



## آهنگ رشد میکروناپایداری در اشتعال سریع توسط الکترونها در همجوشی محصور شدگی اینرسی

سام، یعقوبی؛ عباس، قاسمی زاد\*؛ بابک، خان بابایی

دانشگاه گیلان، دانشکده علوم، گروه فیزیک هسته ای

### چکیده:

در این مقاله، پایداری خطی سیستم ایجاد شده به وسیله باریکه ی الکترونی و جریان برگشت پلاسما، برای هر جهت گیری دلخواه بردار موج ناپایداری با مسیر باریکه، بررسی شده است. این مطالعه در ارتباط با سناریوی اشتعال سریع و افزایش بازده همجوشی هسته ای حایز اهمیت است. در این روش، با تزریق باریکه الکترونی به محیط پلاسمای چگال، دو نوع مد ناپایداری، دوجریانی و رشته ای، در طول مسیر باریکه رشد می کند. با حل معادله ی آشفتگی مربوط به این سیستم، پیشینه آهنگ رشد ناپایداریها و وابستگی آنها به پارامترهای باریکه و محیط همجوشی را می توان محاسبه کرد. نتایج این محاسبات نشان می دهد که آهنگ رشد مد مربوط به ناپایداری دو جریانی بیشتر از مد رشته ای بوده و این آهنگ رشد در هر دو مد ناپایداری، به چگالی نسبی باریکه و پلاسما بستگی دارد.

کلمات کلیدی: اشتعال سریع، باریکه الکترونی، ناپایداری، پلاسمای چگال.

### مقدمه :

اشتعال سریع یکی از روشهای همجوشی محصورسازی اینرسی است. در این روش سوخت حاوی دو عنصر دوتریم و تریتیم در درون یک کپسول قرار داده شده، سپس این کپسول به منظور رسیدن به دما و چگالی بالا، توسط لیزرهای پر انرژی مورد تابش قرار می گیرد. به طوری که شرایط همجوشی برای پلاسمای ایجاد شده در درون کپسول فراهم می شود. سپس از درون حفره ای که در کپسول ایجاد شده، سوخت آماده همجوشی مورد تابش ذرات پرانرژی از قبیل الکترونها و یونها قرار می گیرد تا جزقه اولیه برای همجوشی آغاز گردد [۱]. از آنجایی که هدف، رساندن این ذرات پرانرژی و نهشت انرژی آنها در مرکز پلاسمای چگال ایجاد شده در کپسول است، ترابرد باریکه الکترونی از پلاسمای چگال باعث خواهد شد که ناپایداریهایی در مسیر باریکه رخ دهد به طوری که این باریکه در همان مسیر اولیه یعنی پوسته پلاسما به شدت میرا شده و نتواند درون پلاسما نفوذ کرده و انرژی اش را در مکان مناسب به نهشت گذارد. این ناپایداریها بیشتر از نوع ناپایداریهای دوجریانی و رشته ای می باشند. در ناپایداری دو جریانی (TS) مسیر انتشار موج ناپایداری موازی با مسیر باریکه است در صورتی که در ناپایداری رشته ای (F) بردار موج عمود بر مسیر باریکه ورودی است. این دو ناپایداری میل ترکیبی زیادی با یکدیگر دارند که از آن به عنوان دوجریانی-رشته ای (TSF) یاد می شود. بررسی آهنگ رشد



این ناپایداریها می تواند کلید انجام همجوشی در روش اشتعال سریع باشد و راه را برای انجام آن هموار سازد  
[۲].

### روش کار :

جهت بررسی این ناپایداریها، با تشکیل تنسور پلازما ، معادله آشفستگی مربوط به سیستم باریکه-پلازما ایجاد ، سپس ریشه های آن استخراج می شود. ریشه های حقیقی مربوط به حالت پایدار پلازماست در حالی که ریشه های با بخش موهومی منفی، مربوط به آهنگ میرایی موج فرودی و ریشه های با بخش موهومی مثبت، آهنگ رشد ناپایداری را نشان خواهد داد.

در این بررسی ها بعد از تزریق باریکه الکترونی ورودی به پلازما حاصل ، با توجه به قانون بقای بار داریم [۳]:

$$\rho = \sum_s e_s n_s \quad (1)$$

که در رابطه بالا  $n$  چگالی ذره مورد نظر در پلازما و  $e$  بار الکتریکی ذره موجود در پلازماست که در این مورد با صرفه نظر کردن از بار یونها در محیط پلازما آماده همجوشی در صورتی که چگالی کل الکترونها موجود در محیط  $n_e$  نامیده شود رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$n_e = n_p + n_b \quad (2)$$

در رابطه بالا  $b$  مربوط به باریکه و  $p$  مربوط به الکترونها پلازماست. از طرف دیگر باریکه از نظر جریان، خشی در نظر گرفته شده است یعنی پس از تزریق باریکه به پلازما، مجموع جریانهها صفر است که منجر به رابطه زیر خواهد شد:

$$J = \sum_s e_s n_s v_s \quad (3)$$

با صرف نظر کردن از حرکت یونها موجود در سیستم به علت سنگینی با صفر قراردادن  $J$ ، رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$n_p v_p = n_b v_b \quad (4)$$

از آنجایی که مدل بررسی مدل سرد است یعنی این که این مدل به اثرهای گرمایی حساس نیست، تابع توزیع الکترونها موجود در سیستم به صورت زیر خواهد بود [۴]:

$$f_0(p) = n_p \delta(p_x) \delta(p_y) \delta(p_z + p) + n_b \delta(p_x) \delta(p_y) \delta(p_z - p) \quad (5)$$

با جاگذاری تابع توزیع مورد نظر در معادله تنسور پلازما، معادله آشفستگی حاصل از ورود باریکه محاسبه خواهد شد.

معادله تنسور پلاسما به صورت زیر است [۴]:

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{yy} - k^2\right) \left[ \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{xx} - k_z^2\right) \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{zz} - k_x^2\right) - \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{xz} + k_z k_x\right)^2 \right] = 0 \quad (6)$$

معادله (۶) دترمینان تنسور پلاسما است که معادله آشفته‌گی از ضریب دوم آن به دست می‌آید. c سرعت نور است و عناصر تنسور  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  از رابطه زیر به دست می‌آیند [۴]:

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} + \frac{\omega_p^2}{n_e \omega^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p_\alpha}{\gamma} \frac{\partial f_0}{\partial p_\beta} d^3 p + \frac{\omega_p^2}{n_e \omega^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p_\alpha p_\beta}{\gamma} \frac{k \cdot \frac{\partial f_0}{\partial p}}{m \gamma \omega - k \cdot p} d^3 p \quad (7)$$

در این مورد به علت تقارن، جهت انتشار موج ناپایداری به صورت  $(k_z, 0, k_x)$  می‌باشد. با جاگذاری رابطه (۷) در (۷) و تعریف متغیرهای بدون بعد زیر، معادله آشفته‌گی به دست می‌آید.

$$x = \frac{\omega}{\omega_p}, Z = \frac{k v_b}{\omega_p}, \alpha = \frac{n_b}{n_p}, \beta = \frac{v_b}{c}, \gamma \approx 1 \quad (8)$$

چون انتشار باریکه الکترونی در جهت  $k_z$  است برای یک مد ناپایداری دلخواه در فضا با بردار انتشار  $k$  می‌توان موارد زیر را به دست آورد:

$$Z_z = \frac{k_z v_b}{\omega_p} = \frac{k \cos(\theta)}{\omega_p}; Z_x = \frac{k_x v_b}{\omega_p} = \frac{k \sin(\theta)}{\omega_p} \quad (9)$$

در تمامی موارد منظور از  $\omega_p$  فرکانس پلاسماست که برابر با  $\sqrt{\frac{4\pi n_p e^2}{m_e}}$  می‌باشد. با جاگذاری عناصر محاسبه شده از رابطه (۷) در رابطه (۶) و استفاده از کمیت‌های بدون بعد تعریف شده در (۸) و (۹) معادله آشفته‌گی به صورت زیر خواهد بود:

$$\left(x^2 - 1 - \alpha - \frac{Z_z^2}{\beta^2}\right) \left[ \frac{x^2}{Z_x^2} - \alpha \frac{\left(\frac{x}{Z_x}\right)^2 + 1}{(x - Z_z)^2} - \frac{\left(\frac{x}{Z_x}\right)^2 + \alpha^2}{(x + \alpha Z_z)^2} - \frac{1}{\beta^2} \right] Z_x^2 \quad (10)$$

$$- \left( \frac{\alpha}{(-x + Z_z)} + \frac{\alpha}{(x + \alpha Z_z)} + \frac{Z_z}{\beta^2} \right) Z_x^2 = 0$$

برای ناپایداری دو جریانی که در مسیر موازی با باریکه رشد می‌کند، شرط زیر حاکم است:

$$\theta = 0; Z_x = 0; Z_z = Z \quad (11)$$

معادله (۱۰) برای ناپایداری دو جریانی به معادله زیر تحویل خواهد شد:



$$\left(x^2 - 1 - \alpha - \frac{Z^2}{\beta^2}\right) \left(1 - \frac{\alpha}{(x-z)^2} - \frac{1}{(x+\alpha z)^2}\right) = 0 \quad (12)$$

برای ناپایداری رشته ای که در مسیر عمود بر باریکه رشد می کند، شرط زیر حاکم است:

$$\theta = \frac{\pi}{2}; Z_x = Z; Z_z = 0 \quad (13)$$

در نتیجه برای ناپایداری رشته ای معادله (۱۰) به صورت زیر در خواهد آمد:

$$(x^2 - 1 - \alpha) \left[ x^4 - x^2 \left(1 + \alpha + \frac{Z^2}{\beta^2}\right) - Z^2 \alpha (1 + \alpha) \right] = 0 \quad (14)$$

معادلات (۱۰) و (۱۲) و (۱۴) معادلات جبری اند که به راحتی قابل حل می باشند. برای بررسی ناپایداری تنها

ریشه های محاسبه شده به صورت  $x = \frac{\omega_r}{\omega_p} + i \frac{\delta}{\omega_p}$  مد نظر می باشند.

برای بررسی ناپایداریها، محاسبه بیشینه آهنگ رشد یکی از مهمترین کمیتهاست که در این جا برای هر دو نوع ناپایداری محاسبه خواهد شد. برای محاسبه بیشینه ناپایداری دوجریانی باید این نکته را بدانیم که بیشینه در حول وحوش  $Z=1$  اتفاق می افتد [۵]. یعنی در جایی که فرکانس سیستم تقریباً با فرکانس پلاسما قبل از تزریق باریکه برابر است. در نتیجه برای محاسبه بیشینه آهنگ رشد دوجریانی مقدار زیر برای  $X$  قرار داده می شود:

$$x \approx 1 + u \quad (15)$$

با جاگذاری معادله (۱۵) در فاکتور دوم معادله (۱۲) خواهیم داشت:

$$u^2 \approx \frac{\alpha}{\beta} e^{i\pi} \quad (16)$$

که بدین ترتیب  $X$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$x = \left(1 - \frac{\alpha^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{3}{3}}}\right) + i \frac{\sqrt{3}}{2^{\frac{3}{3}}} \alpha^{\frac{1}{3}} \quad (17)$$

$$\delta_{\max}^{TS} = \frac{\sqrt{3}}{2^{\frac{3}{3}}} \alpha^{\frac{1}{3}} \omega_p \quad (18)$$

دلیل استفاده از فاکتور دوم معادله (۱۲) آن است که فاکتور اول ریشه موهومی ندارد.

برای ناپایداری رشته ای، برای فاکتور دوم می توان ریشه ها را به صورت زیر محاسبه کرد:

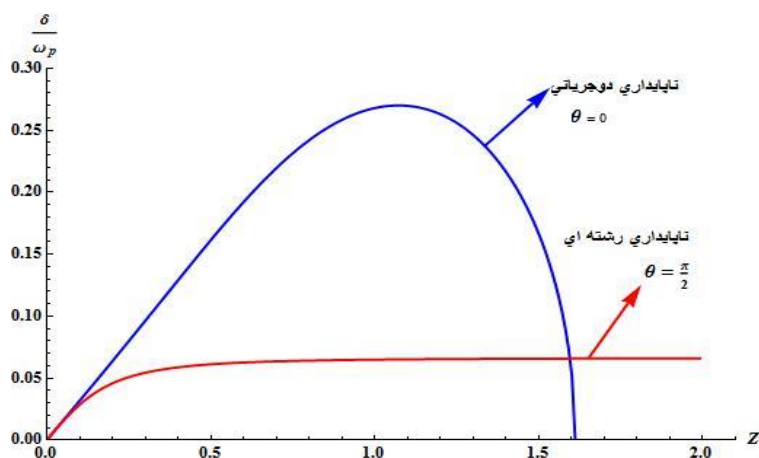
$$x^2 = -\left(1 + \alpha + \frac{Z^2}{\beta^2}\right) \pm \sqrt{\left(1 + \alpha + \frac{Z^2}{\beta^2}\right)^2 + 4Z^2 \alpha (1 + \alpha)} \quad (19)$$

با استفاده از تقریب دو جمله ای بیشینه آهنگ رشد ناپایداری رشته ای به صورت زیر محاسبه خواهد شد:



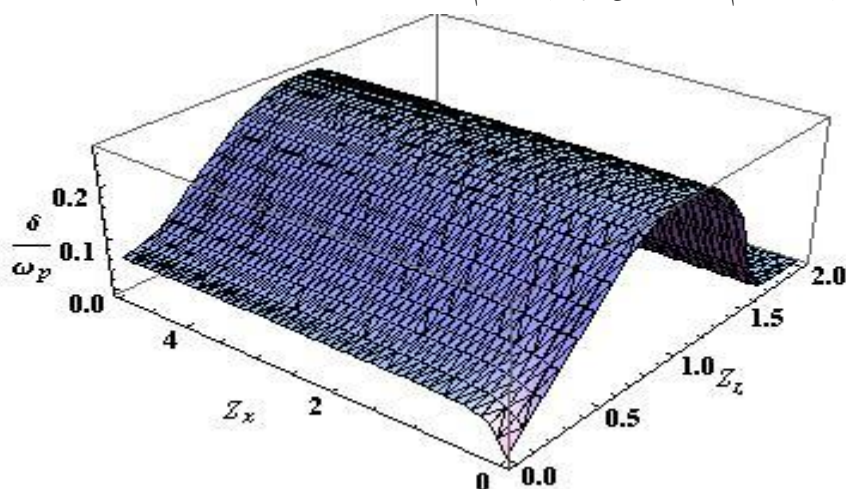
$$\delta_{\max}^F = \beta Z \sqrt{\frac{\alpha}{Z^2 + \beta^2}} \omega_p \quad (20)$$

در این قسمت آهنگ رشد ناپایداری، برای مدهای مختلف بررسی شده است. این کار برای معادلات (۱۰) و (۱۲) و (۱۴) به ازای تغییر ضریبی از طول موجهای ناپایداری (یعنی همان  $Z$ ) با گام  $(0, 0.1)$  با کمک نرم افزار Mathematica انجام شده است.



شکل (۱): مقایسه آهنگ رشد ناپایداری دوجریانی و رشته ای  $\alpha = 0.1, \beta = 0.2$

در شکل (۱) آهنگ رشد ناپایداری به ازای مدهای مختلف ناپایداری برای هر دو نوع مقایسه شده است. برای بررسی برهم کنش دو ناپایداری می بایست معادله (۱۰) به ازای گامهای مختلف حل شود و بخش موهومی ریشه ها برحسب آن رسم شود. بدین ترتیب داریم:



شکل (۲): آهنگ رشد ناپایداریها برای مدها و جهت گیریهای دلخواه در فضا،  $\alpha = 0.1, \beta = 0.2$



همان طور که در شکل (۲) مشخص است ناپایداری به ازای مدهای انتشار با جهت‌های مختلف نسبت به باریکه نشان داده شده است که به طور مشخص در زاویه صفر و ۹۰ با جهت باریکه، نمودار (۲) به صورت شکل (۱) در می‌آید. حالت‌های میانی بین  $Z_x$  و  $Z_y$  مربوط به ناپایداری ترکیبی حاصل از دوجریانی و رشته ای است.

### نتایج :

از آنجایی که در بررسی های مربوط به ناپایداریهای پلاسما مهمترین عنصر، محاسبه بیشینه آهنگ رشد ناپایداری است، در این کار این بیشینه برای ناپایداری های موجود در سیستم باریکه-پلاسما برای هر دو مد

دو-جریانی و رشته ای محاسبه شده است. این آهنگ رشد برای ناپایداری دو جریانی  $\delta_{\max}^{TS} = \frac{\sqrt{3}}{4} \alpha^{\frac{1}{3}} \omega_p$  و

برای رشته ای  $\delta_{\max}^F = \beta Z \sqrt{\frac{\alpha}{Z^2 + \beta^2}} \omega_p$  برحسب پارامترهای تاثیر گذار بر سیستم به دست آمد. در نمودار

(۱) آهنگ رشد دو نوع ناپایداری مورد بحث به ازای پارامتر معینی مقایسه شده است و در نمودار سه بعدی (۲) آهنگ رشد مدهای ترکیبی از این دو نوع ناپایداری نشان داده شده است.

### نتیجه گیری :

آهنگ رشد ناپایداری دوجریانی و رشته ای برای باریکه الکترونی ورودی به محیط پلاسمای چگال در اشتعال سریع بررسی شد. بیشینه این آهنگهای رشد محاسبه شد که در هر دو مورد با چگالی نسبی باریکه و پلاسما بستگی مستقیم داشته و مشخص شد که آهنگ رشد ناپایداری دوجریانی بسیار بیشتر از ناپایداری رشته ای است. هر چند مدل بررسی برای توزیع ذرات موجود در سیستم بسیار ساده بود و ملاحظات گرمایی در نظر گرفته نشد اما این مدل می تواند برای حالت‌های سرد که برخورد بین ذرات پلاسما وجود ندارد و یا به عبارت دیگر زمان مراحل همجوشی کوتاه تر از زمان برخورد بین ذرات پلاسما است، مناسب باشد.

### مراجع :

- [۱] S. Atzeni and J.Meyer-ter-ven; "Inertial Fusion"; ۲۰۰۴, Clarendon press. (۲۰۰۴).  
 [۲] A. Bret and C. Deutsch; "A Fluid Approach to Linear Beam Plasma electromagnetic Instabilities"; Physics of Plasmas ۱۳, No. ۰۴۲۱۰۶, ۱-۲, (۲۰۰۶).  
 [۳] R. A. Treumann and W. Baumjohann; "Advance Space of Plasma"; Imperial Collage Press London, ۵, (۲۰۰۱).  
 [۴] A. Bret, M. C. Firpo, C. Deutsch; "Collective Electromagnetic modes for Beam-Plasma Interaction in the Whole k Space" Physical Review E ۷۰, No. ۰۴۶۴۰۱, ۳, (۲۰۰۴).  
 [۵] L.H. Lyo. "Non Linear Space Plasma Physics (۱)"; Harvard Press, ۴-۵, (۲۰۰۵).