



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

پارامتر چگالی تراز هسته‌ای میکروسکوپی برای ایزوتوپ های $^{56-57}\text{Fe}$

رسول نجیمی گشتاسب، زهره کارگر

(دانشگاه شیراز، دانشکده علوم، بخش فیزیک، گروه فیزیک هسته‌ای)

چکیده:

پارامتر چگالی تراز هسته‌ای برای ایزوتوپ‌های Fe ، بر حسب انرژی برانگیختگی در این مقاله محاسبه شده است. پارامتر چگالی تراز هسته‌ای از اجزا مهم محاسبات آماری سطح مقطع واکنش‌های هسته‌ای، برخورد یون‌های سنگین و توصیف خواص حالت‌های برانگیخته هسته‌ها به شمار می‌رود. مدل BCS روشی مناسب جهت بررسی خواص ترمودینامیکی سیستم‌های فرمیونی دارای برهم‌کنش زوجیت است. در این مدل با بکارگیری محتمل‌ترین مقدار پارامتر گاف، سایر کمیات ترمودینامیکی محاسبه می‌شود. نتایج محاسبات نشان می‌دهد که پارامتر چگالی تراز هسته‌ای به انرژی برانگیختگی بستگی دارد و در انرژی برانگیختگی زیاد به مقدار $\frac{A}{8}$ از مدل گاز فرمی بدست می‌آید میل می‌کند.

کلید واژه: پارامتر چگالی تراز هسته‌ای، نظریه BCS ، $^{56-57}\text{Fe}$

مقدمه:

چگالی تراز هسته‌ای کمیتی بسیار مهم در فیزیک هسته‌ای است. از چگالی تراز در فیزیک هسته‌ای برای محاسبات مربوط به احتمال تسخیر نوترون و پروتون استفاده می‌کنند [۱]. طی هفتاد سال اخیر مطالعات فراوانی روی چگالی تراز هسته‌ای صورت گرفته است. نخستین بار محاسبه چگالی تراز هسته‌ای توسط بت انجام گرفت و سپس مطالعات زیادی در این مورد انجام گرفت. ساده‌ترین مدل مورد استفاده برای محاسبه چگالی تراز هسته‌ای مدل گاز فرمی است که در آن هسته را به صورت گاز فرمیونی ایده‌آلی در نظر می‌گیرند. در این مدل فرمیون‌های بدون برهم‌کنش در حجم هسته محبوس هستند [۲]. نتایج آزمایشگاهی برای چگالی تراز نشان می‌دهد که انرژی برانگیختگی در مدل گاز فرمی باید تصحیح شود. بدین ترتیب مدل گاز فرمی به عقب شیفته شده جایگزین مدل گاز فرمی شد [۳]. در مدل گاز فرمی به عقب شیفته شده، رابطه چگالی تراز به صورت زیر است:



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

$$\rho(E) = \frac{e^{2\sqrt{a(E-\delta)}}}{\sqrt{48a^4(E-\delta)}} \quad (1)$$

که a پارامتر چگالی تراز و δ پارامتر شیفت انرژی است.

در مدل گاز فرمی به عقب شیفت داده شده، برهم کنش میان نوکلئونها در نظر گرفته نشده است. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌داد برهمکنشی میان نوکلئونها وجود دارد که باعث جفت شدن آنها می‌شود، درست مشابه عاملی که برای توصیف ابر رسانایی (زوج شدن الکترونها در فلز) توسط مدل BCS به کار می‌رود. در این مقاله، از مدل میکروسکوپی BCS برای بدست آوردن پارامتر چگالی تراز هسته‌ای بر حسب انرژی برانگیختگی برای ایزوتوپ‌های Fe استفاده می‌کنیم.

روش کار:

با استفاده از روش‌های آماری و تابع پارش بزرگ چگالی تراز هسته‌ای بدین صورت بدست می‌آید:

$$\rho(E, N, Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{e^S}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \frac{1}{\sqrt{D}} \quad (2)$$

در معادله (۲)، S آنتروپی سیستم، σ فاکتور قطع اسپینی و D دترمینانی 3×3 شامل مشتقات مرتبه دوم از تابع پارش بزرگ در نقطه زینی است.

در محاسبات مدل BCS از تبدیلات بوگولیوف استفاده می‌شود تا هامیلتونی ذرات برهم کنش کننده به هامیلتونی شبه ذرات بدون برهم کنش تبدیل شود. سپس با استفاده از هامیلتونی شبه ذرات تابع پتانسیل بزرگ برای سیستم بدست می‌آید [۴]:

$$\Omega(\lambda, \beta) = -\beta \sum_k (\epsilon_k - \lambda - E_k) + 2 \sum_k \ln(1 + \exp(-\beta E_k)) - \beta \frac{\Delta^2}{G} \quad (3)$$

در این معادله ϵ_k انرژی تراز تک ذره‌ای، $E_k = \sqrt{(\epsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2}$ انرژی شبه ذرات، λ پتانسیل شیمیایی، Δ پارامتر گاف، G قدرت جفتی یک جفت ذره و β عکس دمای هسته‌ای است.

در مدل BCS از محتملترین مقدار پارامتر گاف استفاده می‌شود. بدین صورت خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \Omega(\lambda, \beta)}{\partial \Delta} = 0 \quad (4)$$

باجایگذاری معادله (۳) در معادله (۴)، رابطه گاف بدست می‌آید:



بست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

$$\frac{2}{G} = \sum_k \frac{1}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) \quad (5)$$

در ادامه روابط ترمودینامیکی را با استفاده از تابع پتانسیل بزرگ سیستم بدست می آوریم. بدین ترتیب برای تعداد ذرات، انرژی و آنتروپی سیستم خواهیم داشت:

$$N = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \Omega}{\partial \lambda} = \sum_k 1 - \frac{(\epsilon_k - \lambda)}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) \quad (6)$$

$$E = -\frac{\partial \Omega}{\partial \beta} = \sum_k \epsilon_k \left[1 - \frac{(\epsilon_k - \lambda)}{E_k} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_k\right) \right] - \frac{\Delta^2}{G} \quad (7)$$

$$S = \Omega(\lambda, \beta) + \beta E - \beta \lambda N \quad (8)$$

اکنون که روابط ترمودینامیکی مشخص است آنتروپی سیستم را بر اساس مدل BCS بدست می آوریم. برای این منظور هسته را به صورت دو سیستم مستقل از هم شامل پروتون‌ها و نوترون‌ها در نظر می گیریم. در این مقاله از سطوح تک‌ذره‌ای نیلسون برای ترازهای انرژی استفاده شده است. برای محاسبه آنتروپی به روش زیر عمل می کنیم:

۱- با مشخص بودن تعداد ذرات و پارامتر گاف، دمارا برابر صفر قرار می دهیم و معادلات (۵) و (۶) را حل می نمایم. بدین ترتیب قدرت جفتیدگی را بدست می آوریم. مقدار اولیه پارامتر گاف از مرجع [۵] اخذ شده‌اند.

۲- با استفاده از قدرت جفتیدگی G ، می توان پتانسیل شیمیایی و پارامتر گاف را در هر دمای دلخواه استفاده از حل همزمان معادلات (۵) و (۶) محاسبه نمود. با استفاده از این مقادیر در دماهای مختلف می توان سایر کمیت‌های ترمودینامیکی نظیر آنتروپی و چگالی تراز هسته‌ای را محاسبه نمود.

با مقایسه رشد نمایی چگالی تراز هسته‌ای، معادله (۲) و معادله گاز فرمی شیفیت داده شده معادله (۱)، مشاهده

می شود توان دوم آنتروپی سیستم، تابعی از پارامتر چگالی تراز هسته‌ای و پارامتر شیفیت انرژی است [۶-۷]:

$$\rho(E) = \frac{e^{2\sqrt{a(E-\delta)}}}{\sqrt{48a^{\frac{1}{4}}(E-\delta)}} \propto \frac{e^S}{\sqrt{D}} \quad (9)$$

$$S^2 = 4a(E-\delta). \quad (10)$$



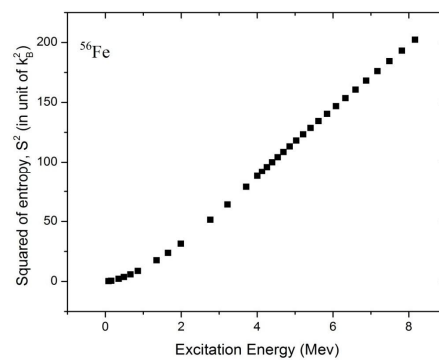
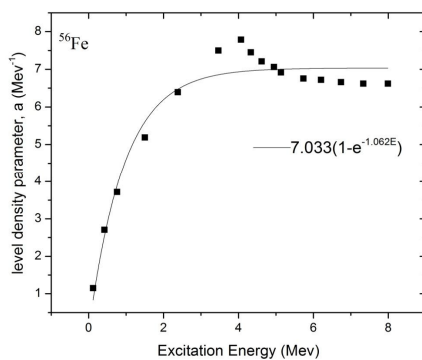
بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

بر اساس معادله (۱۰) برای محاسبه پارامتر چگالی تراز هسته‌ای میکروسکوپی بر حسب انرژی برانگیختگی آنتروپی محاسبه شده بر حسب انرژی برانگیختگی را به توان دو می‌رسانیم و توان دوم آنتروپی را بر حسب انرژی برانگیختگی در نموداری رسم می‌کنیم. از معادله (۱۰) مشخص است که شیب این نمودار چهار برابر پارامتر چگالی تراز هسته‌ای است.

نتایج:

در این پژوهش بر اساس نتایج آزمایشی جدید ترازهای انرژی هسته‌ای گروه اسلو [۵] در مورد ایزوتوپ های Fe و با استفاده از مدل BCS با در نظر گرفتن برهم‌کنش زوجیت پارامتر چگالی تراز هسته‌ای برای ایزوتوپ های ^{56}Fe و ^{57}Fe طبق روش ذکر شده محاسبه شده‌اند. شکل ۱ و ۲ به ترتیب مجذور آنتروپی و پارامتر چگالی تراز هسته‌ای برای ایزوتوپ ^{56}Fe رسم شده است. در شکل‌های ۳ و ۴ این کمیات برای ایزوتوپ ^{57}Fe رسم شده است.

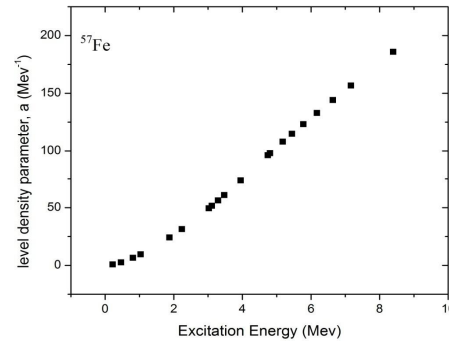
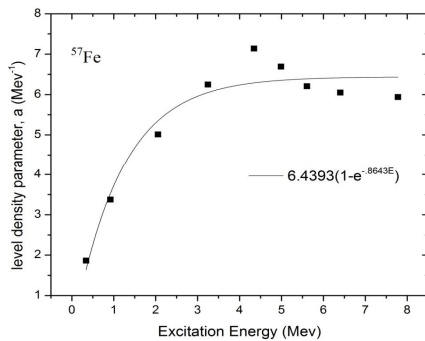


شکل ۱- توان دوم آنتروپی بر حسب انرژی برانگیختگی برای ایزوتوپ ^{56}Fe . شکل ۲- پارامتر چگالی تراز هسته‌ای بر حسب انرژی برانگیختگی برای هسته ^{56}Fe .



بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان



شکل ۳- توان دوم آنتروپی بر حسب انرژی برانگیختگی برای هسته ⁵⁷Fe. شکل ۴- پارامتر چگالی تراز هسته‌ای بر حسب انرژی برانگیختگی برای هسته ⁵⁷Fe.

بحث و نتیجه گیری:

پارامتر چگالی تراز هسته‌ای کمیتی مهم در محاسبات آماری سطح مقطع واکنش‌های هسته‌ای است. تفاوت نتایج بدست آمده با مدل گاز فرمی در انرژی‌های برانگیختگی پایین است که در آن برهم‌کنش زوجیت مهم است. در انرژی‌های بالا مدل گاز فرمی معتبر می‌باشد. شکل‌های ۲ و ۴ نشان می‌دهد که پارامتر چگالی تراز هسته‌ای تابع انرژی است. در نتایج حاصله قله‌هایی دیده می‌شود که مربوط به شکستن جفت‌ها در این هسته‌ها است. در انرژی برانگیختگی بالا با از بین رفتن برهم‌کنش زوجیت پارامتر چگالی تراز هسته‌ای به سمت مقدار تقریبی $\frac{A}{8}$ که از مدل گاز فرمی بدست می‌آید، میل می‌کند. رفتار کلی پارامتر میکروسکوپی چگالی تراز هسته‌ای بر حسب انرژی را می‌توان با تابع $a = c_1(1 - e^{-c_2 E})$ برازش نمود، که c_1 مقدار تقریبی $\frac{A}{8}$ است. برای ایزوتوپ ⁵⁶Fe، $c_1 = 7.033$ ، $c_2 = 1.062$ و برای ایزوتوپ ⁵⁷Fe $c_1 = 6.4393$ ، $c_2 = 0.8643$ بدست آمده‌اند.

مراجع:

- [1] Al-Quraishi et al., Are the level densities for r- and rp - process nuclei different from nearby nuclei in the valley of stability? Phy.Rev. C63, 065803 (2001).
- [2] H.A.Bethe, An attempt to calculate the number of energy levels of heavy nucleus, Phy. Rev. 50, 332 (1936).



بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

- [3] A.Gilbert, A.G.W.Cameron, A composite nuclear level density formula with shell correction, Can.J. Phys. 43, 1446 (1965).
- [4] L. G. Moretto, Statistical description of a paired nucleus with the inclusion of angular momentum, Nucl. Phys.A 185, 145 (1972).
- [5] E.Algin et al., Thermodynamic properties of $^{56,57}\text{Fe}$, Phys. Rev. C78, 054321 (2008).
- [6] Z.Kargar, Pairing correlations and thermodynamical quantities in $^{96,97}\text{Mo}$, Phys. Rev. C75, 664319 (2007).
- [7] Z.Kargar and F.Mosaleh, Thermal phase transition in $^{93-98}\text{Mo}$ nuclei, Phys. Scr 83.035201, (2011).