مطالعه تاثیر اسپین روی رفتار آماری هسته های خانواده خاکهای نادر

هادی، صبری*؛ رحیم، سلیمانی – رضا، ملک زاده
دانشگاه تبریز - دانشکده فیزیک- گروه فیزیک هسته ای

چکیده:

تاثیر اسپین بر روی رفتار آماری هسته های خانواده خاکهای نادر، لانتانید ها، در قالب آمار توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازی بررسی شده است. دنباله های مورد مطالعه از ترازهای تجربی هسته های این خانواده و بسته به عدد جرمی، اسپین آخرین تراز پروتونی (یا نوترونی) تهیه می گردد. نتایج حاصل، رفتار آماری منظم تر هسته های زوج نسبت به هسته های فرد را نشان می دهد. همچنین، رابطه مستقیم بین افزایش نظم سیستم و افزایش اسپسن آخرین تراز نوترونی مشاهده می شود.

واژه های کلیدی: نظریه ماتریس تصادفی– خاکهای نادر (لانتانید ها)– اسپین– تغییر شکل چهار قطبی.

مقدمه:

نظریه ماتریس تصادفی برای مطالعه و بررسی رفتار آماری سیستم های مختلف فیزیکی مورد استفاده قرار می گیرد[۲-۱]. آمار های مختلف از جمله تابع توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازی، آمار $D_3(L)$دایسون – مهتا و ... ، بر پایه مقایسه افت وخیز های آماری دنباله های مورد مطالعه با پیش بینی های این نظریه، سیستم های مختلف را در قالب منظم یا تصادفی طبقه بندی می نماید. از طرفی، بررسی و مطالعه تاثیر پارامتر های مختلف روی رفتار آماری سیستم های هسته ای از جمله میزان تغییر شکل چهار قطبی[۲]، جفت شدگی[۳] و ... در سالیان اخیر مورد توجه قرار گرفته است. همچنین، با توجه به کم بودن نسبی تعداد ترازهای با تقارن های مشابه، اسپین و پاریته یکسان، در هسته های منفرد، گروه های مختلف مجبور به در نظر گرفتن مجموعه ای از هسته ها با ویژگی های مشترک از جمله محدوده های جرمی خاص، تقارنهای دینامیکی و ... شده اند.

مطالعه ساختارهسته های متعلق به خانواده خاکهای نادر، لانتانیدها،با توجه به ویژگی های کاربردی این هسته ها در پزشکی، صنعت و ... ، در سالیان اخیرمورد توجه قرار گرفته است. مطالعه گذار فاز کوانتومی شکلی [۴]، ویژگی های تغییر شکلی [۵] به صورت گسترده ای انجام شده و البته نتایج حاصل در خصوص رفتار متفاوت این دسته از هسته ها در مقایسه با ایزوتوپ های مجاور نشان داده شده است.

ما در این مقاله، برای بررسی ویژگی های ساختاری متناظر با ترازهای انرژی این خانواده از هسته ها، رفتار آماری دنباله های مختلف ساخته شده از ترازهای انرژی لانتانیدها را برای اولین بار مطالعه نموده ایم. دراین

بررسی، صرفا مجموعه ایزوتوپ های فرد و زوج سه هسته $^{135-144}_{58}Ce$ ، $^{156-165}_{66}Dy$ و $^{162-170}_{68}Er$ ، عناصر میانی خانواده لانتانیدها، را انتخاب نموده و در گروههای مختلف بسته به زوج یا فرد بودن، محدوده های جرمی ، آخرین تراز پروتونی (و یا نوترونی) طبقه بندی نموده ایم. نتایج حاصل، رفتار آماری منظمتر را برای هسته های زوج نسبت به هسته های فرد نشان می دهد. همچنین با افزایش اسپین آخرین تراز نوترونی میزان نظم سیستمها افزایش می یابد.

روش کار

آمار توزیع نزدیکترین فاصله بین تراز های($NNSD$)یا توابع $P(s)$، به عنوان پرکاربرد ترین آمار برای مطالعه سیستم های فیزیکی ، افت و خیز های آماری هر دنباله را با پیش بینی های نظریه ماتریس تصادفی مقایسه می نماید. شرط لازم و کافی برای استفاده از نظریه ماتریس تصادفی، وجو دنباله هائی با میانگین واحد می باشد. از طرفی داده های استفاده شده در ساختن دنباله ها باید دارای تقارن مشابه باشند که این شرط معادل با استفاده از ترازهائی با اسپین و پاریته در مفاهیم فیزیک هسته ای مشابه می باشد. با توجه به کم بودن تعداد هسته های حاوی حداقل ۲۵ تراز ،تعداد متداول در محاسبات رفتار آماری برای حداقل داده های هر دنباله، گرو ههای مختلف مطالعاتی هسته های مختلف را برای تهیه دنباله ها با هم ترکیب نموده اند. تهیه دنباله نرمالیزه به یک از مجموعه اطلاعات چندین هسته با برازش یک عبارت تئوریک برای تعداد ترازهای انرژی با انرژی کمتر ازE، انجام می پذیرد که تحت عنوان واپیچش نامیده میشود. این عبارت برفرمول ثابت–گرمایی منطبق بوده و به صورت زیر بیان می شود[۶]

$$N(E) = N_0 + \exp(\frac{E-E_0}{T}) \quad , \qquad (1)$$

که $T, E_0,\ N_0$ ۳ ثابت برای هر هسته به صورت قابل ملاحظه ای تغییر می نماید. با استفاده از یک چند جمله ای درجه ۲ برای هر یک از این ۳ پارامتر و برازش آنها با استفاده از اطلاعات تجربی موجود برای تراز های انرژی هسته های انتخابی[۷]، روابط زیر بر حسب عدد جرمی هسته ها،A ، حاصل میشود،

$$T = (1.88 \pm 0.21) - (0.08 \pm 0.09)A + (1.04 \pm 0.02) \times 10^{-4} A^2 \quad , \qquad (2a)$$

$$E_0 = (0.25 \pm 0.08) - (0.05 \pm 0.02)A + (1.31 \pm 0.06) \times 10^{-3} A^2 \quad , \qquad (2b)$$

$$N_0 = (0.43 \pm 0.11) - (0.042 \pm 0.008)A + (2.25 \pm 0.06) \times 10^{-3} A^2 \quad , \qquad (2c)$$

با استفاده از این کمیات، بهترین برازش برای $N(E)$ که تحت عنوان $F(E)$ شناخته میشود حاصل میگردد. حال مجموعه انرژی های تصحیح شده E_i' به صورت زیر حاصل میشود،

$$E_i' = E_{\min} + \frac{F(E_i) - F(E_{\min})}{F(E_{\max}) - F(E_{\min})}(E_{\max} - E_{\min}) \quad , \qquad (3)$$

حال فاصله بین ترازی با استفاده از این انرژی های جدید عبارت است از

$$S_i = E'_{i+1} - E_i \quad \text{و} \quad s_i = \frac{S_i}{D}$$

که در ان D معرف متوسط فواصل بین ترازی می باشد.برای هر سیستم فیزیکی با ناوردایی زمانی، تابع توزیع نزدیکترین فاصله بین ترازی از مدل GOE

$$P(s) = \frac{\pi s}{2}\exp(-\frac{\pi s^2}{4}) \quad , \qquad (4a)$$

تبعیت می نماید که معرف رفتار تصافی سیستم میباشد. در مقابل، رفتار آماری سیستم های منظم با استفاده ازتابع توزیع پواسونی توصیف میشود

$$P(s) = e^{-s} \quad , \qquad (4b)$$

مطالعات مختلف صورت گرفته روی سیستم های فیزیکی رفتار بینابین این دو حد را پیشنهاد می دهد. برای توصیف این وضعیت، توابع توزیع مختلفی پیشنهاد شده است که یکی از پرکاربرد ترین توابع، تابع توزیع بری –روبنیک می باشد

$$P(s) = (q + \frac{1}{2}\pi(1-q)s)e^{-qs-\frac{1}{4}\pi(1-q)s^2} \quad , \qquad (5)$$

که به ازای $q=1$ و $q=0$ به ترتیب رفتار منظم و تصادفی را توصیف می نماید. برای تعیین این کمییت، q، که معیار رفتار آماری سیستم مورد مطالعه می باشد، روش های تخمین مختلف مورد استفاده قرار میگیرد[۱]. با استفاده از روش تخمین حداکثر شانس این کمییت با حداقل خطای کرامر–راو تعیین گردیده و محدودیت ناشی از کم بودن تعداد اطلاعات در هر دنباله تاثیر قابل توجهی نخواهد داشت.با توجه به شرایط سیستمهای مورد مطالعه، بررسی مجزای هر هسته که به دلیل کم بودن تعداد ترازهای آن و همچنین لزوم تعیین دقیق رفتار سیستم، نیازمند بهینه ترین روش می باشیم، از این تکنیک برای تخمین کمییت q استفاده می نماییم. جزییات این روش در منبع[۱] آورده شده است که در نهایت، رابطه لازم برای تعیین پارامترq به صورت زیر حاصل میگردد.

$$q_{new} = q_{old} - \frac{\sum \frac{1-\frac{1}{2}\pi s_i}{q_{old} + \frac{1}{2}\pi(1-q_{old})s_i} - \sum (s_i + \frac{1}{2}\pi s_i^2)}{\sum \frac{-(1-\frac{1}{2}\pi s_i)^2}{(q_{old} + \frac{1}{2}\pi(1-q_{old})s_i)^2}} \qquad (6)$$

q_{old} با استفاده از روش تخمین حداقل مربعات حاصل گردیده و هر s_i معرف عضوی از دنباله نرمالیزه شده از ترازهای انرژی سیستم مورد مطالعه می باشد.

جدول ۱. هسته های استفاده شده در این مطالعه. N تعداد ترازهای ۰^+، ۲^+، ۴^+ و ۶^+ برای هسته های زوج ومجموعه ترازهای $\frac{۱}{۲}^+$، $\frac{۳}{۲}^+$، $\frac{۵}{۲}^+$ و $\frac{۷}{۲}^+$ را برای هسته های فرد مشخص می نماید. $\langle b_2 \rangle$ نیز معرف مقدار گشتاور چهار قطبی الکتریکی می باشد.

هسته	N	$\langle b_2 \rangle$	آرایش آخرین لایه پروتونی و نوترونی	هسته	N	$\langle b_2 \rangle$	آرایش آخرین لایه پروتونی و نوترون
$^{135}_{58}Ce$	۲۲	۰.۱۴۴	$(۱g_{۷/۲})^{۲}_{p}(۳s_{۱/۲})^{۱}_{n}$	$^{136}_{58}Ce$	۲۵	۰.۱۷۰	$(۱g_{۷/۲})^{۲}_{p}(۳s_{۱/۲})^{۲}_{n}$
$^{137}_{58}Ce$	۱۵	-۰,۱۲۲	$(۱g_{۷/۲})^{۲}_{p}(۲d_{۳/۲})^{۱}_{n}$	$^{138}_{58}Ce$	۳۰	۰,۱۲۶	$(۱g_{۷/۲})^{۲}_{p}(۲d_{۳/۲})^{۲}_{n}$
$^{139}_{58}Ce$	۲۳	۰,۰۴۵	$(۱g_{۷/۲})^{۲}_{p}(۲d_{۳/۲})^{۳}_{n}$	$^{140}_{58}Ce$	۱۲	۰,۱۰۱	$(۱g_{۷/۲})^{۲}_{p}(۲d_{۳/۲})^{۴}_{n}$
$^{141}_{58}Ce$	۱۶	-۰,۰۳۵	$(۱g_{۷/۲})^{۲}_{p}(۲f_{۷/۲})^{۱}_{n}$	$^{142}_{58}Ce$	۱۴	۰,۱۲۶	$(۱g_{۷/۲})^{۲}_{p}(۲f_{۷/۲})^{۲}_{n}$
$^{143}_{58}Ce$	۱۲	۰,۱۳۴	$(۱g_{۷/۲})^{۲}_{p}(۲f_{۷/۲})^{۳}_{n}$	$^{144}_{58}Ce$	۱۰	۰,۱۶۲	$(۱g_{۷/۲})^{۲}_{p}(۲f_{۷/۲})^{۴}_{n}$
$^{156}_{66}Dy$	۱۱	۰.۲۹۴	$(۳s_{۱/۲})^{۲}_{p}(۲f_{۷/۲})^{۸}_{n}$	$^{157}_{66}Dy$	۱۴	۰,۲۵۲	$(۳s_{۱/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۱}_{n}$
$^{158}_{66}Dy$	۱۲	۰,۳۲۶	$(۳s_{۱/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۲}_{n}$	$^{159}_{66}Dy$	۱۱	۰.۲۷۱	$(۳s_{۱/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۳}_{n}$
$^{160}_{66}Dy$	۲۷	۰,۳۳۴	$(۳s_{۱/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۴}_{n}$	$^{161}_{66}Dy$	۲۳	۰,۲۷۲	$(۳s_{۱/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۵}_{n}$
$^{162}_{66}Dy$	۱۷	۰,۳۴۱	$(۳s_{۱/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۶}_{n}$	$^{163}_{66}Dy$	۱۵	۰,۲۸۱	$(۳s_{۱/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۷}_{n}$
$^{164}_{66}Dy$	۱۰	۰,۳۴۷	$(۳s_{۱/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۸}_{n}$	$^{165}_{66}Dy$	۹	۰,۲۹۳	$(۳s_{۱/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۹}_{n}$
$^{162}_{68}Er$	۱۴	۰,۳۳۲	$(۲d_{۳/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۴}_{n}$	$^{163}_{68}Er$	۱۲	۰,۲۷۲	$(۲d_{۳/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۵}_{n}$
$^{164}_{68}Er$	۱۳	۰,۳۴۴	$(۲d_{۳/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۶}_{n}$	$^{165}_{68}Er$	۱۰	۰,۲۸۲	$(۲d_{۳/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۷}_{n}$
$^{166}_{68}Er$	۱۹	۰,۳۴۴	$(۲d_{۳/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۸}_{n}$	$^{167}_{68}Er$	۸	۰,۲۹۴	$(۲d_{۳/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۹}_{n}$
$^{168}_{68}Er$	۱۱	۰,۳۴۰	$(۲d_{۳/۲})^{۲}_{p}(۱h_{۹/۲})^{۱۰}_{n}$	$^{169}_{68}Er$	۱۰	۰,۳۰۴	$(۲d_{۳/۲})^{۲}_{p}(۳p_{۳/۲})^{۱}_{n}$
$^{170}_{68}Er$	۱۲	۰,۳۳۶	$(۲d_{۳/۲})^{۲}_{p}(۳p_{۳/۲})^{۲}_{n}$				

نتایج

در این بررسی، رفتار آماری ترازهای انرژی تجربی مجموعه ایزوتوپ های فرد و زوج هسته های $^{135-144}_{58}Ce$، $^{156-165}_{66}Dy$ و $^{162-170}_{68}Er$ مورد مطالعه قرار گرفته اند. با توجه به قواعد معمول در مطالعه رفتار آماری سیستم های هسته ای، آن دسته از هسته ها با حداقل ۵ تراز دارای اسپین و پاریته مشابه انتخاب و در فرآیند تولید دنباله

های نرمالیزه وارد شده اند. همچنین با توجه به روش معمول در مطالعات این چنینی، مجموعه ترازهای ۰^+، ۲^+، ۴^+ و ۶^+ برای هسته های زوج و ترازهای $\frac{۱}{۲}^+$، $\frac{۳}{۲}^+$، $\frac{۵}{۲}^+$ و $\frac{۷}{۲}^+$ برای هسته های فرد در تهیه دنباله های نرمالیزه مورد استفاده قرار می گیرد که هسته های انتخابی و همچنین تعداد ترازهای هر یک از آنها در جدول شماره ۱ ذکر گردیده است.

حال با استفاده از ترازهای انرژی معرفی شده در جدول ۱ و فرآیند واپیچش، دنباله های نرمالیزه تهیه شده و سپس با استفاده از رابطه (۶)، آنالیز می گردد. نتایج حاصل برای دنباله های مختلف، در جدول ۲ بیان شده است.

جدول۲. مقدار کمیت تابع توزیع بری– روبنیک، q، برای دنباله های مختلف تهیه شده از ترازهای هسته های جدول ۱ N. تعداد فواصل در هر دنباله را مشخص می نماید.

دنباله مطالعه شده	N	هسته های زوج	N	هسته های فرد
تمام هسته ها	۲۲۲	$q =$ ۰.۷۴ ± ۰.۱۱	۱۸۶	$q =$ ۰.۴۵ ± ۰.۰۸
$A \leq$ ۱۵۰	۸۶	$q =$ ۰.۶۳ ± ۰.۰۹	۶۳	$q =$ ۰.۳۸ ± ۰.۰۵
۱۵۰ $< A \leq$ ۱۷۰	۱۳۶	$q =$ ۰.۸۶ ± ۰.۰۵	۱۲۳	$q =$ ۰.۵۷ ± ۰.۰۴
هسته های دارای آخرین تراز پروتونی $s_{۱/۲}$	۷۲	$q =$ ۰.۸۳ ± ۰.۱۰	۶۷	$q =$ ۰.۷۷ ± ۰.۱۵
هسته های دارای آخرین تراز پروتونی $d_{۳/۲}$	۶۴	$q =$ ۰.۶۹ ± ۰.۰۸	۳۶	$q =$ ۰.۶۰ ± ۰.۰۴
هسته های دارای آخرین تراز پروتونی $g_{۷/۲}$	۸۶	$q =$ ۰.۶۲ ± ۰.۱۳	۸۳	$q =$ ۰.۵۵ ± ۰.۱۰
هسته های دارای آخرین تراز نوترونی $h_{۹/۲}$	۱۱۶	$q =$ ۰.۸۱ ± ۰.۱۱	۱۰۲	$q =$ ۰.۷۵ ± ۰.۰۵
هسته های دارای آخرین تراز نوترونی $f_{۷/۲}$	۲۲	$q =$ ۰.۷۳ ± ۰.۰۶	۳۶	$q =$ ۰.۶۴ ± ۰.۱۶
هسته های دارای آخرین تراز نوترونی $d_{۳/۲}$	۴۰	$q =$ ۰.۶۲ ± ۰.۱۴	۳۶	$q =$ ۰.۵۴ ± ۰.۰۹

در حالت کلی، سیستم های هسته ای متشکل از هسته های خاکهای نادر، مجموعه ایزوتوپ های سه هسته انتخابی، رفتار آماری منظمی، $q \to$ ۱، را نمایش می دهند. همچنین نتایج حاصل، بالاترین مقدار نظم سیستم را برای دنباله های ساخته شده از ترازهای هسته های زوج در مقایسه با دنباله ترازهای هسته های فرد پیشنهاد

می دهد . همچنین با افزایش مقدار جرم سیستم، ۱۷۰ > A > ۱۵۰، میزان نظم سیستم های مطالعه شده بیشتر می گردد که در توافق با نتایج منبع [۶] می باشد. بررسی رفتار آماری سیستم های هسته ای متشکل از هسته های نادر و البته بررسی تاثیر اسپین بر روی این رفتار، در جدول ۲ به صورت کاملا روشن ، معرف افزایش نظم سیستم با افزایش مقدار اسپین برای ترازهای نوترونی می باشد. این مطلب را می توان به افزایش نیروهای جفت شدگی ناشی از افزایش تعداد نوترونها نسبت داد [۸]. از طرفی، در نقطه مقابل، با افزایش اسپین ترازهای پروتونی، نیروهای دافعه کولنی که سرمنشا ایجاد بی نظمی در سیستم می باشند بیشتر شده ولذا سبب افزایش مقدار بی نظمی، $q \to ۰$، در سیستم ها می شود. نتایج حاصل در این مطالعه را می توان با اضافه نمودن سهم ترازهای انرژی سایر هسته های این خانواده برای بررسی دقیقتر تاثیر نیروهای کولنی و جفت شدگی بر رفتار آماری سیستم ها استفاده نمود.

نتیجه گیری

رفتار آماری مجموعه ایزوتوپ های سه هسته $^{135-144}_{58}Ce$، $^{156-165}_{66}Dy$ و $^{162-170}_{68}Er$ از خانواده خاکهای نادر در قالب آمار نزدیکترین فاصله بین ترازی مطالعه شده است. نتایج حاصل، نظم بیشتر برای هسته های زوج را در مقایسه با هسته های فرد نشان می دهد. همچنین با افزایش مقدار اسپین آخرین تراز نوترونی، مقدار نظم سیستم بیشتر می شود.

منابع

[۱]. M.A.Jafarizadeh*et al*. Investigation of spectral statistics of nuclear system with Maximum likelihood estimation method.Nucl.Phys.A, ۸۹۰-۸۹۱, pp۲۹-۴۹, ۲۰۱۲.
[۲]. A. Y. Abul-magd *et al*,
[۳]. H.Sabri *et al*. Pairing effect on spectral statistics of even and odd mass nuclei. Eur. Phys. J Plus. ۱۲۸, pp.٦٤-٧٣, ۲۰۱۳.
[٤]. J. E. Garcia Ramos *et al*, Phase transition and critical points in rare- earth region, Phys. Rec. C ٦٨, pp. ۰۲٤۳۰۷-۰۲٤۳۱٦, (۲۰۰۳).
[٥]. G. A. Lalazissis *et al*, Rare-Earth Nuclei: Radii, Isotope-Shifts and Deformation Properties in the Relativistic Mean Field Theory, Nucl.Phys. A٥۹۷ (۱۹۹٦) ۳٥-٦٥.
[٦]. J. F. Shriner *et al*, Fluctuation properties of spacing of low-lying nuclear levels, Z.Phys.A, ۳۳۸, pp.۳۰۹-۳۱۸ (۱۹۹۱).
[۷]. National Nuclear Data Center,(Brookhaven National laboratory), chart of nuclides, (http://www.nndc.bnl.gov/chart/reColor.jsp?newColor=dm)
[۸].V. Paar, D. Vorkapic, Quantum chaos for exact and broken K quantum number in the interacting boson model, Phys.Rev.C. ٤۱, ۲۳۹۷-۲۳۹۹, ۱۹۹۰.