

## محاسبه‌ی زاویه فضایی با استفاده از روش مونت کارلو

کلاهی شتربانی، مختار\* - شایسته، محسن - علی کرمی، عباس

دانشگاه امام حسین (ع) تهران، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

### چکیده:

یکی از فاکتورهای مورد نیاز در آشکارسازی ذرات هسته‌ای، تعیین زاویه فضایی نسبی بین چشمه و روزنه‌ی آشکارساز می‌باشد. محاسبه‌ی زاویه فضایی با استفاده از روش تحلیلی برای حالت‌های غیرهمسانگرد چشمه مقدور نمی‌باشد. در این کار محاسباتی، زاویه فضایی نسبی ( $\Omega$ ) دربرگرفته شده بین، چشمه‌ی نقطه‌ای غیرهمسانگرد و آشکارساز با روزنه‌ی مستطیلی و چشمه‌ی دیسکی (پولکی، اندودشده) غیرهمسانگرد با توزیع غیریکنواخت روی چشمه و آشکارساز با روزنه‌ی گرد با استفاده از روش مونت کارلو، محاسبه گردید. محیط بین چشمه و آشکارساز خلأ در نظر گرفته می‌شود.

**کلمات کلیدی:** زاویه فضایی نسبی ( $\Omega$ )، شبیه‌سازی به روش مونت کارلو، چشمه‌ی غیرهمسانگرد

### مقدمه :

اندازه‌گیری‌های نسبی در مورد ترابرد یا آشکارسازی ذرات به چند عامل بستگی دارد که یکی از این عوامل آثار هندسی می‌باشد. آثار هندسی از چندین راه می‌توانند بر اندازه‌گیری تأثیر بگذارند که یکی از آنها زاویه فضایی دربرگرفته شده توسط آشکارساز در محل چشمه می‌باشد. معادله بنیادی تعریف‌کننده زاویه فضایی:

$$\Omega = C/H \quad (1)$$

C: تعداد ذراتی که در هر ثانیه به درون فضای تعریف شده با پربندهای چشمه و روزنه گسیل می‌شوند.

H: تعداد ذرات گسیل شده از چشمه در هر ثانیه.

که در مورد تمامی چشمه‌ها (همسانگرد، غیرهمسانگرد، توزیع یکنواخت، توزیع غیریکنواخت) نقطه‌ای، صفحه‌ای، حجمی و... انواع آشکارساز تعریف می‌شود را در موارد معدودی می‌توان به طور تحلیلی بدست آورد [۱]. یک روش کلی که می‌توان آن را برای هر شکل هندسی به کار برد، محاسبه‌ی این کمیت به روش مونت کارلو می‌باشد که به کمک کامپیوتر گسیل و ترابرد ذرات شبیه‌سازی می‌شود. برنامه‌ی کامپیوتری بر پایه مدل هندسی چشمه-آشکارساز نوشته می‌شود و با استفاده از اعداد کاتوره‌ای محل آفرینش ذره روی چشمه و راستای گسیل آن تعیین شده و ترابرد آن به روش مونت کارلو انجام می‌شود و نهایتاً مقدار  $\Omega$  بدست می‌آید.

### تئوری :

❖ چشمه‌ی نقطه‌ای غیرهمسانگرد و آشکارساز با روزنه‌ی مستطیلی

در اینجا دو حالت را بررسی می‌کنیم که در حالت اول چشمه نقطه‌ای غیرهمسانگرد در مبدأ محور مختصات دکارتی قرار گرفته و تمامی ذرات را به طرف مثبت محور Z گسیل می‌دارد، یعنی تمامی قدرت چشمه به نصف فضا گسیل می‌شود. آشکارساز با روزنه‌ی مستطیلی به طول  $a$  و عرض  $b$  در مقابل چشمه نقطه‌ای غیرهمسانگرد قرار گرفته است (شکل ۱، الف). در حالت دوم، چشمه نقطه‌ای غیرهمسانگردی داریم که سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی ذرات گسیل شده از چشمه در کل فضا به صورت رابطه زیر می‌باشد (شکل ۱، ب):

$$\sigma(E, \theta) = P(E)F(\theta) = \sigma_0 F(\theta) \quad (2)$$

ذرات انرژی یکسانی داشته، اما توزیع زاویه‌ای ذرات گسیل شده در کل فضا از رابطه زیر پیروی می‌کند [۲]:

$$F(\theta) = 1 + A \cos \theta \quad (3)$$

(غیرهمسانگرد خطی یا غیرهمسانگرد از مرتبه اول توابع لژاندر)



شکل ۱: چشمه‌ی نقطه‌ای غیرهمسانگرد و آشکارساز با روزنه‌ی مستطیلی به طول  $a$  و عرض  $b$ ، (الف، حالت اول)، (ب، حالت دوم). برای درک بهتر موضوع، ابتدا حالت چشمه‌ی نقطه‌ای همسانگرد را مورد بررسی قرار می‌دهیم. برای یک چشمه‌ی همسانگرد نقطه‌ای که به فاصله‌ی  $d$  از یکی از لبه‌های آشکارساز با روزنه‌ی مستطیلی به مساحت  $ab$  قرار گرفته است، زاویه فضایی عبارت است از [۱]:

$$\Omega = \frac{1}{4\pi} \text{Arctag} \frac{ab}{d \sqrt{a^2 + b^2 + d^2}} \quad (4)$$

اگر چشمه در یک نقطه‌ی اختیاری در بالای آشکارساز قرار گرفته باشد، زاویه فضایی حاصل جمع چهار

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3 + \Omega_4$$

جمله است که هریک از آنها شبیه معادله‌ی (۴) می‌باشد.

همچنین برای چشمه‌ی نقطه‌ای همسانگرد شبیه‌سازی مونت کارلو به طریق زیر انجام می‌گیرد:

برای آسان شدن ریاضیات مسأله، چشمه‌ی نقطه‌ای را در مبدأ دستگاه مختصات دکارتی و روزنه‌ی مستطیلی آشکارساز را در صفحه‌ی  $z = d$  و عمود بر محور  $z$  قرار می‌دهیم. تعداد زیادی تاریخچه (H)، یعنی ذره گسیل شده از چشمه در نظر می‌گیریم تا ترابرد ذرات گسیل شده از چشمه را شبیه سازی نماییم. هر چقدر تعداد ذرات زیاد باشد نتیجه با خطای آماری کمتری همراه است. حال باید محل و جهت پرواز ذرات را یکی یکی تعیین نماییم. چون چشمه‌ی ما نقطه‌ای بوده و مکان آن از قبل تعیین شده، محل پرواز برای تمامی ذرات یکسان و مشخص می‌باشد ( $x_0 = 0, y_0 = 0, z_0 = 0$ ). برای تعیین جهت پرواز، باید زوایای سمتی و قطبی

ذرات گسیل شده را مشخص نماییم که به صورت زیر شبیه‌سازی می‌شود. ابتدا دو عدد تصادفی از کامپیوتر فرا می‌خوانیم  $[\text{call random}(r)]$ ، سپس چون چشمه‌ی ما همسانگرد می‌باشد از روش نمونه‌برداری یکنواخت استفاده کرده و  $\varphi$  و  $\theta$  (یا  $\cos \theta$ ) را بدست می‌آوریم [۲ و ۳ و ۴]:

$$\cos \theta = 2 \times r_2 - 1 \quad \text{و} \quad \varphi = 2\pi \times r_1 \quad (5)$$

با انتخاب  $\varphi$  و  $\theta$  (یا  $\cos \theta$ )، کسینوس های هادی اولیه ذره بدست می‌آید.

$$w_0 = \cos \theta \quad \text{و} \quad v_0 = \sin \theta \times \sin \varphi \quad \text{و} \quad u_0 = \sin \theta \times \cos \varphi \quad (6)$$

بنابراین بردارهای  $\vec{U}_0 = (u_0, v_0, w_0)$  و  $\vec{X}_0 = (x_0, y_0, z_0)$  را داریم، با شرط ( $\cos \theta > 0$ ) مقدار زیر برای مسافت طی شده حاصل می‌شود ( $S$ ، مسافتی که ذره طی می‌کند تا به صفحه‌ی روزنه‌ی آشکارساز برسد):

$$S = \frac{d}{\cos \theta} = \frac{d}{w_0} \quad (7)$$

با این اطلاعات  $\vec{X}$  ذره در صفحه  $z = d$  بدست می‌آید [۲].

حال اگر  $-\frac{b}{2} < x < +\frac{b}{2}$  و  $-\frac{a}{2} < y < +\frac{a}{2}$  باشد ذرات در درون پنجره آشکارساز قرار گرفته و شمرده می‌شوند. بعد از آن که تمامی تاریخچه ها گسیل شدند، تعدادی که شروط بالا را داشته و شمرده شده اند، تقسیم بر تعداد کل تاریخچه ها، زاویه فضایی نسبی را خواهد داد [۴]. در نتایج بدست آمده از روش مونت-کارلو یک خطای آماری وجود دارد که لازم است همراه نتیجه بدست آمده گزارش شود. مقدار متوسط کمیت تخمین زده شده و خطای آماری آنرا می‌توان به شکل مقابل بدست آورد [۵ و ۶].

$$\bar{x} \pm \sigma = \bar{x} \pm \sqrt{\frac{x^2 - \bar{x}^2}{H-1}}$$

سپس با استفاده از یک زبان برنامه‌نویسی مناسب، شبیه‌سازی بالا را همراه حل تحلیلی زاویه فضایی، برای تعداد ذرات و  $d$  و طول و عرض متفاوت پیاده‌سازی می‌نماییم. برای چشمه‌ی غیرهمسانگرد حالت اول، تنها نمونه‌برداری برای  $\theta$  (یا  $\cos \theta$ ) به نصف محدوده‌ی حالت همسانگرد کاهش پیدا می‌کند. یعنی فضایی که برای نمونه‌برداری  $\theta$  (یا  $\cos \theta$ ) در نظر می‌گیریم از کره به نیمکره تقلیل می‌یابد. حال با استفاده از توابع توزیع و قوانین نمونه‌برداری مناسب و فراخوانی دو عدد تصادفی یکنواخت  $r_\theta$  و  $r_\varphi$  در بازه‌ی  $(0, 1)$  داریم:

$$\varphi = 2\pi r_\varphi \quad \text{و} \quad \cos \theta = 1 - r_\theta = r_\theta \quad (8)$$

برای حالت دوم نیز، فقط نمونه‌برداری از مختصه  $\theta$  (یا  $\cos \theta$ ) برای تعیین جهت پرواز ذرات گسیلی از چشمه با مورد چشمه همسانگرد متفاوت خواهد بود. با توجه به اینکه  $F(\theta)$  در حالت کلی یک احتمال می‌باشد، باید داشته باشیم  $F(\theta) \geq 0$ . ابتدا برای پیدا کردن حدود  $A$ ، تابع  $F(\theta)$  را طوری نرمالایز می‌کنیم که انتگرال آن در کل محدوده  $\cos \theta$ ، یعنی از  $-1$  تا  $+1$  برابر واحد شود.

$$\int_{-1}^{+1} F(\theta) d(\cos \theta) = 1 \longrightarrow \int_{-1}^{+1} c(1 + A \cos \theta) d(\cos \theta) = 1 \longrightarrow c = \frac{1}{2} \quad (9)$$

$$F(\theta) = \frac{1}{2}(1 + A \cos \theta) \quad (10) \quad (F(\theta) \text{ نرمالایز شده به یک})$$

$$0 \leq F(\theta) < 1 \longrightarrow 0 \leq \frac{1}{2}(1 + A \cos \theta) < 1 \longrightarrow \begin{cases} -1 \leq A < 0 \\ 0 < A < +1 \end{cases} \quad (11)$$

حال با استفاده از تابع توزیع تجمعی و فراخوانی یک عدد تصادفی  $r_\theta$ ،  $\theta$  (یا  $\cos \theta$ ) نمونه برداری می‌شود:

$$\begin{cases} -1 \leq A < 0 \longrightarrow \cos \theta = -\frac{1}{A} - \sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{2(1-2r_\theta) - A}{A}} \\ 0 < A < +1 \longrightarrow \cos \theta = -\frac{1}{A} + \sqrt{\frac{1}{A^2} - \frac{2(1-2r_\theta) - A}{A}} \end{cases} \quad (12)$$

بقیه مراحل شبیه‌سازی برای هر دو حالت چشمه‌ی غیرهمسانگرد، عیناً همانند چشمه‌ی نقطه‌ای همسانگرد و آشکارساز با روزنه‌ی مستطیلی خواهد بود.

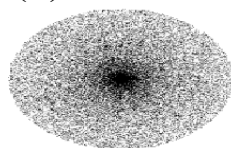
#### ❖ چشمه‌ی دیسکی (پولکی) غیرهمسانگرد با توزیع غیریکنواخت چشمه و آشکارساز با روزنه‌ی گرد

در اینجا حالتی را بررسی می‌کنیم که چشمه‌ی دیسکی (اندود شده) به شعاع  $R_s$ ، به موازات آشکارسازی با روزنه‌ی گرد به شعاع  $R_d$  قرار گرفته است. فاصله‌ی عمودی بین روزنه‌ی آشکارساز و چشمه‌ی دیسکی برابر  $d$  می‌باشد (شکل ۲، الف). ذرات اندود شده روی دیسک، دارای انرژی یکسانی بوده، ولی توزیع ذرات روی چشمه غیریکنواخت می‌باشد. همچنین توزیع زاویه‌ای ذرات گسیل شده از چشمه در کل فضا، غیرهمسانگرد می‌باشد. بنابراین سطح مقطع دیفرانسیلی کلی ذرات چشمه، به صورت زیر نشان داده می‌شود:

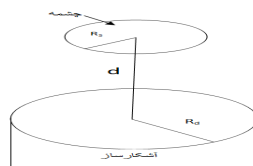
$$\sigma(\vec{r}, E, \theta) = P(\vec{r})K(E)F(\theta) = \sigma_0 P(\vec{r})F(\theta) \quad (13)$$

توزیع ذرات پرتوزا روی دیسک بگونه‌ای می‌باشد که تراکم ذرات اندودشده در مرکز دیسک بیشتر بوده و با دور شدن از مرکز دیسک، متناسب با شعاع، تراکم ذرات پرتوزا کاهش می‌یابد (شکل ۲، ب). بنابراین داریم:

$$P(\vec{r}) \propto \frac{1}{r} \longrightarrow P(\vec{r}) = \frac{c}{r} \quad (14)$$



(ب)



(الف)

شکل ۲: چشمه دیسکی شکل به موازات آشکارساز با روزنه گرد با فاصله عمودی  $d$  است، چگونگی توزیع ذرات پرتوزا روی دیسک به شعاع  $R_s$  (ب)، [۲].

همچنین توزیع زاویه‌ای ذرات گسیل شده در کل فضا، از رابطه‌ی (۳) پیروی می‌کند. برای درک بهتر موضوع، ابتدا حالت چشمه‌ی دیسکی همسانگرد با توزیع یکنواخت چشمه را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در صورتی که  $R_s/d$  و  $R_d/d$  کمتر از یک باشند عبارت زیر برای زاویه فضایی بدست می‌آید ( $\omega = R_s/d$  و  $\psi = R_d/d$ ) [۱]:

$$\Omega = \frac{\omega^2}{4} \left\{ 1 - \frac{3}{4}(\psi^2 + \omega^2) + \frac{15}{8} \left( \frac{\psi^4 + \omega^4}{3} + \psi^2 \omega^2 \right) - \frac{35}{16} \left[ \frac{\psi^6 + \omega^6}{4} + \frac{3}{2} \psi^2 \omega^2 (\psi^2 + \omega^2) \right] \right\} \quad (15)$$



## 18<sup>th</sup> Iranian's Nuclear Conference

شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای چشمه‌ی دیسکی همسانگرد با توزیع یکنواخت چشمه به طریق زیر انجام می‌گیرد. برای نمونه‌برداری و تعیین مختصات مکانی ذرات تابیده شده از یک دیسک یکنواخت، مسأله را در دستگاه مختصات قطبی صفحه‌ای  $(r, \theta)$  بررسی می‌کنیم. بدیهی است که مختصات  $Z$  ذره همان مختصات  $Z$  صفحه‌ی چشمه است. حال با استفاده از تابع توزیع احتمال (المان سطحی) یعنی  $P(r, \theta) dr d\theta$  و استفاده از شرط بهنجارش و فراخوانی دو عدد تصادفی از کامپیوتر {اعداد تصادفی یکنواخت بین (۰, ۱)} داریم [۳ و ۲]:

$$\begin{cases} r = R_s \sqrt{r_2} \Rightarrow x_0 = r \cos \theta \\ \theta = 2\pi r_1 \Rightarrow y_0 = r \sin \theta \end{cases} \quad (16)$$

همچنین برای شرط نهایی شمارش ذرات، اگر  $\langle R_d^2 \rangle (x^2 + y^2)$  باشد ذرات در درون روزنه‌ی آشکارساز قرار گرفته و شمرده می‌شوند. بقیه‌ی مراحل شبیه‌سازی همانند چشمه‌ی نقطه‌ای همسانگرد خواهد بود [۴].

برای چشمه‌ی دیسکی غیرهمسانگرد با توزیع غیریکنواخت چشمه‌ی اشاره شده داریم:  
برای حالت غیریکنواختی توزیع چشمه، تنها نمونه‌برداری از مختصه  $r$  برای تعیین مکان ذرات گسیلی از چشمه با مورد چشمه یکنواخت، متفاوت خواهد بود. المان سطحی از چشمه دیسکی انتخاب کرده و با استفاده از شرط بهنجارش و بکارگیری تابع توزیع تجمعی و فراخوانی عدد تصادفی یکنواخت  $r_r$  داریم [۳]:

$$\int_0^{R_s} P(\vec{r}) da = 1 \longrightarrow c = \frac{1}{R_s} \quad (17)$$

$$\int_0^r P(\vec{r}') da' = r_r \longrightarrow \int_0^r \frac{1}{R_s r'} r' dr' = r_r \longrightarrow r = R_s r_r \quad (18)$$

جهت پرواز گسیل ذرات نیز برای این حالت بصورت رابطه‌ی (۱۲) بدست می‌آید. بقیه‌ی مراحل شبیه‌سازی برای چشمه‌ی دیسکی (پولکی) غیرهمسانگرد با توزیع غیریکنواخت چشمه، همانند چشمه‌ی دیسکی همسانگرد با توزیع یکنواخت و آشکارساز با روزنه‌ی گرد خواهد بود.

### نتایج عددی

جدول شماره ۱: مقادیر عددی زاویه فضایی نسبی  $(\Omega)$  برای چشمه نقطه‌ای همسانگرد و آشکارساز با روزنه‌ی مستطیلی به ازای تعداد تاریخچه‌ها  $d$  و طول و عرض متفاوت، با استفاده از روش تحلیلی و روش مونت‌کارلو (همراه خطای آماری مونت‌کارلو)

تعداد تاریخچه ذره (H)	زاویه فضایی نسبی $(\Omega)$	$a = 10 \text{ cm}$ $b = 20 \text{ cm}$ $d = 30 \text{ cm}$	$a = 20 \text{ cm}$ $b = 20 \text{ cm}$ $d = 30 \text{ cm}$	$a = 20 \text{ cm}$ $b = 20 \text{ cm}$ $d = 40 \text{ cm}$
H=1000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ تحلیلی	1.403 e-02	2.488 e-02	1.602 e-02
	$\Omega$ مونت کارلو	$1.404 \text{ e-}02 \pm 1.176 \text{ e-}04$	$2.499 \text{ e-}02 \pm 1.561 \text{ e-}04$	$1.591 \text{ e-}02 \pm 1.251 \text{ e-}04$
	درصد اختلاف نسبی	1.689 e-01	4.372 e-01	6.899 e-01
H=10000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ تحلیلی	1.403 e-02	2.488 e-02	1.602 e-02
	$\Omega$ مونت کارلو	$1.404 \text{ e-}02 \pm 3.716 \text{ e-}05$	$2.480 \text{ e-}02 \pm 4.928 \text{ e-}05$	$1.598 \text{ e-}02 \pm 3.966 \text{ e-}05$
	درصد اختلاف نسبی	1.467 e-01	3.434 e-01	2.175 e-01
H=100000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ تحلیلی	1.403 e-02	2.488 e-02	1.602 e-02
	$\Omega$ مونت کارلو	$1.404 \text{ e-}02 \pm 1.176 \text{ e-}05$	$2.488 \text{ e-}02 \pm 1.557 \text{ e-}05$	$1.602 \text{ e-}02 \pm 1.255 \text{ e-}05$
	درصد اختلاف نسبی	6.817 e-02	1.580 e-02	5.277 e-03



# 18<sup>th</sup> Iranian's Nuclear Conference

جدول شماره ۲: مقادیر عددی زاویه فضایی نسبی ( $\Omega$ ) برای چشمه نقطه‌ای غیرهمسانگرد حالت اول (شکل ۱، الف) و آشکارساز با روزنه‌ی مستطیلی به ازای تعداد تاریخچه‌ها و  $d$  و طول و عرض متفاوت، با استفاده از روش مونت کارلو (همراه خطای آماری)

تعداد تاریخچه (H)، ذره	زاویه فضایی نسبی ( $\Omega$ )	$a = 10$ cm $b = 20$ cm $d = 30$ cm	$a = 20$ cm $b = 20$ cm $d = 30$ cm	$a = 20$ cm $b = 20$ cm $d = 40$ cm
H=1000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ مونت کارلو	$2.802 \text{ e-}02 \pm 1.650 \text{ e-}04$	$4.988 \text{ e-}02 \pm 2.177 \text{ e-}04$	$3.205 \text{ e-}02 \pm 1.761 \text{ e-}04$
H=10000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ مونت کارلو	$2.807 \text{ e-}02 \pm 5.224 \text{ e-}05$	$4.982 \text{ e-}02 \pm 6.880 \text{ e-}05$	$3.207 \text{ e-}02 \pm 5.572 \text{ e-}05$
H=100000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ مونت کارلو	$2.807 \text{ e-}02 \pm 5.224 \text{ e-}05$	$4.982 \text{ e-}02 \pm 6.880 \text{ e-}05$	$3.207 \text{ e-}02 \pm 5.572 \text{ e-}05$

جدول شماره ۳: مقادیر عددی زاویه فضایی نسبی ( $\Omega$ ) برای چشمه نقطه‌ای غیرهمسانگرد حالت دوم (شکل ۱، ب) و آشکارساز با روزنه‌ی مستطیلی به ازای تعداد تاریخچه‌ها و  $d$  و طول و عرض متفاوت، با استفاده از روش مونت کارلو (همراه خطای آماری)

تعداد تاریخچه (H)، ذره	زاویه فضایی نسبی ( $\Omega$ )	$a = 10$ cm $b = 20$ cm $d = 30$ cm $A = +0.5$	$a = 20$ cm $b = 20$ cm $d = 30$ cm $A = +0.5$	$a = 20$ cm $b = 20$ cm $d = 30$ cm $A = -0.5$
H=1000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ مونت کارلو	$2.044 \text{ e-}02 \pm 1.415 \text{ e-}04$	$3.610 \text{ e-}02 \pm 1.865 \text{ e-}04$	$1.360 \text{ e-}02 \pm 1.158 \text{ e-}04$
H=10000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ مونت کارلو	$2.051 \text{ e-}02 \pm 4.482 \text{ e-}05$	$3.599 \text{ e-}02 \pm 5.890 \text{ e-}05$	$1.367 \text{ e-}02 \pm 3.672 \text{ e-}05$
H=100000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ مونت کارلو	$2.057 \text{ e-}02 \pm 1.419 \text{ e-}05$	$3.606 \text{ e-}02 \pm 1.864 \text{ e-}05$	$1.372 \text{ e-}02 \pm 1.163 \text{ e-}05$

جدول شماره ۴: مقادیر عددی ( $\Omega$ ) برای چشمه دیسکی همسانگرد با توزیع یکنواخت و آشکارساز با روزنه گرد به ازای تعداد تاریخچه‌ها و  $R_d$  و  $R_s$  و  $d$  متفاوت، با استفاده از روش تحلیلی و روش مونت کارلو (همراه خطای آماری مونت کارلو)

تعداد تاریخچه (H)، ذره	زاویه فضایی نسبی ( $\Omega$ )	$R_s = 5$ cm $R_d = 15$ cm $d = 40$ cm	$R_s = 5$ cm $R_d = 15$ cm $d = 80$ cm	$R_s = 4$ cm $R_d = 10$ cm $d = 40$ cm
H=1000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ تحلیلی	$3.152 \text{ e-}02$	$8.540 \text{ e-}03$	$1.482 \text{ e-}02$
	$\Omega$ مونت کارلو	$3.157 \text{ e-}02 \pm 1.748 \text{ e-}04$	$8.552 \text{ e-}03 \pm 9.208 \text{ e-}05$	$1.493 \text{ e-}02 \pm 1.212 \text{ e-}04$
	درصد اختلاف نسبی	$1.492 \text{ e-}01$	$1.364 \text{ e-}01$	$6.851 \text{ e-}01$
H=10000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ تحلیلی	$3.152 \text{ e-}02$	$8.540 \text{ e-}03$	$1.482 \text{ e-}02$
	$\Omega$ مونت کارلو	$3.155 \text{ e-}02 \pm 5.527 \text{ e-}05$	$8.530 \text{ e-}03 \pm 2.908 \text{ e-}05$	$1.483 \text{ e-}02 \pm 3.823 \text{ e-}05$
	درصد اختلاف نسبی	$8.229 \text{ e-}02$	$1.105 \text{ e-}01$	$6.671 \text{ e-}02$
H=100000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ تحلیلی	$3.152 \text{ e-}02$	$8.540 \text{ e-}03$	$1.482 \text{ e-}02$
	$\Omega$ مونت کارلو	$3.154 \text{ e-}02 \pm 1.747 \text{ e-}05$	$8.544 \text{ e-}03 \pm 9.204 \text{ e-}06$	$1.482 \text{ e-}02 \pm 1.208 \text{ e-}05$
	درصد اختلاف نسبی	$6.703 \text{ e-}02$	$5.067 \text{ e-}02$	$9.998 \text{ e-}03$

جدول شماره ۵: مقادیر عددی ( $\Omega$ ) برای چشمه دیسکی غیرهمسانگرد با توزیع غیریکنواخت (براساس توابع توزیع ۳ و ۱۴) و

آشکارساز با روزنه گرد برای تعداد تاریخچه‌ها و  $R_d$  و  $R_s$  و  $d$  متفاوت و  $A = \pm 0.5$  با استفاده از روش مونت کارلو

تعداد تاریخچه (H)، ذره	زاویه فضایی نسبی ( $\Omega$ )	$R_s = 5$ cm $R_d = 15$ cm $d = 40$ cm $A = +0.5$	$R_s = 5$ cm $R_d = 15$ cm $d = 80$ cm $A = +0.5$	$R_s = 5$ cm $R_d = 15$ cm $d = 40$ cm $A = -0.5$	$R_s = 5$ cm $R_d = 15$ cm $d = 80$ cm $A = -0.5$
H=1000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ مونت کارلو	$4.697 \text{ e-}02 \pm 2.225 \text{ e-}04$	$1.282 \text{ e-}02 \pm 1.128 \text{ e-}04$	$1.656 \text{ e-}02 \pm 1.276 \text{ e-}04$	$4.272 \text{ e-}03 \pm 6.522 \text{ e-}05$
H=10000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ مونت کارلو	$4.693 \text{ e-}02 \pm 6.688 \text{ e-}05$	$1.278 \text{ e-}02 \pm 3.552 \text{ e-}05$	$1.636 \text{ e-}02 \pm 4.012 \text{ e-}05$	$4.312 \text{ e-}03 \pm 2.072 \text{ e-}05$
H=100000000 تاریخچه، ذره	$\Omega$ مونت کارلو	$4.692 \text{ e-}02 \pm 2.114 \text{ e-}05$	$1.278 \text{ e-}02 \pm 1.123 \text{ e-}05$	$1.634 \text{ e-}02 \pm 1.268 \text{ e-}05$	$4.320 \text{ e-}03 \pm 6.558 \text{ e-}06$

## نتیجه گیری:

با توجه به مقادیر عددی جداول ۱ و ۴، محاسبه‌ی زاویه فضایی نسبی ( $\Omega$ ) دربرگرفته شده توسط چشمه‌ی نقطه‌ای همسانگرد و آشکارساز با روزنه‌ی مستطیلی و همچنین چشمه‌ی دیسکی (پولکی) همسانگرد با توزیع یکنواخت و آشکارساز با روزنه گرد با استفاده از شبیه‌سازی به روش مونت کارلو، مقادیری تقریباً برابر با حل تحلیلی ( $\Omega$ ) بدست می‌دهد. با افزایش تعداد تاریخچه‌ها (ذرات گسیل شده از چشمه) خطای ذاتی (آماري) مونت کارلو و همچنین درصد اختلاف نسبی مقادیر دو روش بکاررفته کاهش پیدا می‌کند و مقادیر بهم نزدیکتر می‌گردند. می‌توان نتیجه گرفت که مونت کارلو روش مناسبی برای محاسبه زاویه فضایی ( $\Omega$ ) ارائه می‌دهد. برای چشمه‌ی نقطه‌ای غیرهمسانگرد حالت اول که چشمه تمامی قدرت خود را به نصف فضا (به طرفی که روزنه آشکارساز قرار دارد) گسیل می‌دارد، باید مقادیر ( $\Omega$ ) دو برابر حالت چشمه‌ی نقطه‌ای همسانگرد باشد که مقادیر عددی جدول ۲ نشان دهنده این موضوع می‌باشد. با توجه به شرط بکار رفته ( $\cos \theta > 0$ )، رابطه (۱۰) برای ( $0 < A < +1$ ) مقادیر بیشتری نسبت به حالت ( $-1 \leq A < 0$ ) بدست می‌دهد که مبین افزایش ( $\Omega$ ) برای ضرایب  $A$  مثبت می‌باشد که مقادیر عددی جداول ۳ و ۵ نشان دهنده این مطلب می‌باشد. درحالت کلی با افزایش فاصله بین چشمه و روزنه و کاهش مساحت روزنه، ( $\Omega$ ) کاهش پیدا می‌کند و با افزایش تعداد تاریخچه‌ها (ذرات گسیل شده از چشمه) خطای آماری مونت کارلو کمتر می‌شود. محاسبات مونت کارلو را که بر پایه ترابرد ذرات و نمونه‌برداری تصادفی می‌باشد را می‌توان برای محاسبه زاویه فضایی نسبی هر شکل هندسی بکار برد.

## مراجع

- [1] Tsoufanidis, N; Measurement and detection of radiation, 2nd ed., university of Missouri-Rolla, p.265-276, 23-68, 1798.
- [2] Briesmeister, J. F; RSICC computer code collection MCNP (Monte Carlo N-particle Transport code system), Los Alamos National Laboratory, P.99-101, 2000.
- [3] Keightley, J; " Monte Carlo Simulation for Solid Angle Calculations in Alpha Particle Spectrometry" National physical Laboratory, 2010
- [4] Whither, R; " calculation of the average solid angle subtended by a detector to source in a parallel plane by a Monte Carlo method" Radiation Protection Dosimetry 102:365-369, 2002.
- [5] Izadi, R.T. et al; " Calculation of Source-Detector Solid Angle, Using Monte Carlo Method, for Radioactive Source....." International Journal of Pure and Applied Physics 2:259-266, 2006.
- [6] L, Wielopolski; " The monte carlo calculation of the average solid angle subtend by a solid right circular cylinder from distributed sources" nuclear instruments and methods in physics 143:577-581, 1977.