



بیست و یکمین کنفرانس هسته ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

تحلیل ترمومکانیکی میله سوخت با استفاده از اصل کار مجازی به روش المان محدود

مرتضی ایمانی، مهدی آقایی مغانلو*، احمدرضا ذوالفقاری
دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده مهندسی هسته ای، گروه چرخه سوخت

چکیده:

کدهای عددی تحلیل میله سوخت از مدل های ترمومکانیکی و روش های تحلیلی و عددی برای پیش بینی عملکرد میله سوخت استفاده می کنند. اکثر این کدها برای تحلیل قسمت مکانیکی از معادله تعادل و قانون هوک استفاده می کنند و معادلات تغییر مکان سوخت و غلاف را به روش تحلیلی حل می کنند. در این مقاله با معرفی اصل انتگرالی کار مجازی که قابلیت اعمال در مسائل مرتبط با محاسبه میزان تغییر شکل و جابجایی را دارد، روشی جدید جهت پیش بینی عملکرد میله سوخت در قلب راکتورهای هسته ای ارائه می شود و معادلات مکانیکی تعادل منطبق بر اصل کار مجازی در سوخت و غلاف با روش المان محدود حل می شوند. در نهایت، مقایسه نتایج تطابق مناسبی را با مقادیر منتشر شده قبلی نشان می دهد.

کلید واژه: اصل کار مجازی، جابجایی، تنش، کرنش، میله سوخت

مقدمه: کدهای کامپیوتری پیش بینی عملکرد میله سوخت عمدتاً دارای دو بخش تحلیل مکانیکی و حرارتی می باشند که هر کدام از این کدها دارای مدل های متفاوتی در این دو بخش هستند. روش مرسوم در قسمت تحلیل مکانیکی این کدها جایگذاری معادلات همسازی کرنش و قانون هوک در معادله تعادل می باشد که در نهایت منجر به تولید یک معادله دیفرانسیل بر حسب جابجایی سوخت می شود. این معادله با اندکی ساده سازی بصورت تحلیلی و در حالت اصلی بصورت عددی حل می شود. روشی دیگر که به تازگی در برخی کدها نظیر *METEOR* به کار گرفته شده است [۱]، استفاده از اصل کار مجازی در بدست آوردن معادله جابجایی سوخت و غلاف می باشد. در این مقاله در ابتدا اصل انتگرالی کار مجازی معرفی می شود و امکان توسعه این اصل جهت محاسبات پیشرفته تر بررسی می شود. در ادامه این روش بصورت یک بعدی مورد استفاده قرار گرفته و نتایج بدست آمده از آن با نتایج روش های مرسوم مورد استفاده در سایر کدها، مقایسه می شود. از مزایای این روش می توان امکان توسعه این روش بصورت ۱.۵ بعدی و در نظر گرفتن کرنش محوری و استفاده از آن برای سوخت های ترک خورده، اضافه کردن ترم کرنش پلاستیک و کرنش خزشی و حل آن ها در یک دستگاه معادلات خطی بصورت عددی نام برد.



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

روش کار:

اصل کار مجازی به این صورت بیان می‌شود که اگر یک جسم با اعمال یک جابجایی مجازی در تعادل باشد، تغییرات در انرژی کرنش تولید شده برابر تغییرات کار خارجی تمام نیروهای وارد بر آن جسم می‌باشد. که این اصل به صورت ریاضی به شکل زیر بیان می‌شود [۲].

$$\int_V \sigma : \delta \varepsilon dV = + \int_S f_s \delta v dS \quad (1)$$

در رابطه بالا V حجم سیستم، S سطح، $\delta \varepsilon$ تانسور کرنش مجازی، δv جابجایی مجازی و f_s نیروهای سطحی وارده به جسم هستند (در حالت کلی سمت راست معادله (۱) شامل ترم، نیروهای حجمی هم می‌باشد $(\int_V b \delta v dv)$ که در این حل از آن صرف نظر شده است). سیستم مورد نظر برای حل و اعمال اصل کار مجازی استوانه‌ای بوده و با اعمال شرایط مرزی می‌توان هم برای سوخت و هم برای غلاف مورد استفاده قرار داد.

برای حل معادله (۱) از راستای محوری صرف نظر کرده و فقط کرنش‌های شعاعی و مماسی در نظر گرفته می‌شوند. میزان کرنش در سیستم را می‌توان مجموع کرنش الاستیک و غیرالاستیک در نظر گرفت.

$$\varepsilon = \varepsilon^{elas} + \varepsilon^{n.elas} \quad (2)$$

رابطه تنش و کرنش را برای حالت الاستیک می‌توان بصورت زیر نوشت.

$$\sigma = D \varepsilon^{elas} \quad (3)$$

که در رابطه بالا D ماتریس الاستیسیته می‌باشد که برای سوخت ترک نخورده بصورت زیر نوشته می‌شود [۳].

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu \\ \nu & 1-\nu \end{pmatrix} \quad (4)$$

با قرار دادن معادله (۲) در معادله (۴) و سپس با قرار دادن معادله حاصل در رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$\int_{r_i}^{r_j} \varepsilon D \delta \varepsilon 2\pi r dr = \int_{r_i}^{r_j} \varepsilon^{n.elas} D \delta \varepsilon 2\pi r dr \quad (5)$$

با قرار دادن روابط $\varepsilon_r = \frac{du}{dr}$ و $\varepsilon_\theta = \frac{u}{r}$ در معادله (۵)، معادله زیر حاصل می‌شود:



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

$$\int_{r_i}^{r_j} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^t \left(\frac{\partial \delta v}{\partial r} \right) D \left(\frac{\delta v}{r} \right) 2\pi r dr = \int_{r_i}^{r_j} \left(\begin{matrix} \varepsilon_r^{n.elas} \\ \varepsilon_\theta^{n.elas} \end{matrix} \right)^t D \left(\frac{\partial \delta v}{\partial r} \right) \left(\frac{\delta v}{r} \right) 2\pi r dr \quad (6)$$

معادله بالا برای یک المان شعاعی نوشته شده است که برای این المان بردار کرنش را می توان بصورت زیر نوشت:

$$\left(\begin{matrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \end{matrix} \right) = \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right) = \begin{pmatrix} \frac{u_j - u_i}{r_j - r_i} \\ \left(\frac{1 - \frac{r_j}{r}}{r_i - r_j} u_i + \frac{1 - \frac{r_i}{r}}{r_j - r_i} u_{i+1} \right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{r_j - r_i} & \frac{1}{r_j - r_i} \\ \left(\frac{1 - \frac{r_j}{r}}{r_i - r_j} \right) & \left(\frac{1 - \frac{r_i}{r}}{r_j - r_i} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ u_j \end{pmatrix} \quad (7)$$

با قرار دادن رابطه (۷) در رابطه (۶) و حذف جابجایی مجازی از طرفین برای یک المان سوخت معادله زیر بدست می آید:

$$\int_{r_i}^{r_j} \begin{pmatrix} \frac{-1}{r_j - r_i} & \frac{1 - \frac{r_j}{r}}{r_i - r_j} \\ \frac{1}{r_j - r_i} & \frac{1 - \frac{r_i}{r}}{r_j - r_i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - \nu & \nu \\ \nu & 1 - \nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{-1}{r_j - r_i} & \frac{1}{r_j - r_i} \\ \left(\frac{1 - \frac{r_j}{r}}{r_i - r_j} \right) & \left(\frac{1 - \frac{r_i}{r}}{r_j - r_i} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ u_j \end{pmatrix} 2\pi r dr = \int_{r_i}^{r_j} \left(\begin{matrix} \varepsilon_r^{n.elas} \\ \varepsilon_\theta^{n.elas} \end{matrix} \right)^t \begin{pmatrix} 1 - \nu & \nu \\ \nu & 1 - \nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{-1}{r_j - r_i} & \frac{1}{r_j - r_i} \\ \left(\frac{1 - \frac{r_j}{r}}{r_i - r_j} \right) & \left(\frac{1 - \frac{r_i}{r}}{r_j - r_i} \right) \end{pmatrix} 2\pi r dr \quad (8)$$

در این حل تنها کرنش غیرالاستیک در نظر گرفته شده، کرنش حرارتی می باشد و مقدار آن برای راستای شعاعی و مماسی یکسان در نظر گرفته می شود، (ترم کرنش غیرالاستیک می تواند شامل کرنش پلاستیک و کرنش ناشی از خزش نیز باشد که در این مقاله در نظر گرفته نشده است) که با اعمال این فرضیات در نهایت برای یک المان رابطه زیر حاصل می شود ($L = r_j - r_i$):

$$\frac{1}{L^2} \begin{pmatrix} -L^2 + (1 + \nu) r_j^2 \ln \left(\frac{r_j}{r_i} \right) & (\nu - 1) * r_j r_i \ln \left(\frac{r_j}{r_i} \right) \\ (\nu - 1) * r_j r_i \ln \left(\frac{r_j}{r_i} \right) & -L^2 + (1 + \nu) r_j^2 \ln \left(\frac{r_j}{r_i} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ u_j \end{pmatrix} = \alpha_i T_i \begin{pmatrix} -r_i \\ r_j \end{pmatrix} \quad (9)$$

معادله (۹) را می توان برای تمام المان ها گسترش داد و دستگاه معادله خطی تولید شده را با استفاده از شرایط مرزی حل نمود. شرایط مرزی برای سوخت به صورت زیر می باشد.

- جابجایی مرکز سوخت توپر برابر صفر $u_1 = 0$



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۷ و ۸ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

- تنش سطح سوخت برابر فشار گاز گپ ($\sigma_{r(surface)} = P_{gas}$)، این رابطه بر حسب تنش می‌باشد که می‌بایست بصورت معادله جابجایی نوشته شود، که برای این کار، از قانون هوک و معادله همسازی کرنش شکل نهایی شرط مرزی بصورت زیر حاصل خواهد شد (برای غلاف نیز به طور مشابه بدست می‌آید):

$$(1-\nu) \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta r} + \nu \frac{u_i}{r_i} = (1+\nu) \left[-\frac{P_{gas}}{E} (1-2\nu) + \alpha_i T_i \right] \quad (10)$$

نتایج:

برای بررسی صحت روش حل از مقاله نوشته شده توسط *Guicheret-Retel* [۴] که در آن ورودی و نتایج کد *CYRANO3* ارائه شده است، با توجه به اطلاعات جدول (۱) استفاده می‌شود.
جدول ۱: ورودی‌های مورد استفاده در دو روش مقایسه شده [۴]

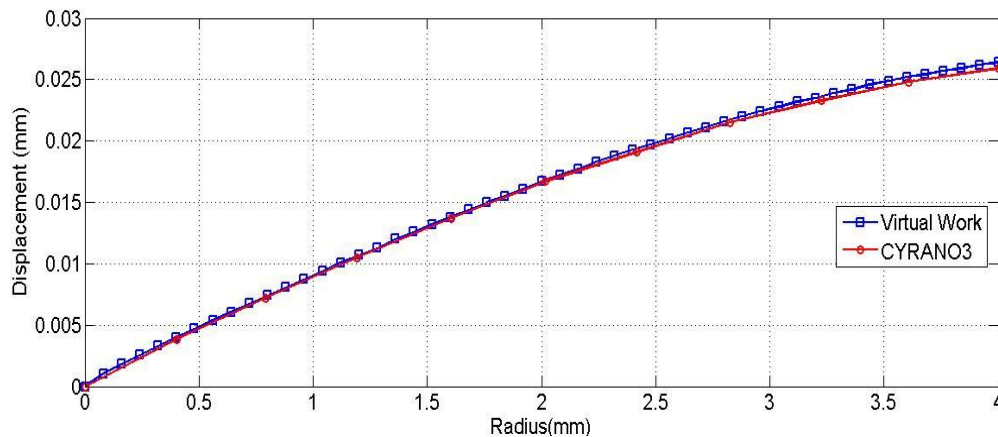
$T = -35r^2 - 10r + 1000 \text{ } ^\circ\text{C}$	پروفایل دمای اعمال شده
$E(T) = 2.29 * 10^5 (1 - 1.4 * 10^{-4} (T - 20)) \text{ (MPa)}$	مدول یانگ
$\alpha = \frac{-1.723 * 10^{-4} + 6.797 * 10^{-6} T + 2.896 * 10^{-9} T^2}{\Delta T} \text{ (} ^\circ\text{C}^{-1}\text{)}$	ضریب انبساط حرارتی
$P_{gas} = 2.5 \text{ (MPa)}$	فشار سطح خارجی

روش حل این برنامه جایگذاری معادلات تعادل، معادله سازگاری کرنش و همچنین قانون هوک در یکدیگر و حل معادله حاصل به روش تحلیلی می‌باشد، بر همین اساس برای مقایسه روش برنامه *CYRANO3* با روش مورد استفاده در مقاله، با اعمال ورودی‌های یکسان، نتایج این دو روش با یکدیگر مقایسه می‌شوند. در شکل (۱) نتایج *CYRANO3* و روش مورد استفاده در مقاله با تعداد ۵۰ گره بر روی یک نمودار رسم شده است.



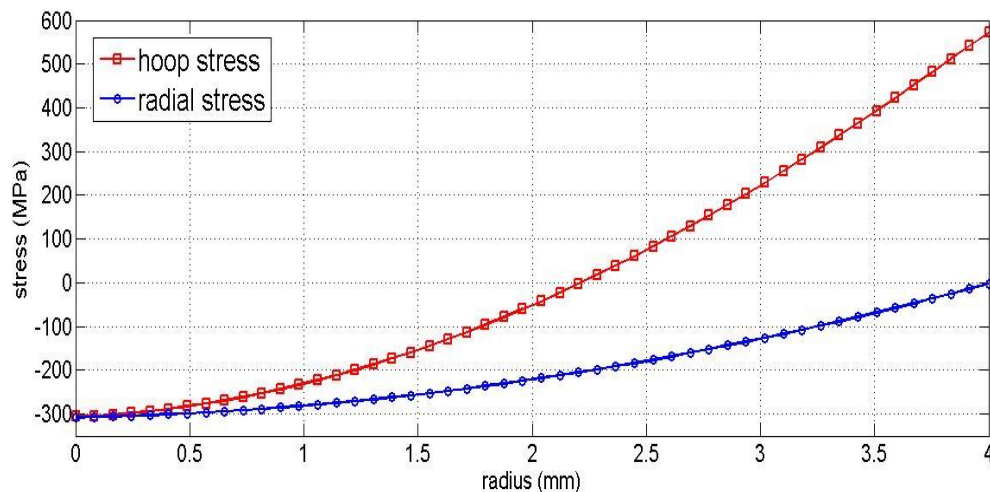
بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان



شکل (۱): نمایش جابجایی محاسبه شده از دو روش بر حسب شعاع سوخت

همانطور که در شکل (۱) مشاهده می شود، جابجایی محاسبه شده کاملاً با یکدیگر مطابقت داشته و بیشینه خطای نسبی ما بین دو نمودار کمتر از یک درصد می باشد و روش استفاده شده مورد تایید می باشد. در ادامه سایر نتایج از قبیل تنش شعاعی و مماسی و همچنین کرنش شعاعی و مماسی که از میزان جابجایی بدست آمده قابل محاسبه می باشند به ترتیب در شکل های (۲) و (۳) نمایش داده شده است.



شکل (۲): نمایش تنش شعاعی و مماسی در سوخت بر حسب شعاع

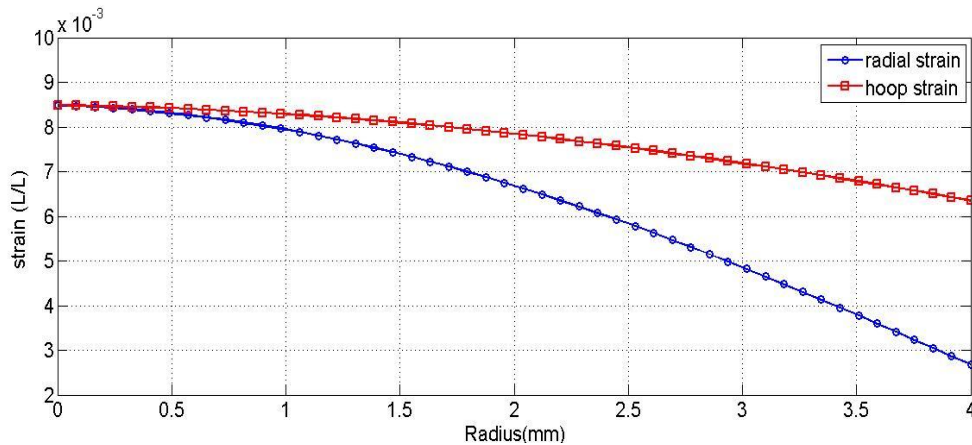
همانطور که در شکل (۲) مشاهده می شود، تقریباً نیمی از سوخت تحت تنش مماسی منفی (فشاری)، و نیمی دیگر از سوخت تحت تنش مماسی مثبت (کششی) قرار گرفته است. که علت آن



بیست و یکمین کنفرانس هشتاد و یکم ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

تغییر گرادیان دما در طول سوخت می باشد به همین علت در شرایط واقعی و کاری راکتورها، قرص سوخت به دلیل شکننده بودن در قسمت تحت کشش دچار ترک می شود.



شکل (۳): نمایش کرنش شعاعی و مماسی در سوخت بر حسب شعاع

بحث و نتیجه گیری:

استفاده از اصل کار مجازی و حل معادلات حاصله به روش المان محدود مطابقت خوبی با روش های رایج دیگر داشته و باتوجه قابلیت توسعه یافتن این روش بصورت ۱.۵ بعدی و همچنین اضافه شدن ترم های کرنش خزشی و کرنش پلاستیک می توان از این روش در کدهای پیش بینی عملکرد میله سوخت بهره برد.

مراجع:

- 1] Aybar, H.S. and Ortego, P., 2005., A review of nuclear fuel performance codes. *Progress in Nuclear Energy*, 46(2): p. 127-141
- 2] Garciam, Ph., , Agard, M., Louche, V. 2002. Mono-dimensional mechanical modelling of fuel rods under normal and off-normal operating conditions. *Nuclear Engineering and Design*,
- 3] Helfer, T., Ricaud, J-M., Plancq, D., Struzik, C. 2004. MODELLING THE EFFECT OF OXIDE FUEL FRACTURING ON THE MECHANICAL BEHAVIOUR OF FUEL RODS. in *France Pellet-clad Interaction in Water Reactor Fuels*
- 4] Guicheret-Retel, V., et al. 2004. Elastic and viscoplastic pellets fragmentation modeling using an axisymmetrical 1D finite element code. *Nuclear Engineering and Design*, 232(3): p. 249-262