمایند ولی در سیستم‌های بزرگ چون فاکتور افت و خیز بسیار ناچیز است، در ظرفیت گرمایی ناپیوستگی وجود دارد و از آن جاییکه انتقال فاز تغییرات ناگهانی و ناپیوسته فاز در سیستم است، انتقال فاز در این ابعاد تعبیر درستی از گذار فاز است اما این مفهوم در هسته، تعبیر واقعی گذار فاز را نشان نمی‌دهد.

مرجع ها

- [1] H. Nakada, K. Tanabe, New Bardeen-Cooper-Schrieffer-type theory at finite temperature with particle-number conservation, *Phys. Rev. C*, vol. 74, p. 061301, 2012
- [2] Rupert L. Frank and et al, Microscopic Derivation of Ginzburg-Landau Theory, *J. Amer. Math. Soc.*, vol. 25, p. 667, 2012
- [3] R. A. Ritchie and et al, Landau Ginzburg Theory and Nuclear Matter at Finite Temperature, *Eur. Phys. J. A*, vol. 10, p. 97, 2001
- [4] M. sang and Sh. Yamasaki, Phase Transition and Level Density of Atomic Nuclei, *Theor. Phys*, vol. 29, p. 397, 1963
- [5] Nguyen Dinh Dang, *Phys. Rev. C*, 76, 064320, 2007
- [6] M. K. G. Kruse and et al, Landau-Ginzburg method applied to finite fermion systems: Pairing in Nuclei, *Eur. Phys. J. A*, vol. 25, p. 339, 2005
- [7] E. Melby and et al, *Phys. Rev. Lett.* vol. 83, p. 3150, 1999
- [8] K. Esashika and et al, Effects of particle-number conservation on heat capacity of nuclei, *Phys. Rev. C*, vol. 72, p. 044303, 2005
- [9] P. Mohammadi, V. Dehghani, and A. A. Mehmandoost-Khajeh-Dad, Applying modified Ginzburg-Landau theory to nuclei, *Phys. Rev. C*, 90, 054304, 2014
- [10] M. Guttormsen and et al, Critical temperature for quenching of pair correlations, *Phys. Rev. C*, vol. 63, p. 064306, 2003