



بررسی پروفایل شار جرمی محوری در لایه استوارت سان و سرعت شعاعی در لایه اکمان در یک سانتریفیوژ با روش DSMC

صادق، یوسفی نسب؛ عبدالحمید، مینوچهر؛ احمدرضا، ذوالفقاری؛ علی، نوروزی

دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده مهندسی هسته ای، گروه راکتور

چکیده:

با گردش درونی گاز در داخل سانتریفیوژ، غنای تعادلی در کل ستون سانتریفیوژ توزیع می شود و منجر به توزیع قابل توجه غنای محوری می گردد. حرکت جریان سیال در دو جهت، یکی در قسمت داخلی روتور و دیگری بطور معکوس در راستای دیواره روتور باعث ایجاد جریان متقابل محوری می گردد. در نتیجه یک گرادیان غنای محوری ایجاد می شود. در این مقاله به بررسی اثر اختلاف خطی دمای روی بدنه روتور روی ایجاد یک جریان گردابه ای و همچنین بدست آوردن پروفایل سرعت محوری و فلاکس جرمی محوری در ناحیه استوارت سان و بدست آوردن پروفایل سرعت شعاعی در end cap با استفاده از روش DSMC پرداخته می شود.

کلید واژه: پروفایل شار جرمی محوری-سرعت شعاعی-DSMC- لایه استوارت سان- لایه اکمان

مقدمه:

وجود یک گرادیان دما در امتداد چرخش سطح روتور و اختلاف درجه حرارت بین دو end cap، باعث یک جریان ثانویه در سیلندر می شود، که می تواند برای جداسازی، بر اساس تفاوت غلظت در استوانه در حال چرخش بسیار مهم باشد. به همین دلیل، تجزیه و تحلیل جریان ثانویه در یک سیلندر با سرعت بالابسیار مهم است. [۱] یک شیب دمایی روی دیواره، و حضور یک اسکوپ یک نیروی تازه را بر روی گاز بوجود می آورند و یک جریان مخالف عمودی را تولید می نمایند [۲]. در سال ۲۰۰۸ پور محمود به بررسی تشکیل جریان های چرخشی در سیلندره های چرخان با مقادیر مختلف نسبت طول به قطر استوانه با استفاده از کد فرتن پرداخت و تاثیر این پارامتر را روی خواص میدان جریان مثل چگالی و سرعت بررسی کرد [۳]. مدل Onsager برای محاسبه جریان ثانویه تولید شده توسط نیروهای اعمال شده بر یک سیال چرخان در یک سیلندر توسعه داده شد. یک معادله دیفرانسیل برای پتانسیل اصلی برای جریان ثانویه در یک استوانه دوار برای اولین بار در یک گزارش منتشر نشده برای معادلات Onsager در سال ۱۹۶۵ و ۱۹۸۱ به ترتیب توسط Wood و Morton ارائه شد. این معادله یک معادله دیفرانسیل مرتبه ششم در مختصات شعاعی، و برای سرعت های چرخشی بالا که در آن چگالی گاز به صورت نمایی از دیواره سیلندر به دلیل نیروی گریز از مرکز کاهش می یابد معتبر بود [۴]. Maslen و Carrier در سال ۱۹۶۲ (Olander ۱۹۸۱)، یک معادله دیفرانسیل مرتبه چهارم برای تغییرات محوری تابع جریان در end cap های سیلندر را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند. راه حل هایی برای لایه

مرزی اکمان در end cap ها نیز با برخی از نتایج عددی ارائه شده است. معادلات مدل Onsager به دست آمده توسط Wood و Morton (۱۹۸۰) تقریباً با انواع روش ها، مانند روش ویژه تابع گسترده (Wood و Morton)، روش تفاضل محدود [۵] (Viecelli ۱۹۸۳)، و روش المان محدود [۶] (Wood و Gunzburger ۱۹۸۲؛ Wood، Gunzburger و Jordan ۱۹۸۴) حل شده است. Torii و Nakayama (۱۹۷۴) لایه‌های Stewartson را با این فرض که ارتفاع، بزرگتر از ضخامت $Re^{-1/2}R$ و $Re^{-1/3}R$ لایه ها است، با گسترش روابط، از نظر نسبت ضخامت به ارتفاع مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند [۷]. Pradhan و Kumaran به بررسی فلاکس جرمی محوری بر اساس ترم بی بعد در راستای شعاعی در سال ۲۰۱۱ پرداختند و نتایج خود را با نتایج generalized Onsager model مقایسه نمودند و به نتایج مشابهی دست یافتند [۸]. Louvet و Durivault با روش مجانبی تطبیق یافته پروفایل محوری سرعت شعاعی را بر حسب مختصات محوری، در نزدیکی کلاهی انتهای، به ازای مقادیر مختلف مختصات شعاعی، بدست آوردند. [۹]. Lahargue و Soubbaramayer نیز به بررسی سرعت محوری بر حسب مختصات شعاعی پرداختند [۱۰].

روش عددی:

Direct Simulation Monte Carlo (DSMC) یک روش شبیه‌سازی می‌باشد که بصورت متغیر با زمان تعریف می‌گردد و تعداد زیادی مولکول‌های شبیه‌سازی شده به طور همزمان در کامپیوتر دنبال می‌گردد و علاوه بر برخورد مولکول با سطح، برخوردهای بین مولکولی نیز محاسبه می‌شوند. این شبیه‌سازی شامل زیر برنامه Move, Reflect, Collide, و sample می‌باشد. در بخش اول که مربوط به حرکت دادن ذرات می‌باشد در ابتدا برای مقدار دهی اولیه برای مقادیر مکانی در مختصات کارتزین، ذرات به صورت تصادفی در ظرف ریخته می‌شوند و اگر مختصات استوانه‌ای باشد می‌توان از فرامین زیر استفاده نمود [۱۱]:

$$r = \sqrt{Rand} \times r_{max}, \quad Z = Z_{max} \times Rand, \quad \theta = 2\pi \times Rand \quad (1)$$

برای سرعت‌های اولیه ذرات، سرعتی بطور تصادفی با توزیع ماکسولین به ذرات گازی داده می‌شود:

$$V_i = \frac{1}{\beta} \sqrt{-\ln(Rand) \sin(2\pi Rand)} \quad \text{و} \quad \frac{1}{\beta} = \sqrt{\frac{2KT}{M}} \quad (2)$$

m جرم مولکول، T دمای گاز و K ثابت بولتزمن است. که $\frac{1}{\beta}$ ماکزیمم احتمال سرعت برای گازی است که در دمای T قرار دارد. و سپس برای حرکت دادن آنها از معادله خطی حرکت به صورت زیر استفاده خواهد شد:

$$x = x + vt, \quad y = y + vt, \quad z = z + vt \quad (3)$$

در زیر برنامه برخورد ذرات با یکدیگر، سه روش VSS و VHS.HS برای برخورد ذرات با یکدیگر در شبیه سازی مذکور استفاده شده است. و در این شبیه‌سازی از تکنیکی استفاده شده است که برای هر روش می‌توان

بهترین بازه زمانی را بدست آورده و مورد استفاده قرار داد [۱۲]. و تفاوت آنها در استفاده از ویسکوزیته و در نتیجه در نظر گرفتن یا ننگرفتن جنس گاز در معادلات مربوطه می باشد. تشخیص اینکه از کدام یک از روش های برخورد می توان استفاده کرد بر اساس قدرت ویسکوزیته (ω) می باشد که برای مدل HS این مقدار کوچکتر از ۰.۵ و برای مدل VHS این مقدار بین ۰.۵ تا یک و برای مدل VSS این مقدار برابر یک می باشد.

ماکزیمم تعداد برخوردها از رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$\frac{N(N)\lambda(\sigma_T V_r)_{\max} \Delta t}{2V_C} \quad (4)$$

که در این رابطه، N برابر تعداد ذرات شبیه سازی شده و V_C حجم سلول می باشد که هر مولکول داخل V_C نماینده λ مولکول واقعی است. یک جفت مولکول انتخابی از سلول برای اینکه با یکدیگر برخورد داشته باشند، باید شرط زیر را ارضاء کنند:

$$\frac{\sigma_T V_r}{(\sigma_T V_r)_{\max}} > Rand \quad (5)$$

در روش DSMC برای به دست آوردن $(\sigma_T V_r)_{\max}$ ، در هر مرحله حرکت دادن مولکول $\sigma_T V_r$ محاسبه می شود و اگر بزرگتر از مقدار مرحله قبلی باشد، جایگزین آن می گردد.

در زیر برنامه Reflect ذرات با دیواره برخورد می کنند و سپس یا بصورت Diffuse یا بصورت Specular یا بصورت periodic منعکس می گردند. در برخورد Diffuse ذره مسقل از سرعت اولیه برخورد کرده با دیواره عمل می کند و دوباره با یک توزیع نیمه گوسین سرعت می گیرد. در حالت Specular ذرات با سرعتی برابر سرعت برخورد با دیواره ولی در جهت عکس آن مقدار دهی می شوند و در حالت periodic ذرات با شرایطی مثل حالت Specular ولی با تغییر مکان ذره به مکان روبرویی آن دیواره مقداردهی می گردد. بعد از تکرار فرآیندهای حرکت، آدرس دهی و بررسی برخورد، عمل نمونه برداری آماری زیر برنامه Sample انجام می شود که به محاسبه مقادیر $\sum u$ ، $\sum v$ ، $\sum w$ ، $\sum u^2$ ، $\sum v^2$ ، $\sum w^2$ در هر سلول که بیانگر کمیت های ماکروسکوپی هستند می پردازد و بعد از تعداد مشخص نمونه برداری خروجی برنامه تهیه می شود و این خروجی تا رسیدن به تعدادی مشخصی تکرار، اصلاح می گردد.

بحث و نتیجه گیری:

کد نوشته شده توسط روش DSMC، برای هر ۱۰۰ استپ زمانی نمونه گیری شده و نتایج بعد از گذشت



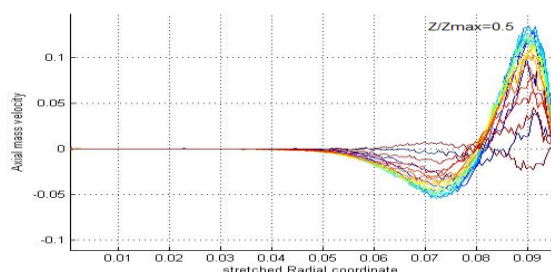
۷۲۰ ساعت فایل‌های آپدیت شده می‌باشد. همچنین هر ذره شبیه‌سازی شده نماینده $10^{16} \times 3$ مولکول واقعی می‌باشد. این برنامه برای سانتریفیوژ OLANDER نوشته شده است و از وسط به بالا هندسه‌بندی گردیده و تمام بدنه سانتریفیوژ DIFFUSE می‌باشد. که نسبت فشار بین محور و دیواره برابر $10^7 \times 1/613$ می‌گردد. شعاع سانتریفیوژ $9/49$ سانتیمتر و ارتفاع آن 185 سانتیمتر در نظر گرفته شده است. همچنین گاز مورد استفاده در شبیه‌سازی گاز UF_6 با خواص میکروسکوپی زیر می‌باشد:

$M(kg)$ (جرم مولکول گاز)	$k(\frac{J}{kg})$ (ثابت بولتزمن)	$T_{gas}(^{\circ}C)$ (دمای گاز)	$d(m)$ (قطر ذرات)
$58/442636 \times 10^{-26}$	$1/3806488 \times 10^{-23}$	۳۰۰	5×10^{-10}

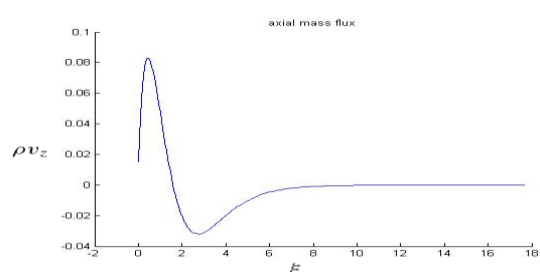
شبیه‌سازی انجام گرفته برای سرعت دیواره $500 m/s$ و پارامتر لایه‌بندی (A) برابر $4,2$ نوشته شده است.

مختصات شعاعی بر حسب مقیاس مختصات شعاعی، مختصات شعاعی گسترده ($\xi = A^2(1 - \frac{r^2}{R^2})$) نامیده می‌شود. بین end cap بالا و پایین یک اختلاف دمای 20 درجه وجود دارد بطوریکه دمای end cap پایینی 300 درجه کلوین و دمای end cap بالایی 320 درجه کلوین می‌باشد. در شکل ۱ نمودار شعاعی سرعت محوری دور از کلاهک‌های انتهایی ترسیم شده است. در اینجا، دو ناحیه مشاهده می‌شود: یکی هسته سانتریفیوژ که در آن سرعت یک علامت ثابت دارد و دوم، ناحیه نزدیک به دیواره جانبی که در آن، یک لایه با سرعت مثبت و یک لایه با سرعت منفی وجود دارد همچنین این نمودار یاد آور پدیده‌های بسیار مهم باز گردش جریان در لایه استوارت‌سان و شار باز گردشی، که بسیار قابل توجه‌تر از شاردر هسته بوده می‌باشد. همانطوری که در شکل ۲ مشاهده می‌شود سرعت جرمی محوری در مرکز سانتریفیوژ یعنی جایی که نسبت $\frac{Z}{Z_{max}} = 0/5$ می‌باشد ماکزیمم مقدار خود را پیدا می‌کند.

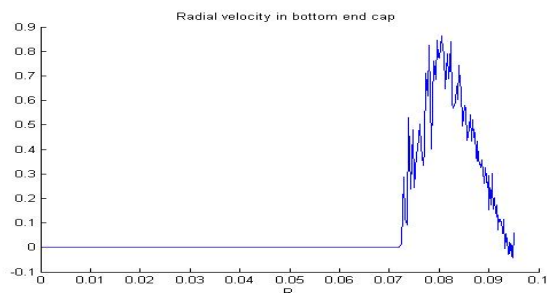
در شکل ۳ و ۴، نمودارهای مولفه شعاعی سرعت در مقابل مختصات شعاعی، در نزدیکی کلاهک‌های بالایی و پایینی، ترسیم گردیده است. حرکت شعاعی گاز در درون سانتریفیوژ، عمدتاً از لایه‌های اکمان صورت گرفته و این امر در مقدار ماکزیمم قابل توجه سرعت محوری قابل مشاهده می‌باشد.



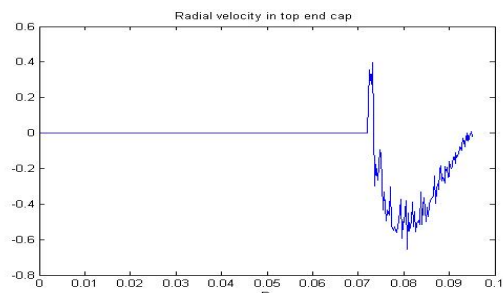
شکل ۲. نمودار سرعت جرمی محوری بر حسب شعاع در نسبت‌های ارتفاع به ارتفاع ماکزیمم مختلف



شکل ۳. نمودار شار جرمی محوری بر حسب مختصات شعاعی گسترده (ξ)



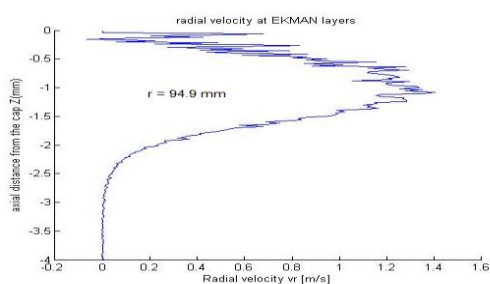
شکل ۴. پروفایل سرعت شعاعی بر حسب شعاع در end cap پایینی



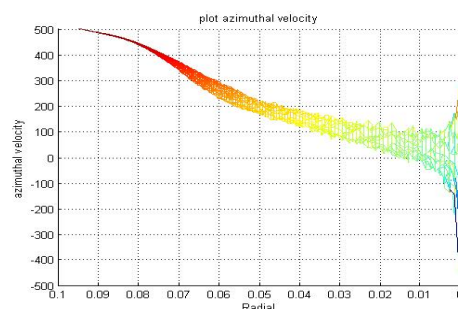
شکل ۳. پروفایل سرعت شعاعی بر حسب شعاع در end cap بالایی

در این شبیه‌سازی چونکه طول هر مش تقریباً برابر 0.92 سانتی‌متر می‌باشد لذا امکان نشان دادن پروفایل سرعت شعاعی در ضخامت 4mm از لایه اکمان که جریان شعاعی وجود دارد وجود ندارد لذا برای نشان دادن این پروفایل می‌بایستی طول مش‌بندی را بسیار ریزتر کرد تا بتوان نموداری مشابه نمودار شکل (۶) که توسط Louvet و Durivault با روش تحلیلی گرفته شده است را بدست آورد [۹]. شکل ۵، نمودار سرعت چرخشی را نشان می‌دهد که همانگونه که در شکل مشخص است سرعت چرخشی تا سرعت دیواره یعنی 500 m/s افزایش پیدا کرده است و دارای یک رفتار خطی در ناحیه متراکم (نزدیک دیواره) استوانه چرخان می‌باشد.

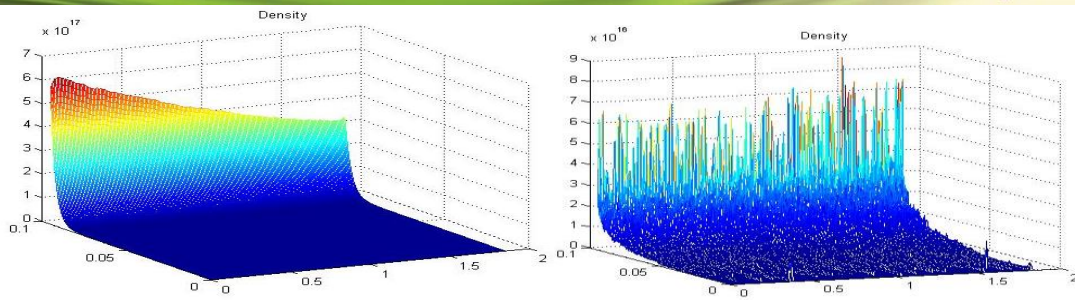
همانطور که ملاحظه می‌گردد دانسیته در ابتدا تراکم زیادی روی دیواره نداشته و ذرات گاز شبیه‌سازی شده در محیط، پراکندگی بیشتری دارند (شکل ۷) و با گذشت زمان و اعمال نیروی گریز از مرکز روی آنها، باعث تراکم آنها به سمت دیواره روتور می‌گردد. (شکل ۸) و علت ایجاد شیب ایجاد شده بر روی محور ارتفاع، وجود گرادین دمای اعمال شده می‌باشد، به آن دلیل که جایی که دما بیشتر است انرژی جنبشی ذرات در آن ناحیه بیشتر می‌گردد و باعث تحرک ذرات از آن ناحیه و کاهش دانسیته آن می‌گردد.



شکل ۶. پروفایل محوری سرعت شعاعی در لایه اکمان



شکل ۵. نمودار سرعت چرخشی



شکل ۸. نمودار دانسیته بعد از آخرین مرحله آپدیت فایل نمونه برداری

شکل ۷. نمودار دانسیته در اولین مرحله نمونه برداری

مراجع:

[۱] ف. سادات صالحی، م. نصرت اللهی، "تحلیل و مقایسه روش های حل تحلیلی معادله بولتزمن و DSMC برای تعیین پارامترهای آیرودینامیکی ماهواره در مدار LEO"، هفتمین همایش سالانه (بین المللی) انجمن هوافضای ایران، تهران، دانشگاه صنعتی شریف، ۳۰ بهمن - ۲ اسفند ۱۳۸۶.

- [۲] Bird, G. A. "Molecular Gas Dynamics and the direct simulation of gas flows," Clarendon , Oxford, PP. ۴-۴۴, ۳۱۵, ۱۹۹۴
- [۳] Pourmahmoud N, "Rarefied Gas Flow Modeling inside circular cylinder," American J. of Engineering and applied sciences, ۱(۱): ۶۲-۶۵, ۲۰۰۸.
- [۴] WOOD, H. G. & MORTON, J. B., " Onsager's pancake approximation for the fluid dynamics of a gas centrifuge," J. Fluid Mech. ۱۰۱, ۱-۳۱, ۱۹۸۰.
- [۵] VIECELLI, J. A. , "Exponential difference operator approximation for the sixth order Onsager equation," J. Comput. Phys. ۵۰, ۱۶۲-۱۷۰, ۱۹۸۳.
- [۶] GUNZBURGER, M. D., WOOD, H. G. & JORDAN, J. A. , "A finite element method for gas centrifuge problems," SIAM J. Sci. Stat. Comput. ۵, ۱۹۸۴.
- [۷] NAKAYAMA, W. & TORII, T. , "Numerical analysis of separative power of isotope centrifuges," J. Nucl. Sci. Technol. ۱۱, ۴۹۵-۵۰۴, ۱۹۷۴.
- [۸] S. Pradhan and V. Kumaran, "The generalized Onsager model for the secondary flow in a high-speed rotating cylinder," J. Fluid Mech., vol. ۶۸۶, pp. ۱۴۰-۱۴۱, ۲۰۱۱.

[۹] j. Durivault, p. Louvet, "Etude theorique de l'ecoulement dans une centrifugeuse a countercurrent thermique," Rapport CEA, R-۴۱۷۴, C ommissariat a l'Energie Atomique France (۱۹۷۶)

[۱۰] J.P. Lahargue, Soubbaramayer: Comput. Methods Appl. Mech. Eng. ۱۵, ۲۵۹-۲۷۳ (۱۹۷۸)

[۱۱] BIRD, G. A. " Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows," Clarendon, ۱۹۹۴.

[۱۲] ص. یوسفی نسب، ع. ج. مینوچهر، ع. نوروزی، "مقایسه روش های مختلف برای محاسبه مقدار ماکزیمم پله زمانی در محاسبات DSMC برای یک سانتریفیوژ در ابعاد واقعی"، نخستین کنفرانس دوسالانه تخصصی چرخه سوخت و مواد هسته ایی ایران، ۴-۵ دی ماه ۱۳۹۲