



## حل معادله ترابرد رادون با نرم افزار متمتیکا برای به دست آوردن غلظت آن در منازل

مجتبی، کریمی\*؛ علی اصغر، مولوی؛ بهنام، آزادگان،

سبزوار، دانشگاه حکیم سبزواری، گروه فیزیک

### چکیده

گاز رادون ماده‌ای رادیواکتیو و بسیار خطرناک است. گاز رادون از طریق خاک و بقیه مصالح قابلیت نفوذ به منازل را دارد. دانستن میزان غلظت رادون در مناطق مسکونی امروزه از اهمیت بالایی برخوردار است. در این پژوهش به معرفی کدی در متمتیکا می‌پردازیم که با وارد کردن اطلاعات مربوط به هندسه‌ی منازل می‌توان با استفاده از کد مورد نظر غلظت رادون را در نقاط مختلف منزل به دست آورد.  
کلمات کلیدی: رادون، معادله ترابرد، متمتیکا

### مقدمه

محیط زندگی ما پوشیده از خاک است. خاک خود شامل عناصر مختلفی است، که یکی از این عناصر اورانیوم است. اورانیوم خود یک عنصر با هسته‌ی ناپایدار و سنگین است که در زنجیره‌ی واپاشی خود عنصری به نام رادون را تولید می‌کند. این عنصر به دلیل گازی شکل بودنش به راحتی وارد محیط اطراف خود می‌شود. رادون عنصری خطرناک برای سلامتی و بهداشت انسان‌هاست و از جمله عوامل اصلی سرطان‌ها در دنیا گاز رادون است.

رادون یک عنصر شیمیایی جدول تناوبی است که نماد آن  $Rn$  است و عدد اتمی آن ۸۶ و عدد نوترونی آن ۱۳۲ است. این عنصر به لحاظ ساختار اتمی در گروه هشتم و تناوب ششم جای می‌گیرد که از عناصر هم گروه خود سنگین‌تر و در بین عناصر هم ردیف خود دارای کوچکترین شعاع اتمی است. به دلیل تکمیل بودن لایه ظرفیت آن یک گاز بی اثر بوده که تمایل چندانی به شرکت در واکنش‌های شیمیایی ندارد. همه‌ی ایزوتوپ‌های آن رادیواکتیو می‌باشند. این عنصر بی رنگ، بی بو و بی مزه و ظاهراً یک عنصر آرام و بی خطر به نظر می‌رسد که برعکس ممکن است بسیار خطرناک باشد.

از میان اجداد رادون اورانیوم-۲۳۸ با بالاترین درصد فراوانی در حدود ۹۹/۳ درصد در طبیعت اصلی‌ترین زنجیره‌ی در بردارنده‌ی رادون را ایجاد می‌کند و حدود ۰/۵ تا ۵ قسمت در میلیون در سنگ‌ها و خاک‌ها وجود دارد و پس از چند واپاشی به رادیوم ۲۲۶ تجزیه می‌شود که جامد بوده و مادر رادون است. اورانیوم و رادیوم می‌توانند توسط فرآیندهای ژئولوژیکی، استخراج معادن و تغییرات آب و هوایی وارد محیط شوند و سرانجام توسط آب رودخانه‌ها و دریاچه‌ها به مکان‌های مختلف منتقل می‌شوند.

### معادله‌ی ترابرد گاز رادون

معادله‌ی ترابرد گاز رادون به صورت زیر است: [۱]

$$\frac{\partial \beta C_a}{\partial t} = \varepsilon G - \lambda \beta C_a - \vec{V} \cdot \vec{J}$$

که  $\varepsilon$  کمیت بدون بعد تخلخل،  $G$  سرعت رشد رادون در حجم و بر حسب  $\text{Bqs}^{-1} / \text{m}^2$ ،  $\lambda$  ثابت واپاشی رادون  $2.09838 \times 10^{-6} \text{s}^{-1}$ ،  $\beta$  کمیت بدون بعد تصحیح جزئی تخلخل،  $c_a$  غلظت رادون در خلل و فرج پر شده با هوا بر حسب  $\text{Bqm}^{-3}$  و  $J$  چگالی شار رادون است.

برای سادگی ابتدا حالت ایستا را در نظر گرفته شده است که تغییرات زمانی غلظت رادون صفر است. با انجام کمی عملیات ریاضی و ساده سازی و استفاده از تقریب‌های مناسب [۲] معادله‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x \Delta y \varepsilon G = -D \frac{\Delta y}{\Delta x} [c_{k+1,m} + c_{k-1,m}] - D \frac{\Delta x}{\Delta y} [c_{k,m+1} + c_{k,m-1}] + c_{k,m} [\Delta x \Delta y \alpha + 2D \left( \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right)]$$

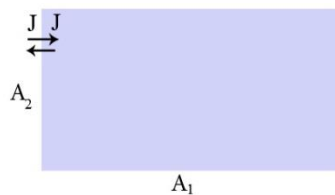
که  $\alpha = \lambda \beta - 2q$  است.

که در محاسبات  $q=0$  در نظر گرفته شده است. در معادله‌ی بالا ضرایب  $D$  و  $\alpha$  معلوم هستند که از مشخصات مصالح می‌باشند و ضریب  $c$  مجهول و نشان دهنده‌ی غلظت می‌باشد. معادله را می‌توان به شکل ماتریسی زیر تبدیل کرد که با محاسبه‌ی ماتریس وارون  $A$  می‌توان ماتریس  $C$  را محاسبه نمود.

$$A \vec{c} = \vec{b} \Rightarrow \vec{c} = A^{-1} \vec{b}$$

### شرایط مرزی

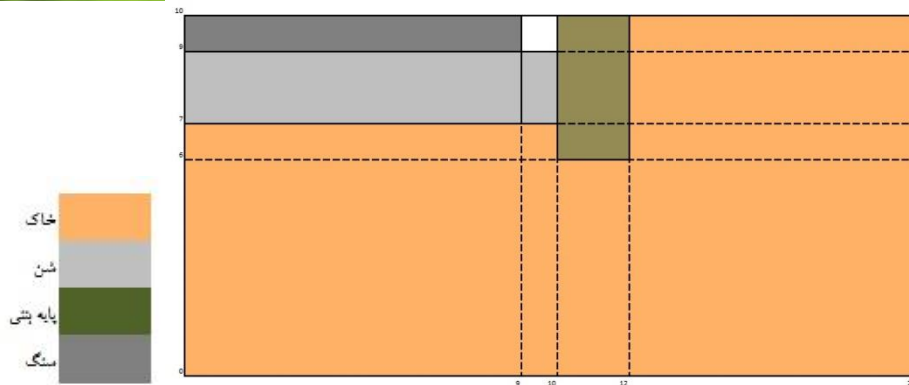
برای شرایط مرزی شکل ۱ برای کل هندسه در نظر گرفته شده است. فرض می‌کنیم غلظت رادون در مرز  $A_1$  صفر باشد. این فرض از آن جا در نظر گرفته شده است که در اعماق زمین رادون از وجه  $A_1$  نمی‌تواند به بالاتر نفوذ کند. در مرز  $A_2$  نیز غلظت رادون صفر است زیرا شار رادون که از دو طرف وارد مرز می‌شود با هم برابر است و در نتیجه جریان خالص شار رادون برابر صفر است و این دو شرط مرزی برای حل مسأله کافی است.



شکل ۱: شرایط مرزی.

### حل یک مسأله

هندسه‌ای مانند شکل ۲ به عنوان ورودی برنامه در نظر گرفته شده است.



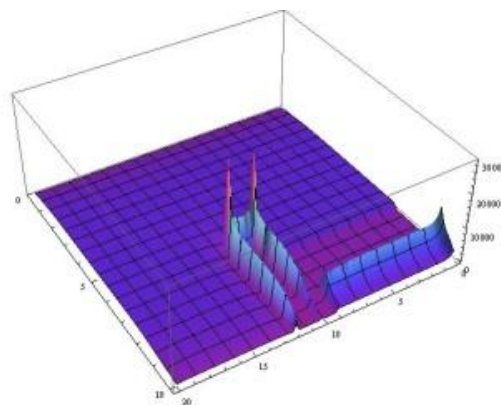
شکل ۲: هندسه‌ی تعریف شده برای کد

ضرائب مربوط به هر ناحیه در جدول ۱ فهرست شده‌اند که به عنوان مقادیر ثابت ورودی در نظر گرفته می‌شوند.

جدول ۱: پارامترهای مربوط به مصالح ساختمانی.

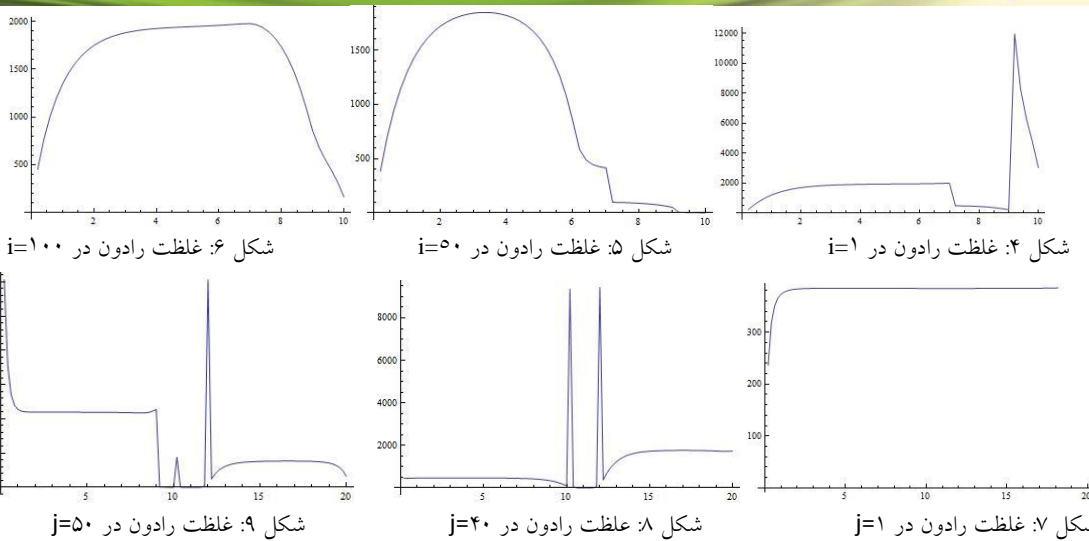
نام ماده	نام ماده در کد	$\kappa$	$A_{Ra}$	$f$	$\epsilon$	$\theta_v$	$D$
خاک	mat ۱	$10^{-11}$	۴۰	۰/۲	۰/۲۵	۰/۲	$4/3 \times 10^{-7}$
سنگ	mat ۲	$10^{-15}$	۵۰	۰/۱	۰/۲۰	۰	$2 \times 10^{-8}$
شن	mat ۳	$5 \times 10^{-9}$	۴۰	۰/۲	۰/۴۰	۰	$1/8 \times 10^{-6}$
پایه بتنی	mat ۴	$10^{-15}$	۰	۰	۰/۲	۰	$10^{-19}$
شکاف	mat ۵	$7/5 \times 10^{-7}$	۰	۰	۱	۰	$1/2 \times 10^{-5}$

مقدار طول مش  $\Delta x$  و  $\Delta y$  برابر با ۰,۲ متر در نظر گرفته شده است. میزان غلظت رادون در مکان‌های مختلف در شکل ۳ نشان داده شده است. برش‌های عرضی و طولی از نمودار شکل ۳ در شکل‌های ۴ - ۷ نشان داده شده‌اند.



شکل ۳: نمودار سه بعدی میزان

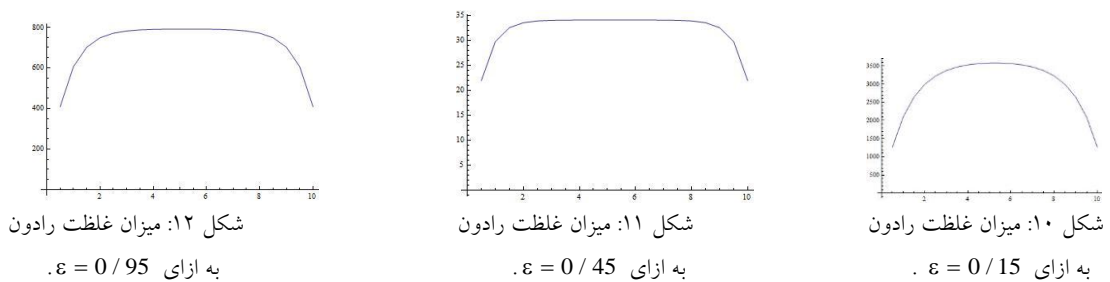
غلظت رادون به ازای  $\Delta x = 0/2$



به منظور بررسی اثر پارامترهای مختلف بر میزان غلظت رادون در کد پارامتر مورد نظر را تغییر دادیم تا اثرات آن را مطالعه کنیم. در ادامه به آن‌ها اشاره خواهیم کرد.

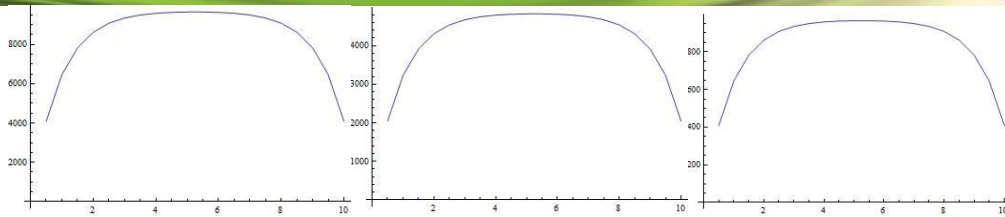
### بررسی اثر ضریب تخلخل در غلظت رادون

برای بررسی اثر ضریب تخلخل روی میزان غلظت گاز رادون حجم مفروض از خاک به ابعاد  $10 \times 10$  را در نظر گرفته شده است. تمام ضرایب موجود در معادله‌ی ترابرد گاز رادون را ثابت در نظر گرفته و فقط ضریب تخلخل را با طول گام  $0/1$  افزایش داده شده است. شکل‌های ۹ تا ۱۱ نشان می‌دهند که با افزایش ضریب تخلخل میزان غلظت رادون نیز افزایش می‌یابد.



### بررسی اثر ضریب کسر گسیل در میزان غلظت رادون

برای بررسی اثر ضریب کسر گسیل در میزان غلظت رادون پارامترها ثابت در نظر گرفته و ضریب کسر گسیل یعنی  $f$  را با طول گام  $0/1$  افزایش دادیم. شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نشان می‌دهند که با افزایش ضریب گسیل میزان غلظت رادون افزایش می‌یابد.



شکل ۱۳: میزان غلظت رادون به ازای  $0/1=f$     شکل ۱۴: میزان غلظت رادون به ازای  $1=f$

### نتیجه گیری

برای محاسبه میزان غلظت گاز رادون کد کامپیوتری بر پایه زبان Mathematic طراحی شده است. کد را برای چندین هندسه مختلف اجرا و نتایج آن بررسی شده‌اند. تأثیر پارامترهایی از قبیل ضریب تخلخل و ضریب کسر گسیل در میزان غلظت گاز رادون بررسی شده است.

مرجع‌ها:

[۱]: Claus E. Andersen, Radon Transport Modelling: User's guide to RnMod<sup>3</sup>d, Riso National Laboratory, Denmark, p:۸, ۲۰۰۰.

[۲]: George I. Bell & Samuel Glasstone, Nuclear Reactor Theory, p:۵۸.