



بیست و یکمین کنفرانس هسته ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

بررسی ناحیه گذار $U(5)-O(6)$ با استفاده از جبر آفین $SU(1,1)$ در مدل اندرکنش بوزونی ۲

جعفری زاده - محمد علی^۱، فولادی - ناصر^۱، صدیق زاده - اصغر^۲، یزدانی - الهه^۱، قپانوری - مریم^۱،

^۱ دانشگاه تبریز، دانشکده فیزیک، گروه فیزیک هسته ای

^۲ پژوهشگاه علوم و فنون هسته ای پژوهشکده فیزیک پلاسما و گداخت هسته ای

چکیده:

در این مقاله با استفاده از جبر آفین $SU(1,1)$ ، ناحیه گذار $U(5)-O(6)$ در مدل اندرکنش بوزونی ۲ بررسی کرده سپس با استفاده از روش بت آنساتز طیف انرژی را مشخص و در نهایت میزان کارآمدی مدل پیشنهادی با استفاده از روش برازش حداقل مربعات به داده های تجربی برای هسته هایی با تعداد بوزون ۸ و ۹ و رسم نمودار انرژی تئوری برحسب پارامتر کنترلی بررسی شد.

واژه های کلیدی: مدل برهم کنش بوزونی - گذار فاز کوانتومی - حالت همدوس - عملگر گذار.

مقدمه

مطالعه طیف انرژی سیستم های هسته ای و بررسی رفتار عمومی و همچنین نوسان های صورت پذیرفته در این طیف ها، اطلاعات بسیار مناسبی در خصوص ساختار این سیستم ها در اختیار ما قرار می دهد. مطالعه این گذار فازی در چارچوب مدل های مختلف صورت پذیرفته است که در این مقاله ما از مدل اندرکنش بوزونی ۲ که در این نوع از مدل برهمکنش بوزونی پروتون ها و نوترون ها جداگانه بررسی می شوند [۵] استفاده کرده و گذار $[1,2,4,3u(5)-o(6)]$ را بررسی می کنیم.

روش کار

جبرلی متناظر با گروه تقارنی $SU(1,1)$ با استفاده از سه عملگر S^+, S^-, S^0 توصیف می شود که روابط جابجائی

زیر بین آنها برقرار می باشد [۱،۲]

$$[S^0, S^\pm] = \pm S^\pm, \quad [S^+, S^-] = -2S^0 \quad (1)$$



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳، دانشگاه اصفهان

عملگرهای کازیمیر این گروه را به صورت زیر بیان نمود

$$\hat{C}_2 = S^0(S^0 - 1) - S^+S^- \quad (۲)$$

$$\hat{C}_2(SU(1,1))|\kappa\mu\rangle = \kappa(\kappa - 1)|\kappa\mu\rangle, \quad S^0|\kappa\mu\rangle = \mu|\kappa\mu\rangle, \quad (۳)$$

رابطه دوگانگی بین کازیمیرها بصورت زیر برقرار می گردد [۶]:

$$C_2(SU^d(1,1)) = \frac{5}{16} + \frac{1}{4}C_2(SO^B(5)) \quad (۴) \quad C_2(SU^{sd}(1,1)) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}C_2(SO^B(6)) \quad (۵)$$

حال می توان ، جبر بی نهایت بعدی IBM-۲ را به صورت زیر نوشت :

$$S_n^\pm = \sum_t (c_{s;t}^{2n+1} S^\pm(s; t) + c_{d;t}^{2n+1} S^\pm(d; t)) \quad t = \pi, \nu \quad (۶)$$

$$S_n^0 = \sum_t c_{s;t}^{2n} S^0(s; t) + c_{d;t}^{2n} S^0(d; t) \quad (\nu)$$

با توجه به زنجیره ی زیر و با استفاده از مولد های جبر $SU(1,1)$ هامیلتونین لازم برای توصیف ناحیه گذار $U(5) \leftrightarrow SO(6)$ حاصل می شود .

$$U_\pi(6) \otimes U_\nu(6)$$

$$\hat{H} = gS_0^+S_0^- + \varepsilon S_1^0 + \gamma_1 \hat{C}_2(SO_\pi(5)) + \gamma_2 \hat{C}_2(SO_\nu(5)) + \delta_1 \hat{C}_2(SO_\pi(3)) + \delta_2 \hat{C}_2(SO_\nu(3)) + \delta \hat{C}_2(SO(3)) \quad (۸)$$

پارامترهای $g, \varepsilon, \gamma, \delta$ و مقادیر حقیقی هستند. این هامیلتونین به ازای $c_s = c_d$ تقارن دینامیکی $SO(6)$ ، به ازای $c_s = 0 \& c_d \neq 0$ برای توصیف حد تقارنی $U(5)$ و نهایتاً به ازای $c_s \neq c_d \neq 0$ برای مطالعه ناحیه گذاری مورد استفاده قرار می گیرد [۲،۱]. ما در این مقاله $c_d = 1$ در نظر گرفتهو با تغییر c_s بین صفر و c_d ، ناحیه گذاری $U(5) \leftrightarrow SO(6)$ را بررسی خواهیم نمود .

برای محاسبه ویژه مقادیر هامیلتونین (۸) ، ویژه حالات این سیستم را به صورت زیر در نظر می گیریم [۲-۱]

$$|k; \beta; \nu_s^\pi, \nu_s^\nu, \nu^\pi, \nu^\nu, n_\Delta^\pi L_\pi, n_\Delta^\nu L_\nu; LM\rangle = \mathcal{N} S_{x_1}^+ S_{x_2}^+ \dots S_{x_k}^+ |lw\rangle \quad (۹)$$

که N معرف ثابت نرمالیزاسیون و کمیت $S_{x_i}^\dagger$ به صورت زیر تعریف می شود :



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳، دانشگاه اصفهان

$$S_{x_i}^+ = \frac{c_{s;t}}{1-c_{s;t}^2 x_i} S^+(s; t) + \frac{c_{d;t}}{1-c_{d;t}^2 x_i} S^+(d; t) \quad (10)$$

برای توصیف طیف انرژی سیستم های مورد مطالعه ، باید تعداد C تا x_i از روابط زیر حاصل گردد :

$$\frac{\varepsilon}{x_i} = \frac{g c_{s;t}^2 (v_s^t + \frac{1}{2})}{1-c_{s;t}^2 x_i} + \frac{g c_{d;t}^2 (v^t + \frac{5}{2})}{1-c_{d;t}^2 x_i} - \sum_{j \neq i} \frac{2}{x_i - x_j} \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, k \quad (11)$$

ویژه مقادیر هامیلتونین (۸) به صورت زیر بیان می گردد

$$E^{(k)} = h^{(k)} + \gamma_1 v^\pi (v^\pi + 3) + \gamma_2 v^\nu (v^\nu + 3) + \delta_1 L_\pi (L_\pi + 1) + \delta_2 L_\nu (L_\nu + 1) + \delta L (L + 1) + \varepsilon \Lambda_1^0 \quad (12)$$

$$h^{(k)} = \sum_{i=1}^k \frac{\varepsilon}{x_i} \quad (13)$$

$$\Lambda_1^0 = \frac{1}{2} \left[c_{s;t}^2 \left(v_s^t + \frac{1}{2} \right) + c_{d;t}^2 \left(v^t + \frac{5}{2} \right) \right] \quad (14)$$

می باشد . همچنین عدد کوانتومی (k) با استفاده از رابطه زیر به تعداد کل بوزون های سیستم مرتبط می شود

$$2k = N_\pi + N_\nu - v_s^\pi - v_s^\nu - v^\pi - v^\nu$$

که $N_\pi N_\nu$ تعداد بوزون پروتونی (نوترونی) است و $v_s^\pi (v_s^\nu)$ نیز مقدار ارشدیت d بوزون پروتونی

(نوترونی) می باشد .

برای بدست آوردن خطای محاسبات از رابطه زیر استفاده می کنیم

$$\sigma = \left(\frac{1}{n} \sum (E^{theor} - E^{experi})^2 \right)^{1/2} \quad \text{تعداد تراز برآزش، شده n}$$

نتایج

برای حل این معادلات و نهایتا تولید طیف انرژی سیستم مورد مطالعه ، ما از روش بت - آنساترا استفاده می نمائیم در این روش ابتدا با انتخاب آن دسته از هسته های شناخته شده برای توصیف این حدود تقارنی و البته ناحیه گذاری فازی بین آنها ، و برآزش حداقل مربعات به طیف تجربی موجود ، ثابت های هامیلتونین (δ و g, ε, γ) تخمین زده می شود . نتایج محاسبات بالا را برای هسته های با تعداد کل بوزون مشخص $N=8-9$ بررسی کرده که در جداول ۱ و ۲ نشان داده شده است که تطابق بسیار خوبی با مقادیر تجربی [۷] دارند همچنین شکل های (۱) و (۲) نیز نمودار طیف انرژی تئوری برحسب پارامتر کنترلی برای تعداد بوزون ۸ و ۹ نشان می دهند .

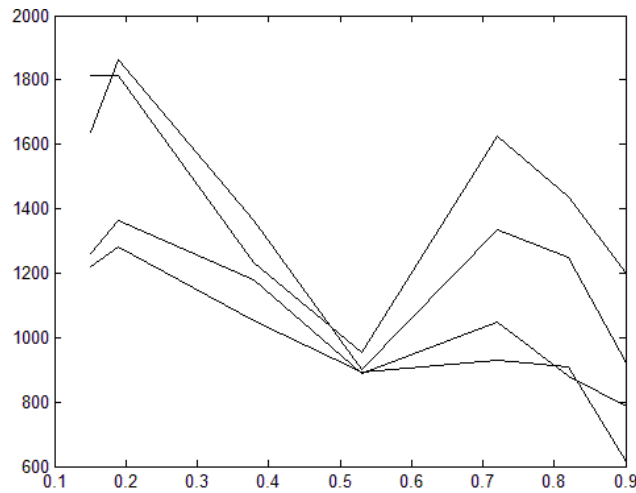


بیست و یکمین کنفرانس هسته ای ایران

۷ و ۸ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

جدول (۱) - ثابت های هامیلتونین گذار برای هسته هائی با تعداد بوزون $N=8$.

هسته ها								σ
$^{120}_{52}Te$	۰.۱۹	۶۰۰	۳۹.۷۲	۳۹.۹	۷.۸۹	۳.۸	۴.۰۹	۲۶.۴
$^{148}_{62}Sm$	۰.۳۵	۶۵۰	۳۵	۳۵.۴۱	۸.۱	۳.۹	۴.۱	۱۹.۶
$^{104}_{44}Ru$	۰.۵۳	۶۰۰	۱۵.۲	۱۶.۵	۵.۶۶	۲.۷	۲.۹۶	۲۷
$^{108}_{46}Pd$	۰.۷۲	۶۰۰	۳۳.۰۵	۳۴.۰۲	-۲.۹۶	-۱.۴	-۱.۵۶	۲۹.۶
$^{124}_{54}Xe$	۰.۸۲	۶۵۰	۳۰.۹	۳۰.۳	-۱.۵۴	-۰.۷	-۰.۸۴	۳۸.۱
$^{192}_{78}Pt$	۰.۹	۶۳۰	۳۳.۹	۳۵.۸۴	-۴.۷۶	-۲.۳۱	-۲.۴۵	۲۳.۳



نمودار (۱-۳) - طیف انرژی بر حسب پارامتر کنترلی برای $N=8$

جدول (۳-۹) - ثابت های هامیلتونین گذار برای هسته هائی با تعداد بوزون $N=9$.

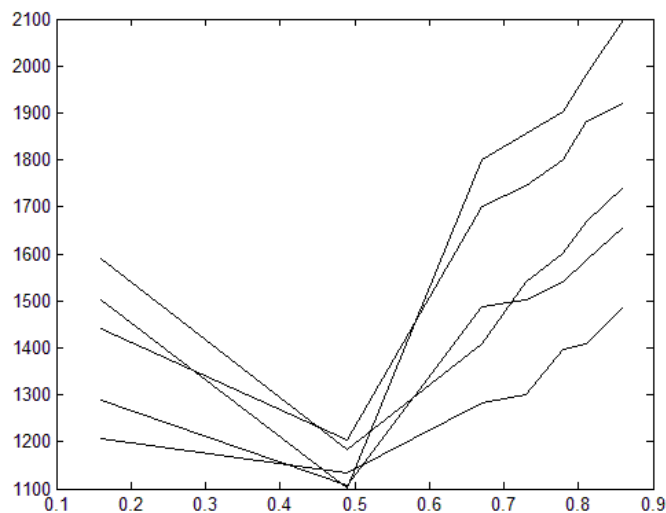
هسته ها								σ
$^{150}_{64}Gd$	۰.۱۶	۶۳۰	۲۸.۷۳	۲۸.۹۷	۱۴.۹	۷.۴	۷.۴۴	۲۳.۱



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

$^{114}_{48}\text{Cd}$	۰.۴۹	۶۰۰	۲۴.۲	۲۴.۶	۱۰.۱۲	۴.۷۱	۵.۴۱	۲۹
$^{146}_{66}\text{Dy}$	۰.۶۷	۶۲۰	۳۰.۴	۳۱.۰۱	-۲.۵۱	-۱.۲	-۱.۳۱	۳۶.۱
$^{118}_{54}\text{Xe}$	۰.۷۳	۶۵۰	۳۲.۹۵	۳۳.۰۱	-۷.۲۳	-۳.۴۳	-۳.۸	۱۸.۹
$^{110}_{46}\text{Pd}$	۰.۷۸	۶۵۰	۳۱.۹	۳۲	-۱۱.۰۳	-۵.۰۱	-۵.۹۸	۳۶
$^{122}_{54}\text{Xe}$	۰.۸۱	۶۲۰	۳۴.۸۷	۳۵.۱	-۱۳.۶۵	-۶.۰۲	-۷.۶۳	۳۵.۳
$^{190}_{80}\text{Hg}$	۰.۸۶	۶۰۰	۳۱.۹۸	۳۲.۸	-۱۵.۷۲	-۷.۰۸	-۸.۶۴	۴۲



شکل (۲-۳) - طیف انرژی بر سبب پراسر شترلی برای $N=9$

بحث و نتیجه گیری

پیش بینی دقیق مقادیر نسبت های ناحیه گذار $u(5)-o(6)$ ، به درک عمیق تر ساختار هسته ها کمک می کند . در سعی ما در این مقاله مطالعه گذر فاز کوانتومی در $IBM-2$ بود و برای همین منظور از هامیلتونین گذر $U(5)-O(6)$ استفاده کردیم و با کمک گیری از جبر آفین $SU(1,1)$ آن را بسط دادیم. با رسم نمودار طیف انرژی و پارامتر کنترلی، به این نتیجه رسیدیم که بر اساس ویژگی های تقارنی هر کدام از حدود تقارن، ثابت های مخصوص خود و به تبع آن، رفتار معینی از نظر انرژی و سایر پارامتر های مرتبط با



بیست و یکمین کنفرانس هشتاد و یکم ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

ساختار سیستم دارد. در نقطه ی گذر فازی ترکیب چند تقارن سبب بروز رفتار غیر مشابه با نقاط مجاور می گردد این نشان دهنده گذر حد $U(5)$ به $O(6)$ می باشد. این رفتار غیر مشابه به وضوح در مقدار $c_s = 0.5$ مشاهده می شود که نشانگر گذر از حالت $U(5)$ به $O(6)$ می باشد. در مدل $IBM-2$ بین پروتون و نوترون تمایز قائل می شویم ، چون $IBM-2$ یک حالت میکروسکوپی است به همین دلیل ، در صد خطای برازش شده کمتر می باشد و همچنین هسته های که در گذر فازی $U(5)-O(6)$ بودن ، با توجه به این مدل به خوبی نشان دادیم . چنان که مشاهده می شود با افزایش مقدار تغییر شکل در هسته های مورد مطالعه، میزان انطباق نتایج تجربی با پیش بینی های مدل $IBM-2$ نسبت به $IBM-1$ مشهود تر می باشد ، زیرا $IBM-2$ یک حالت میکروسکوپی است.

منابع

- [1]FengPan , J.P. Draayer, Algebraic solutions of an sl-boson system in the $U(2l + 1) \leftrightarrow O(2l + 2)$ transitional region J. Phys. A: Math. Gen. 35,7173(2002).
- [2] J.P. Feng Pan, Draayer, [New algebraic solutions for \$SO\(6\) \leftrightarrow U\(5\)\$ transitional nuclei in the interacting boson model](#), Nucl.Phys. A. 636, 156 (1998).
- [3] R.F. Casten, D.D. Warner, The interacting Boson Approximation, Rev. Mod. Phys. 60, 389 (1988).
- [4]Rowe.D.J, Turner .P.S, The algebraic Collective Model,Nuclear Physics A 753, 9(2005).
- [5] F.Iachello ,A.Arima , “ The interacting boson model “ , Cambridge : Cambridge university press 1987.
- [6] M.A.Caprio ,J.H.Skrabacz , F.Iachello , “ Dual algebraic structures for the two – level pairing model “ ,j.phys.a : math.theory .44075303 (2011) .
- [7]. Nuclear Data tables up to 2012(www.elsevier.com/datables).