

محاسبه دقیق دانسیته ترازهای هسته‌ای با استفاده از روش میکروسکوپی بازگشتی

RECM

مهدی، نصری نصرآبادی*؛ محمد، سپیانی^۲

۱ دانشگاه اصفهان، دانشکده علوم و فناوری های نوین، گروه مهندسی هسته ای

۲ دانشگاه پیام نور مرکز فریدونشهر

چکیده:

برای تعیین بسیاری از رفتارهای آماری و ترمودینامیکی هسته‌ها و بررسی فرایندها و فعل و انفعالات هسته‌ای، دانش دقیق و معتبری از ساختار ترازهای هسته‌ای لازم است. دانسیته تراز هسته ای (NLD) کمیت مهمی است که برای توصیف این ساختار بکار می رود. در این مقاله با استفاده از روش میکروسکوپی بازگشتی (RECM) و بدون نیاز به استفاده از تقریب های مرسوم در سایر مدل های پدیده شناختی و میکروسکوپی و با وارد کردن یک طرح از تراز تک ذره ای واقع بینانه، دانسیته حالات و ترازهای هسته‌ای به دقت محاسبه می شوند و اثرات ناشی از برهم کنش های باقی مانده با استفاده از پارامترهای پدیده شناختی، در محاسبات وارد می شوند.

کلمات کلیدی: دانسیته ترازهای هسته‌ای، روش بازگشتی، طرح تراز تک ذره ای، برهم کنش های باقی مانده

مقدمه:

در بررسی هسته‌ها به عنوان سیستم‌های بس ذره‌ای و کوانتومی پیچیده، از برهم کنش‌ها و فعل و انفعالات درونی آنها، ساختاری از ترازهای تحریکی حاصل می‌شود که کوچکترین تغییر در مولفه‌ها و برهم کنش‌های داخلی آنها می‌تواند تاثیر قابل توجهی بر این ساختار ترازهای انرژی داشته باشد. بنابراین از این ساختار برای مطالعات بنیادی هسته و کسب اطلاعات از ساختار درونی و اندرکنش‌های آن استفاده می‌شود. کمیتی که برای توصیف طیف ترازهای هسته‌ای مطرح می‌شود، تابع دانسیته تراز هسته‌ای (NLD) است. همچنین، دانش دقیق از دانسیته ترازهای هسته‌ای برای توصیف آماری هسته‌ها و فرایندهایی که در آن شرکت می‌کنند و نیز برای استخراج کمیت های ترمودینامیکی هسته و توابع تحریکی آن، مورد نیاز است. به همین دلیل، تعیین دقیق تابع دانسیته تراز و وابستگی های آن همواره یک موضوع چالش برانگیز در فیزیک هسته‌ای و فناوری‌های مرتبط بوده است و روش-های آزمایشگاهی و مدل‌های تئوری متعددی همزمان با پیشرفت دانش اندرکنش‌ها، نیروها، خواص و مدل‌های هسته‌ای، برای استخراج و بررسی این کمیت مطرح شده‌اند. یکی از پرکاربردترین و معتبرترین مدل‌هایی که تاکنون برای دانسیته ترازها در بسیاری از کدهای هسته‌ای ایجاد شده است، بر اساس رهیافت آماری تابع پارش است که اکثر از مدل‌های پدیده شناختی و میکروسکوپی از آن استفاده می‌کنند. با این وجود، چنین رهیافتی نقاط ضعفی دارد که اعتبار آن را زیر سوال می‌برد. مهمترین نقطه ضعف آن، استفاده از تقریب‌های ریاضیاتی رایج (مانند تقریب نقطه زینی) است که در محاسبه تابع تحلیلی از آن استفاده می‌شود. به منظور رفع این مشکل و

محاسبه دقیق دانسیته تراز (بدون استفاده از تقریب)، یک روش میکروسکوپیکی توسط ویلیامز مطرح شد [۲،۱] که در آن براساس یک روش تکرار و با استفاده از روابط بازگشتی (RECM) مربوط به ضرایب تابع پارش مرتبه-متناهی برای مدل فرمیون‌های غیر برهم‌کنشی و مدل فرمیون‌های برهم‌کنشی با انرژی جفت شدگی قطری، دانسیته تراز را محاسبه می‌کند. این روش در برنامه کامپیوتری DENSIDAD برای محاسبه دانسیته حالت جزئی (حفره-ذره) و دانسیته حالت کل پیاده سازی شده است [۹،۳] که در آن، دانسیته حالت‌ها از طرح ترازهای تک ذره‌ای واقع بینانه (مدل پوسته‌ای) حاصل از یک میدان میانگین و با استفاده مکرر از روابط بازگشتی برای بسط تابع پارش بزرگ (گرنده) تعیین می‌شوند. اگرچه در این روش، دانسیته تراز بدون استفاده از تقریب و بطور دقیق محاسبه می‌شود، ولی از آنجایی که از یک مدل ذره مستقل (IPM) استفاده می‌شود، برهم‌کنش‌های باقی‌مانده (مانند اثرات زوج-فرد و برهم‌کنش جفت شدگی) و اثرات تجمعی در محاسبه وارد نمی‌شوند. در این مقاله ابتدا از دانسیته حالات کل محاسبه شده توسط این برنامه، دانسیته تراز کل را بدست می‌آوریم و پس از آن از روشی که در مدل گاز فرمی جابجا شده به عقب BSFG برای وارد کردن اثرات زوج-فرد و جفت شدگی با استفاده از پارامتر پدیده شناختی جفت شدگی Δ ، بکار می‌رود برای وارد کردن این اثرات در محاسبات میکروسکوپیکی RECM استفاده می‌کنیم و یک پارامتر پدیده‌شناختی قابل تنظیم دیگر را نیز برای وارد کردن سایر اثرات افزاینده بکار می‌بریم. نشان می‌دهیم که با اعمال این تغییرات در این مدل می‌توان نتایج قابل قبولی را نسبت به داده‌های آزمایشگاهی موجود به دست آورد که عبارتند از داده‌های آزمایشگاهی ترازهای گسسته سطح پایین و داده‌های جدیدی که توسط گروه اسلو از آزمایش‌های گاما-ذره هم‌فروودی بدست آمده اند [۴].

روش بازگشتی (RECM):

در روش آماری تابع پارش، از رابطه میان دانسیته تراز و تابع پارش بزرگ برای محاسبه NLD استفاده می‌شود. در روش بازگشتی، تابع پارش برای یک سیستم از فرمیون‌های غیربرهم‌کنشی (مدل ذره مستقل) که ترازهای انرژی متعلق به یک مجموعه $\{\epsilon_i\}$ را اشغال می‌کنند بصورت زیر نوشته می‌شود [۵،۶]:

$$Z(x, y) = \prod_{i=1}^{\infty} (1 + xy^{\epsilon_i}) = \sum_{N, E=0}^{\infty} \omega(N, E) x^N y^E \quad (1)$$

که در آن، ضرایب $\omega(N, E)$ نشان دهنده تعداد راه‌های ممکن برای حصول انرژی کل E با N ذره در این سیستم هستند که معادل با دانسیته تراز (حالت) یک سیستم N ذره‌ای می‌باشد. اما بجای اینکه یک رابطه بین یک حاصلضرب نامتناهی و یک جمع نامتناهی را در نظر بگیریم، می‌توانیم یک تابع پارش مرتبه-متناهی $Z_m(x, y)$ و یک دانسیته حالت مرتبه-متناهی $\omega_m(N, E)$ را تعریف کنیم بطوری که:

$$Z_m(x, y) = \prod_{i=1}^m (1 + xy^{\epsilon_i}) = \sum_{N=0}^m \sum_{E=0}^{E_m} \omega_m(N, E) x^N y^E \quad (2)$$

که در آن بصورت یک شرط اولیه داریم: $\omega_m(0,0) = 1$. در این حد $Z_m(x, y)$ به $Z(x, y)$ میل می‌کند.

همچنین از رابطه فوق داریم:

$$Z_m(x, y) = (1 + xy^{\varepsilon_m})Z_{m-1}(x, y) \quad (3)$$

از این رابطه مشهود است که رابطه بازگشتی زیر برای ضرایب ω_m و ω_{m-1} برقرار می شود:

$$\omega_m(N, E) = \omega_{m-1}(N, E) + \omega_{m-1}(N-1, E - \varepsilon_m) \quad (4)$$

همچنین $\omega_m(N, E)$ باید برای تمام مقادیر E کمتر از $E_0 = \sum_{i=0}^N \varepsilon_i$ ، انرژی حالت پایه صفر شود. با معرفی انرژی تحریکی بصورت $E_{x_0} = E - E_0$ ، رابطه بازگشتی به شکل زیر در می آید:

$$\omega_m(N, E_{x_0}) = \omega_{m-1}(N, E_{x_0}) + \omega_{m-1}(N-1, E_{x_0} + \varepsilon_N - \varepsilon_m) \quad (5)$$

که در آن، N تعداد فرمیون‌ها در چاهی با انرژی کل E در بالای حالت پایه را نشان می دهد و عبارت $\varepsilon_N - \varepsilon_m$ ناشی از اختلاف بین انرژی‌های حالت پایه در سیستم‌های N ذره‌ای و $N-1$ ذره‌ای می باشد. اندیس بازگشتی m اشاره به m امین تراز تک ذره‌ای دارد. برای محاسبه دانسیته تراز یک سیستم شامل دو نوع فرمیون، باید توجه داشته باشیم که برای سیستم‌های نوترونی و پروتونی مستقل از هم، تابع پارش بزرگ بصورت حاصلضرب فاکتورهای پروتونی و نوترونی خواهد بود. در این مورد، دانسیته تراز (حالت) سیستم مرکب را می توان از فرمولی برای ضرایب حاصلضرب کوشی دو سری نامتناهی بدست آورد:

$$\omega(N, Z, E_x) = \sum_{U=0}^{E_x} \omega(N, U) \omega(Z, E_x - U) \quad (6)$$

که در آن، N, Z تعداد پروتون و نوترون را نشان می دهند و E_x انرژی تحریکی سیستم است. همچنین $\omega(N, U), \omega(Z, E_x - U)$ دانسیته ترازهای پروتونی و نوترونی هستند. روابط بازگشتی مشابهی برای محاسبه دانسیته حالت برای یک تعداد معین از ذرات یا حفره‌های تحریک شده (دانسیته حالت جزئی یا حفره - ذره) بکار می روند. برای بیان این روابط بازگشتی برای یک نوع فرمیون، انرژی‌های تک ذره (تک حفره) را از E_f (انرژی فرمی، که در جایی بین $\varepsilon_N, \varepsilon_{N+1}$ قرار دارد) اندازه گیری می کنیم:

$$E_i^{particle} = \varepsilon_{i+N} - E_f, \quad E_i^{hole} = E_f - \varepsilon_{N-i+1} \quad (7)$$

زیرا حالات ذره در بالای انرژی فرمی و حالات حفره در زیر انرژی فرمی (و شامل آن) در نظر گرفته می شوند (در اینجا انرژی فرمی را برابر با ε_N می گیریم). بطور مشابه، روابط بازگشتی بر حسب انرژی‌های تحریکی $E_{x_0}^{hole} = E^{hole}$ و $E_{x_0}^{part} = E^{part} - E_0^{part}$ (زیرا $E_0^{hole} = 0$) بصورت زیر تعریف می شوند:

$$\omega_i(P, E_{x_0}^{part}) = \omega_{i-1}(P, E_{x_0}^{part}) + \omega_{i-1}(P-1, E_{x_0}^{part} + \varepsilon_i^{part}) \quad (8)$$

$$\omega_j(H, E_{x_0}^{hole}) = \omega_{j-1}(H, E_{x_0}^{hole}) + \omega_{j-1}(H-1, E_{x_0}^{hole} + \varepsilon_j^{hole}) \quad (9)$$

برای استفاده در واکنش‌های پیش - تعادلی که در آن ذرات فرودی در هسته هدف گیراندازی می شوند، می توان به سادگی تغییر انرژی مرجع از E_f به انرژی فرمی هدف E_R را برای دسته بندی ذرات و حفره‌ها در نظر گرفت. این انرژی بطور بدیهی بستگی به چگونگی تشکیل سیستم مرکب دارد، زیرا تعداد حالات بین E_f و E_R برابر



با تعداد ذرات فرودی است. بنابراین فقط باید در معادلات $E_i^{particle}$ و E_i^{hole} بجای N ، $N^{target} = N - P^{incid}$ قرار دهیم و جمله تصحیح زیر را به انرژی تحریکی جمله دوم سمت راست معادله $\omega_i(P, E_{xo}^{part})$ اضافه کنیم:

$$\Delta(P) = E_0^{part}(P) - E_0^{part}(P-1) = \begin{cases} 0, & \text{If } P \geq P^{incid} \\ \varepsilon_p^{part}, & \text{If } P < P^{incid} \end{cases} \quad (10)$$

این تصحیح برای توجیه اختلاف انرژی بین حالات پایه سیستم‌های P و $P+1$ ذره‌ای است [۱]. سپس دانسیته حالت یک پیکربندی $P-H$ با جمع روی تمام افزایش‌های انرژی داده می‌شود (برای محاسبات عددی، متغیر انرژی باید در بازه‌هایی با اندازه مناسب گسسته شود):

$$\omega(P, H, E_x) = \sum_{U=0}^{E_x} \omega(P, U) \omega(H, E_x - U) \quad (11)$$

تنها محدودیت این روش، در محدود شدن به مدل ذره مستقل (فرمیون‌های غیربرهم‌کنشی) است. اگرچه این قيد، اعتبار این روش را در انرژی‌های پایین محدود می‌کند، رفتار میانگین آن در انرژی‌های بالا نباید بطور قابل توجهی متاثر شود. همچنین می‌توان فرض کرد که بیشترین تاثیر برهم‌کنش‌های کوتاه برد در انرژی‌های تحریکی میانه در پارامتر Δ_i که انرژی جفت شدگی قطری نامیده می‌شود، در نظر گرفته می‌شود. اندازه این پارامتر مقداری را نشان می‌دهد که انرژی یک جفت ذره مشابه در حالت انرژی یکسان ولی با تصاویر تکانه زاویه‌ای مخالف در مقایسه با جمع انرژی‌های تک ذره‌ای پایین آورده می‌شود. این انرژی جفت شدگی را می‌توان بصورت زیر در تابع پارش وارد کرد [۷، ۸]:

$$Z(x, y) = \prod_{i=1}^{\infty} (1 + 2xy^{\varepsilon_i} + x^2y^{(2\varepsilon_i - \Delta_i)}) \quad (12)$$

برای توابع پارش متناهی یک رابطه بازگشتی مشابه با قبل بدست می‌آوریم:

$$\omega_m(N, E) = \omega_{m-1}(N, E) + 2\omega_{m-1}(N-1, E - \varepsilon_m) + \omega_{m-1}(N-2, E - 2\varepsilon_m + \Delta_m) \quad (13)$$

انرژی حالت پایه در این مورد به اندازه مجموع انرژی‌های جفت شدگی جفت نوکلئون‌ها در زیر تراز فرمی کاهیده می‌شود و در نتیجه روابط بازگشتی متناظر پیچیده‌تر می‌شوند:

$$\begin{aligned} \omega_m(N, E_{xo}) &= \omega_{m-1}(N, E_{xo}) \\ &+ 2\omega_{m-1}(N-1, E_{xo} + \varepsilon_{[(N+1)/2]} - \varepsilon_m - ([N/2] - [(N-1)/2])\Delta_{[(N+1)/2]}) \\ &+ \omega_{m-1}(N-2, E_{xo} + \varepsilon_{[(N+1)/2]} - \varepsilon_{[N/2]} - 2\varepsilon_m + \Delta_m - \Delta_{[N/2]}) \end{aligned} \quad (14)$$

نماد [...] نشان می‌دهد که این اندیس بزرگترین عدد صحیح کمتر یا مساوی کمیت داخل آن است. یک امکان دیگر برای وارد کردن اثر برهم‌کنش جفت شدگی و اثرات افزایشنده دیگر در این مدل میکروسکوپی، استفاده از پارامترهای قابل تنظیم پدیده شناختی (c, δ) است که با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی ترازهای سطح پایین موجود تنظیم می‌شوند. بطوریکه داریم:

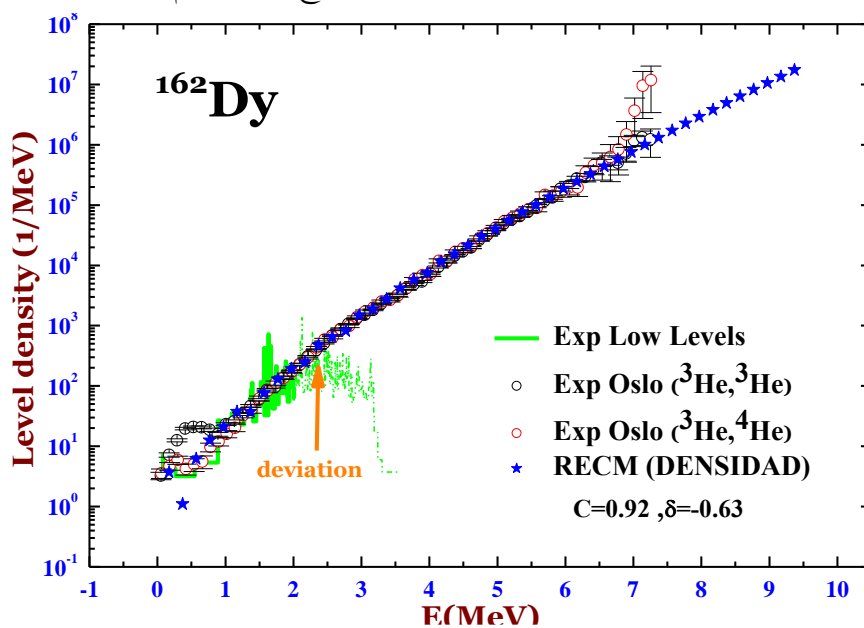
$$\rho_{renorm}(E_x) = \exp[c\sqrt{E_x - \delta}] \rho_{mic-RECM}(E_x - \delta) \quad (15)$$



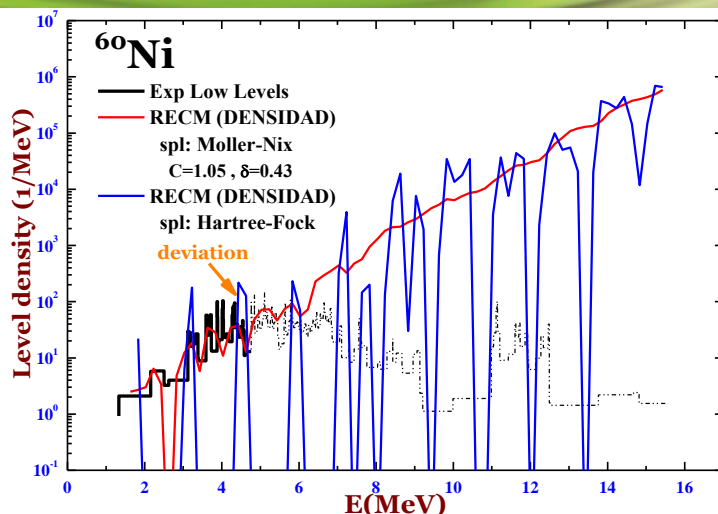
پارامتر δ نقش اثر جفت شدگی را ایفا می کند (همانطور که در مدل گاز فرمی BSFG، پارامتر جابجایی به عقب Δ این نقش را داشت) و پارامتر c یک اثر افزایشده قابل کنترل را بوجود می آورد.

نتایج:

با استفاده از هر مجموعه از ترازهای تک ذره‌ای با تبهگنی دوگانه و کد کامپیوتری DENSIDAD، می توان دانسیته حالت (تراز) کل و دانسیته حالت حفره- ذره (جزئی) را برای هر هسته با انرژی تحریکی مشخص، محاسبه نمود. ترازهای انرژی تک ذره‌ای با تبهگنی دوگانه واقع بینانه را می توان از محاسبات خود-سازگار هارتری فوک و یا از یک پتانسیل ساده‌تر وود- ساکسون یا نوسانگر هماهنگ بدست آورد. در اینجا از طرح‌های تراز تک ذره‌ای واقع بینانه Moller-Nix برای دو هسته ^{60}Ni و ^{162}Dy استفاده می کنیم و اثر استفاده از یک طرح واقع بینانه تر Hartree-Fock را نیز در نتایج دانسیته تراز انرژی هسته ^{60}Ni بررسی می کنیم. نتایج استفاده از این روش در شکل‌های (۱و۲) نشان داده شده است که در آن، نتایج روش بازگشتی با استفاده از دو پارامتر پدیده‌شناختی (c, δ) با داده های آزمایشگاهی ترازهای سطح پایین تنظیم شده‌اند.



شکل (۱). مقایسه داده‌های آزمایشگاهی ترازهای سطح پایین و داده‌های گروه اسلو با محاسبات روش میکروسکوپی بازگشتی.



شکل (۲). مقایسه داده‌های آزمایشگاهی ترازهای سطح پایین با محاسبات روش میکروسکوپی بازگشتی برای دو طرح تراز تک ذره ای.

بحث و نتیجه گیری:

همانطور که از نتایج بدست آمده توسط روش RECM مشخص است، می توان با افزودن پارامترهای پدیده شناختی به آن، توافق بسیار خوبی را با نتایج آزمایشگاهی موجود بدست آورد. بنابراین می توان از این روش به طور معتبر و قابل قبولی در کدهای واکنش و تبخیر هسته ای (برای محاسبات واکنش های آماری و پیش تعادلی) و در کاربردهای عملی استفاده کرد. همچنین استفاده از یک طرح تراز تک ذره ای واقع بینانه تر مانند هارتری-فوک می تواند اثرات ساختاری دقیق تری را، همانطور که در مورد هسته ^{60}Ni مشاهده می شود، در دانسیته تراز حاصل کند.

مراجع:

- [۱] F.C. Williams Jr., Nucl. Phys. A ۱۳۳, ۳۳ (۱۹۶۹).
- [۲] F.C. Williams Jr., G. Chan and J.R. Huizenga, Nucl. Phys. A ۱۸۷, ۲۲۵ (۱۹۷۲).
- [۳] E. Mainegra, R. Capote, Comp. Phys. Com. ۱۵۰, ۴۳ (۲۰۰۳).
- [۴] M. Guttormsen et al., Phys. Rev. C ۶۸, ۰۶۴۳۰۶ (۲۰۰۳).
- [۵] T. Ericson, Adv. in Phys. ۹, ۴۲۵ (۱۹۶۰).
- [۶] K. Albrecht, M. Blann, Phys. Rev. C ۸, ۱۴۸۱ (۱۹۷۳).
- [۷] D.W. Lang, K.J. LeCouteur, Nucl. Phys. ۱۴, ۲۱ (۱۹۵۹).
- [۸] J.R. Herring, Ph.D. Thesis, University of North Carolina (۱۹۵۹), unpublished.
- [۹] M. Sepiani, "Extraction of Nuclear Level Densities for Exotic Nuclei", M.Sc. Thesis, Kashan University, (۲۰۱۱).