

بررسی اثر تصحیح کوانتومی فرکانس برخورد الکترون - یون

در همجوشی محصورشدگی لختی

علیرضا، محمدیان پورطالاری*^۱؛ محمدعلی، جعفری زاده^۲

۱. دانشگاه آزاد اسلامی واحد صوفیان، گروه فیزیک

۲. دانشگاه تبریز، دانشکده فیزیک

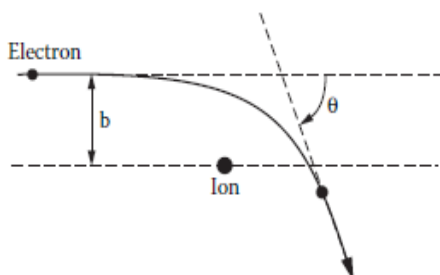
چکیده

جذب انرژی لیزر توسط پلاسما یکی از مکانیزم‌های اساسی در همجوشی محصورشدگی لختی است و برخورد الکترون- یون در این فرآیند از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. تصحیح کوانتومی فرکانس برخورد الکترون- یون، اثر نسبتاً مهمی است که با در نظر گرفتن نقش فرآیند تابش ترمزی معکوس وارد محاسبات می‌گردد. در این مقاله با بررسی فرآیند تابش ترمزی معکوس و تأثیر آن در فرکانس برخورد الکترون- یون، معادلات انتقال حرارت در واکنش گرما هسته ای دوتریوم- تریتیوم بازنویسی شد و ارزیابی جدیدی از چگالی شار انرژی آستانه انجام گرفت. نتایج نشان داد که اثر تصحیح کوانتومی فرکانس برخورد الکترون - یون، منجر به کاهش چگالی شار انرژی آستانه می‌گردد.

کلید واژه: محصورشدگی لختی، فرکانس برخورد، تصحیح کوانتومی، تابش ترمزی معکوس، انرژی آستانه

مقدمه

در همجوشی محصورشدگی لختی، هدف‌های حاوی سوخت هسته‌ای را توسط باریکه‌های پرتوان لیزری بمباران می‌کنند و به این طریق انرژی لازم برای گرمایش سوخت هسته‌ای تا دمای همجوشی را تأمین می‌کنند. وقتی نور لیزر به هدف جامد برخورد می‌کند، ماده هدف از سطح آن بخار شده و در نتیجه لایه‌ای از پلاسما ایجاد می‌گردد که به آن کرونا می‌گویند. میدان الکتریکی القا شده توسط لیزر سبب نوسان الکترونها پلاسما می‌گردد و این انرژی نوسانی در اثر برخوردهای الکترون- یون به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود. به این فرآیند، تابش ترمزی معکوس می‌گویند [۱]. همانطوری که در تابش ترمزی، الکترون در میدان الکتریکی یون حرکت می‌کند و در اثر برخورد کولنی با یون شتاب گرفته و امواج الکترومغناطیسی تابش می‌کند، در تابش ترمزی معکوس نیز که فرآیند معکوسی است، الکترون پراکنده شده در میدان یون، یک فوتون جذب می‌کند:



شکل ۱: پراکندگی کولنی بین یک الکترون و یون

سطح مقطع چنین برخورد کولنی بوسیله فرمول رادرفورد بصورت زیر داده می شود:

$$\frac{d\sigma_{ei}}{d\Omega} = \frac{1}{4} \left[\frac{Ze^2}{m_e v^2} \right]^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \quad (1)$$

که در آن θ زاویه پراکندگی و Ω زاویه فضایی دیفرانسیلی است که در مختصات کروی با تقارن سمتی توسط رابطه زیر با هم مرتبطاند:

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta \quad (2)$$

پارامتر برخورد b نیز از رابطه زیر بدست می آید:

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{Ze^2}{m_e v^2 b} \quad (3)$$

سطح مقطع کل σ_{ei} برای برخوردهای الکترون- یون بوسیله انتگرال گیری روی تمام زوایای ممکن پراکندگی بدست می آید. با استفاده از معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$\sigma_{ei} = \int \frac{d\sigma_{ei}}{d\Omega} d\Omega = \frac{\pi}{2} \left[\frac{Ze^2}{m_e v^2} \right]^2 \int_0^\pi \frac{\sin \theta}{\sin^4(\theta/2)} d\theta \quad (4)$$

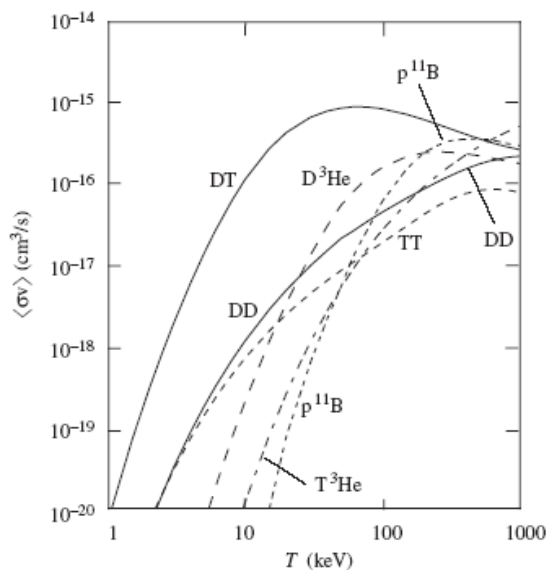
این انتگرال به ازای $\theta \rightarrow 0$ تا $\theta \rightarrow \pi$ که هم ارز $b \rightarrow \infty$ و $b \rightarrow 0$ است و اگر می باشد. اما وضعیت فیزیکی موجود در یک پلاسما اجازه تعریف حدود بالا و پایین b_{\max} , b_{\min} را برای این انتگرال گیری می دهد و لذا معادله (۴) را می توان بصورت زیر نوشت:

$$\sigma_{ei} = \frac{\pi}{2} \left[\frac{Ze^2}{m_e v^2} \right]^2 \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{\sin \theta}{\sin^4(\theta/2)} d\theta \quad (5)$$

حد بالای تعریف شده همان طول دمای λ_D پلاسما است که برخوردهای با فاصله زیاد را بی تأثیر می کند و حد پایین b_{\min} اغلب مساوی با طول موج دو بروی $Ze^2 / k_B T_e$ در نظر گرفته می شود. بنابراین سطح مقطع کلی در پلاسما با معادله زیر داده می شود:

$$\sigma_{ei} = \frac{\pi}{2} \left[\frac{Ze^2}{m_e v^2} \right]^2 \int_{Ze^2 / k_B T_e}^{\lambda_D} \frac{\sin \theta}{\sin^4(\theta/2)} d\theta \quad (6)$$

سطح مقطع برخورد یک کمیت مهم برای تحلیل واکنش های همجوشی هسته ای می باشد، زیرا میزان احتمال انجام واکنش بین زوج ذرات را بیان می کند. شکل (۲) نمودار سطح مقطع برخورد $\langle \sigma V \rangle$ را بر حسب تابعی از دمای پلاسما برای برخی از واکنش های همجوشی هسته ای نشان می دهد [۲]. همانطوری که مشاهده می شود سطح مقطع برخورد واکنش همجوشی دوتریوم- تریتیوم DT بزرگتر از سطح مقطع سایر واکنش های همجوشی است و در نتیجه احتمال وقوع این واکنش بیشتر از سایر واکنش های همجوشی می باشد:



شکل ۲: نمودار سطح مقطع برخورد به صورت تابعی از دمای پلاسما

محاسبه فرکانس برخورد الکترون-یون

با دانستن سطح مقطع برخورد می‌توان فرکانس برخورد الکترون-یون را محاسبه نمود. فرکانس برخورد ν_{ei} به عنوان تعداد برخوردهایی در نظر گرفته می‌شود که یک الکترون با یونهای زمینه در واحد زمان انجام می‌دهد و به چگالی یون n_i ، سطح مقطع σ_{ei} و سرعت الکترون v_e بستگی دارد:

$$\nu_{ei} = n_i \sigma_{ei} v_e \quad (7)$$

در محاسبه بسامد برخورد برای برخوردهای الکترون-یون باید توزیع سرعت ذرات در محاسبه در نظر گرفته شود. در بسیاری حالات می‌توان فرض کرد که یونها ساکن هستند ($T_i = 0$) و الکترون‌ها در تعادل حرارتی موضعی می‌باشند. از توزیع سرعت ماکسولی الکترون $f(v_e)$ و نرمالیزه کردن آن داریم:

$$f(v_e) = \frac{1}{(2\pi k_B T_e / m)^{3/2}} \exp\left[-\left(\frac{m_e v_e^2}{2k_B T_e}\right)\right] \quad (8)$$

$$\int_0^\infty \frac{4\pi v_e^2}{(2\pi k_B T_e / m)^{3/2}} \exp\left[-\left(\frac{m_e v_e^2}{2k_B T_e}\right)\right] dv_e = 1 \quad (9)$$

با استفاده از معادلات (۴) و (۹) و پس از اندکی محاسبه، فرکانس برخورد الکترون-یون بصورت زیر بدست می‌آید:

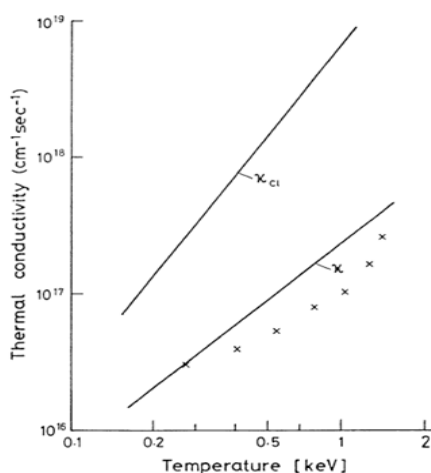
$$\nu_{ei} = \left(\frac{2\pi}{m_e}\right)^{1/2} \frac{4Z^2 e^4 n_i}{3(k_B T_e)^{3/2}} \ln \Lambda \quad (10)$$

که در آن $\Lambda = b_{\max} / b_{\min}$ و ضریب $\ln \Lambda$ لگاریتم کولنی نامیده می‌شود.

تصحیح کوانتومی فرکانس برخورد الکترون یون



یک توازن معنادار بین تحقیقات همجوشی محصورشدگی مغناطیسی و محصورشدگی لختی، به آزمایشات انجام شده توسط رزوموا [۳] باز می‌گردد که به اندازه‌گیری هدایت حرارتی الکترونها در توکامک پرداخته است. اندازه‌گیریهای رزوموا پیش بینی می‌کنند که هدایت حرارتی الکترونها در پلاسمای دوتریوم-تریوم در همجوشی محصورشدگی مغناطیسی ۲۰ برابر کمتر از هدایت حرارتی کلاسیکی آنها است. علت این امر از طریق تصحیح کوانتومی فرکانس برخورد الکترون‌ها با یون‌ها توضیح داده شده است [۴]. شکل (۳)، هدایت حرارتی اندازه‌گیری شده در مقایسه با هدایت حرارتی کلاسیکی در پلاسمای دوتریوم-تریوم بر حسب دما را در یک توکامک نشان می‌دهد:



شکل ۳: هدایت حرارتی اندازه‌گیری شده در مقایسه با هدایت حرارتی کلاسیکی در پلاسمای دوتریوم-تریوم بر حسب دما در یک توکامک

تصحیح کوانتومی فرکانس برخورد الکترون-یون به سوالی باز می‌گردد که توسط بته [۵] مطرح شده است. سوال اینست که برای برخورد یک الکترون با یک یون چه پارامتر برخوردی وجود دارد؟ پاسخ وی این بود که فرکانس برخورد کلاسیکی v_{ec} بایستی به صورت زیر اصلاح شود:

$$v_e = \begin{cases} v_{ec} & T < T^* \\ v_{ec} \frac{T}{T^*} & T > T^* \end{cases} \quad (11)$$

که در آن:

$$T^* = \left(\frac{4}{3}\right) Z^2 m c^2 \alpha^2 \quad (12)$$

در این رابطه Z عدد بار الکتریکی یون، m جرم سکون الکترون، c سرعت نور، $\alpha = 2\pi e^2 / hc$ ثابت ساختار ریز، e بار الکترون و h ثابت پلانک است.

از معادله (۲۵) در مرجع [۶] برای هدایت حرارتی الکترونها با تصحیح کوانتومی داریم:



$$K_e = \begin{cases} K_{ec} & T < T^* \\ K_{ec} \frac{T^*}{T} & T > T^* \end{cases} \quad (13)$$

هدف اصلی در این مقاله، اینست که ببینیم اثر تصحیح کوانتومی فرکانس برخورد الکترون-یون، باعث ایجاد چه تغییراتی در تجزیه و تحلیل‌های مقاله قبلی ما [۷] خواهد شد؟ در این راستا ارزیابی جدیدی از معادلات انتقال حرارت در واکنش گرما هسته‌ای دوتریوم-تری‌تیوم و چگالی شار انرژی آستانه انجام می‌گیرد. ابتدا ضریب هدایت حرارتی بکار رفته در مرجع [۷]، باید به شکل زیر تغییر یابد:

$$K_e = \frac{20 (2/\pi)^{3/2} [T_e^{3/2} \times T^*]}{(m_e^{1/2} e^4 \ln \Lambda)} \quad (14)$$

با توجه به اینکه توان دمای الکترون از $\frac{5}{2}$ به $\frac{3}{2}$ کاهش یافته است، بنابراین معادله هدایت حرارتی غیرخطی الکترون بر اساس معادله (۲۹) در مرجع [۷] بایستی به صورت زیر باشد:

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} = a \frac{\partial}{\partial x} (T_e^{3/2} \frac{\partial T_e}{\partial x}) \quad (15)$$

معادلات (۹) و (۱۰) و (۱۱) و (۱۲) در مرجع [۷] هم باید به صورت زیر تغییر یابند:

$$T_e = \left(\frac{Q^2}{at}\right)^{2/7} f(\xi) \quad (16)$$

$$f(\xi) = \left[\frac{3}{18}(\xi_0^2 - \xi^2)\right]^{2/3} \quad (17)$$

$$\xi_0^{7/2} = \frac{(7/2)^{5/2} 2^{-1/2} \left[\frac{\Gamma(7/6)}{\Gamma(2/3)}\right]^{3/2}}{\frac{3}{2} \pi^{3/4}} \quad (18)$$

$$\xi = \frac{x}{(Q^{3/2} at)^{2/7}} \quad (19)$$

برآورد چگالی شار انرژی آستانه

برای ارزیابی جزئیات مربوط به چگالی شار انرژی آستانه، از محاسباتی استفاده می‌کنیم که بسیار نزدیک به محاسبات چو [۸] می‌باشند، زیرا معادلات هیدرودینامیکی شامل معادله پیوستگی چگالی، معادله آهنگ واکنش، معادله حرکت و معادلات دمای الکترون و یون می‌توانند به خوبی ساختار و رفتار یک موج واکنش گرما هسته‌ای را توصیف کنند:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + u \frac{\partial Y}{\partial x} = W \quad (21)$$

که در آنها ρ چگالی جرمی، u سرعت جرمی و Y کسری از ماده سوخته شده است که به صورت زیر تعریف می‌شود:



$$Y = \frac{n_\alpha + n_n}{n_D + n_T + n_\alpha + n_n} \quad (22)$$

تابع آهنگ واکنش همجوشی W نیز از رابطه زیر بدست می آید [۸]:

$$W = \frac{1}{2} n (1-Y)^2 \langle \sigma V \rangle \quad (23)$$

با فرض اینکه پلاسما شامل ترکیب مساوی از دوتریوم و تریتیوم باشد، در اینصورت آهنگ واکنش همجوشی برای چنین پلاسمایی از رابطه زیر بدست می آید:

$$W = \frac{n^2}{4} \langle \sigma V \rangle \quad (24)$$

معادله حرکت به صورت زیر است:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\rho \frac{k_b}{m_i} \frac{\partial}{\partial x} [\rho (T_i + T_e)] + \rho^{-1} \left[(\mu_i + \mu_e) \frac{\partial u}{\partial x} \right] \quad (25)$$

که در آن عبارتهای مربوط به فشار و چسبندگی نیز شامل شده اند. معادلات دمای یون و الکترون به صورت زیر می باشند:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} + u \frac{\partial T_i}{\partial x} = -\frac{2}{3} T_i \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2m_i}{3K_b \rho} \mu_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{2m_i}{3K_b \rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(K_i \frac{\partial T_i}{\partial x} \right) + W_i + \frac{T_e - T_i}{\tau_{ei}} \quad (26)$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} + u \frac{\partial T_e}{\partial x} = -\frac{2}{3} T_e \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2m_i}{3k_b \rho} \mu_e \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{2m_i}{3k_b \rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(K_e \frac{\partial T_e}{\partial x} \right) + W_e + \frac{T_i - T_e}{\tau_{ei}} - A \rho T_e^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

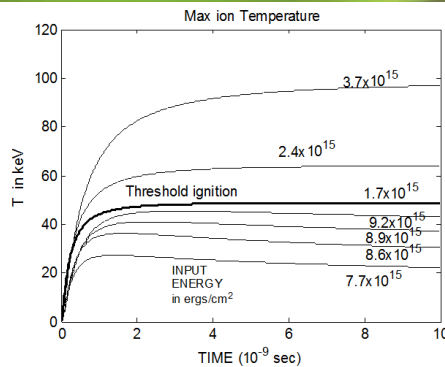
که در آنها طرف راست شامل فشار، چسبندگی، هدایت، انرژی گرما هسته ای تولید شده و عبارتهای تعادلی می باشد. آخرین عبارت در طرف راست معادله (۲۷) نیز عبارت مربوط به تابش ترمزی می باشد.

نتیجه گیری و بحث

با فرض همدمایی الکترونها و یونها ($T_e = T_i$) به هنگام گداخت و صرف نظر کردن از هدایت حرارتی یونها (زیرا هدایت حرارتی عمدتاً توسط الکترونها که سبکتر و سریعتر از یونها هستند انجام می شود) و پس از اندکی محاسبه، معادله نهایی انرژی به صورت زیر بدست می آید:

$$W_i + W_e = A \rho T_e^{1/2} + \frac{4}{3} T_e \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2m_i}{3k_b \rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(K_e \frac{\partial T_e}{\partial x} \right) \quad (28)$$

در این معادله، سه عبارت مربوط به اتلاف تابش ترمزی، انبساط و هدایت حرارتی الکترونها ظاهر شده است. با استفاده از معادله (۲۸)، ماگزیموم دمای یون در هدف جامد دوتریوم-تریتیوم بدست می آید. شکل زیر، منحنی های ماگزیموم دمای یون را نشان می دهد:



شکل ۴: ماگزیموم دمای یون در پلاسمای همجوشی دوتریوم-تریوم

در شکل (۴)، چگالی شار انرژی آستانه برابر است با:

$$E_{threshold}^* \approx 1.7 \times 10^{15} \text{ erg/cm}^2 \quad (29)$$

در حالت آستانه، اتلاف تابش ترمزی با هدایت حرارتی الکترونها برابر می‌شود. منحنی‌های پایین حالت آستانه، مربوط به احتراق ساده می‌باشند که بعد از رسیدن به یک مقدار ماگزیموم شروع به کاهش می‌کنند و منحنی‌های بالای حالت آستانه، مربوط به گداخت می‌باشند که همواره در حال افزایش دما هستند. از مقایسه این نتایج با نتایج مقاله قبلی [۷] مشاهده می‌شود که در اثر تصحیح کوانتومی فرکانس برخورد الکترون-یون، چگالی شار انرژی آستانه $E_{threshold}^*$ از مقدار $6.9 \times 10^{15} \text{ erg/cm}^2$ به مقدار $1.7 \times 10^{15} \text{ erg/cm}^2$ کاهش یافته است که برای بدست آوردن بهره‌های بالا در همجوشی محصورشدگی لختی مورد نیاز می‌باشد. انتظار داریم که فواید احتمالی حاصل از نتایج این تحقیق بتواند مبانی نظری واقعی و درستی را برای آزمایش‌های عملی در زمینه تحقیقات گداخت لیزری فراهم نماید.

مراجع

- [۱] Pfalzner, S. An Introduction to Inertial Confinement Fusion, University of Cologne, Germany, CRC Press, ۲۶, ۲۰۰۶.
- [۲] Atzeni, S., Meyer-Ter-Vehn, J., The physics of inertial fusion, Oxford University Press, ۱۸, ۲۰۰۴.
- [۳] Razumova, K.A., Plasma Phys., ۲۶, ۳۷-۴۳, ۱۹۸۳.
- [۴] Hora, H., Nuovo Cimento ۶۴B, ۱-۸, ۱۹۸۱.
- [۵] Bethe, H.A., in Handbuch der Physik, vol. ۲۴, part ۱, Springer, Heidelberg, ۴۹۷, ۱۹۳۴
- [۶] Hora, H., Plasmas at High Temperature and Density, Springer, Heidelberg, ۲۰۰۰.
- [۷] Mohammadian Pourtalari, A., et.al., Nonlinear Electron Heat Conduction Equation and Self-Similar Method for ۱-D Thermal Waves in the Laser Heating of Solid Density DT Fuel, Numerical Heat Transfer, Part A., ۶۳, ۵۵-۷۳, ۲۰۱۳.
- [۸] Chu, M.S., Thermonuclear reaction waves at high densities. Phys. Fluids, ۱۵, ۴۱۳-۴۲۲, ۱۹۷۲.