



محاسبه جرم و گشتاور مغناطیسی دوترون بر اساس مدل کواریکی

قلعه نوی، زهرا* - رجبی، علی اکبر

دانشگاه صنعتی شاهرود، دانشکده فیزیک

چکیده

در فیزیک هسته‌ای، دوترون بصورت یک سیستم دو نوکلئونی در نظر گرفته شده است که با حل معادله شرودینگر، خواص استاتیکی از جمله جرم آن را محاسبه نموده اند. در این مقاله دوترون بصورت سیستمی شامل شش کواریک در نظر گرفته شده است. پتانسیل محدود کننده کواریک ها، پتانسیل نوسانگر هماهنگ می باشد. با حل معادله سیستم در فضای فوق کروی و با در نظر گرفتن پتانسیلهای اختلالی تبادل تک گلوئونی و تبادل مزون های سیگما و پایون، ابتدا جرم دوترون و سپس گشتاور مغناطیسی آن را محاسبه نموده ایم. نتایج بدست آمده توافق خوبی با نتایج تجربی دارد.

واژه های کلیدی: مدل کواریکی، فضای فوق کروی، تبادل گلوئون، تبادل مزون، جرم دوترون

مقدمه

دوترون تنها سیستم مقید دو نوکلئونی در طبیعت است که یک پروتون و یک نوترون را شامل می شود. در توصیف برهم کنش نوکلئون-نوکلئون کارهای زیادی انجام شده است [۱-۸]. این نوکلئونها از کواریکهای u و d تشکیل شده اند. کواریکها درون دوترون از طریق تبادل گلوئونی و تبادل مزونی (در اثر شکست تقارن کایرال) برهمکنش می کنند [۹-۱۲]. در این مقاله ابتدا دوترون را بصورت یک سیستم شش ذره ای در نظر می گیریم و فرض می کنیم که پتانسیل فوق مرکزی فقط به شعاع فوق کره بستگی دارد. پتانسیل محدود کننده مورد بررسی پتانسیل نوسانگر هماهنگ می باشد. با استفاده از تابع موج غیرنسبیتی سیستم، سهم پتانسیل اختلالی تبادل تک گلوئونی، پایون و مزون سیگما را به ترتیب به عنوان پتانسیل بین کواریکی کوتاه برد، بلند برد و میان برد در جرم دوترون محاسبه نموده ایم. با استفاده از ویژه مقدار انرژی سیستم و مقادیر اختلالی بدست آمده در ابتدا جرم دوترون را در حالت پایه و سپس گشتاور مغناطیسی آن محاسبه نموده ایم.

محاسبه جرم دوترون

سیستم شش کواریکی دوترون را در نظر می گیریم. هامیلتونی سیستم بر حسب مختصات ژاکوبی بصورت زیر می باشد:

$$H = \frac{p_\rho^2}{2m_\rho} + \frac{p_\lambda^2}{2m_\lambda} + V(\rho, \lambda) \quad (1)$$



مختصات ژاکوبی ρ و λ به شکل زیر می باشند:

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2}}(r_1 - r_2), \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{6}}(r_1 + r_2 - 2r_3), \quad (2)$$

$$m_\rho = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}; \quad m_\lambda = \frac{3m_3(m_1 + m_2)}{2(m_1 + m_2 + m_3)} \quad (3)$$

که m_i جرم کوارک می باشد. می توان از مختصات فوق کروی؛ ابر شعاع x و ابر زاویه ξ بجای مختصات ژاکوبی استفاده کرد:

$$x = \sqrt{\rho^2 + \lambda^2}, \quad \xi = \tan^{-1}\left(\frac{\rho}{\lambda}\right) \quad (4)$$

از آنجا که پتانسیل مورد نظر به شکل $V(x) = ax^2$ می باشد لذا وابستگی زاویه ای ندارد و می توان معادله سیستم را تنها بر حسب ابر شعاع x تعریف کرد:

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(x) \quad (5)$$

که در آن

$$m = \frac{2m_\rho m_\lambda}{m_\rho + m_\lambda} \quad (6)$$

در نتیجه معادله سیستم به شکل زیر تعریف می شود [۱۳ و ۱۴]:

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{D-1}{x} \frac{d}{dx} - \frac{\gamma(\gamma+D-2)}{x^2} \right] \psi_{\nu\gamma}(x) = -2m[E_{\nu\gamma} - ax^2] \psi_{\nu\gamma}(x) \quad (7)$$

که در آن $\psi_{\nu\gamma}(x)$ و $E_{\nu\gamma}$ به ترتیب تابع موج و ویژه مقدار انرژی سیستم می باشد. γ عدد کوانتومی زاویه ای بزرگ با ویژه مقادیر $\gamma = 2n + l_{\zeta_1} + \dots + l_{\zeta_N}$ می باشد که n هر عدد صحیح غیر منفی و l_{ζ_i} ممتنم زاویه ای متناظر با مختصات ξ_i می باشد. ν نیز مشخص کننده تعداد گره های تابع موج می باشد. D نشان دهنده بعد فضا است و بصورت زیر تعریف می شود:

$$D = \begin{cases} 3 & \text{if } N = 0 \\ 3N - 3 & \text{if } N > 1 \end{cases} \quad (8)$$

N تعداد ذرات تشکیل دهنده سیستم می باشد. حال درصدد آن هستیم که معادله (۷) را حل کنیم. بدین

منظور $\psi_{\nu\gamma}(x)$ را به شکل زیر در نظر می گیریم [۱۳ و ۱۴]:

$$\psi_{\nu\gamma}(x) = x^{-\frac{(D-1)}{2}} \phi_{\nu\gamma} \quad (9)$$

با جایگذاری رابطه (۹) در معادله (۷) داریم:

$$\varphi_{v\gamma}''(x) + [\varepsilon - a_1 x^2 - \frac{\gamma(\gamma+13)}{x^2}] \varphi_{v\gamma}(x) = 0 \quad (10)$$

که در آن $\varepsilon = 2mE$ و $a_1 = 2ma$ می باشد. برای حل معادله می توانیم $\varphi_{v\gamma}(x)$ را به شکل زیر در نظر بگیریم:

$$\varphi_{v\gamma}(x) = f_v(x) \exp[g_\gamma(x)] \quad (11)$$

توابع $f_v(x)$ و $g_\gamma(x)$ بصورت زیر تعریف می شوند [۱۳ و ۱۴]:

$$f_v(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } v=0 \\ \prod_{i=1}^v (x=a_i^v), & \text{if } v>0 \end{cases}, \quad (12)$$

$$g_\gamma(x) = -\frac{1}{2} \alpha x^2 + \delta_\gamma \ln x \quad (13)$$

$v=0$: که حل صفرمین گره از تابع $\psi_{v\gamma}(x)$ می باشد را بررسی می کنیم. با قرار دادن رابطه (۱۱)، (۱۲) و (۱۳) در رابطه (۱۰) و با مساوی قرار دادن ضرایب توان های x در دو طرف معادله، ضرایب α و δ بدست می آیند:

$$\alpha = \sqrt{a_1}, \quad \delta = \gamma + 7, \quad \varepsilon = \alpha(1 + 2\delta) \quad (14)$$

و با توجه به رابطه (۱۱) و (۱۴) داریم:

$$\alpha = \sqrt{2ma} = m\omega, \quad (15)$$

که در آن ω بسامد نوسانگر هماهنگ و برابر $(\frac{2a}{m})^{1/2}$ می باشد. با استفاده از رابطه های (۹)، (۱۱)، (۱۴) و

(۱۵)، $\psi_{v\gamma}$ به شکل زیر بدست می آید:

$$\psi_{0\gamma} = N_{0\gamma} x^{-7} \varphi_{0\gamma} = N_{0\gamma} x^\gamma \exp(-\frac{m\omega}{2} x^2) \quad (16)$$

$N_{0\gamma}$ ضریب نرمالیزاسیون می باشد. همچنین با استفاده از روابط (۱۴) و $\varepsilon = 2mE$ ویژه مقدار انرژی سیستم شش ذره ای دوترون به شکل زیر بدست می آید:

$$E_{0\gamma} = (2\gamma + 15) \frac{\omega}{2}. \quad (17)$$

جرم دوترون از مجموع جرم شش کوراک، ویژه مقادیر انرژی سیستم $E_{0\gamma}$ بعلاوه انرژی اختلالی سیستم بدست می آید. در این مقاله انرژی اختلالی سیستم بصورت انرژی تبادل تک گلوئونی بین کوارکها و تبادل مزونی بین نوکلئونها در نظر گرفته شده است. چون کوارکهای تشکیل دهنده دو نوکلئون علاوه بر اینکه تحت پتانسیل محدود کننده قرار گرفته اند، از طریق تبادل گلوئون و مزون نیز برهمکنش دارند. پتانسیل تبادل تک گلوئونی (OGE) به عنوان پتانسیل کوتاه برد بین کوارکها در نظر گرفته می شود [۱۵-۲۰]. پتانسیل OGE بصورت زیر تعریف می شود [۲۰]:



$$V_{qq}^{OGE}(i, j) = \frac{\alpha_s}{4} \lambda_i \lambda_j \left[\frac{1}{r_{ij}} - \frac{\pi}{m_q^2} \left(1 + \frac{2}{3} (\sigma_i \cdot \sigma_j) \right) \right] \times \delta(r_{ij}) + tensor_S_{ij} + V_{so} \quad (18)$$

α_s ثابت جفت شدگی و r_{ij} فاصله نسبی دو کوارک می باشد. در رابطه (۱۸) عبارت اولی، انرژی کولنی (CE) و عبارت دومی برهمکنش مغناطیسی رنگ (CM) می باشد. عبارت سومی پتانسیل تانسوری می باشد و چون مقدار آن ناچیز است از آن صرف نظر شده است. عبارت آخر نیز برهمکنش اسپین مدار می باشد که در حالت پایه ($L=0$) برابر صفر است. تابع دلتای دیراک که در V_{qq}^{OGE} ظاهر شده است را با تابع گاوسی جایگزین می کنیم [۱۹]:

$$\delta(r_{ij}) \rightarrow \frac{1}{(b\sqrt{\pi})^3} \exp\left(-\frac{r_{ij}^2}{b^2}\right) \quad (19)$$

مقدار b در جدول (۱) داده شده است. در سیستم تکتایی رنگ داریم [۸]:

$$\sum_{i>j} \lambda_i \lambda_j = -\frac{8}{3} n \quad (20)$$

که n تعداد کوارکها می باشد. دوترون دارای اسپین یک می باشد بنابراین داریم [۸]:

$$-\sum_{i>j} (\lambda_i \lambda_j) (\sigma_i \cdot \sigma_j) = \frac{8}{3} \quad (21)$$

نوکلئونهای درون دوترون نیز از طریق تبادل مزونی برهمکنش می کنند. پتانسیلهای تبادل پایون (V_{OPE}) و تبادل سیگما (V_{OSE}) بین دو کوارک بصورت زیر تعریف می شوند [۲۱ و ۲۱]:

$$V_{qq}^{OPE}(r_{ij}) = \frac{\alpha_{ch}}{3} \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - m_\pi^2} m_\pi \{ [Y(m_\pi r_{ij}) - \frac{\Lambda^3}{m_\pi^3} Y(\Lambda r_{ij})] \times \sigma_i \cdot \sigma_j + tensor\ S_{ij} \} \tau_i \cdot \tau_j, \quad (22)$$

$$V_{qq}^{OSE}(r_{ij}) = -\alpha_{ch} \frac{4m_q^2}{m_\pi^2} \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - m_\sigma^2} m_\sigma [Y(m_\sigma r_{ij}) - \frac{\Lambda}{m_\sigma} Y(\Lambda r_{ij})] \quad (23)$$

$Y(x)$ تابع یوکاوا می باشد و به شکل $Y(x) = \frac{e^{-x}}{x}$ می باشد. α_{ch} ضریب جفت شدگی کایرال، Λ پارامتر قطع، m_π جرم پایون و m_σ جرم سیگما می باشد. در رابطه (۲۲) عبارت اول برهمکنش اسپین-ایزواسپین (σ و τ) دو کوارک می باشد. عبارت دوم پتانسیل تانسوری می باشد و چون اثر آن ناچیز می باشد از آن صرف نظر شده است. حال با استفاده از تابع موج رابطه (۱۶)، مقدار $\langle V_{qq} \rangle$ را بصورت انرژی اختلالی سیستم محاسبه می کنیم. انرژی تصحیح یافته مرتبه اول بصورت زیر می باشد:

$$\sum_q V_{qq} = \sum_q V_{qq}^{OGE} + \sum_q V_{qq}^{OPE} + \sum_q V_{qq}^{OSE} \quad (24)$$

جرم دوترون از رابطه زیر بدست می آید [۱۴]:

$$M_d = m_{q1} + m_{q2} + \dots + m_{q6} + E_{v,\gamma} + \sum \langle V_{qq} \rangle \quad (25)$$



18th Iranian's Nuclear Conference

دقت شود که پتانسیلهای معرفی شده، در روابط (۱۸)، (۲۲) و (۲۳)، تنها به ازای α_s و $\alpha_{ch} < 1$ می‌توانند بصورت اختلالی در نظر گرفته شوند، که با توجه به داده‌های جدول شماره (۱)، در مورد این مقاله نیز صادق است. مرجع [۲۱] با استفاده از مدلی مشابه، خواص دینامیکی دوترون را بررسی کرده است. با کمک گرفتن از پارامترهای استفاده شده در [۲۱] که در جدول شماره (۱) آمده و با فرض یکسان بودن جرم کوارکها، جرم دوترون 1874.2 MeV بدست می‌آید که به مقدار تجربی 1875.61 MeV بسیار نزدیک می‌باشد. برای بدست آوردن پارامتر ω ؛ از مقدار تجربی شعاع باری دوترون [۲۲] استفاده شده و مقدار آن 0.55 fm^{-1} بدست می‌آید.

جدول شماره (۱)

α_{ch}	۰.۰۲۷
α_s	۰.۴۸۵
Λ	4.2 fm^{-1}
b	0.518 fm
m_σ	$3.421 (\text{fm})^{-1}$
m_π	$0.7 (\text{fm})^{-1}$
m_q	313 MeV

محاسبه گشتاور مغناطیسی دوترون

گشتاور مغناطیسی دوترون را نیز می‌توان با استفاده از جرم مؤثر کوارک‌ها محاسبه نمود. از آنجا که هر کوارک درون دوترون تحت برهمکنش با کوارک‌های دیگر است جرم مؤثر آن درون دوترون به شکل زیر تعریف می‌شود [۲۳ و ۲۴]:

$$m_i^{eff} = m_i \left(1 + \frac{E_\gamma + \sum \langle V_{qq} \rangle}{\sum_i m_i} \right) \quad (26)$$

به نحوی که از مجموع جرم مؤثر کوارک‌ها، $M = \sum_i m_i^{eff}$ ، جرم دوترون حاصل شود. گشتاور مغناطیسی دوترون با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\mu_B = \sum_i \langle \phi_{sf} | \mu_i \sigma_i | \phi_{sf} \rangle \quad (27)$$

که در آن $\mu_i = \frac{e_i}{2m_i^{eff}}$ و e_i و σ_i به ترتیب بار و اسپین کوارک ($s_i = \frac{\sigma_i}{2}$) و $|\phi_{sf}\rangle$ تابع موج اسپین-طعم دوترون می‌باشد. بعد از انجام محاسبات گشتاور مغناطیسی دوترون $0.892 \mu n$ بدست می‌آید که به مقدار تجربی $0.857 \mu n$ بسیار نزدیک می‌باشد [۲۵]. $0.892 \mu n$ مگنتون هسته می‌باشد.



نتایج

در این مقاله دوترون بصورت یک سیستم متشکل از شش ذره یکسان در نظر گرفته شده است. با حل معادله توصیف کننده سیستم تحت پتانسیل محدود کننده ax^2 ، تابع موج و ویژه مقدار انرژی سیستم بدست می آید. با استفاده از تابع موج نیز می توان مقدار انرژی اختلالی تبادل گلوئونی و تبادل مزونی و در نهایت جرم و گشتاور مغناطیسی دوترون را بدست آورد. نتایج نشان می دهد که پتانسیل تبادل گلوئونی در جرم دوترون سهم بیشتری نسبت به پتانسیل تبادل مزونی دارد. مقادیر محاسبه شده به مقادیر تجربی بسیار نزدیک می باشد.

مراجع

۱. A. Valcarce, P. Gonzalez, F. Fernandez and V. Vento, *few-Body Syst Suppl.* **99**(2008)1-5
۲. Liang-gang Liu, *arxiv: Nucl-th/9903076v1*(2008)
۳. Admand Faessler, *Acta Phys Polonica B*, **29**(1998) 197-210.
۴. M. Pavon valderrama and E. Ruiz Arriola, *arxiv: Nucl-th/0606047v5* (2006)
۵. R S Mackintosh and S G Cooper, *J. Phys. G : Nucl. Part. Phys.* **23** (1997) 565-572.
۶. A. P. Koboshkin , A.I. Syamtomov and L. Ya. Glozman, *arxiv. Hep-ph/9503435v1* (1995)
۷. Haidenbauer. J et al, *Braz. J. Phys* **34** 824-849 (2004)
۸. Kyotaka Shimizu, *Rep. Prog. Phys.* **52** (1989) 1-56.
۹. Fl. Stancu, S. Pepin and L. Ya. Glozman, *Phys. Rev. C* **56** 2779-2788 (1997)
۱۰. B. Julia-Diaz et al, *Phys. Rev. D* **66** 047002 (2002)
۱۱. Pang. H R et al, *Phys. Rev. C* **65** 014003 (2002)
۱۲. L. Ya. Glozman et al, *Nucl. Phys. A* **631** 469-472 (1998)
۱۳. H. Hassanabadi, A.A. Rajabi, *few-Body Syst* 41(2007) 201-210.
۱۴. H. Hassanabadi, A.A. Rajabi and S. Zarrinkamar, *Modern Phys Lett A* **23** 7 (2008)
۱۵. K.B. Vijaya Kumar, B. Hanumaiah and S. Pepin, *Eur. Phys. J. A* **19**(2004) 247-250
۱۶. A. Prakash Monterio and K.B. Vijaya Kumar, *Commen. Theor. Phys.* **53** (2010) 325-330.
۱۷. M. Oka, *Arxiv: hep-ph/0306173v1*(2003)
۱۸. A. Valcarce, H. Garcilazo, F. Fernandez, *Phys Rev C* **52** 2 (1995) 539- 544.
۱۹. Bhavyashri, K. B. Vijaya Kumar, *Arxiv: hep-ph/0811.4308v2* (2008)
۲۰. M. Oka, *Phys Rev Lett*, **63** 17(1998) 1780-1784
۲۱. A. Valcarce, A. Buchmann, F. Fernandez and Amand Faessler, *Phys Rev C*, **4** (1994).
۲۲. I. Sick and D. Trautman, *Nucl. Phys.* **A637** (1998) 559.
۲۳. B. Patel, A. Kumar Rai and P. C. Vinodkumar, *J. Phys. G* **35** 065001(2008)
۲۴. B. Patel, A. Majethiya and P. C. Vinodkumar, *Pramana J. Phys* **72** 4 679-688 (2009).
۲۵. P.J. Mohr and B.N. Taylor, *Rev. Mod. Phys.* **72** (2000) 351