



## بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

### پراکندگی تفکیک پروتون-دوترون در فضای تکانه هلیسیتی

صادق عظیمی\* - مهدی رادین

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده فیزیک، گروه هسته‌ای

#### چکیده:

در این مقاله ابتدا دامنه پراکندگی تفکیک سه نوکلئونی را در فضای تکانه هلیسیتی و در سیستم مختصات مناسب، به صورت تابعی از اندازه بردارهای تکانه و زاویه بین آنها بدست آورده‌ایم. درجات آزادی اسپین و آیزواسپین را با استفاده از فضای تکانه هلیسیتی وارد محاسبات نموده‌ایم. سپس سطح مقطع پراکندگی فرآیند تفکیک پروتون-دوترون را در تقریب مرتبه اصلی معادله فدیف، برای انرژی‌های میانی و با استفاده از پتانسیل‌های Bonn-B و AV18 محاسبه و در نهایت نتایج بدست آمده را با داده‌های تجربی مقایسه نموده‌ایم.

کلید واژه: فضای تکانه هلیسیتی، معادلات فدیف، دامنه پراکندگی تفکیک، سطح مقطع پراکندگی

#### مقدمه:

طی سال‌های اخیر استفاده از دیدگاه سه بعدی (3D) برای بررسی مسائل مربوط به حالت‌های مقید و پراکندگی سیستم‌های چند جسمی توسعه یافته است. تجربه محاسبات مربوط به حالت‌های مقید و پراکندگی سه و چهار جسمی در انرژی‌های بالا در دیدگاه امواج پاره‌ای (PW) نشان می‌دهد که تعداد امواج پاره‌ای مورد نیاز برای رسیدن به همگرایی افزایش می‌یابد و در نتیجه محاسبات با مشکل رو به رو می‌شود. بنابراین طبیعی به نظر می‌رسد که از نمایش امواج پاره‌ای اجتناب نموده و به طور مستقیم با متغیرهای برداری فضای تکانه خطی در دیدگاه سه بعدی کار کنیم. اولین تلاشها برای وارد نمودن درجات آزادی اسپین و آیزواسپین نوکلئون‌ها در این دیدگاه با معرفی فضای تکانه هلیسیتی برای توصیف سیستم‌های مقید و پراکندگی دو نوکلئونی انجام شد [۱ و ۲]. ما در این مقاله با معرفی پایه‌های فضای تکانه هلیسیتی برای یک سیستم سه نوکلئونی به توسعه این دیدگاه برای بررسی پراکندگی سیستم سه نوکلئونی نوکلئون-دوترون (ND) پرداخته‌ایم.

#### پایه‌های فضای تکانه هلیسیتی سه نوکلئونی

یک سیستم سه نوکلئونی را به صورت یک زیرسیستم دو نوکلئونی و یک نوکلئون آزاد در نظر می‌گیریم. حالت پایه تکانه هلیسیتی را برای یک سیستم سه نوکلئونی به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$|p; \hat{p}s\Lambda; t\tau, q; \hat{q}\lambda; m\rangle = |p; \hat{p}s\Lambda; t\tau\rangle |q; \hat{q}\lambda; m\rangle \quad (1)$$



## بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳، دانشگاه اصفهان

این حالت‌های پایه شامل دو تکانه ژاکوبی  $\mathbf{p}$  و  $\mathbf{q}$  هستند که به ترتیب تکانه نسبی نوکلئون‌های زیر سیستم و تکانه نسبی نوکلئون سوم نسبت به زیر سیستم می‌باشند. اعداد کوانتومی  $S$  و  $t$  به ترتیب اسپین و آیزواسپین کل زیرسیستم دو نوکلئونی و اعداد کوانتومی  $\Lambda$  و  $\lambda$  به ترتیب تصویر اسپین کل زیرسیستم دو نوکلئونی در راستای تکانه نسبی  $\mathbf{p}$  و تصویر اسپین نوکلئون سوم در راستای بردار  $\mathbf{q}$  هستند. اعداد کوانتومی  $\tau$  و  $m$  نیز به ترتیب تصاویر آیزواسپین کل زیرسیستم دو نوکلئونی و نوکلئون سوم در راستای محور کوانتش هستند. حالت‌های پایه معرفی شده به صورت زیر کامل و بهنجارند:

$$\sum_{stm\lambda\Lambda\tau} \int dp \int d\mathbf{q} a(\mathbf{p}; \hat{\mathbf{p}}\Lambda; t\tau, \mathbf{q}; \hat{\mathbf{q}})$$

$$(2) = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}') \delta_{ss'} \delta_{\Lambda\Lambda'} \delta_{tt'} \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{mm'} \delta_{\tau\tau'}$$

دامنه پراکندگی تفکیک در تقریب مرتبه اصلی در فضای تکانه هلیسیتی

دامنه پراکندگی تفکیک نوکلئون-دوترون به صورت زیر می‌باشد [۳]:

$$U_0 = (1 + P)T \quad (3)$$

$T$  عملگر گذار سه نوکلئونی را نشان می‌دهد که از معادله فدیف بدست می‌آید [۴]:

$$= tP + tPG_0T$$

که در آن  $t$ ،  $G_0$  و  $P$  بترتیب ماتریس انتقال دوجسمی، انتشارگر آزاد سه جسمی و عملگر جایگشت میان ذرات می‌باشند که توسط روابط زیر نمایش داده می‌شوند:

جمله ناهمگن معادله فدیف نسبت به  $t$  از مرتبه یک می‌باشد. از آنجا که در انرژی‌های بالا از سهم جملات با مرتبه بالاتر، می‌توان صرفنظر نمود لذا با در نظر گرفتن جمله ناهمگن معادله فدیف به محاسبه سطح مقطع پراکندگی تفکیک می‌پردازیم. بدین منظور دامنه پراکندگی تفکیک نوکلئون-دوترون را با استفاده از پایه‌های معرفی شده سه نوکلئونی در فضای تکانه هلیسیتی بصورت زیر می‌نویسیم:

$$\langle \mathbf{p}; \hat{\mathbf{p}}\Lambda; t\tau, \mathbf{q}; \hat{\mathbf{q}}\lambda; m | U_0 | \Psi_d^{Ma}, \mathbf{q}_0; \hat{\mathbf{z}}\lambda_0; m_0 \rangle \\ = \langle \mathbf{p}; \hat{\mathbf{p}}\Lambda; t\tau, \mathbf{q}; \hat{\mathbf{q}}\lambda; m | (1 + P)T | \Psi_d^{Ma}, \mathbf{q}_0; \hat{\mathbf{z}}\lambda_0; m_0 \rangle \quad (6)$$



## بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳، دانشگاه اصفهان

حالت اولیه سیستم در فضای تکانه هلیسیتی است که شامل دوترون به عنوان هدف و نوکلئون پرتابی است:

$$(v) |\Psi_d^{M_d}, \mathbf{q}_0; \hat{\mathbf{z}}\lambda_0; m_0\rangle = |\Psi_d^{M_d}\rangle |\mathbf{q}_0; \hat{\mathbf{z}}\lambda_0; m_0\rangle$$

حالت  $|\Psi_d^{M_d}\rangle$  پاد متقارن دوترون و  $|\mathbf{q}_0; \hat{\mathbf{z}}\lambda_0; m_0\rangle$  حالت مربوط به ذره سوم را که ذره آزاد پرتابی است نشان می‌دهد،  $|\mathbf{q}_0\rangle$  ویژه حالت تکانه این ذره پرتابی است،  $\mathbf{q}_0$  اندازه حرکت نسبی نوکلئون پرتابی نسبت به دوترون و  $M_d$  تصویر اندازه حرکت کل دوترون در امتداد محور کوانتس در راستای محور  $Z$  است. سطح مقطع دیفرانسیلی فرآیند تفکیک نوکلئون- دوترون به صورت زیر تعریف می‌شود [۵]:

$$(8)$$

که در آن  $\gamma = m_{s_1} m_{s_2} m_{s_3} m_{t_1} m_{t_2} m_{t_3}$ . با در نظر گرفتن تنها جمله اول معادله فدیف (تقریب مرتبه اصلی)، دامنه پراکندگی تفکیک را در سیستم مختصاتی که در آن بردار  $\mathbf{q}_0$  در راستای محور  $Z$  است بدست می‌آوریم و بدون هیچ گونه محدودیتی بردار  $\mathbf{q}$  را در صفحه  $x - Z$  در نظر می‌گیریم. بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & U_{0 m_{s_1} m_{s_2} m_{s_3} m_{t_1} m_{t_2} m_{t_3}}^{M_d \lambda_0 m_0} \\ &= \sum_{s \Lambda \lambda \tau} C \left( \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right) \\ & \times e^{-i m_{s_1} \phi_q} d_{m_{s_1} \tau}^{\frac{1}{2}} \\ & + \sum_{s' t' m' \Lambda' \lambda' \tau'} \{ \\ & \times e^{i m_{s_3}'' \phi_q} d_{m_{s_3}'' \tau'}^{\frac{1}{2}} \\ & \times e^{-i m_{s_1}'' \phi_{q_2}} d_{m_{s_1}'' \tau_2}^{\frac{1}{2}} \\ & \times e^{i (M_d + \lambda_0) \phi_{q_2}} \\ & \times C \left( \frac{1}{2} \frac{1}{2} S; m_{s_1}'' \right) \\ & \times C \left( \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1; m_{s_2}'' \right) \end{aligned}$$

× (9)



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳، دانشگاه اصفهان

که در آن عملگر انتقال سه جسمی  $T$  در تقریب مرتبه اصلی معادله فدیف به صورت زیر می‌باشد:

$$T_{s\Delta t\tau,\lambda m}^{M_d\lambda_0 m_0}(p, q, \Lambda' \Lambda) = \frac{1}{4} G_{00m_0}^{t\tau m}$$

(۱۰)

عناصر ماتریس دوران و  $C$  ها ضرایب کلبش گوردون هستند. متغیرهای موجود در روابط بالا به صورت زیر می‌باشند:

$$G_{t'\tau'm'}^{t\tau m} = \sum_{m''}$$

$$\Pi = \sqrt{\frac{1}{4}q^2 + c}$$

$$p_2 = \frac{1}{2}\sqrt{p^2 + c}$$

$$p_3 = \frac{1}{2}\sqrt{p^2 + c}$$

$$y_{pq} = \hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{q}} = x$$

(۱۱)

## محاسبات عددی و نتایج

برای محاسبه سطح مقطع دیفرانسیلی تفکیک پروتون-دوترون، ابتدا عناصر ماتریس انتقال دوجسمی  $t_{\Lambda\Lambda'}^{\pi st}(p, p', x; E_p)$  را از معادله لیپمن شوینگر در فضای تکانه هلیسیتی [۲]، و عناصر ماتریسی تابع موج دوترون  $\varphi_{\Lambda}^{M_d}(p, x)$  را در فضای تکانه هلیسیتی [۱]، با به کار بردن پتانسیل‌های Bonn-B و AV18 محاسبه می‌کنیم. برای حل عددی معادلاتمان با استفاده از نقاط شبکه گاوسی ابتدا فضا را گسسته نموده و سپس برای انتگرال‌گیری روی متغیرهای تکانه و زوایا از روش گاوس-لژاندر استفاده نموده‌ایم. برای رسیدن به دقت مطلوب در محاسباتمان، در حل معادله لیپمن شوینگر برای پتانسیل Bonn-B تعداد نقاط شبکه گاوسی را برای متغیرهای زاویه‌ای سمتی و قطبی بترتیب ۱۰ و ۳۲ نقطه و برای متغیر تکانه تعداد ۷۲ و ۶۰ نقطه بترتیب برای حالت‌های یکتایی و سه تایی اسپین

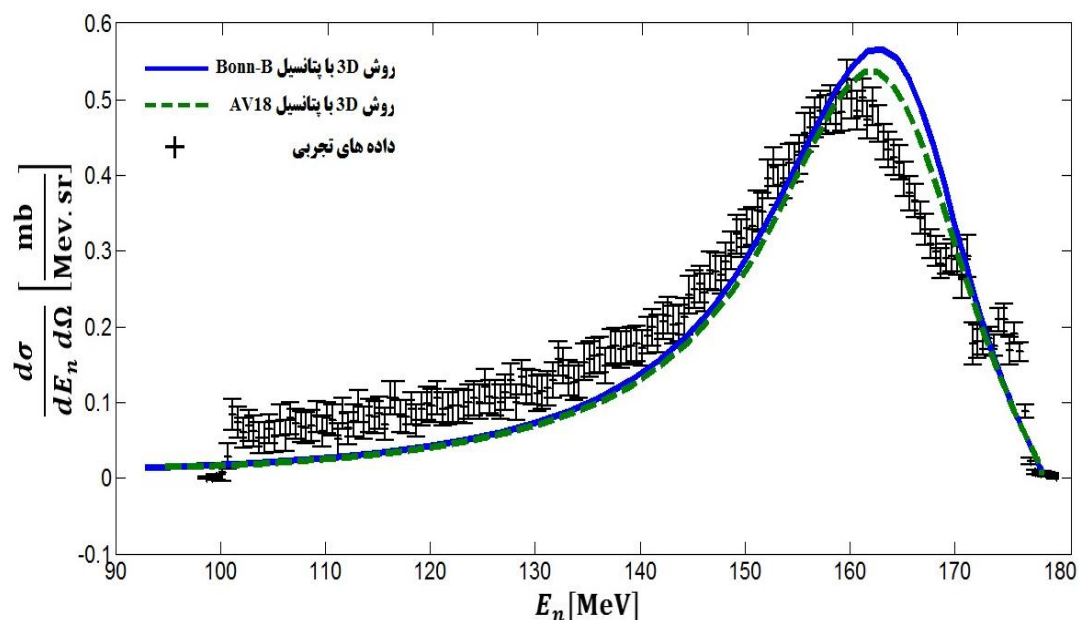


# بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

در نظر گرفته ایم. برای پتانسیل AV18 تعداد نقاط شبکه گاوسی برای متغیرهای زاویه ای سمتی و قطبی را بترتیب ۱۰ و ۳۲ نقطه و برای متغیر تکانه تعداد ۷۲ نقطه در نظر می گیریم. در حل معادله مربوط به تابع موج دوترون برای هر دو پتانسیل تعداد نقاط شبکه را برای متغیر  $x$ ، ۳۲ نقطه و برای متغیر  $p$ ، ۷۲ نقطه در نظر گرفته ایم. برای محاسبه مقادیر مورد نیاز تابع موج دوترون و ماتریس انتقال دو جسمی به ترتیب از درون یابی دو بعدی و سه بعدی به روش کوییک-هرمیت-اسپلاین به دلیل سرعت و دقت بالای آن استفاده نموده ایم [۶]. و در محاسبه انتگرال سطح مقطع دیفرانسیلی تفکیک، تعداد نقاط شبکه را برای متغیرهای زاویه ای سمتی  $\Phi_p$  و قطبی  $x_p$  بترتیب ۲۰ و ۳۲ نقطه و برای متغیر  $q$  تعداد ۶۰ نقطه شبکه در نظر گرفته ایم.

در شکل های ۱ و ۲ نتایج بدست آمده از محاسبات عددی با داده های تجربی مقایسه شده اند. همانطور که در این شکل ها مشخص است نتایج حاصل از محاسبات نسبت به داده های تجربی دارای مقداری جابجایی می باشد. انتظار داریم که با در نظر گرفتن اثرات نسبیتی در محاسبات میزان این جابجایی کاهش یابد. البته حل کامل معادله فدیف باعث منطبق شدن بیشتر نتایج با داده های تجربی می شود. همچنین با در نظر گرفتن نیروی سه نوکلئونی در محاسبات می توان به دقت بیشتری دست یافت.

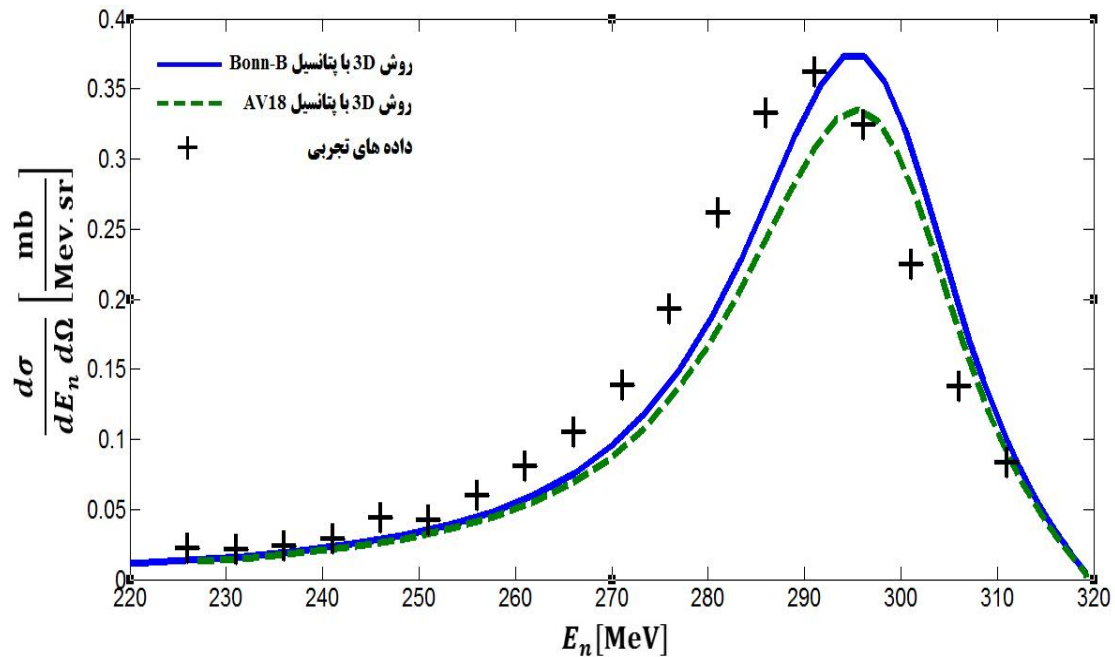


شکل (۱): سطح مقطع دیفرانسیلی محاسبه شده به ازای انرژی پروتون پرتابی  $E_{lab} = 197 \text{ MeV}$  و زاویه پراکندگی نوترون  $\theta_{lab} = 24$ . داده های تجربی از مرجع [۷] گرفته شده اند.



# بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان



شکل (۲): سطح مقطع دیفرانسیلی محاسبه شده به ازای انرژی پروتون پرتابی  $E_{lab} = 346 \text{ MeV}$  و زاویه پراکندگی نوترون  $\theta_{lab} = 22$  داده‌های تجربی از مرجع [۸] گرفته شده‌اند.

## مراجع

- and W. Glockle, Phys. Rev. C **63**, 054003 (2001). [1] I. Fachruddin, Ch. Elster and W. Glockle, Phys. Rev. C **62**, 044002 (2000). [2] I. Fachruddin W. Glockle, Ch. Elster, [3] A. Stadler and F. Gross, Phys. Rev. Lett. **78**, 26 (1997) [4] L.D. Faddeev, Sov. Phys. JETP **12**, 1014 (1961). [5] M. Harzchi and S. Bayegan, Eur. Phys. J. A **46**, 271 (2010). Verlag, [8] H. Spath, Eindimensionale Spline-Interpolations-Algorithmen, (R. Oldenbourg München Wien, (1990). (2002). [6] D L Prout et. al., Phys. Rev C **65**, 034611 [7] T Wakasa et. al., Phys. Rev C **59**, 3177 (1999).