



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

## روش تحلیلی برای محاسبات دزیمتری پروتوهای پروتون در ترکیبات ناهمگن

فاطمه سادات رسولی: سید فرهاد مسعودی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده فیزیک، گروه هسته‌ای کاربردی

### چکیده

مطالعات مربوط به بررسی ترابرد پروتون‌های درمانی در ماده به دو دسته کلی شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو و محاسبات تحلیلی تقسیم می‌شوند. در روش تحلیلی، مدل‌های مختلفی برای دستیابی به منحنی‌های صحیح براگ ارائه شده‌اند. یکی از برجسته‌ترین این مدل‌ها، که اساس آن بر بکارگیری توابع سهموی استوانه‌ای استوار است، وابسته به پارامترهایی است که برای مواد مختلف، متفاوت‌اند. این امر استفاده از این تئوری را محدود به موادی می‌کند که اطلاعات آنها در جدول‌های داده‌های هسته‌ای موجود باشند. در این مقاله، روشی برای محاسبه پارامترهای ذکر شده برای هر ترکیب دلخواه معرفی شده و صحت آن از طریق مقایسه با نتایج شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو بررسی شده است.

**کلمات کلیدی:** پروتون‌تراپی، منحنی براگ، دزیمتری، مدل Bortfeld، ترکیبات ناهمگن

### مقدمه

پروتون‌تراپی به دلیل مزایایی که نسبت به درمان با پروتوهای نوترون و گاما دارد، به عنوان یکی از روش‌های مناسب پروتودرمانی خارجی مورد توجه واقع شده است. پروتون‌های فرودی با توجه به انرژی اولیه، دارای برد مشخصی در ماده‌ی هدف هستند و بیشینه‌ی انرژی خود را در انتهای مسیر تخلیه می‌کنند. پروتون‌ها در طی مسیر خود در درون ماده هدف، کند شده و انرژی از دست می‌دهند. میزان انرژی از دست رفته توسط پروتون‌ها و منتقل شده به ماده، با سرعت پروتون‌ها نسبت عکس دارد. بنابراین بیشینه‌ی دوز، در انتهای مسیر به ماده منتقل می‌شود و سپس به سرعت افت می‌کند. این ویژگی منجر به تخلیه‌ی بیشترین دوز در عمق مورد نظر، و بنابراین کمترین آسیب رسیده به بافت سالم اطراف می‌شود.

منحنی تغییرات دوز بر حسب عمق نفوذ در ماده، منحنی براگ (Bragg curve)، و بیشینه‌ی دوز منتقل شده، به عنوان پیک براگ (Bragg peak) شناخته می‌شوند. از آنجا که تعیین دقیق منحنی براگ منجر به تعیین دقیق میزان دوز رسیده به عمق‌های مختلف ماده‌ی هدف، و بنابراین تعیین دقیق منحنی SOBP (Spread-Out Bragg Peak) می‌شود، مطالعه بر روی این موضوع از اهمیت بالایی برخوردار است. تعیین منحنی براگ در ماده‌ی هدف به دو روش قابل بررسی است: استفاده از روش مونت‌کارلو، که با بکارگیری کدهای مختلف



## بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

هسته‌ای قابل دستیابی است، و استفاده از روش‌های محاسبات تحلیلی.

تاکنون مدل‌های تحلیلی مختلفی با در نظر گرفتن ترکیبی از فرآیندهای فیزیکی که در طی مسیر پروتون‌ها در ماده رخ می‌دهند، ارائه شده‌اند. در این میان، تئوری ارائه شده توسط **Bortfeld** [۱] به عنوان یکی از مناسب‌ترین و کامل‌ترین مدل‌های تحلیلی برای توصیف حرکت پروتون‌ها در ماده شناخته می‌شود. این مدل، دوز پروتون‌های تک‌انرژی و با جهت تابش مستقیم به درون ماده را با بهره‌گیری از توابع سهمی استوانه‌ای محاسبه می‌کند. این مدل توسط **Jette** و همکارانش [۲] به حالت‌های تابش مورب پروتون‌ها، و همچنین تابش با توزیع زاویه‌ای اولیه‌ی گاوسی تعمیم داده شده است، و نتایج آن توافق بسیار خوبی با نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده به کمک کد **MCNPX** دارند.

مدل **Bortfeld** وابسته به پارامترهایی است که دارای مقادیر مشخصی برای جنس ماده‌ی هدف هستند. اگرچه این پارامترها از طریق اطلاعاتی که در گزارش‌های **ICRU** [۳] و همچنین جدول‌های داده‌های هسته‌ای **Janni** [۴] گزارش شده، قابل دستیابی‌اند، با این حال از آنجا که این جدول‌ها اطلاعات مربوط به تعداد محدودی از مواد را در برمی‌گیرند، محاسبه‌ی دوز به روش تحلیلی در یک ماده‌ی دلخواه، به ویژه ترکیبات و مخلوط‌ها، از طریق مدل **Bortfeld** امکان‌پذیر نمی‌باشد. هدف از این مطالعه، ارائه راه‌حلی کلی برای محاسبه‌ی پارامترهای موجود در تئوری **Bortfeld** و مدل تعمیم یافته‌ی آن، برای مواد دلخواه و مورد علاقه در پروتون-تراپی، و در نهایت محاسبه‌ی دوز در این مواد به کمترین مدل است. برای اطمینان از صحت روش‌های پیشنهاد شده و محاسبات انجام شده، نتایج با شبیه‌سازی‌های کد مونت کارلوی **MCNPX** مقایسه خواهند شد.

### روش کار و نتایج

اساس تئوری **Bortfeld** [۱]، رابطه بین انرژی پروتون‌ها و برد آنها در ماده هدف است:

$$R_0 = \alpha E_0^p \quad (1)$$

که در آن  $R_0$  برد پروتون‌های با انرژی اولیه‌ی  $E_0$  درون ماده است، و  $\alpha$  و  $p$  پارامترهایی هستند که با برازش منحنی به داده‌های جدول‌های **ICRU** [۳] یا **Janni** [۴] بدست می‌آیند. از طرفی، با توجه به اینکه برای پروتون‌های با انرژی بالاتر از  $20 \text{ MeV}$ ، احتمال رخ دادن برهم‌کنش‌های غیرکشسان هسته‌ای نیز وجود دارد، لازم است کاهش شار پروتون‌ها در اثر این فرایندها،  $\Phi(z)$ ، در طی مسیر در نظر گرفته شود [۵]:

$$\Phi(z) \propto 1 / (1 - P(R_0 - z)) \quad (2)$$



## بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

که در آن  $P$  احتمال رخ دادن برهم کنش غیرکشسان هسته‌ای و  $Z$  عمق نفوذ در ماده هدف است. رابطه فوق را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\Phi(z) \propto 1 + \beta(R_0 - z) \quad (۳)$$

که در آن  $\beta$  پارامتری است که شیب خط شار بر حسب برد باقیمانده را مشخص می‌کند.

در مدل پیشنهاد شده توسط **Bortfeld**، دوز در عمق  $Z$  از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$D_I(z) = \Phi_0 \frac{e^{-\zeta^2/4} \sigma_R^{1/p} \Gamma(1/p)}{\sqrt{2\pi\rho\alpha^{1/p}(1+\beta R_0)} \sigma_R} \left[ \frac{1}{\sigma_R} D_{-1/p}(-\zeta) + \left( \frac{\beta}{\rho} + \gamma\beta + \frac{\varepsilon}{R_0} \right) D_{-1/p-1}(-\zeta) \right] \quad (۴)$$

در این رابطه،  $\Phi_0$  شار پروتون‌های فرودی،  $\rho$  چگالی جرمی محیط،  $\sigma_R$  مجذور میانگین مربعی پاشندگی برد (Range straggling)،  $\varepsilon$  پارامتر مربوط به توزیع گاوسی انرژی،  $\gamma$  کسر انرژی آزاد شده در برهمکنش‌های غیرکشسان هسته‌ای، و  $\zeta = \frac{R_0 - z}{\sigma_R}$  است.  $D_V(x)$  و  $\Gamma(x)$  نیز به ترتیب نماینده توابع سهموی استوانه‌ای و گاما هستند. همانطور که ذکر شد، تئوری **Bortfeld** به تابش‌های مورب به اندازه زاویه‌ی  $\theta$  و همچنین تابش با توزیع زاویه‌ای اولیه‌ی گاوسی قابل تعمیم است. در این حالت، می‌توان نشان داد که دوز از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۲]:

$$D_{II}(z) = \Phi_0 \frac{e^{-\zeta^2/4} (\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_x^2 \tan^2 \theta})^{1/p} \Gamma(1/p) \sec \theta}{\sqrt{2\pi\rho\alpha^{1/p}(1+\beta R_0)}} \times \left[ \frac{1}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_x^2 \tan^2 \theta}} D_{-1/p}(-\kappa) + \left( \frac{\beta}{\rho} + \gamma\beta + \frac{\varepsilon}{R_0} \right) D_{-1/p-1}(-\kappa) \right] \quad (۵)$$

در این رابطه، میزان خروج از محور دوز برای توزیع گاوسی با  $\sigma_x$  نشان داده شده و  $\kappa$  پارامتری است که به صورت  $\kappa = \frac{R_0 - z \sec \theta}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_x^2 \tan^2 \theta}}$  تعریف می‌شود.

چنانچه مشاهده می‌شود، از آنجا که محاسبه‌ی دوز با بکارگیری روابط (۴) و (۵) به دستیابی به پارامترهای  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $p$  وابسته است، استفاده از این تئوری محدود به موادی خواهد بود که کمیت‌های متناظر با آنها با استفاده از جدول‌های داده‌های هسته‌ای قابل محاسبه باشند. به دلیل ناکامل بودن لیست مواد ترکیب موجود در این جدول‌ها، ارائه‌ی روشی برای محاسبه‌ی پارامترهای ذکر شده برای هر ماده‌ی دلخواه ضروری به نظر می‌رسد. در ادامه تلاش شده است تا راه‌حلی تحلیلی برای این مسأله ارائه شود.

طبق رابطه‌ی براگ-کلیمان، برای محیطی که از ترکیب تعدادی از عناصر ساخته شده است، توان توقف به صورت زیر قابل محاسبه است:



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

$$(6) \quad \frac{1}{N_c} \left( \frac{dE}{dz} \right)_c = \sum_i n_i \frac{1}{N_i} \left( \frac{dE}{dz} \right)_i$$

در این رابطه  $N$  تعداد اتم‌ها بر واحد حجم،  $\frac{dE}{dz}$  توان توقف، و  $n_i$  کسر اتمی عنصر  $i$  ام در ترکیب  $c$  است. با توجه به این قاعده، می‌توان نشان داد که برد ذرات باردار در یک ترکیب،  $R_c$ ، از طریق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود [۶]:

$$R_c = M_c / \left( \sum_i n_i (A_i / R_i) \right) \quad (7)$$

که در آن  $R_i$  برد در عنصر  $i$  ام موجود در ترکیب،  $A_i$  جرم اتمی عنصر  $i$  ام، و  $M_c$  جرم ملکولی ترکیب مورد نظر است. با استفاده از این رابطه، برد پروتون‌های فرودی در تعدادی از ترکیبات که اطلاعات آنها در جدول-های داده‌های هسته‌ای موجود است، محاسبه شده و نتایج آن در شکل ۱-الف با داده‌های موجود مقایسه شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود، توافق بسیار خوبی بین نتایج برقرار است.

با توجه به اینکه داده‌های شکل ۱-الف از رابطه‌ی برد-انرژی پیروی می‌کنند، پارامترهای  $\alpha$  و  $p$  از طریق برازش به این منحنی‌ها قابل محاسبه هستند. مقادیر محاسبه شده برای این پارامترها با استفاده از این روش، برای تعدادی از ترکیبات در جدول ۱ گزارش شده، و با پارامترهای بدست آمده با استفاده از داده‌های جدول-های هسته‌ای مقایسه شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود، روش معرفی شده راهکار بسیار مناسبی برای محاسبه دو پارامتر ظاهر شده در تئوری Bortfeld برای ترکیبات دلخواه را ارائه می‌دهد.

سومین پارامتری که در تئوری Bortfeld ظاهر شده است، با نماد  $\beta$  نمایش داده می‌شود و نماینده‌ی شیب رابطه کاهش شار در اثر برهم‌کنش‌های غیرکشسان هسته‌ای است. با توجه به روابط ذکر شده، محاسبه‌ی  $P$ ، احتمال وقوع برهم‌کنش غیرکشسان هسته‌ای، منجر به محاسبه‌ی  $\beta$  خواهد شد. در این مقاله برای محاسبه‌ی  $P$  برای یک ترکیب دلخواه، رابطه‌ی زیر پیشنهاد شده و مورد بررسی قرار گرفته است:

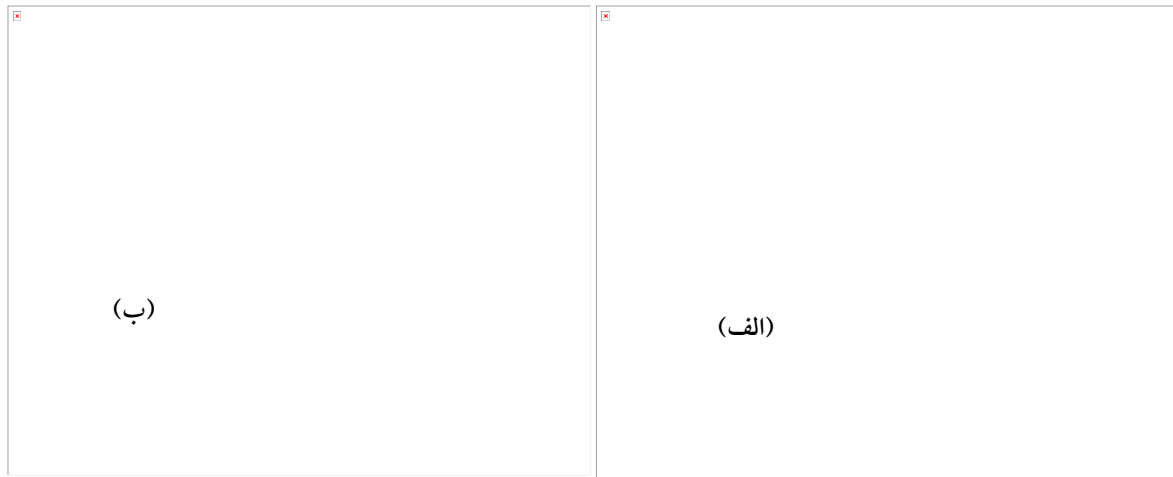
$$P_c = \sum_i \omega_i \cdot P_i \quad (8)$$

که در آن کسر جرمی و احتمال وقوع برهم‌کنش غیرکشسان هسته‌ای برای عنصر  $i$  ام به ترتیب با  $\omega_i$  و  $P_i$  نمایش داده شده‌اند. صحت این رابطه از طریق مقایسه‌ی مقادیر بدست آمده برای  $P$  با مقادیر موجود در جدول Janni، مورد بررسی قرار گرفته است. شکل ۱-ب نمونه‌ای از نحوه‌ی عملکرد رابطه‌ی پیشنهاد شده را برای تعدادی از ترکیبات نشان می‌دهد. همچنین مقادیر بدست آمده برای  $\beta$  با استفاده از این روش در جدول ۱ گزارش شده، و با مقادیر موجود مقایسه شده‌اند.



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان



شکل ۱. الف) رابطه‌ی برد-انرژی برای تعدادی از ترکیبات ناهمگن. ب) احتمال رخ دادن برهم‌کنش غیرکشسان هسته‌ای برای پروتون‌های فرودی در سه ترکیب ناهمگن به عنوان نمونه‌ای از نحوه‌ی عملکرد روش پیشنهاد شده. جدول ۱. مقادیر بدست آمده برای  $\alpha$ ،  $p$  و  $\beta$  با استفاده از روش ارائه شده در این مقاله (مشخص شده با زیروند c)، و مقادیر محاسبه شده با استفاده از اطلاعات موجود در جدول‌های داده‌های هسته‌ای (مشخص شده با زیروند t).

$\beta_t$ (cm <sup>-1</sup> )	$\beta_c$ (cm <sup>-1</sup> )	$p_t$	$p_c$	$\alpha_t$ (cm.MeV <sup>-p</sup> )	$\alpha_c$ (cm.MeV <sup>-p</sup> )	$\rho$ (gr.cm <sup>-3</sup> )	ترکیب
۰/۰۱۲ [۱]	۰/۰۱۲۸	۱/۷۷ [۱]	۱/۷۶	۰/۰۰۲۲ [۱]	۰/۰۰۲۲۳	۱	آب
۰/۰۲۳۲ [۲]	۰/۰۲۴۱	۱/۷۷ [۲]	۱/۷۶	۰/۰۰۱۳۵ [۲]	۰/۰۰۱۳۲	۱/۸۵	استخوان
۰/۰۱۱۳	۰/۰۱۳۲	۱/۷۶	۱/۷۶	۰/۰۰۲۲	۰/۰۰۲۲	۰/۹۴	پلی اتیلن
۰/۰۳۶	۰/۰۳۶	۱/۷۴	۱/۷۴	۰/۰۰۰۹۹	۰/۰۰۰۹۷	۳/۱۸	کلسیم فلوراید
۰/۰۳۲	۰/۰۳۲	۱/۷۵	۱/۷۵	۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۱۱	۲/۵	شیشه
۰/۰۵۰۵	۰/۰۵۰۳	۱/۷۱	۱/۷۱	۰/۰۰۰۷۳	۰/۰۰۰۷۳	۶/۴۷۳	نقره برمید
۰/۰۱۶۱	۰/۰۱۷۳	۱/۷۶	۱/۷۶	۰/۰۰۱۹۸	۰/۰۰۱۹۵	۱/۲	لگزان

به منظور بررسی عملکرد روش‌های پیشنهاد شده، از مقادیر بدست آمده برای پارامترهای  $\alpha$ ،  $p$  و  $\beta$  برای محاسبه‌ی دوز در ترکیبات با بکارگیری مدل تعمیم یافته‌ی **Bortfeld** استفاده شده، و با نتایج مربوط به شبیه‌سازی‌های MCNPX مقایسه گردیده است. نمونه‌ای از نتایج مربوط به این محاسبات برای پروتون‌های فرودی



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

MeV 100 با زاویه‌های تابش 0، 15، 30، و 45 درجه، در شکل 2 نمایش داده شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود، توافق بسیار خوبی بین نتایج این مقاله و شبیه‌سازی‌های مونت کارلو برقرار شده است.



شکل 2. منحنی‌های برای بردست آمده با استفاده از روش پیشنهاد شده در این مقاله، و نتایج شبیه‌سازی‌های MCNPX برای پروتون‌های فرودی MeV 100 به کلسیم فلوراید (راست) و استخوان (چپ). منحنی‌ها به ترتیب از راست به چپ مربوط به زاویه‌های تابش 0، 15، 30، و 45 درجه ماده‌ی هدف هستند.

## بحث و نتیجه‌گیری

اگرچه تئوری **Bortfeld** مدل مناسب و کاملی برای توصیف حرکت پروتون درون ماده و دوز رسیده به آن ارائه می‌دهد، با این وجود وابسته به پارامترهایی است که به جنس ماده‌ی هدف بستگی دارند. از آنجا که جدول‌های داده‌های هسته‌ای موجود تمام مواد و ترکیبات مختلف را در برنمی‌گیرند، استفاده از مدل **Bortfeld** به موادی محدود می‌شود که اطلاعات آنها در این جدول‌ها ذکر شده باشد. در این مقاله، روشی تحلیلی برای محاسبه این پارامترها برای هر ترکیب دلخواه ارائه شد، و با داده‌های موجود مربوط به تعدادی از ترکیبات مقایسه گردید. با استفاده از پارامترهای بردست آمده، که توافق بسیار خوبی با داده‌های موجود دارند، دوز ناشی از پروتون‌های فرودی با زاویه‌های تابش مختلف به روش تحلیلی و با استفاده از مدل تعمیم یافته‌ی **Bortfeld** محاسبه شد. مقایسه این نتایج با نتایج شبیه‌سازی‌های MCNPX نشان داد که روش ارائه شده برای محاسبه‌ی دوز پروتون در ترکیبات متشکل از هر تعداد عنصر دلخواه معتبر است. به دلیل اهمیت محاسبات



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۷ و ۸ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

تحلیلی به عنوان یکی از روش‌های موجود برای محاسبات دزیمتری، روش ارائه شده گام مهمی در راستای گسترش ایننوع محاسبات در بررسی عملکرد پرتوها در بافت‌های موردعلاقه در پروتون‌تراپی به شمار می‌رود.

## مراجع

- [1] T. Bortfeld, An analytical approximation of the Bragg curve for therapeutic proton beams, *Med. Phys.* 24, 2024-2033, 1997.
- [2] D. Jette, J. Yuan, W. Chen, Oblique incidence for broad monoenergetic proton beams, *Med. Phys.* 37, 5683-5690, 2010.
- [3] International Commission on Radiation Units and Measurements, Stopping powers and ranges for protons and alpha particles, ICRU Report No. 49, Bethesda, MD, 1993.
- [4] J. F. Janni, Energy loss, range, path length, time-of-flight, straggling, multiple scattering, and nuclear interaction probability: In two parts. Part 1. For 63 compounds Part 2. For elements  $1 \leq Z \leq 92$ , *At. Data Nucl. Data Tables* 27, 147-339, 1982.
- [5] M. Lee, A. E. Nahum, S. Webb, An empirical method to build up a model of proton dose distribution for a radiotherapy treatment planning package, *Phys. Med. Biol.* 38, 989-998, 1993.
- [6] G. Cesini, G. Lucarni, F. Rustichelli, Evaluation of fission fragment ranges in any medium, *Nuclear Instr. and Meth.* 127, 579-582, 1975.