مطالعه رفتار آماری هسته های دارای ساختار لایه ای $\pi(d_{3/2} \rightarrow f_{7/2}) - \nu(d_{3/2} \rightarrow f_{5/2})$

صبری، هادی-موسوی مبارکه، سید خلیل - ملک زاده،رضا - صادقی، فرشاد

دانشگاه تبریز - دانشکده فیزیک- گروه فیزیک هسته ای

چکیده:

در این مقاله، تاثیر گاف های زیر لایه ای تغییر شکل یافته نوترونی روی رفتار آماری سیستم های هسته ای بررسی شده است. با استفاده از آخرین اطلاعات تجربی برای ترازهای انرژی ایزوتوپ های مختلف هسته های Ca، Ti، Cr، Fe و Ni، دنباله های مورد نظر ساخته شده و با استفاده از روش تخمین حداکثر شانس مورد تحلیل قرار می گیرد. نتایج حاصل افزایش میزان بی نظمی برای آن دسته از هسته های دارای نوترون در تراز $f_{5/2}$ را در مقایسه با ایزوتوپ های دیگر پیشنهاد می دهد.

واژه های کلیدی:

نظریه ماتریس تصادفی- تخمین حداکثر شانس[1]- مدل لایه ای – گاف زیر لایه ای تغییر شکل یافته[2] – اسپین

مقدمه

سیستم های هسته ای به عنوان سیستم های کوانتومی محدود، به دلیل اندرکنش های قوی دارای شکل های مشخص کروی و یا تغییر شکل یافته هستند. وجود گذارهای فازی – شکلی به دلیل تغییر تعداد پروتون (یا نوترون) بر اساس پارامتر های متفاوت بررسی شده است[۲-۱]. وجود تغییر شکل های متفاوت در آن دسته از هسته های دارای تعداد بالاتر نوترون در مقایسه با پروتونها در محدوده (تعداد نوترون ها) $N=34$، $N=70$ و $N=100$، وجود زیر لایه های تغییر شکل یافته در این محدوده های جرمی را پیشنهاد می دهد[۳]. تاثیر این ساختار زیر لایه ای روی پارامتر هائی از جمله احتمال گذارهای الکترومغناطیسی، مدهای واپاشی متفاوت و تغییر شکل های جرمی مورد بررسی قرار گرفته شده است. تشابه مفاهیم موجود با نتایج گذارهای فازی شکلی، استفاده از مفاهیم آماری را برای بررسی این تغییرات پیشنهاد می دهد.

نظریه ماتریس های تصادفی وآمار های مختلف این نظریه از جمله تابع توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازبیر پایه مقایسه افت وخیز های آماری دنباله های مورد مطالعه با پیش بینی های این نظریه، سیستم های مختلف را در قالب منظم یا تصادفی طبقه بندی می نمایند[٤]. از طرفی، مطالعه تاثیر پارامتر های مختلف روی رفتار آماری سیستم های هسته ای از جمله میزان تغییر شکل چهار قطبی، جفت شدگی[٥] و ... در سالیان اخیر مورد توجه قرار گرفته

[1] Maximum likelihood Estimation (MLE)
[2] Deformed sub-shell gap

است[٦]. این مطالعات، پارامتر مشخص کننده میزان نظم (یا بی نظمی) سیستم را به عنوان مشاهده پذیر مناسبی جهت توصیف تغییرات ساختار ترازهای انرژی سیستم های هسته ای معرفی می نماید که البته ما نیز با استفاده از این ویژگی، تغییرات ساختار لایه ای را بررسی خواهیم نمود.

ما در این مقاله، برای بررسی ویژگی های ساختاری هسته های موجود در محدوده جرمی $A=38-68$ و بررسی تاثیر وجود گاف زیر لایه ای تغییر شکل یافته بر روی ترازهای انرژی این هسته ها، رفتار آماری دنباله های مختلف ساخته شده از ترازهای انرژی را مطالعه نموده ایم. دراین بررسی با استفاده از آخرین اطلاعات تجربی [۷]برای ترازهای انرژی مجموعه ایزوتوپ های فرد و زوج پنج هسته Ca، Ti، Cr، Fe و Ni، هسته هائی با آرایش آخرین ترار پروتونی از $d_{3/2}$ تا $f_{7/2}$ وآرایش های متفاوت برای آخرین تراز نوترونی انتخاب شده و در مجموعه های متفاوت بسته به زوج یا فرد بودن، آخرین تراز پروتونی (یا نوترونی) و ... طبقه بندی نموده ایم.

روش کار

آمار توزیع نزدیکترین فاصله بین تراز های[۳]$(NNSD)$یا توابع $P(s)$، به عنوان پرکاربرد ترین آمار برای مطالعه افت و خیز های آماری هر دنباله ازاطلاعات سیستم های فیزیکی شناخته می شود. شرط لازم و کافی برای استفاده از مفاهیم نظریه ماتریس تصادفی، وجود دنباله هائی با میانگین واحد می باشد. از طرفی شرط تشابه اسپین و پاریته ترازهای انتخابی وکم بودن تعداد هسته های حاوی حداقل ۲۵ ترازمشابه، گروههای مختلف ترازهای انرژی هسته های مختلف را در کنار هم در مجموعه های متفاوت در نظر گرفته اند. تهیه دنباله ای نرمالیزه به یک، از مجموعه اطلاعات چندین هسته با برازش عبارت تئوریک برای تعداد ترازهای انرژی با انرژی کمتر ازE، انجام میگیرد.این عبارت برفرمول ثابت-گرمایی منطبق می باشد که تحت عنوان فرآیند واپیچش[٤] شناخته می شود[٤]

$$N(E)=N_0+\exp(\frac{E-E_0}{T}) \qquad , \qquad (1)$$ ۳

$T, E_0,\ N_0$ ثابت برای هر هسته به صورت قابل ملاحظه ای تغییر می نماید.بااستفاده از یک چند جمله ای درجه ۲ برای هر یک از این ۳ پارامتر و برازش با استفاده از اطلاعات تجربی موجود [۷]، روابط زیر بر حسب عدد جرمی هسته ها،A ، حاصل میشود،

[3]Nearest Neighbor Spacing Distribution (NNSD)
[4]unfolding

$$T=(0.71\pm 0.13)-(0.14\pm 0.06)A+(2.27\pm 0.08)\times 10^{-4}A^2 \quad , \qquad (2a)$$
$$E_0=(0.30\pm 0.03)-(0.17\pm 0.05)A+(0.85\pm 0.02)\times 10^{-3}A^2 \quad , \qquad (2b)$$
$$N_0=(0.43\pm 0.11)-(0.042\pm 0.008)A+(2.25\pm 0.06)\times 10^{-3}A^2 \quad , \qquad (2c)$$

با استفاده از این روابط، بهترین برازشکمیت$N(E)$، $F(E)$حاصل میگردد.مجموعه انرژی های تصحیح شده E_i'

$$E_i'=E_{\min}+\frac{F(E_i)-F(E_{\min})}{F(E_{\max})-F(E_{\min})}(E_{\max}-E_{\min}) \quad , \qquad (3)$$

به صورت زیر حاصل میشود که در انتها، فاصله بین ترازی با استفاده از این انرژی های جدید عبارت است از

$$S_i=E_{i+1}'-E_i \qquad و \qquad s_i=\frac{S_i}{D}$$

(D، متوسط فواصل بین ترازی) برای هر سیستم فیزیکی با ناوردایی زمانی، تابع توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازی از مدلGOE

$$P(s)=\frac{\pi s}{2}\exp(-\frac{\pi s^2}{4}) \quad , \qquad (4a)$$

تبعیت می نماید که معرف رفتار تصافی سیستم می باشد. در مقابل، رفتار آماری سیستم های منظم با استفاده ازتابع توزیع پواسونی توصیف میشود

$$P(s)=e^{-s} \quad , \qquad (4b)$$

مطالعات مختلف برای بررسی افت و خیز های آماری سیستم های فیزیکی مختلف ، رفتار آماری بینابین این دو حد را پیشنهاد می نماید. برای توصیف این وضعیت بینابینی، توابع توزیع مختلفی پیشنهاد شده است که یکی از پرکاربرد ترین توابع، تابع توزیع ابوالمجدمی باشد [٦]

$$P(s,q)=[1-q+q(0.7+0.3q)\frac{\pi s}{2}]\times\exp(-(1-q)-q(0.7+0.3q)\frac{\pi s^2}{2}) \quad , \qquad (5)$$

که به ازای $q=0$و $q=1$به ترتیب رفتار منظم و تصادفی را توصیف می نماید.برای تعیین این کمیت، q، که معیار رفتار آماری سیستم مورد مطالعه می باشد، روش های تخمین مختلف مورد استفاده قرار میگیرد[٦]. با استفاده از روش تخمین حداکثر شانس این کمیت با حداقل خطای کرامر-راو تعیین گردیده و محدودیت ناشی از کمبودن تعداد اطلاعات در هر دنباله تاثیر قابل توجهی در نتیجه نهائی نخواهد داشت.جزییات این روش در منبع[٦] آورده شده است که در نهایت، رابطه لازم برای تعیین پارامترqبه صورت زیر حاصل میگردد.

$$q_{new} = q_{old} - \frac{\sum \frac{-1+(0.7+0.6q_{old})\frac{\pi s_i}{2}}{[1-q_{old}+q_{old}(0.7+0.3q_{old})\frac{\pi s_i}{2}]} + \sum s_i - (0.7+0.6q_{old})\frac{\pi s_i}{2}}{\sum \frac{[0.3\pi s_i][1-q_{old}+q_{old}(0.7+0.3q_{old})\frac{\pi s_i}{2}] - [-1+(0.7+0.6q_{old}\frac{\pi s_i}{2})]^2}{[1-q_{old}+q_{old}(0.7+0.3q_{old})\frac{\pi s_i}{2}]^2} - \sum 0.15\pi s_i^2} \quad , (6)$$

q_{old}با استفاده از روش تخمین حداقل مربعات حاصل گردیده و هر s_iمعرف عضوی از دنباله نرمالیزه شده از ترازهای انرژی سیستم مورد مطالعه می باشد.

جدول ۱. مسته های استفاده شده در این مطالعه.N معرف تعداد ترازهای 2^+برای هسته های زوج و ترازهای $1/2^+$ برای هسته های فرد میباشد. $E_{\max}$ نیز معرف آخرین تراز انرژی انتخابی برای هر هسته می باشد.

هسته	$E_{\max}$ N	آرایش آخرین لایه پروتونی و نوترونی	هسته	$E_{\max}$ N	آرایش آخرین لایه پروتونی و نوترون
$^{38}_{20}Ca$	٥٢٦٤ ٦	$(1d_{3/2})_p^4(1d_{3/2})_n^2$	$^{39}_{20}Ca$	٥٦٩٠٦	$(1d_{3/2})_p^4(1d_{3/2})_n^3$
$^{40}_{20}Ca$	٢٩٩٧٨٥	$(1d_{3/2})_p^4(1d_{3/2})_n^4$	$^{41}_{20}Ca$	٥٩٨٤ ٧	$(1d_{3/2})_p^4(1f_{7/2})_n^1$
$^{42}_{20}Ca$	١١٤٨٦٦	$(1d_{3/2})_p^4(1f_{7/2})_n^2$	$^{43}_{20}Ca$	١٠٦٠١٥	$(1d_{3/2})_p^4(1f_{7/2})_n^3$
$^{44}_{20}Ca$	١١٤٨٠٤	$(1d_{3/2})_p^4(1f_{7/2})_n^4$	$^{45}_{20}Ca$	١٠٥٤٧٩	$(1d_{3/2})_p^4(1f_{7/2})_n^5$
$^{46}_{20}Ca$	١٢٧٦٦٧	$(1d_{3/2})_p^4(1f_{7/2})_n^6$	$^{47}_{20}Ca$	٩١٢٤ ١٠	$(1d_{3/2})_p^4(1f_{7/2})_n^7$
$^{48}_{20}Ca$	١٠٨٨٨٣	$(1d_{3/2})_p^4(1f_{7/2})_n^8$	$^{50}_{20}Ca$	٥٤٨٧٠	$(1d_{3/2})_p^4(2p_{3/2})_n^2$
$^{42}_{22}Ti$	٤٦٦٥ ٥	$(1f_{7/2})_p^2(1d_{3/2})_n^4$	$^{44}_{22}Ti$	٩٢٣٨ ٢٣	$(1f_{7/2})_p^2(1f_{7/2})_n^2$
$^{46}_{22}Ti$	٦١٣٤ ٢٣	$(1f_{7/2})_p^2(1f_{7/2})_n^4$	$^{48}_{22}Ti$	١٠٤٣٨٨	$(1f_{7/2})_p^2(1f_{7/2})_n^6$
$^{49}_{22}Ti$	٧٦٠٧٨	$(1f_{7/2})_p^2(1f_{7/2})_n^7$	$^{50}_{22}Ti$	٤٨٩٠ ٦	$(1f_{7/2})_p^2(1f_{7/2})_n^8$
$^{52}_{22}Ti$	٤٧٨٧ ٦	$(1f_{7/2})_p^2(2p_{3/2})_n^2$	$^{49}_{24}Cr$	٦٠٠٦ ٧	$(1f_{7/2})_p^4(1f_{7/2})_n^5$
$^{50}_{24}Cr$	٤١٩٦ ٨	$(1f_{7/2})_p^4(1f_{7/2})_n^6$	$^{51}_{24}Cr$	٥١١٣ ٥	$(1f_{7/2})_p^4(1f_{7/2})_n^7$
$^{52}_{24}Cr$	١٥٥٦٦٤	$(1f_{7/2})_p^4(1f_{7/2})_n^8$	$^{53}_{24}Cr$	١٠٧١٦٧	$(1f_{7/2})_p^4(2p_{3/2})_n^1$
$^{54}_{24}Cr$	٢١٥٤٥٨	$(1f_{7/2})_p^4(2p_{3/2})_n^2$	$^{54}_{26}Fe$	٦٤٢٩ ١٤	$(1f_{7/2})_p^6(1f_{7/2})_n^8$
$^{56}_{26}Fe$	٢٨٥٢٥٧	$(1f_{7/2})_p^6(2p_{3/2})_n^2$	$^{57}_{26}Fe$	١٥٦٥٤٢	$(1f_{7/2})_p^6(2p_{3/2})_n^3$
$^{58}_{26}Fe$	٢٤٥٢١٣	$(1f_{7/2})_p^6(2p_{3/2})_n^4$	$^{60}_{26}Fe$	١٠٥١٠٣	$(1f_{7/2})_p^6(1f_{5/2})_n^2$
$^{64}_{26}Fe$	٨٤٢٢٧	$(1f_{7/2})_p^6(1f_{5/2})_n^6$	$^{58}_{28}Ni$	٦٩٨٣ ٢٦	$(1f_{7/2})_p^8(2p_{3/2})_n^2$
$^{60}_{28}Ni$	٢٠٤٥٧٩	$(1f_{7/2})_p^8(2p_{3/2})_n^4$	$^{61}_{28}Ni$	١٢٥٩٨٧	$(1f_{7/2})_p^8(1f_{5/2})_n^1$
$^{62}_{28}Ni$	١٥٣٩٧٣	$(1f_{7/2})_p^8(1f_{5/2})_n^2$	$^{63}_{28}Ni$	٧٥١٧٨	$(1f_{7/2})_p^8(1f_{5/2})_n^3$
$^{65}_{28}Ni$	٧٤٨٧٩	$(1f_{7/2})_p^8(1f_{5/2})_n^5$			

نتایج

در این مطالعه، رفتار آماری ایزوتوپ های مختلف هسته های Ca، Ti، Cr، Fe و Ni درمحدوده جرمی $A = 38 - 68$ بررسی شده است. تنها آن دسته از هسته ها که حداقل ۵ تراز با اسپین- پاریته مشابه دارند، انتخاب شده اند. با استفاده از صرفا ترازهای 2^+برای هسته های زوج و $1/2^+$ برای هسته های فرد و فرآیند واپیچش، دنباله های مختلف اشاره شده در جدول ۲ ساخته می شوند. سپس با استفاده از رابطه (٦) ، رفتار آماری هر کدام از این دنباله ها تحلیل می شود. نتایج حاصل در مورد رفتار آماری منظم، $q \to 0$، (یا نامنظم $q \to 1$)، در جدول زیر فهرست شده است.

جدول۲. مقدار کمیت تابع توزیع ابوالمجد،q،برای دنباله های مختلف تهیه شده از ترازهای هسته هایمعرفی شده در جدول ۱. N تعداد فواصل در هر دنباله را مشخص می نماید.

دنباله مطالعه شده	N	هسته های زوج	N	هسته های فرد
تمام هسته ها	۳٤٦	$q = 0.34 \pm 0.11$	۱۱۲	$q = 0.51 \pm 0.17$
$A \leq 50$	۱۸۰	$q = 0.23 \pm 0.08$	٥٦	$q = 0.44 \pm 0.12$
$50 < A \leq 100$	۱٦٦	$q = 0.49 \pm 0.10$	٥٦	$q = 0.72 \pm 0.15$
هسته های دارای آخرین تراز پروتونی $(1d_{3/2})$	۸٤	$q = 0.19 \pm 0.06$	٤۲	$q = 0.40 \pm 0.11$
هسته های دارای آخرین تراز پروتونی $(1f_{7/2})$	۲٦۲	$q = 0.31 \pm 0.09$	۷۰	$q = 0.28 \pm 0.13$
هسته های دارای آخرین تراز نوترونی $(1d_{3/2})$	٤۰	$q = 0.26 \pm 0.09$	–	
هسته های دارای آخرین تراز نوترونی $(1f_{7/2})$	۱۳۰	$q = 0.20 \pm 0.08$	٥٦	$q = 0.25 \pm 0.10$
هسته های دارای آخرین تراز نوترونی $(2p_{3/2})$	۱۲٥	$q = 0.29 \pm 0.11$	۲٥	$q = 0.38 \pm 0.14$
هسته های دارای آخرین تراز نوترونی $(1f_{5/2})$	٤٥	$q = 0.36 \pm 0.14$	۲٦	$q = 0.50 \pm 0.17$

بر اساس نتایج حاصل در جدول ۲، در تمام دنباله های مورد مطالعه، هسته های فرد رفتار آماری نامنظمتری ، $q \to 1$، از خود نمایش می دهند که این مسئله را می توان به سهم جفت شدگی در منظمتر کردن رفتار سیستم های هسته ای نسبت داد[۵]. از طرفی نتایج حاصل در این مطالعه، نتایج قبلی [٦]در خصوص رفتار آماری منظم تر هسته های سبکتر، $A \leq 50$، در مقایسه با هسته های سنگینتراپیشنهاد می دهد.

از طرفی سهم اسپین آخرین تراز پروتونی ، افزایش نظم در هسته های انتخابی را با کاهش اسپین نشان می دهد به نحوی که هسته هائی با آخرین تراز پروتونی $1d_{3/2}$بالاترین میزان نظم را نمایش می دهند.از طرف دیگر، افزایش میزان تغییر شکل چهار قطبی، β_2، در این دسته از هسته ها نیز افزایش میزان نظم را پیشنهاد می دهد[۸].

نتایج حاصل در جدول ۲، بالاترین نظم را برای آن دسته از هسته های دارای آخرین تراز نوترونی در تراز $f_{7/2}$ نشان می دهد که میتوان این مسئله را به افزایش میزانسهم جفت شدگی نسبت داد. این روند افزایش نظم برای آن دسته از هسته های دارای آخرین تراز نوترونی $f_{5/2}$نقض می شود که با توجه به وجود یک گاف زیر لایه ای تغییر شکل یافته در این تراز و تغییر شکل متفاوت این هسته ها در مقایسه با هسته های مجاور[۱-۲]، افزایش بی نظمی را میتوان بر اساس این پدیده بررسی نمود.

نتیجه گیری

رفتار آماری ترازهای انرژی ایزوتوپ های مختلف هسته های Ca، Ti، Cr، Fe و Ni با استفاده ازآمار نزدیکترین فاصله بین ترازی مطالعه شده است. نتایج حاصل، نظم بیشتر برای هسته های زوج در مقایسه با هسته های فرد و همچنین هسته های سبک در مقایسه با نمونه های سنگین رانشان می دهد. همچنین با افزایش مقدار اسپین آخرین تراز پروتونی، مقدار نظم سیستم کمتر شده ودر مقابل، افزایش اسپین آخرین تراز نوترونی ، افزایش نظم را به همراه دارد. از طرفی، آن دسته از هسته های دارای آخرین ترازنوترونی $1f_{5/2}$بالاترین میزان بی نظمی را نشان می دهند که میتوان این مسئله را به سهم گاف زیر لایه ای تغییر شکل یافته در این تراز نسبت داد.

منابع

[۱].JouniSuhonen. Opening of the $Z = 40$ subshell gap and the double-beta decay of ^{100}Mo, Nuclear Physics A 700, 649–665, 2002.
[۲]. J. Skalski*et al*. Equilibrium shapes and high spin properties of the neutron rich A=100 nuclei, Nucl. Phys.A 617, 282, 1997.
[۳]. F. R. Xu, P. M. Walker, and R. Wyss, Oblate stability of $A\approx110$ nuclei near the *r*-process path, Phys. Rev. C 65, 021303(R), 2002.
[۴]. T. V. Egidyet al, Nuclear level densities and level spacing distribution from ^{20}F to ^{244}Am, Nucl. Phys.A 454, 109-127, 1986.
[۵].H.Sabri*et al*. Pairing effect on spectral statistics of even and odd mass nuclei. Eur. Phys. J Plus. 128, pp.64-73, 2013.
[۶]. M.A.Jafarizadeh*et al*. Investigation of spectral statistics of nuclear system with Maximum likelihood estimation method.Nucl.Phys.A, 890-891, pp29-49, 2012.
[۷]. National Nuclear Data Center,(Brookhaven National laboratory), chart of nuclides, (http://www.nndc.bnl.gov/chart/reColor.jsp?newColor=dm)
[۸].V. Paar, D. Vorkapic, Quantum chaos for exact and broken K quantum number in the interacting boson model, Phys.Rev.C. 41, 2397-2399, 1990.