جهت تهیه فایل WORD این مقاله به سایت DaneshResan.com مراجعه نمایید و عنوان مقاله را جستجو کنید
بیش از ۲ میلیون مقاله فارسی در این سایت موجود میباشد

دانشگاه گیلان
۷ و ۸ اسفند ماه ۱۳۹۲
رشت- دانشگاه گیلان
بیستمین کنفرانس هسته ای
Nuclear society of Iran
20th Iranian Nuclear Conference
26-27 February , 2014
University of Guilan Rasht - Iran

حل عددی مدل (۵)Z در هسته $^{137}_{56}Ba$

سیده زهره، آقامیری

سازمان انرژی اتمی، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، پژوهشکده فیزیک پلاسما و گداخت هسته‌ای

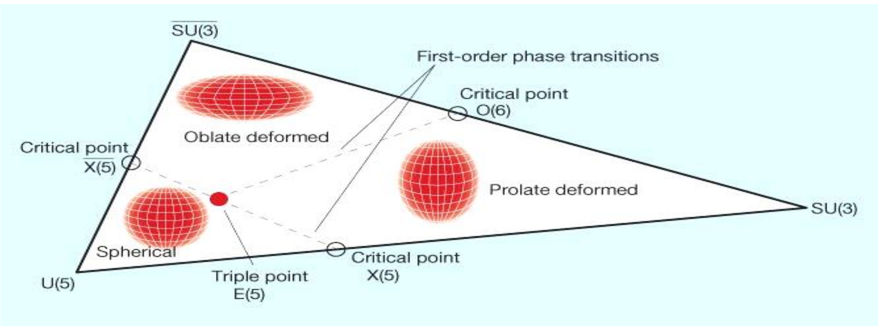
چکیده

مدل جمعی بوهر یکی از مدل های جامع هسته ای است که تغییر شکل هسته ها را در انرژیهای تحریک پایین توصیف میکند. مدل (۵)Z مدلی است که گذار شکل فاز هسته را از حالت تقارنی دوکی به حالت تقارنی پیازی ($SU(۳)\rightarrow SU(۳)^*$) توصیف میکند. بعلت شکل تابع پتانسیل، حل هامیلتونین هسته در این مدل تقریبی است. در این مقاله هامیلتونین را با روش بورن – اوپنهایمر و روش تقریبی وردش و تقریب آدیاباتیک حل کرده و نیز دقت تقریبی را که برای حل هامیلتونین در این مدل بکار میرود با جایگزینی $\langle\frac{۱}{\beta^۲}\rangle \rightarrow \frac{۱}{\langle\beta^۲\rangle}$ افزایش داده ایم.

کلید واژه: تقارنهای دینامیکی، مدل (۵)Z ، مدل جمعی، هسته های سنگین و هامیلتونین بوهر.

مقدمه

دستگاه مختصاتی که هامیلتونین هسته را در آن بررسی می کنیم دستگاه متصل به هسته، پنج بعدی و غیر متعامد است. در هامیلتونین بوهر متغیر دینامیکی β اسکیل هسته و متغیر دینامیکی γ میزان انحراف هسته از تقارن محوری هسته و θ_i $(i=۱،۲،۳)$ ها زوایای اویلر هستند. هسته در $\gamma\approx\pi/۶$ دارای می‌نیمم است و پتانسیل مدل (۵)Z به شکل $v(\beta,\gamma)=v_۱(\beta)+v_۲(\gamma)$ میباشد، شکل تابع پتانسیل در هامیلتونین موجب می شود معادله دیفرانسیل γ با متغیر β توأم شود. با در نظر گرفتن کند رفتار بودن متغیر دینامیکی β در مقایسه با متغیر دینامیکی γ این هامیلتونین را با تقریب آدیاباتیک حل می کنیم. در شکل (۱) گذار شکل فازها را از گروه های جبر تقارن دینامیکی (۵)U، (۳)SU و $SU(۳)^*$ نمایش داده ایم.



شکل (۱): گذار شکل فازها را از گروه های جبر تقارن دینامیکی (۵)U، (۳)SU و $SU(۳)^*$

روش کار

شکل کلی هامیلتونین بوهر به شکل زیر می‌باشد و آنرا به روش جداسازی متغیرها در سه مرحله حل میکنیم:

جهت تهیه فایل WORD این مقاله به سایت DaneshResan.com مراجعه نمایید و عنوان مقاله را جستجو کنید
بیش از ۲ میلیون مقاله فارسی در این سایت موجود میباشد

$$H=-\frac{\hbar^2}{2B}\left\{\frac{1}{\beta^4}\frac{\partial}{\partial\beta}\beta^4\frac{\partial}{\partial\beta}+\frac{1}{\beta^2}\left(\frac{1}{\sin 3\gamma}\frac{\partial}{\partial\gamma}\sin 3\gamma\frac{\partial}{\partial\gamma}-\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{3}\frac{L_i^2}{\sin^2\left(\gamma-\frac{2\pi i}{3}\right)}\right)\right\}+V(\beta,\gamma) \qquad (۱)$$

با معرفی پارامترهای جدید زیر هامیلتونین را ساده تر می کنیم:

$$\frac{2B}{\hbar^2}E=\epsilon=\epsilon_\beta+\epsilon_\gamma \quad , \quad \frac{2B}{\hbar^2}V(\beta,\gamma)=u(\beta,\gamma) \qquad (۲)$$

توابع پتانسیل متغیرهای دینامیکی β و γ به ترتیب چاه پتانسیل بینهایت و نوسانگر هماهنگ هستند و تابع نوسانگر γ در دارای مینیمم و نوسانات کوچک است.

$$u(\beta,\gamma)=u_1(\beta)+u_2(\gamma) \quad , \quad \begin{cases} u_1(\beta)=\begin{cases}0 & \beta\le\beta_w\\ \infty & \beta>\beta_w\end{cases}\\ u_2(\gamma)=\frac{1}{2}c\left(\gamma-\frac{\pi}{6}\right)^2\Big|_{\gamma-\frac{\pi}{6}\to\tilde{\gamma}}\end{cases} \qquad (۳)$$

در نهایت هامیلتونین را بر حسب متغیرهای دینامیکی آن به شکل زیر جداسازی می کنیم و اولین معادله ای که از جداسازی هامیلتونین حل می کنیم معادله‌ی زوایای اویلر است:

$$\underbrace{\frac{1}{\beta^4}\frac{\partial}{\partial\beta}\beta^4\frac{\partial}{\partial\beta}+\underbrace{\frac{1}{\beta^2}\left(\frac{1}{\sin 3\gamma}\frac{\partial}{\partial\gamma}\sin 3\gamma\frac{\partial}{\partial\gamma}+\beta^2 V_2(\gamma)-\underbrace{\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{3}\frac{L_i^2}{\sin^2\left(\gamma-\frac{2\pi i}{3}\right)}}_{\text{1:معادله زوایای اویلر}}\right)}_{\text{2:معادله }\gamma}+V_1(\beta)}_{\text{3:معادله }\beta}$$

$$\Psi(\beta,\gamma,\theta_i)=\xi(\beta)\Gamma(\beta,\gamma)D^L_{M\alpha}(\theta_i) \qquad (۴)$$

۱– معادله زوایای اویلر

$D^L_{M\alpha}(\theta_i)$ ها هماهنگهای کروی تعمیم یافته یا همان توابع ویگنر می‌باشند، L_i مولفه‌ی امi اندازه حرکت زاویه ای در راستای محور امi متصل به هسته است، α تصویر اندازه حرکت زاویه ای روی محور x ها در سیستم متصل به هسته و M تصویر اندازه حرکت زاویه ای روی محور x ها در سیستم آزمایشگاهی می‌باشد.

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{3}\frac{L_i^2}{\sin^2\left(\gamma-\frac{2\pi i}{3}\right)}\Big|_{\gamma\approx\frac{\pi}{6}}=4L^2-3L_1^2\\ \left(L^2-\frac{3}{4}L_1^2\right)D^L_{M\alpha}(\theta_i)=\left(L(L+1)-\frac{3}{4}\alpha^2\right)D^L_{M\alpha}(\theta_i)\end{cases} \qquad (۵)$$

بعد از حل معادله زوایای اویلر، جوابها را در معادله γ قرار می دهیم و معادله مربوط به آن را که به شکل زیر است، حل می کنیم:

جهت تهیه فایل WORD این مقاله به سایت DaneshResan.com مراجعه نمایید و عنوان مقاله را جستجو کنید
بیش از ۲ میلیون مقاله فارسی در این سایت موجود میباشد

$$\left\{\frac{۱}{\beta^{۲}}\left[\frac{۱}{\sin ۳\gamma}\frac{\partial}{\partial\gamma}\left(\sin ۳\gamma\frac{\partial}{\partial\gamma}\right)-\left(L(L+۱)-\frac{۳}{۴}\alpha^{۲}\right)\right]-\frac{۱}{۲}c\left(\gamma-\frac{\pi}{۶}\right)^{۲}+\varepsilon_\gamma\right\}\Gamma(\beta,\gamma)=۰ \qquad (۶)$$

۲- معادله γ

معادله دیفرانسیل γ همزمان شامل دو متغیر دینامیکی β و γ با هم است، این معادله را با در نظر گرفتن کند رفتار بودن متغیر دینامیکی β نسبت به متغیر دینامیکی γ، با تقریب آدیاباتیک $\left(\frac{۱}{\beta^{۲}}\rightarrow a\right)$ و تغییر متغیر $\gamma-\frac{\pi}{۶}\rightarrow\tilde{\gamma}$ حل می کنیم. معادله γ به معادله نوسانگر یک بعدی بر حسب $\tilde{\gamma}$ تبدیل می شود، در حالت کلی آن را بر حسب پارامتر b که آنرا در زیر معرفی می کنیم حل کرده و ویژه مقادیر و ویژه توابع متغیر دینامیکی γ را بدست می آوریم:

$$\left[\frac{۱}{\beta^{۲}}\left(\frac{\partial^{۲}}{\partial\gamma^{۲}}+۳\underbrace{\frac{\cos ۳\gamma}{\sin ۳\gamma}}_{0}\frac{\partial}{\partial\gamma}\right)-\frac{۱}{۲}c\left(\gamma-\frac{\pi}{۶}\right)^{۲}\right]\Bigg|_{\gamma-\frac{\pi}{۶}\rightarrow\tilde{\gamma}}\Gamma(b,\gamma)=\varepsilon_\gamma\Gamma(b,\gamma) \qquad (۷)$$

$$\xrightarrow[u(\gamma)=\frac{۱}{۲}c\tilde{\gamma}^{۲}]{\frac{۱}{\beta^{۲}}=b}\quad\left(\frac{\partial^{۲}}{\partial\tilde{\gamma}^{۲}}-\frac{c}{۲b}\tilde{\gamma}^{۲}\right)\Gamma(b,\tilde{\gamma})=\frac{\varepsilon_{\tilde{\gamma}}}{b}\Gamma(b,\tilde{\gamma}) \qquad (۸)$$

در نهایت ویژه مقادیر و ویژه توابع متغر دینامیکی γ به شکل زیر بدست می آیند:

$$\begin{cases}\varepsilon_{\tilde{\gamma}}=\sqrt{۲cb}\left(n_{\tilde{\gamma}}+\frac{۱}{۲}\right) \quad , \quad n_{\tilde{\gamma}}=۰,۱,۲,.... \quad ,b'=\left(\frac{cb}{۲}\right)^{\frac{۱}{۴}}\\ \eta_{n_{\tilde{\gamma}}}(\tilde{\gamma})=\left(\frac{b'}{\sqrt{\pi}\ \ ۲^{n_{\tilde{\gamma}}}\ n_{\tilde{\gamma}}!}\right)^{\frac{۱}{۲}}H_{n_{\tilde{\gamma}}}(b'\tilde{\gamma})\,e^{-\frac{۱}{۲}b'^{۲}\tilde{\gamma}^{۲}}\end{cases} \qquad (۹)$$

بعد از حل معادله‌ی γ، سومین معادله ای که حل می کنیم معادله‌ی β را می باشد.

۳- معادله β

$$\left(\frac{d^{۲}}{d\beta^{۲}}+\frac{۴}{\beta}\frac{d}{d\beta}+\varepsilon_\beta\right)\xi(\beta)=۰ \qquad (۱۰)$$

شکل کلی معادله دیفرانسیل (۱۰) شبیه به معادله دیفرانسیل بسل می باشد، با اعمال تغییر پارامتر $\varepsilon_\beta=k^{۲}$ و تغییر متغیر $x=k\beta$ معادله دیفرانسیل (۱۲) به معادله دیفرانسیل بسل تبدیل می شود. برای اینکار لازم است که ابتدا اعداد کوانتومی زیر را معرفی کنیم: $s=۰,۱,۲,...,\ \ \alpha=L-n_w$

$$\upsilon=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴L(L+۱)-۳\alpha^{۲}+۹}=\frac{۱}{۲}\sqrt{L(L+۴)+۳n_w(۲L-n_w)+۹} \qquad (۱۱)$$

با اعمال شرایط مرزی، ویژه مقادیر و ویژه توابع β را بدست می آوریم.

$$\varepsilon_\beta = \left(\frac{x_{s,\upsilon}}{\beta_w}\right)^{۲} \quad , \quad \xi(\beta) = \frac{\sqrt{۲}}{\beta_w J_{\frac{۵}{۲}}\left(x_{s,\frac{۳}{۲}}\right)}\, \beta^{-\frac{۳}{۲}}\, J_{\frac{۳}{۲}}(x)$$

ویژه مقادیر کاهش یافته‌ی کل را برای ترازهای هسته با شرایط ذکر شده بدست می آوریم.

$$\varepsilon_{۰,i} = \left(\frac{x_{۱,\frac{۳}{۲}}}{\beta_w}\right)^{۲} + ۲a_i b'_i\left(n_{\tilde\gamma} + \frac{۱}{۲}\right) \qquad (۱۲)$$

در مرحله بعد a را در روابط (الف) و (ب)، برای دو تقریب اول و دوم محاسبه می کنیم و در رابطه (۱۴) قرار میدهیم، $x_{s,\upsilon}$، S امین ریشه تابع بسل است که به ازای آن ویژه مقدار S ام معادله β بدست می آید. با استفاده از المان حجم در فضای پنج بعدی بوهر $\left(dv = d\beta\, \beta^{۴} d\gamma \sin ۳\gamma\, \underbrace{d\theta_{۱} \sin\theta_{۲}\, d\theta_{۲} d\theta_{۳}}_{d\Omega}\right)$ برای محاسبه‌ی تراز S–۱ ام هسته، حد بالای انتگرالهای زیر را S امین صفر تابع بسل قرار می دهیم.

الف) $\boldsymbol{a_1} = \dfrac{\mathbf{1}}{\langle\boldsymbol{\beta^2}\rangle}$

$$\langle\beta^{۲}\rangle = \int_{۰}^{\beta_w} d\beta\, \beta^{۴}\ \xi(\beta)\beta^{۲}\xi^*(\beta) = |c|^{۲}\int_{۰}^{\beta_w} d\beta\, \beta^{۳} J^{۲}_{\frac{۳}{۲}}(k\beta) = \frac{\beta_w^{۲}}{x^{۴}_{۱,\frac{۳}{۲}} J^{۲}_{\frac{۵}{۲}}\left(x_{۱,\frac{۳}{۲}}\right)}\int_{۰}^{x_{۱,\frac{۳}{۲}}} dx\, x^{۳} J^{۲}_{\frac{۳}{۲}}(x) \qquad (۱۳)$$

$$a_{۱} = \frac{x^{۴}_{۱,\frac{۳}{۲}} J^{۲}_{\frac{۵}{۲}}\left(x_{۱,\frac{۳}{۲}}\right)}{۱۰.۳۰۸}\frac{۱}{\beta_w^{۲}} = \frac{۵.۳۳۹}{\beta_w^{۲}} \qquad (۱۴)$$

ب) $\boldsymbol{a_2} = \langle\dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\beta^2}}\rangle$

$$\langle\frac{۱}{\beta^{۲}}\rangle = \int_{۰}^{\beta_w} d\beta\, \beta^{۴}\, \xi(\beta)\frac{۱}{\beta^{۲}}\xi^*(\beta) = |c|^{۲}\int_{۰}^{\beta_w} d\beta\ \frac{۱}{\beta}\ J^{۲}_{\frac{۳}{۲}}(k\beta) = \frac{۲}{\beta_w^{۲} J^{۲}_{\frac{۵}{۲}}\left(x_{۱,\frac{۳}{۲}}\right)}\int_{۰}^{x_{۱,\frac{۳}{۲}}} dx\ \frac{۱}{x}\ J^{۲}_{\frac{۳}{۲}}(x) \qquad (۱۵)$$

$$a_{۲} = \frac{x^{۴}_{۱,\frac{۳}{۲}} J^{۲}_{\frac{۵}{۲}}\left(x_{۱,\frac{۳}{۲}}\right)}{۱۰.۳۰۸}\frac{۱}{\beta_w^{۲}} = \frac{۳.۸۹۷}{\beta_w^{۲}} \qquad (۱۶)$$

مقادیر تقریبی محاسبه شده را در ویژه توابع و ویژه مقادیر γ و β قرار می دهیم:

$$\xrightarrow{b=\frac{۱}{\beta^{۲}}\rightarrow\frac{۱}{\langle\beta^{۲}\rangle}} \begin{cases} \varepsilon_{\tilde\gamma} = \left(\dfrac{۲c}{\langle\beta^{۲}\rangle}\right)^{\frac{۱}{۲}}\left(n_{\tilde\gamma} + \dfrac{۱}{۲}\right) & , b' = \left(\dfrac{c}{۲\langle\beta^{۲}\rangle}\right)^{\frac{۱}{۴}} \quad , \quad n_{\tilde\gamma} = ۰\ ,۱\ ,۲, \ldots. \\[2ex] \varepsilon_{\tilde\gamma} = ۲b'\left(n_{\tilde\gamma} + \dfrac{۱}{۲}\right) & , \eta_{n_{\tilde\gamma}}(\tilde\gamma) = \left(\dfrac{b'}{\sqrt{\pi}\ ۲^{n_{\tilde\gamma}} n_{\tilde\gamma!}}\right)^{\frac{۱}{۲}} H_{n_{\tilde\gamma}}(b'\tilde\gamma)\, e^{-\frac{۱}{۲}b'^{۲}\tilde\gamma^{۲}} \end{cases} \qquad (۱۷)$$

$$\xrightarrow{b=\frac{1}{\beta^2}\rightarrow\langle\frac{1}{\beta^2}\rangle}\begin{cases}\varepsilon_{\tilde{\gamma}}=\left(2c\langle\frac{1}{\beta^2}\rangle\right)^{\frac{1}{2}}\left(n_{\tilde{\gamma}}+\frac{1}{2}\right)\ ,b'=\left(\frac{1}{2}c\langle\frac{1}{\beta^2}\rangle\right)^{\frac{1}{4}}\quad ,n_{\tilde{\gamma}}=0,1,2,\ldots\\ \varepsilon_{\tilde{\gamma}}=2b'\left(n_{\tilde{\gamma}}+\frac{1}{2}\right)\ ,\eta_{n_{\tilde{\gamma}}}(\tilde{\gamma})=\left(\frac{b'}{\sqrt{\pi}\,2^{n_{\tilde{\gamma}}}n_{\tilde{\gamma}}!}\right)^{\frac{1}{2}}H_{n_{\tilde{\gamma}}}(b'\tilde{\gamma})\,e^{-\frac{1}{2}b'^2\tilde{\gamma}^2}\end{cases}\tag{18}$$

$$\varepsilon_{0,i}=\left(\frac{X_{1,\frac{3}{2}}}{\beta_w}\right)^2+2a_ib'_i\left(n_{\tilde{\gamma}}+\frac{1}{2}\right)\tag{19}$$

$$\xrightarrow{a=a_1}\ \varepsilon_{0,1}=\left(\frac{X_{1,\frac{3}{2}}}{\beta_w}\right)^2+2a_1b'_1\left(n_{\tilde{\gamma}}+\frac{1}{2}\right)=\frac{20.191}{\beta_w^2}+\frac{5.339}{\beta_w^2}\left(n_{\tilde{\gamma}}+\frac{1}{2}\right)\tag{20}$$

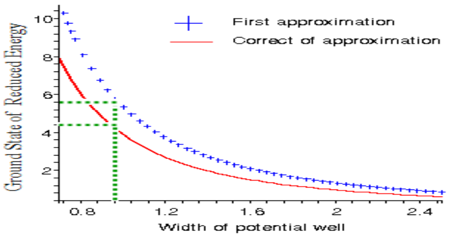
$$\xrightarrow{a=a_2}\ \varepsilon_{0,2}=\left(\frac{X_{1,\frac{3}{2}}}{\beta_w}\right)^2+2a_2b'_2\left(n_{\tilde{\gamma}}+\frac{1}{2}\right)=\frac{20.191}{\beta_w^2}+\frac{3.897}{\beta_w^2}\left(n_{\tilde{\gamma}}+\frac{1}{2}\right)\tag{21}$$

$$\varepsilon_{0,1}=(26.864+10.678b_1)\frac{1}{\beta_w^2}\quad ,\quad \varepsilon_{0,2}=(25.062+7.794b_2)\frac{1}{\beta_w^2}\tag{22}$$

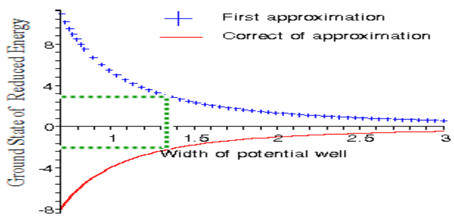
نتایج

در این تحقیق از اصل وردش استفاده کرده‌ایم، برای این منظور انرژی تراز پایه را در دو تقریب فوق بدست می‌آوریم. $\epsilon_{0,1}$ و $\epsilon_{0,2}$ به ترتیب ترازهای پایه به ازای اعداد کوانتومی $S=1$ و $\alpha=0$ برای تقریب اول و دوم میباشند که حالت کلی آنها را به ازای β_w های نامعین و برای تعدادی از پارامترهای کنترل رسم می‌کنیم.

تغییرات انرژی تراز پایه را به ازای تغییرات پارامترهای کنترل b_1 و b_2 برای تغییرات Prolate ($\beta>0$).

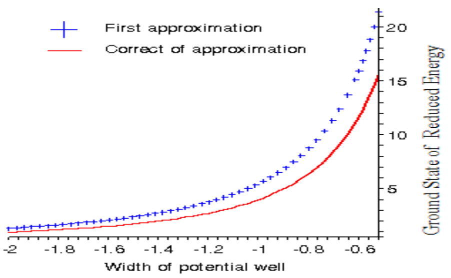


شکل (۱): $b_1=0/5$ و $b_2=1$

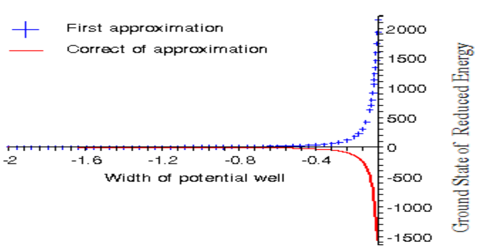


شکل (۲): $b_1=1$ و $b_2=-1$

تغییرات تراز انرژی پایه را به ازای تغییرات پارامترهای کنترل b_1 و b_2 برای تغییرات Oblate ($\beta<0$).



شکل (۳): $b_1=0/5$ و $b_2=1$



شکل (۴): $b_1=1$ و $b_2=-1$

بحث و نتیجه گیری

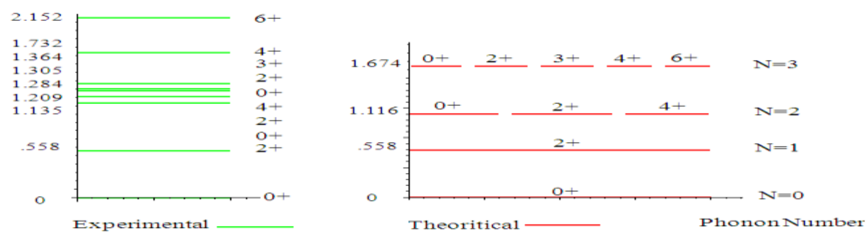
۱– نوع جداسازی که در هامیلتونین صورت گرفته است، معادله دیفرانسیل β را به معادله دیفرانسیل بسل کروی با مرتبه‌ی ثابت ۳/۲ بدون وابستگی به اعداد کوانتومی تبدیل می کند.

۲– با استفاده از اصل وردش، تقریبی که تراز پایه‌ی پایین تری را بدست دهد تقریب مناسبتری می باشد و از منحنیهای رسم شده ملاحظه می شود که تقریب بکار رفته در این مقاله انرژی تراز پایه‌ی پایین تری را بدست می دهد. انرژی تراز پایه را برای اندازه حرکتهای زاویه ای فرد محاسبه کرده ایم.

$\epsilon_{L=3}$=۲/۵۹۲, $\epsilon_{L=5}$=۲/۵۹۳, $\epsilon_{L=7}$=٤/٦٤٠, $\epsilon_{L=9}$=٦/٨٦١, $\epsilon_{L=11}$=٩/٣٠٠, $\epsilon_{L=13}$=١١/٩٨١, $\epsilon_{L=15}$=١٤/٨٧٥, $\epsilon_{L=17}$=١٧/٥١٠, $\epsilon_{L=19}$=٢١/٠٣٨

s,nw L	۱,۰	۱,۲	۲,۰	L	۱,۱
۰	۰,۰۰۰		۳,۹۱۳		
۲	۱,۰۰۰	۱,۸۳۷	۵,۶۹۷	۳	۲,۵۹۷
۴	۲,۳۵۰	۴,۴۲۰	۷,۹۶۲	۵	۴,۶۴۳
۶	۳,۹۸۴	۷,۰۶۳	۱۰,۵۶۷	۷	۶,۸۶۹
۸	۵,۸۷۷	۹,۸۶۴	۱۳,۴۶۹	۹	۹,۳۱۸
۱۰	۸,۰۱۹	۱۲,۸۵۲	۱۶,۶۴۶	۱۱	۱۱,۹۸۹
۱۲	۱۰,۴۰۳	۱۶,۰۴۳	۲۰,۰۸۸	۱۳	۱۴,۸۸۲
۱۴	۱۳,۰۲۴	۱۹,۴۴۳	۲۳,۷۸۸	۱۵	۱۸,۰۰۰
۱۶	۱۵,۸۷۸	۲۳,۰۵۶	۲۷,۷۴۰	۱۷	۲۱,۳۴۱
۱۸	۱۸,۹۶۴	۲۶,۸۸۴	۳۱,۹۴۲	۱۹	۲۴,۹۰۵
۲۰	۲۲,۲۷۹	۳۰,۹۲۸	۳۶,۳۹۰	۲۱	۲۸,۶۹۱

جدول (۱): نمایش ترازهای انرژی هسته $^{137}_{56}Ba$



شکل (۲): طیف ارتعاشی $^{137}_{56}Ba$ تئوری و تجربی

۳– منحنیهای رسم شده در این مقاله به ازای پارامترهای آزاد برای هسته سنگین $^{137}_{56}Ba$ رسم شده اند.

۴– برای هر دو منطقه‌ی تغییر شکل هسته در انرژیهای تحریک پایین، Prolate و Oblate با افزایش عرض چاه پتانسیل دقت هر دو تقریب بهم نزدیک می شوند.

مراجع

[١] Dennis.Bonatsos, D.Lenis, D.petrellis, P.A.Terziev ,Z(٥):Critical point symmetry for the Prolate to oblate nuclear shape phase transition ,physics Letters B ,٥٨٨،١٧٢-١٧٩ ,(٢٠٠٤).

[٢] F.Iachello ,Analytic description of critical point nuclei in a spherical-axially deformed shape phase transition, physical Review Letters, Volume ۸۷, number ۵ ,۰۵۲۵۰۲-۱ ۰۵۲۵۰۲ -۴,(۲۰۰۱).