



مطالعه برهم‌کنش یون‌های سنگین با استفاده از مدل تابع چگالی انرژی اسکریم

وحید، زنگانه*؛ عبدالمجید، ایزدپناه؛ مهدی، میرزایی

گرگان، دانشگاه گلستان، گروه فیزیک

چکیده

محاسبه‌ی پتانسیل کل و سطح مقطع در برهم‌کنش یون‌های سنگین به خواص ذاتی هسته‌های شرکت‌کننده در واکنش وابسته است. مدل تابع چگالی انرژی اسکریم، یکی از مدل‌هایی است که می‌تواند به خوبی خواص هسته را توصیف کند و محاسبه‌ی تحلیلی پتانسیل را بر حسب نیروهای سه جسمی و چگالی‌هایی که محاسبات خود-سازگار را تسریع می‌کند، ممکن سازد. این مدل می‌تواند انتخابی مناسب برای توصیف واکنش یون‌های سنگین باشد. در این مقاله با استفاده از تابع چگالی اسکریم از نوع SKX پتانسیل کل و سطح مقطع و ارتفاع سد همجوشی را برای چندین واکنش مختلف محاسبه نموده ایم. نتایج را با مقادیر تجربی و مدل‌های دیگر مقایسه نموده ایم.

کلیدواژه: تابع چگالی انرژی اسکریم، برهم‌کنش یون سنگین، سطح مقطع هم‌جوشی، پتانسیل برهم‌کنش.

مقدمه

مطالعه برهم‌کنش یون‌های سنگین به منظور تولید هسته‌های فوق سنگین و بررسی ماده هسته‌ای، از موضوعات مورد توجه در سال‌های اخیر می‌باشد [۱]. و محاسبه‌ی پتانسیل کل بین هسته‌های شرکت‌کننده در برهم‌کنش و به تبع آن سطح مقطع کل واکنش مهمترین بخش این بررسی‌ها است [۲]. این پتانسیل از دو بخش دافعه کولنی و جاذبه هسته‌ای تشکیل شده است. از آنجا که قسمت کولنی را می‌توان به صورت دقیق محاسبه کرد، بدست آوردن بخش هسته‌ای دارای اهمیت بیشتری می‌باشد. با کاربرد مدل‌هایی که ویژگی‌های بیشتری از ساختار هسته‌ها را نشان می‌دهند، می‌توان درک بهتری از ساختار هسته‌ها داشته باشیم. مدل‌های نظری مختلفی برای محاسبه پتانسیل کل برهم‌کنش پیشنهاد شده است که از آن جمله می‌توان به مدل‌های (D.F.)، (M.W.S) Modified Woods-Saxon، Proximity، Double Folding و تابع چگالی انرژی اسکریم اشاره کرد [۱]. در این میان مدلی که قابلیت اعمال اثرات مختلف و ویژگی‌های بیشتری از ساختار هسته‌ها را در محاسبه پتانسیل برهم‌کنش دارد، می‌تواند بسیار مورد توجه قرار گیرد. مدل تابع چگالی انرژی اسکریم قابلیت اعمال تراکم ناپذیری ماده هسته‌ای را در محاسبات ساختار هسته‌ای و برهم‌کنش بین هسته‌ها دارد [۷]، و علاوه بر آن می‌توان اثرات نیروهای سه جسمی بین نوکلئون‌ها را نیز در نظر گرفت. در این مقاله از این مدل برای مطالعه برهم‌کنش یون‌های سنگین به منظور به دست آوردن پتانسیل و سطح مقطع واکنش برای واکنش‌های مختلف استفاده کرده ایم.

تئوری مدل تابع چگالی انرژی اسکریم

انرژی بستگی کل یک هسته به صورت انتگرال تابع چگالی انرژی بیان می شود [۳]

$$E = \int H dr \quad (1)$$

تابع چگالی انرژی H شامل قسمت های جنبشی، هسته ای و برهم کنش کولنی است

$$H = \hbar^2/2m[\tau_p(r) + \tau_n(r)] + H_{sky}(r) + H_{coul}(r) \quad (2)$$

برای قسمت جنبشی، فرمول عامل شکل جرم- موثر زیر داریم [۴]:

$$f_i(r) = \frac{1}{2} + \frac{m}{\hbar^2} \left\{ \frac{1}{\epsilon} [t_1(1+x_1/2) + t_2(1+x_2/2)] \rho(r) + \frac{1}{\epsilon} [t_2(x_2+1/2) - t_1(x_1+1/2)] \rho_i(r) \right\} \quad (3)$$

چگالی های انرژی جنبشی τ برای پروتون ها ($i=p$) و برای نوترون ها ($i=n$) با رابطه ی زیر داده می شوند:

$$\tau_i(r) = \frac{3}{5} (\frac{3}{4} \pi^2)^{2/3} \rho_i^{5/3} + \frac{1}{3} \frac{1}{\epsilon} (\nabla \rho_i)^2 / \rho_i + \frac{1}{3} \Delta \rho_i + \frac{1}{6} ((\nabla \rho_i \nabla f_i + \rho_i \Delta f_i) / f_i) \quad (4)$$

$$- \frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon} \rho_i (\nabla f_i / f_i)^2 + \frac{1}{2} \rho_i (\frac{m}{\hbar^2} (W \cdot / 2) (\nabla (\rho + \rho_i) / f_i))^2 \quad (4)$$

که در اینجا ρ_i چگالی های پروتونی یا نوترونی هسته، و $\rho = \rho_p + \rho_n$ ، $W \cdot$ شدت برهم کنش اسپین-مدار اسکریم را مشخص می کند. قسمت برهم کنش هسته ای اسکریم، H_{sky} ، به شکل زیر می باشد [۵]:

$$H_{sky}(r) = (t_0/2) [(1+x_0/2) \rho^2 - (x_0+1/2) (\rho_p^2 + \rho_n^2)] + (1/2) t_2 \rho^2 [(1+x_2/3) \rho^2 - (x_2+1/2) (\rho_p^2 + \rho_n^2)]$$

$$+ (1/\epsilon) [t_1(1+x_1/2) + t_2(1+x_2/2)] \tau_p + (1/\epsilon) [t_2(x_2+1/2) - t_1(x_1+1/2)] (\tau_p \rho_p + \tau_n \rho_n)$$

$$+ (1/6) [3t_1(1+x_1/2) - t_2(1+x_2/2)] (\nabla \rho)^2 -$$

$$(1/6) [3t_1(x_1+1/2) + t_2(x_2+1/2)] [(\nabla \rho_n)^2 + (\nabla \rho_p)^2]$$

$$- (W \cdot / \epsilon) (\frac{m}{\hbar^2}) [(\rho_p/f_p) (\nabla \rho_p + \nabla \rho_n)^2 + (\rho_n/f_n) (\nabla \rho_n + \nabla \rho_p)^2] \quad (5)$$

که در اینجا $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3$ و α پارامترهای نیروی اسکریم هستند. این پارامترها از برازش ویژگیهای ماده هسته ای (مانند انرژی بستگی، شعاع هسته، تراکم ناپذیری ...) برای هسته های مختلف بدست می آید [۳ و ۷].

چگالی انرژی کولنی را می توان به صورت مجموع بخش های تبادلی و مستقیم در نظر گرفت.

$$H_{coul}(r) = (e^2/2) \rho_p(r) \int (\rho_p(r')/|r-r'|) dr' - (3e^2/4) (3/\pi)^{1/3} (\rho_p(r))^{4/3} \quad (6)$$



محاسبات پتانسیل برهم کنش :

پتانسیل برهم کنش $V_b(R)$ بین اجزای واکنش به صورت زیر است :

$$V_b(R) = E_{tot}(R) - E_1 - E_2 \quad (7)$$

که در اینجا R فاصله‌ی بین مراکز دو هسته می‌باشد، $E_{tot}(R)$ انرژی کل برهم کنش سیستم هسته‌ای و E_1 و E_2 انرژی‌های هسته‌های پرتابه و هدف هستند که از روابط زیر محاسبه می‌شوند

$$E_{tot}(R) = \int H[\rho_{1p}(r) + \rho_{2p}(r-R), \rho_{1n}(r) + \rho_{2n}(r-R)] dr ,$$

$$E_1 = \int H[\rho_{1p}(r), \rho_{1n}(r)] dr ,$$

$$E_2 = \int H[\rho_{2p}(r), \rho_{2n}(r)] dr . \quad (8)$$

نتایج بدست آمده برای چندین واکنش در جدول (۱) آورده شده است. در این جدول نتایج محاسبات ارتفاع (V_b) و محل سد (R_b) بدست آمده با نتایج حاصل از مدل‌های مختلف پتانسیل مقایسه شده است.

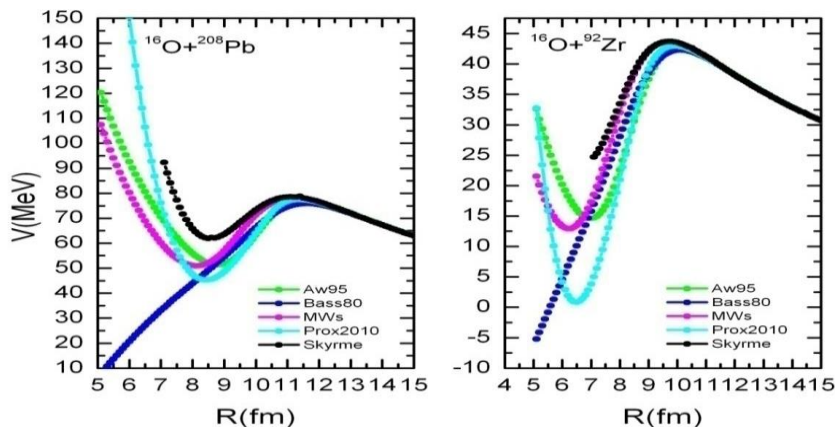
جدول (۱): مقایسه ارتفاع سد و محل سد بدست آمده از تابع چگالی انرژی اسکریم با مدل‌های دیگر.

مدل پتانسیل واکنش	Proximity ۲۰۱۰		MWS		Bass ۸۰		Aw۹۵		Skyme		Qvalue
	R_b	V_b	R_b	V_b	R_b	V_b	R_b	V_b	R_b	V_b	
$^{16}_8O + ^{40}_{20}Ca$	۸,۸	۲۳,۹۵	۸,۶	۲۴,۳۶	۹,۰	۲۳,۶۸	۹,۰	۲۳,۷۲	۸,۷	۲۴,۲۱	۱۴,۳۱
$^{16}_8O + ^{92}_{40}Zr$	۹,۹	۴۲,۹۲	۹,۷	۴۳,۶۰	۱۰,۱	۴۲,۲۹	۱۰,۱	۴۲,۶۵	۹,۷	۴۳,۶۸	۳,۹۳
$^{16}_8O + ^{147}_{62}Sm$	۱۰,۷	۶۲,۲۴	۱۰,۴	۶۳,۲۴	۱۰,۸	۶۱,۳۴	۱۰,۸	۶۲,۰۴	۱۰,۴	۶۳,۶۵	۲۸,۵۵
$^{16}_8O + ^{208}_{82}Pb$	۱۱,۴	۷۷,۵۱	۱۱,۲	۷۸,۲۱	۱۱,۶	۷۵,۹۳	۱۱,۵	۷۷,۰۲	۱۱,۱	۷۸,۵۹	۴۶,۴۸
$^{18}_{10}Ne + ^{56}_{26}Fe$	۸,۸	۳۹,۰۶	۸,۶	۳۹,۶۶	۸,۹	۳۸,۳۵	۹,۰	۳۸,۴۰	۸,۶	۳۹,۷۲	۴,۱۳
$^{42}_{20}Ca + ^{138}_{54}Nd$	۱۱,۵	۱۴۰,۷۸	۱۱,۰	۱۴۴,۷۱	۱۱,۵	۱۳۹,۳۶	۱۱,۵	۱۴۱,۴۲	۱۰,۹	۱۴۶,۱۴	۹۹,۴۷
$^{42}_{20}Ti + ^{112}_{48}Cd$	۱۱,۲	۱۲۶,۷۵	۱۰,۸	۱۲۹,۹۷	۱۱,۳	۱۲۵,۱۲	۱۱,۲	۱۲۶,۹۱	۱۰,۸	۱۲۹,۵۳	۴۹,۲۴
$^{44}_{24}Cr + ^{123}_{51}Na$	۱۱,۴	۱۶۹,۵۳	۱۰,۹	۱۷۵,۱۱	۱۱,۳	۱۶۸,۴۹	۱۱,۴	۱۷۰,۶۵	۱۰,۸	۱۷۵,۱۹	۱۱۰,۲۰
$^{44}_{24}Cr + ^{208}_{82}Pb$	۱۲,۳	۲۱۷,۱۳	۱۱,۷	۲۲۳,۱۷	۱۲,۱	۲۱۵,۱۳	۱۲,۲	۲۱۸,۴۰	۱۱,۴	۲۲۴,۳۳	۱۴۰,۹۳
$^{50}_{21}Sc + ^{144}_{62}Sm$	۱۲,۰	۱۴۶,۴۸	۱۱,۶	۱۴۹,۸۲	۱۲,۱	۱۴۴,۳۵	۱۲,۰	۱۴۶,۹۹	۱۱,۳	۱۵۲,۳۵	۸۹,۵۹
$^{70}_{30}Cr + ^{187}_{74}W$	۱۲,۷	۱۸۹,۸۵	۱۲,۳	۱۹۲,۸۱	۱۲,۸	۱۸۵,۹۰	۱۲,۷	۱۸۹,۷۱	۱۱,۹	۱۹۷,۶۰	۱۵۳,۰۸
$^{73}_{35}Mn + ^{112}_{48}Cd$	۱۱,۸	۱۳۶,۸۷	۱۱,۵	۱۳۹,۳۸	۱۲,۰	۱۳۴,۲۵	۱۱,۹	۱۳۶,۷۲	۱۱,۲	۱۴۱,۸۴	۸۵,۴۲
$^{56}_{26}Fe + ^{70}_{30}Zn$	۱۰,۴	۱۰۰,۱۳	۱۰,۰	۱۰۳,۲۱	۱۰,۴	۹۹,۲۲	۱۰,۵	۱۰۰,۲۹	۱۰,۰	۱۰۲,۵۶	۱۴,۴۷
$^{56}_{26}Fe + ^{80}_{32}Ge$	۱۰,۶	۱۰۴,۶۹	۱۰,۲	۱۰۷,۷۳	۱۰,۷	۱۰۳,۶۱	۱۰,۷	۱۰۴,۸۶	۱۰,۲	۱۰۷,۴۹	۲,۰۰
$^{۲۲}_{۱۲}Mg + ^{۷۰}_{۲۸}Ni$	۱۰,۳	۴۳,۶۳	۱۰,۲	۴۳,۹۳	۱۰,۶	۴۲,۵۳	۱۰,۵	۴۳,۱۰	۱۰,۰	۴۴,۵۰	۱۱,۴۶



${}_{23}^{52}\text{V} + {}_{42}^{80}\text{Mo}$	۱۰,۵	۱۲۲,۶۳	۱۰,۰	۱۲۶,۷۲	۱۰,۵	۱۲۱,۷۶	۱۰,۵	۱۲۲,۹۶	۱۰,۰	۱۲۷,۰۵	۷۷,۰۹
${}_{23}^{52}\text{V} + {}_{35}^{79}\text{Br}$	۱۰,۵	۱۰۲,۳۶	۱۰,۱	۱۰۵,۴۵	۱۰,۵	۱۰۱,۴۰	۱۰,۶	۱۰۲,۵۵	۱۰,۱	۱۰۵,۴۹	۳۶,۳۴
${}_{30}^{72}\text{Zn} + {}_{48}^{138}\text{Nd}$	۱۱,۴	۱۷۶,۹۰	۱۰,۸	۱۸۳,۲۹	۱۱,۳	۱۷۶,۰۹	۱۱,۳	۱۷۸,۴۱	۱۰,۸	۱۸۴,۱۳	۷۶,۲۵
${}_{12}^{24}\text{Mg} + {}_{27}^{69}\text{Co}$	۱۰,۳	۴۲,۱۵	۱۰,۲	۴۲,۳۵	۱۰,۶	۴۱,۰۱	۱۰,۵	۴۱,۵۷	۱۰,۰	۴۲,۹۰	۱۳,۰۷
${}_{10}^{19}\text{Ne} + {}_{30}^{72}\text{Zn}$	۹,۶	۴۱,۳۶	۹,۴	۴۲,۰۹	۹,۸	۴۰,۷۷	۹,۸	۴۱,۰۷	۹,۴	۴۱,۹۳	۱۷,۰۶
${}_{23}^{52}\text{V} + {}_{47}^{90}\text{Ag}$	۱۰,۷	۱۳۵,۲۶	۱۰,۲	۱۳۹,۸۷	۱۰,۶	۱۳۴,۴۱	۱۰,۷	۱۳۵,۷۸	۱۰,۰	۱۴۱,۳۱	۷۸,۱۲
${}_{22}^{52}\text{Ti} + {}_{44}^{87}\text{Ru}$	۱۰,۵	۱۲۲,۸۲	۱۰,۰	۱۲۶,۹	۱۰,۵	۱۲۱,۹۴	۱۰,۶	۱۲۳,۱۴	۱۰,۰	۱۲۷,۳۵	۷۲,۴۵
${}_{24}^{54}\text{Cr} + {}_{48}^{111}\text{Cd}$	۱۱,۲	۱۳۸,۷۲	۱۰,۷	۱۴۲,۸۴	۱۱,۱	۱۳۷,۴۱	۱۱,۱	۱۳۹,۲۳	۱۰,۷	۱۴۲,۳۸	۵۶,۳۴
${}_{27}^{69}\text{Co} + {}_{46}^{87}\text{Pd}$	۱۱,۳	۱۴۷,۲۴	۱۰,۸	۱۵۲,۰۳	۱۱,۳	۱۴۶,۱۳	۱۱,۳	۱۴۸,۲۶	۱۰,۸	۱۵۱,۵۰	۳۷,۰۲
${}_{28}^{70}\text{Ni} + {}_{47}^{90}\text{Ag}$	۱۱,۵	۱۵۳,۸۰	۱۱,۰	۱۵۸,۶۰	۱۱,۵	۱۵۲,۴۸	۱۱,۵	۱۵۴,۸۳	۱۰,۸	۱۶۰,۳۹	۸۸,۸۹
${}_{28}^{70}\text{Ni} + {}_{54}^{136}\text{Xe}$	۱۲,۱	۱۶۸,۸۳	۱۱,۷	۱۷۲,۷۱	۱۲,۲	۱۶۶,۲۷	۱۲,۱	۱۶۹,۳۳	۱۱,۳	۱۷۶,۳۵	۱۲۳,۱۱
${}_{28}^{70}\text{Ni} + {}_{44}^{87}\text{Ru}$	۱۱,۴	۱۴۵,۷۲	۱۰,۹	۱۵۰,۲۷	۱۱,۴	۱۴۴,۴۷	۱۱,۳	۱۴۶,۶۲	۱۰,۸	۱۵۰,۷۹	۶۷,۸۲
${}_{28}^{70}\text{Ni} + {}_{48}^{111}\text{Cd}$	۱۱,۹	۱۵۲,۳۹	۱۱,۵	۱۵۵,۷۳	۱۲,۰	۱۴۹,۹۱	۱۱,۹	۱۵۲,۶۲	۱۱,۲	۱۵۸,۷۱	۱۰۵,۲۰
${}_{22}^{52}\text{Ti} + {}_{31}^{72}\text{Ga}$	۱۰,۴	۸۷,۶۴	۱۰,۰	۹۰,۰۹	۱۰,۵	۸۶,۶۹	۱۰,۵	۸۷,۶۸	۱۰,۱	۸۹,۸۲	۲۰,۹۱
${}_{22}^{52}\text{Ti} + {}_{30}^{72}\text{Zn}$	۱۰,۴	۸۵,۰۷	۱۰,۰	۸۷,۴۳	۱۰,۴	۸۴,۱۳	۱۰,۴	۸۵,۱۰	۱۰,۰	۸۷,۰۸	۱۷,۴۲

همچنین به عنوان نمونه، پتانسیل کل برهم‌کنش را برای واکنش‌های $({}^{16}\text{O}+{}^{208}\text{Pb})$ و $({}^{16}\text{O}+{}^{92}\text{Zr})$ در شکل (۱) نشان داده‌ایم و با پتانسیل مدل‌های ${}^{2010}\text{Prox}$ ، ${}^{80}\text{Bass}$ ، ${}^{95}\text{Aw}$ مقایسه کرده‌ایم.



شکل ۱: محاسبه پتانسیل کل برهم‌کنش با استفاده از مدل‌های مختلف برای واکنش‌های $({}^{16}\text{O}+{}^{208}\text{Pb})$ و $({}^{16}\text{O}+{}^{92}\text{Zr})$.

محاسبه‌ی سطح مقطع هم‌جوشی :



با استفاده از پتانسیل بدست آمده به روش مدل تابع چگالی انرژی اسکریم می‌توان سطح مقطع واکنش‌ها را از تقریب WKB با محاسبه احتمال گذار از سد پتانسیل، بدست آورد. در این روش سطح مقطع کل هم‌جوشی احتمال کلی وقوع برهم‌کنش است و از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\sigma_{tot}(E) = \sum_{l=0}^{l=\infty} \sigma_l(E) \quad (9)$$

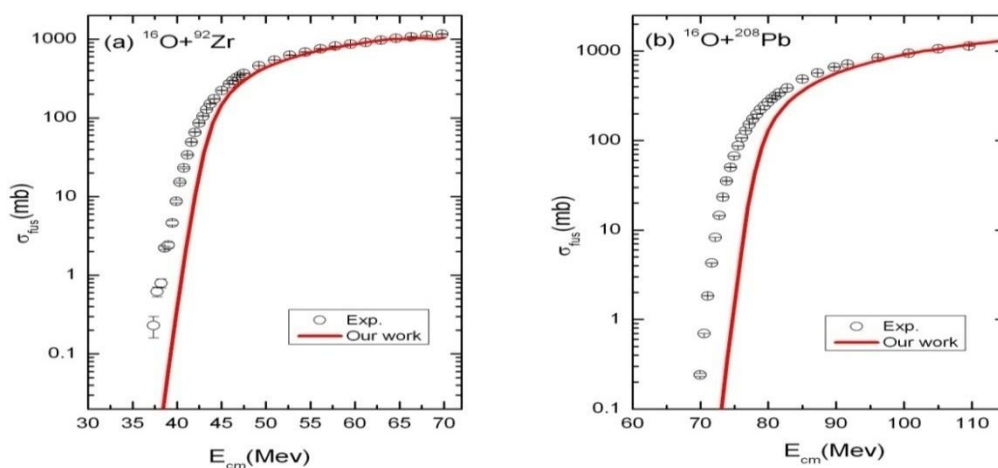
که در آن σ_l ، سطح مقطع جزئی برای پاره موج l ام بوده و از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\sigma_l(E) = \frac{\pi \hbar^2}{2\mu E} (2l+1) T_l(E) \quad (10)$$

در این جا μ جرم کاهش یافته‌ی هسته‌ی پرتابه و هدف، E انرژی مرکز جرم و T_l احتمال نفوذ پاره موج l ام می‌باشد که از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$T_l(E) = [1 + \exp(\gamma S_l(E))]^{-1} \quad (11)$$

برای نمونه سطح مقطع هم‌جوشی را برای واکنش‌های $(^{16}\text{O} + ^{92}\text{Zr})$ و $(^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb})$ محاسبه کرده و نمودار آن را در شکل (۲) رسم کرده‌ایم. به منظور مقایسه و بررسی صحت محاسبات، سطح مقطع تجربی را نیز در این شکل نشان داده‌ایم.



شکل ۲: محاسبه سطح مقطع هم‌جوشی با استفاده از مدل تابع چگالی انرژی اسکریم برای واکنش‌های $(^{16}\text{O} + ^{92}\text{Zr})$ و $(^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb})$.

نتیجه گیری



در این مقاله پتانسیل برهم کنش بین یونهای سنگین را با استفاده از تابع چگالی انرژی اسکریپت محاسبه کرده ایم. با توجه به اثرات نیروهای سه جسمی و خواص ذاتی ماده هسته ای که در این مدل وجود دارد ویژگیهای پتانسیل برهم کنش، محل سد و ارتفاع سد پتانسیل، را برای مجموعه زیادی از برهم کنشها مورد مطالعه قرار داده و با نتایج مدل‌های AW_{95} ، MWS ، $Prox_{2010}$ و $Bass_{80}$ مقایسه کرده ایم. همچنین به عنوان نمونه پتانسیل برهم کنش را نسبت به فاصله برای واکنشهای $(^6O+^{92}Zr)$ و $(^6O+^{208}Pb)$ محاسبه کرده و با مدل‌های دیگر مقایسه کرده ایم. در ادامه با بکارگیری تقریب WKB و محاسبه احتمال نفوذ از سد پتانسیل یگانه، سطح مقطع همجوشی را برای واکنشهای $(^6O+^{92}Zr)$ و $(^6O+^{208}Pb)$ محاسبه کرده و با نتایج تجربی مقایسه کردیم. همانطور که از شکل (۲) مشاهده می شود در نواحی بالای سد پتانسیل، توافق خوبی با نتایج تجربی مشاهده می شود و در نواحی پایین سد اختلافی با مقادیر تجربی وجود دارد که به دلیل در نظر نگرفتن اثرات مدهای مختلف دورانی و ارتعاشی در محاسبات سطح مقطع همجوشی می باشد.

مرجع‌ها

- [۱] J.O. Newton, C.R. Morton, M. Dasgupta, Phys. Rev. C ۶۴ (۲۰۰۱) ۶۴۶۰۸.
 [۲] O. N. Ghodsi and V. Zanganeh, PHYSICAL REVIEW C ۷۹, ۰۴۴۶۰۴ (۲۰۰۹).
 [۳] D. Vautherin, D.M. Brink, Phys. Rev. C ۵ (۱۹۷۲) ۶۲۶.
 [۴] P. Bonche, H. Flocard, P.H. Heenen, Nucl. Phys. A ۴۶۷ (۱۹۸۷) ۱۱۵.
 [۵] Min Liu, Ning Wang, and et. Al., Nucl. Phys. A ۷۶۸ (۲۰۰۶) ۸۰.
 [۶] V.Yu. Denisov, W. Noerenberg, Eur. Phys. J. A ۱۵ (۲۰۰۲) ۳۷۵.
 [۷] J. Bartel, K. Bencheikh, Eur. Phys. J. A ۱۴ (۲۰۰۲) ۱۷۹.